土の構成式について

村　山　朔　郎

A CONSTITUTIVE EQUATION OF SOILS

By *Sakuro* MURAYAMA

Synopsis

This is a brief abstract in which theoretical studies on the constitutive relations of soils performed by the author are summed up. In this study general stress-strain-time relations, a failure criterion and some thermal effects on the behavior of soils are deduced by assuming soil as a random assembly and applying statistical consideration. To ascertain these consideration and assumption, the relations obtained are verified with some experimental results, and they could show well agreement.

1. はしがき

材料の構成式 (constitutive equation) は，材料に与えられた外部からの作用とその応答との関係を示すものであって，材料内の物質構成によってひき起される外力や温度などに対する材料の特異性を示す制約条件式といえよう。材料を仮りに電気機器に例えれば機器の配線によって決定される入出力特性に似ている。通常土に与えられる外作用は種々の温度のもとで与えられる応力またはその時間的変量であるから，土の構成式は stress - strain - time - temperature 関係として示されることが多い。

従来土質力学の分野では地盤の安定問題が主に扱われそのため塑性時の力同志のつり合いを論じたものが多く，変形や時間を扱った理論には圧密理論くらいしかみられなかった。しかし安定問題だけでなく，土の各種の力学的問題を解明するには変形，時間の要素が必要であり，土質力学を完全な力学体系に仕上げるには土の普遍的な構成式の確立が望まれる。

もし土の構成式が明らかになれば，これを土の mass である地盤に適用して地盤内の応力・ひずみの解析，破壊の予知，動的特性などを解析することができる。土の構成式の地盤への適用法には種々あるが，1960 年 Clough 教授が開発した有限要素法 (finite element method) は最近のコンピューターの進歩にともない非常に有力なものの一つであろう。有限要素法は地盤を三角形の網状の格子でおきかえ，格子の各部材の力学特性に土の構成式を入れ，格子節点の力と変位を境界条件をみたすようにコンピューターでくり返し計算し，地盤の応力，ひずみ分布を解析するものである。

土質力学では従来から土の stress-strain 関係は種々実験され，またこれより応力・ひずみの実験式を求めたものもあるが，とかく特定条件下の関係であって普遍性は必ずしも十分とはいえない。一方構成式を種々の立場から理論的に解明しようとする試みが最近みられるようになり今後の発展が期待されるが，まだ土の特性を stress-strain の広い範囲にわたって示すほどにはなっていないようである。

このような状況にあるので構成式を理論的に解く一つの試みとしてかつて筆者は偏差応力をうけた土の構成式を砂，粘土の区別なく両者を一つにして統一的な考え方で解いてみたので，その結果だけをまとめてここに報告する。

2. 解の方針

土の構成物質は形，大きさ，配置が at random な鉱物粒子の集合体すなわち random assembly であって，それに水や空気が混っている。乾燥砂や水で飽和した砂のような大きな粒子の集合体では粒子間に作用する主な力は外力による粒子間圧力と摩擦力であるが，飽和粘土のような colloid 以下の微粒子も含むものでは砂の場合の粒子間力のほかに微粒子表面の物理化学的な原因で生じる粒子間力（反ぱつ力，けん引力）や吸着水膜の異常粘性，また不飽和粘土ではこれらの力のほか間げき水の表面張力も力学挙動を支配する主要な粒子間力となる。

このような random assembly からなる土の挙動を扱うには確率的な手法を導入し統計力学的に解析することが必要である。筆者はこれに用いる確率変量には粒子の形状，大きさに無関係な量が便利と考えて，1964年にこの量として次の3つの無次元量を採用した。β_i: ある粒子の粒子相互の滑動接点に作用する外力の基準面よりの方向角（添字 i は個々の粒子の意），θ_i: 滑動接面または滑動可能接面の基準面よりの方向角および δ:粒子間摩擦角。また基準面としては任意のものが用いられるがここでは解析の便宜上，土が全体としてせん断的な mobilization をする面を採用した。角 β_i は粒子を mobilize するのに寄与する量であり，$(\theta_i+\delta)$ はmobilization に抵抗する量であり，これらの量はともに粒子ごとに異なり random であるがそれらは平均値の上下にある確率分布をするはずである。この分布形は実測によってさらに適当なものが考えられるがここでは，砂粒子は均等に混りあっているとして，正規確率分布（**Fig.1** 参照）を適用した。いずれ他の分布形も検討する予定である。

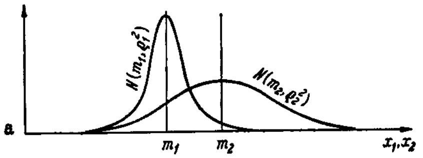

Fig. 1 Two curves showing the frequency distribution of applied shearing stress at the granular contact level and that of contact shearing strength.

乾燥砂や水で飽和した砂に対しては，上記の量から構成式を求めることができた。またわが国の堆積層に多いカードハウス構造をもつ飽和粘土に対しては砂の場合の粒子間力のほかに物理化学的な粒子間力や吸着水の粘性があるので，この影響を統計力学的な解析の中に入れて粘土の構成式を誘導した。すなわち粘土粒子に作用する物理化学的粒子間力は macro な粘土の力学特性に対してはそれと等価な拘束圧 σ_b（後出）を導入し，また粘土の粘弾性挙動は粘土の粒子構造を simulate する generalized Voigt model に偏差応力と平均主応力との応力比を荷重としてかけたときの変位を normalize した特性に比例することを解析的に明らかにした。これらから粘土の応力・ひずみ関係とあわせて温度依存性も解析した。

3. 砂の構成式

砂の変形は一般に砂に加えられる拘束圧と偏差応力に支配されるから，偏差応力の影響だけをみるため拘束圧を一定とした三軸圧縮試験の場合について解析した。有効応力をσ_1, σ_2, σ_3, $(\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3)$ とすれば，偏差応力は $(\sigma_1-\sigma_3)$ に，拘束圧は有効主応力 $\sigma_m(\sigma_m=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3)$ に比例する。砂の場合は，一般に変形が速やかに終了するから，特別の場合のほかは応力－ひずみ関係に時間要素を入れる必要はない。σ_m を一定に保ち，主応力差 $(\sigma_1-\sigma_3)$ をくり返し与えた三軸圧縮試験の実例を **Fig. 2** に示す。図より知られることは，(a) 主応力差除荷時の残留ひずみは載荷回数 n が増すにつれて減少し，ついに残留ひずみはゼロとなり，hysteresis loop は固定して同一経路を往復するにいたる。このときを弾性状態と称することとするが，弾性状態における加圧曲線はほとんど直線とみられる。弾性状態の砂の弾性係数は砂粒子自身の弾性係数よりずっと小さいから，砂の弾性係数は粒子の弾性によるよりはむしろ砂の粒子構造に基因することがうかがえる。(b) 加圧曲線は1回目は2回目以後と異なり曲線部が多く，塑性変形の様相を示すが，2回目以後は応力の低い部分に直線部があらわれ，直線部はくり返し回数が増すにつれて増大し，ついに全域が直線となる。直線部は弾性部，その上端の点は弾性限界とみられるから，くり返し回数を増すにつれ弾性限界は上昇

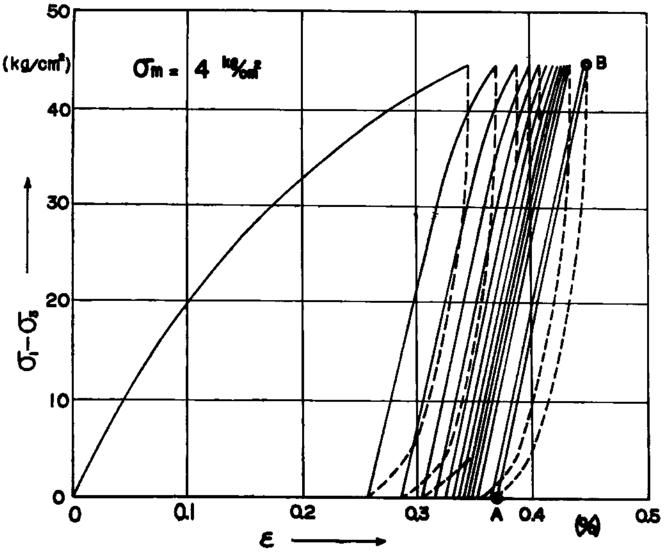

Fig. 2　Relation between axial strain and deviatoric stress under repetitional compression test with constant mean principal stress σ_m.

することとなる。また直線部は互いに平行であるから弾性係数は σ_m が一定ならば一定とみられる。一方減圧曲線は曲線をなすが，いずれも同形でほぼ平行である。以上のような実験結果を解析的に求めたものはまだないので，上述のような解の方針でこの特性を求めた。得られた結果は次のようである。

（1）砂に加える偏差応力が砂の弾性限界より小さいときの最大せん断ひずみ γ_e は次式のように求められた。

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_e=A_e\cdot W_e\cdot z\\ \text{ここに}\quad W_e=\dfrac{1}{4}\cos\dfrac{\theta+\delta}{2},\quad z=\dfrac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_m}\end{array}\right\}\cdots\cdots(1)$$

上式中，θ は mobilize しようとする個々の砂粒子相互の接触角が砂質土としての macro のせん断面となす角の平均値で，δ は粒子間の摩擦角である。前述したように $(\theta+\delta)$ は砂のせん断変形に対する抵抗をあらわし，したがって W は砂質土の粒子構造を評価する係数とみられる。ゆえに W を structural factor と名付けた。z は上式に示すような応力比であり，A_e は個々の砂粒子の mobilize した変位が砂質土全体のせん断変形に寄与する係数で，これを displacement factor と名付けた。砂が弾性状態にあるときは W_e（添字 e は弾性状態を示す）は常数である。(1) 式のように弾性状態の応力・ひずみは一次式の関係で示され，**Fig. 2** の結果とよく一致する。また応力比 z であらわした弾性限界を z_{el} と記す。

（2）$z>z_{el}$ のときは砂は塑性変形をなし，砂の粒子構造は変形とともに disintegrate する。弾性限界以上の砂の最大せん断ひずみを γ_p，応力比を z^*（ここに $z^*=z-z_{el}$）とすれば，砂が破壊するまでの間の塑性変形は次式のようになる。

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_p=A_p\cdot W_p\cdot z^*\\ \text{ここに}\quad W_p=W_e\cdot z_\infty^*/(z_\infty^*-z^*),\qquad A_p>A_e\end{array}\right\}\cdots\cdots(2)$$

上式中，A_p は塑性状態における displacement factor，$z_\infty^*(z_\infty^*=z_\infty-z_{el})$ は常数である。上記の応力―ひず

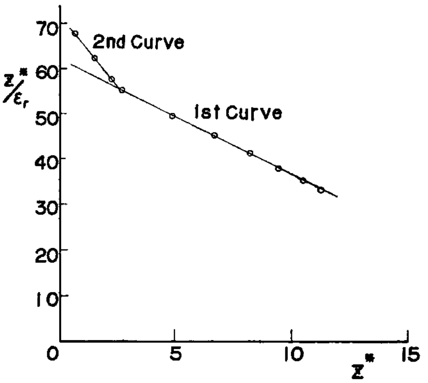

Fig. 3 Experimental Relationship of $z^*/\varepsilon - z^*$ constructed from the 1st and 2nd stress-strain curves at plastic state shown in Fig. 2.

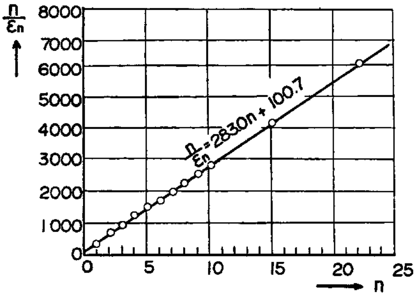

Fig. 4 Relationship of $n/\varepsilon_n - n$ constructed from Fig. 2.

み式は Kondner が 1963 年に実験的に求めた双曲線型表示とよく似た形となった。しかし Kondner の式と上式とは次の3点で全く異なるものである。すなわち, Kondner は応力として現実の偏差応力を用い, 応力—ひずみ曲線の原点には応力, ひずみのゼロの点を用い, 曲線の終局値を破壊値に等置しているが, これらに対し新らたに求めた式は応力の代わりに応力比を用い, 曲線の原点を弾性限界の点におき, 砂とくに締った砂の破壊局線は後述の考察より求めて Kondner とは別のものを用いていることである。(2) 式の検照のため **Fig. 2** の1回目および2回目の曲線部を (2) 式にならってプロットすれば **Fig. 3** の直線となり解の妥当性が認められる。

(3) 砂に一定の大きさの z の載荷と除荷をくりかえし与えると,除荷したとき砂に残留ひずみが生じる。n 回目のくり返し載荷ののちに残るひずみを γ_n とすれば

$$\gamma_n = A_p \frac{n}{a+b\cdot n} \quad (a, b: \text{常数}) \quad \cdots\cdots (3)$$

上式はかつて佐々木次郎 (1952) がローラー転圧の際の転圧回数と地表沈下量との間の関係として実験的に求めた式と同一である。ローラー転圧とくり返しせん断とではいくらか載荷機構が異なるが, この結果の一致は興味が深い。また (3) 式にならって **Fig. 2** の残留ひずみを整理すれば **Fig. 4** となりよい一致が示される。また z の載荷を n 回くり返したときの弾性限界 $z_{el\cdot n}$ は次式のように求められた。

$$z_{el\cdot n} = z - \frac{1}{K_1} \cdot \frac{b}{a+b\cdot n}$$

ここに K_1 は常数である。

(4) きわめてゆるい砂では z を与えると粒子構造の disintegration が始まるまでに compaction が発生する。このときの応力—ひずみ関係は次式のように求められたが, まだ実験との対比はしていない。

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= A_p \cdot W \cdot z \\ W &= (W_c - W_e) e^{-j\cdot z} + W_e \frac{z_\infty}{z_\infty - z} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4)$$

ここに $W_c(>W_e)$ は初期の structural factor, j は常数である。

(5) 砂の破壊に対しては,確率論の立場から破壊規準を求めた。すなわち砂は最終的には外力のエネルギーが外部仕事なしに全部砂のせん断に消費される状態で破壊するにいたるが, このときまでに粒子の mobilizeする確率が 1/2 に達する場合にはここで粒子構造に不平衡な disintegration が発生しつつ最終の破壊状態に移行する。このためゆるい砂はせん断応力の増加とともにひずみを増して破壊するが, 締った砂ではせん断

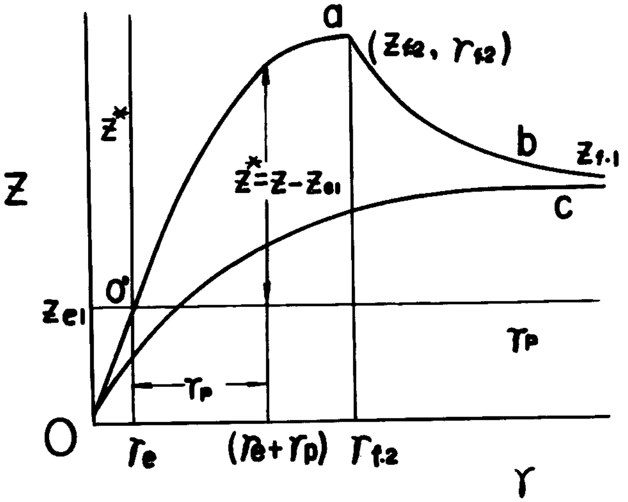

Fig. 5　Theoretical relationship between z and γ.

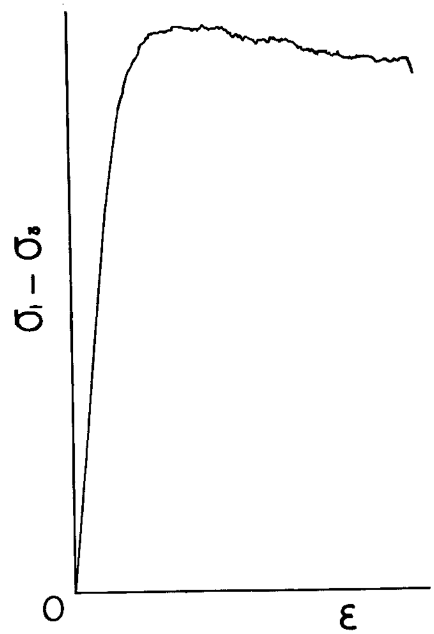

Fig. 6　Vibratory irregular shearing deformation appearing near and after the peak stress.

応力が極大点（この値を z_f と記す）に達した後強度を低下しつつ破壊に到る。後者の砂をひずみ制御の条件で圧縮試験をした場合の応力―ひずみ関係は，z_f におけるひずみを γ_f とすれば次式で示される（**Fig. 5** 参照）。

$$\gamma-\gamma_f=\frac{B}{z_\infty-z_f}\cdot\frac{z_f-z}{z_\infty-z}\quad (B:\text{常数}) \qquad (5)$$

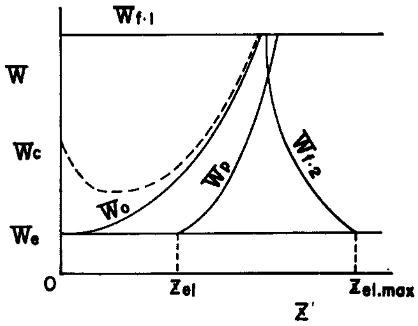

Fig. 7 Theoretical relationship between W and z.

また粒子構造の不平衡な disintegration の結果，応力の極大点付近より以後には不規則な振動の発生が理論上予想されるが，これを実験的に確めたところ **Fig. 6** のようにこれを裏付ける結果が得られた。

(6) 以上にのべた砂の応力―ひずみの各種様相は砂の粒子構造の変化すなわち structural factor W の変化で説明できる。**Fig. 7** は種々の初期構造の砂の $W-z$ 関係のチャートである。図中の $z_{el\cdot max}$ で示される砂は，この σ_m のもとで作り得られる最強の砂でその破壊はぜい性破壊に似た様相を示すことが予想される。

4. 粘土の構成式（静的な場合について）

(1) 粘土の粒子構造には粘弾性が存在するから，粘土粒子の変位には時間依存性があらわれる。そのため粘土骨格の応力―ひずみ関係もまた時間の影響をうけ，次式のように示される。

$$\gamma = A \cdot W \cdot z, \quad z = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_m + \sigma_b} \qquad \cdots\cdots (6)$$

上式中，σ_b は粘土粒子間の物理化学的作用に基因する応力，A, W はそれぞれ displacement factor および structural factor で一般には時間 t の関数である。平均有効主応力 σ_m も粘土では一般には時間的に変化する。

粘土骨格に与えられる外圧が粘土の弾性限界（上限降伏値）以下の場合は W は常数となる。$A(t)$ は粘土の粒子構造を simulate する generalized Voigt model の変位を normalize した特性に比例するもので，もしこの力学モデルの retardation spectrum が box type を示すときは，粘土骨格のクリープ特性はさきに提案した粘性係数と2つの弾性要素ならびに1つの塑性要素をもつ四要素の力学モデル（柴田・村山モデル）に z を載荷させたときのクリープ特性とまったく同一になり，そのクリープ特性は σ_m がほぼ一定であれば線型クリープを示す。ゆえにさきの四要素力学モデルは粘土骨格の一般的な力学モデルの中の一つの特殊な場合となるが，実験上このモデルで示される粘土はかなり多いようである。

(2) 粘土骨格にも2つの限界応力が存在し，一つは z_{el} であり，他の一つは $z_f(z_f > z_{el})$ である。$z > z_{el}$ の応力比のもとでは，box-type の spectrum をもつ粘土骨格においても非線型クリープが発生するが，載荷した z が，$z_f > z > z_{el}$ の場合には，クリープ特性は一応非線型にはなるが，クリープは途中で停止してクリープ破壊は生じない。一方 $z > z_f$ のような大きな z を与えると，非線型クリープを生じつつ，ついに粘土はクリープ破壊を生ずるに至る。

(3) 正規圧密粘土は以前に受けた応力履歴が単純であるから構成粒子の力学特性が応力，ひずみなどの挙動に単純にあらわれてくるはずである。しかしクリープ試験などのように偏差応力 σ_d を与えるとダイラタンシーのためせん断にともなって間げき水圧 u が発生するため，粘土全体に加えられる平均主応力（全応力の意）が不変であっても有効主応力は時間的に変動する。また先行圧密応力 σ_c の異なる場合には，クリープ特性には σ_c の相異の影響があらわれて直ちに粘土骨格の構成式を比較することは困難である。故に間げき水圧や先行圧密応力の影響を除去することができれば粘土骨格の特性を直接みることができる。

もし粘土骨格の retardation time spectrum が box type であるとすれば，粘土骨格の creep compliance $J(\ln\tau)$（ここに $J(\ln\tau) = \ln[(d\gamma/dt)/\sigma_d]$）は次式のように解析された。

$$\ln\left(\frac{d\gamma}{dt}/\sigma_d\right) = B^* - \ln(\sigma_{m0} + \sigma_{b0}) - \ln t - a_s \cdot \Delta\sigma_m - a_c \cdot \Delta\sigma_c \qquad \cdots\cdots (7)$$

ここに，σ_{m0}, σ_{b0} はそれぞれ σ_m, σ_b の標準状態の値でともに常数，B^*, a_s, a_c はレオロジー的な常数，$\Delta\sigma_m$, $\Delta\sigma_c$ は平均有効主応力および先行圧密応力の標準値よりの差である。故にもし粘土骨格の retardation time spectrum が box type であれば，実験結果から求められた creep compliance — retardation time 関係図（両対数表示）を time 軸にそって $(a_s \cdot \Delta\sigma_m + a_c \cdot \Delta\sigma_c)$ だけ原点の方向に shift させれば，すべてのプロットは一直線上にのり，その直線は水平軸と 45° をなす右下りの直線となるはずである。この実証のため各種の先行圧密応力をもつ粘土を種々の大きさの偏差応力のもとでクリープさせたときの実測値 (**Fig. 8**) に上記のような shift 操作を行なった結果は **Fig. 9** のようになり，粘土骨格の構成関係が一元化されるとともにこの解析の妥当性が示される。

（4） 以上は粘土に弾性限度内の偏差応力を与えたときの特性であったが，弾性限界よりさらに大きい z_f を超す応力 σ を与えると，粘土の弾性は次第に破壊されついに粘土自体が破壊にいたる。このような場合のひずみ—時間の関係は **Fig. 10** のようにひずみの進行は減速過程，等速過程ついで加速過程を経て破壊にいたるが，加える応力が大きいほど破壊にいたる時間 t_f は短かくなる。このような σ と t_f の関係は σ がかなり大きく弾性限界にあまり近くない場合では次のようになる。

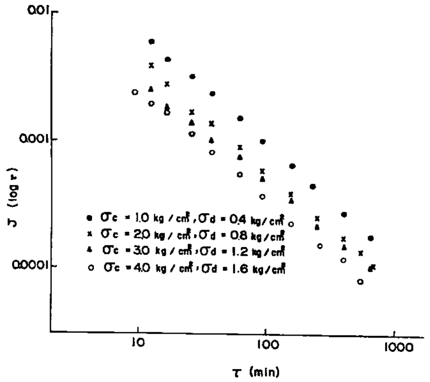

Fig. 8 Creep compliance-retardation time relationship obtained by experiments with clay samples whose over-consolidation stresses and applied deviatoric stresses are different.

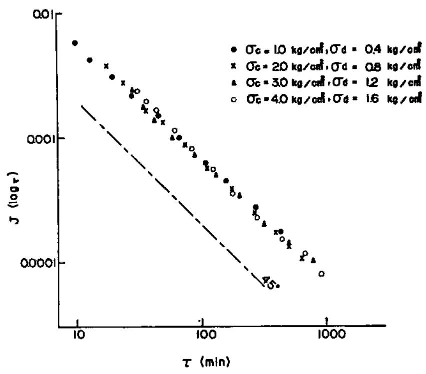

Fig. 9 Shifted relationship of plots in Fig. 8 by the amount of $(a_s \cdot \Delta\sigma_m + a_c \cdot \Delta\sigma_c)$.

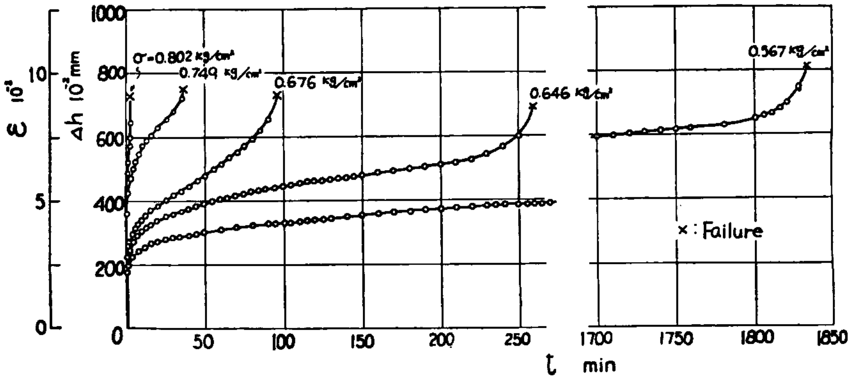

Fig. 10 Characteristic curves of flow failure under various deviatoric stresses.

$$\ln t_f = \ln\left\{\frac{1}{A_2}\exp\left(\frac{E_0}{\kappa T}\right)\right\} - \frac{\sigma}{B_2 \cdot N_{b0}} \quad \cdots\cdots (8)$$

ここに κ はボルツマン常数，T は絶対温度，E_0 は吸着水の活性化エネルギー，A_2, B_2, N_{b0} は粘土粒子構造に関するレオロジー常数，これによって粘土の破壊時間が予知できる。斉藤迪孝は等速過程のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_s$ が $\log t_f$ と次式のように一義的関係があることを実験的に見出して地すべりの崩壊予知を行なっている。

$$\log t_f = C - \mathrm{m}\log\dot{\varepsilon}_s \qquad (C, m: 常数)$$

(5) 粘土骨格が破壊しないときの応力緩和特性も 4. (1) の構成関係を変換して求められる。

5. 粘土の構成式 (動的な場合と温度について)

(1) 粘土の動的特性は外部から加える振動応力が粘土の粒子構造を破壊しない程度の大きさのときでも動的弾性係数は外力の振動数や圧力振幅に影響される。このような関係を 4. (1) に述べた粘土の構成関係より誘導し，振動三軸試験による実験と対比してよい一致をみた。すなわち 4. (1) で述べた generalized Voigt model を緩和系に変換して考察し，かつその relaxation time spectrum が box-type であるとすれば，圧力振幅一定，振動数変化の振動外力をうけたときの粘土の複素弾性率 $G^*(i\omega)$ (ここに ω: 角速度) は

$$\left.\begin{aligned} &G^*(i\omega) = G_1(\omega) + iG_2(\omega) \\ &G_1(\omega) \doteqdot G_e + H_0(\ln\omega + \ln\tau_u) \\ &G_2(\omega) \doteqdot H_0\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\omega\tau_u}\right) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (9)$$

ここに $G_1(\omega)$: 複素弾性率における動弾性係数，$G_2(\omega)$: その動的損失率，G_e: 平衡弾性率，H_0:box-type の relaxation spectrum の確率，τ_u: 最大の relaxation time である。H_0 および τ_u が角速度 ω に依存しない場合には $G_1(\omega)$ は ω の対数に対して直線的な関係があり，$G_2(\omega)$ は τ_u の値にもよるが，角速度に関し漸増するか，さほど依存しないかである。非排水状態での振動三軸試験の結果は **Fig. 11** のようであった。

また振動数一定の振動 (11cps) で圧力振幅をかえた振動実験による粘土の応力・ひずみは **Fig. 12** のようである。ひずみの最大振幅 ε_{am} と z (ただし $z=(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$) との関係は (2) 式で求められたように整理してプロットすると **Fig. 13** のような双曲線表示に従うことが認められる。

(2) 粘土に降伏応力以上の最大圧力振幅をもつ振動荷重を与えると疲労破壊が生じ，また動態時のせん断強度が減少する。最大圧力振幅 σ を与えたとき，粘土が破壊するまでの時間 t_{fd} は次式のように求められた。

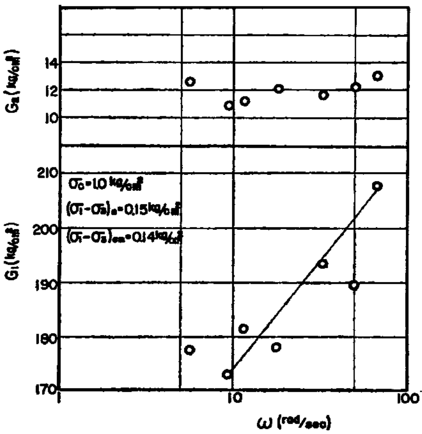

Fig. 11 Experimental relationships of $G_1-\omega$ and $G_2-\omega$.

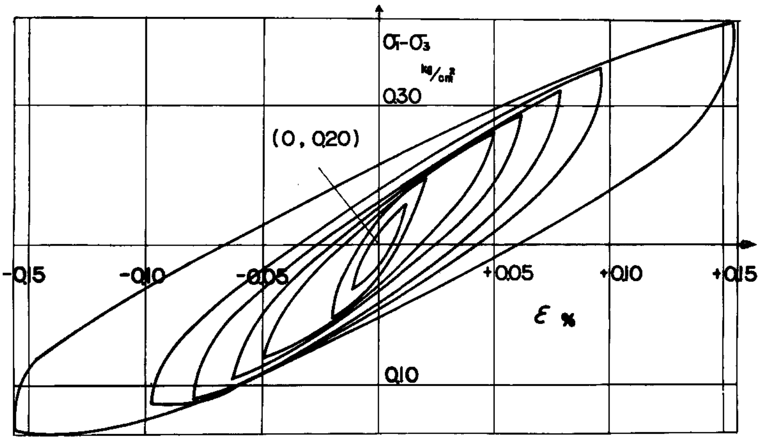

Fig. 12　Stress-strain relations of clays at various stress amplitudes and fixed frequency obtained by undrained dynamic triaxial compression tests.

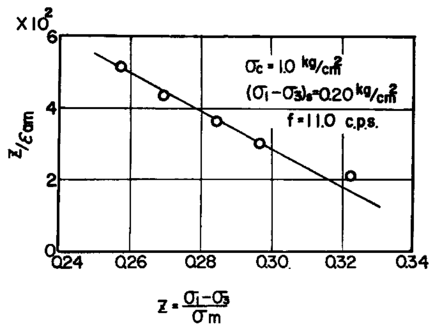

Fig. 13　Experimental relationship of $z/\varepsilon_{am}-z$ constructed from Fig. 12.

$$\ln t_{fd}=\ln\left\{\frac{1}{A_3}\left[\exp\left(\frac{E_0}{\kappa T}\right)\right]\left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^K\right\}-\frac{\sigma}{B_3N_{b0}} \quad \cdots\cdots(10)$$

ここに α は粘土の振動加速度，α_0 は基準振動加速度，K, A_3 および B_3 は常数である。これより分ることは α が α_0 より大きくなると粘土粒子を団結する吸着水の活性化エネルギー障壁がみかけ上 α の影響をうけて静的な状態にあるときよりその $(\alpha_0/\alpha)^K$ 倍に弱化したようになり，破壊時期が一層はやくなることである。

この関係は粘土に加えられる起振力が一定であっても，振動数が多くなり，加速度が増加すると破壊所要時間は加速度の対数に比例して減少することを示すものである。これに対する実験結果は **Fig. 14** のようである。また一定破壊時間をもつ振動力をその粘土の動態時強度と称することとすれば，粘土の動態時強度は振動加速度の対数に比例して減少する。この関係は実験により **Fig. 15** となった。また振動の周期を τ，破壊にいたるまでに加えた振動数を n_f とすれば $t_{fd}=n_f\cdot\tau$ であるから一定の振動応力 σ_{max} を加えたときの疲労破壊にいたるまでの反復回数 n_f と σ_{max} との関係は (10) 式により $\sigma_{max}-\log n_f$ が直線関係で示され，これを裏づける疲労破壊実験の結果は **Fig. 16** となった。

（3） 粘土は粘弾性特性をもつからその温度依存性は粘土の粘性と弾性に分けてそれぞれの温度依存性を考察する必要がある。

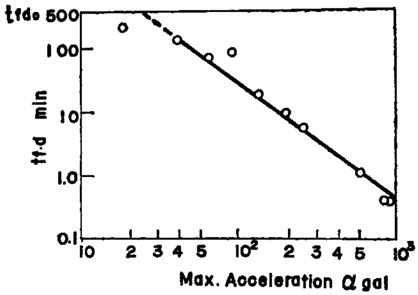

Fig. 14　Relationship between time to dynamic failure t_{fd} and maximum acceleration for the tests performed under increasing frequency at constant vibratory force.

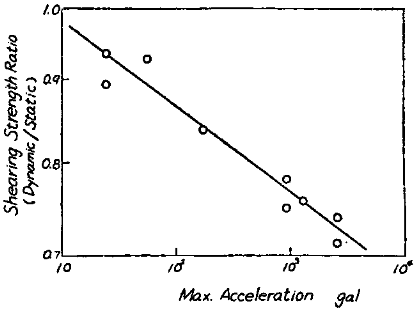

Fig. 15　Relationship between shearing strength ratio of strength under oscillating load of constant maximum stress intensity to strength under static load of the same maximum intensity.

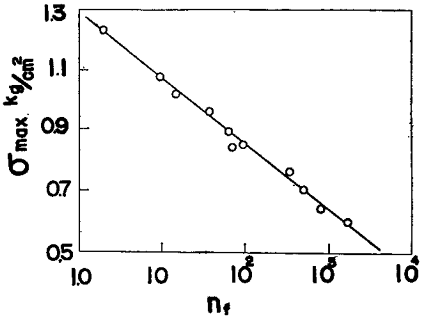

Fig. 16　Relationship between maximum value of applied cyclic stress and number of cycles required to produce fatigue failure in a clay sample.

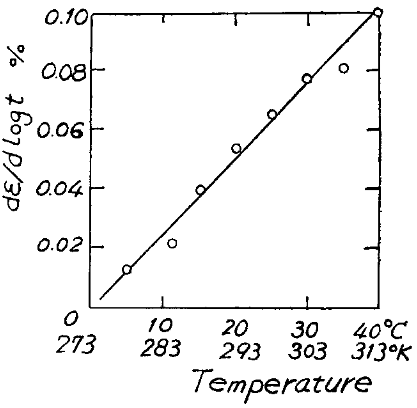

Fig. 17　Thermal effect on the rate of flow $d\varepsilon/d\log t$.

粘性に対する温度依存性は吸着水の示す構造粘性の解明から誘導され，クリープ現象によってこの粘性の温度依存性が顕著に示される。一定応力 σ のもとでのクリープひずみの時間の対数に対する rate $(d\varepsilon/d\log t)$ と絶対温度 $(T°K)$ に対する関係は次式となる。

$$\frac{d\varepsilon}{d\log t}=\frac{\sigma-\sigma_0}{B_{20}\cdot E_2}T$$

ここに σ_0, B_{20} は常数，E_2 は四要素モデルにおける変形 - Voigt モデルにある弾性要素の弾性係数。実際には水は 0°C 付近で氷結して水の微視的構造が変化するので吸着水の液状部だけをみれば上式は

$$\frac{d\varepsilon}{d\log t}\doteqdot(\mathrm{const})\cdot(\sigma-\sigma_0)\cdot(T-T_i) \quad \cdots\cdots(11)$$

で示されると考えられる。**Fig. 17** は粘土のクリープ速度と温度の関係を実験的に求めたもので (11) 式の関係をよくあらわしているといえよう。

粘土の弾性の温度依存性は物理化学的に発生する粘土粒子の粒子間力の温度依存性から誘導される。すなわち粘土の瞬間弾性率 G_∞ は

$$G_\infty=G_e+CH_0\frac{E_{0u}-E_{0L}}{\kappa T} \quad \cdots\cdots(12)$$

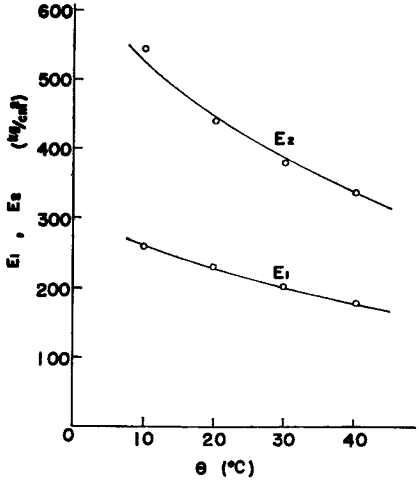

Fig. 18　Relationship between elastic moduli of mechanical model and temperature.

ここに C: 比例常数, E_{0u}, E_{0L} はそれぞれ粒子を拘束する活性化エネルギー障壁の最大，最小のものの値である。これよりみれば粘土の弾性率 $(G_\infty-G_e)$ （これは四要素モデルでは直列におかれた単独の弾性要素 E_1 に対応する）は T (°K) の増加につれて双曲線的に減少する。また粘土の微視的構造からみて $E_2(G_e$ はE_1 と E_2 を直列においた合成弾性係数に対応する）も E_1 と同一の傾向を示すことが推定できる。これらの関係に対して一方粘土の実験より求めた結果は Fig. 18 のようになり，上述の傾向がみられる。

6. む す び

土の構成式は土に加える外作用とその応答の関係を示すもので，土の物質構成からひき出される土の材料特性式といえよう。従来土質力学では土の応力・ひずみ関係についてはあまりふれず主に破壊強度から求めた塑性つり合いを論拠とした体系で処理されることが多かったが，土質力学をさらに完全な形の力学体系に近づけるには，広い応力範囲における応力・ひずみ・時間の関係や場合によっては温度依存性をも含めた構成式を導入することが必要である。もし適正な構成式が求められれば，それを地盤の構造系に適用して現地地盤の応力・ひずみ解析，破壊の予知，耐震性など工学方面への寄与を高めるだけでなく，土の内部構造や物性の探求という理学的な目的にも貢献することができるであろう。このため土の構成式を解析的に解明しようとする気運が最近みられるようになったが，まだ広い応力・ひずみの範囲にわたって具体的に求められたものはほとんどないとみてよいかと思われる。

ここではこのような必要性から，偏差応力をうけた土の構成式を土の微視的な粒子構造を考慮して若干求めたのでその結果を概括した。他の材料分野では分子のオーダーの粒子を考慮してその材料特性を物性論的に求めた例は多いが，土のように構成粒子が colloid 級のものから砂れきのようにかなり大きいものまで広範囲に含まれている複雑な物質構成の粉粒体については今迄扱われたような物性論と異なった取扱いが必要と思われる。このため砂のような内部摩擦をもつ plastic な random assembly に対しては粒子接触角と粒子間力の傾斜角の確率的分布を考えて統計的に処理して粒子の mobilize する probability から応力，ひずみ関係を誘導し，また粘土のような visco-elastico-plastic な粒子の random assembly に対しては，砂の扱いのほかに物理化学的な粒子間力をそれと等価な拘束圧 σ_b におきかえ，また visco-elastic な影響だけを抽出して求めた generalized Voigt model（または generalize Maxwell model）の導入を加えて解析するようにはかった。このようにして土を砂，粘土の別なく両者を一つにして統一的な考え方で解くことができた。

1のはしがきにおいて構成式は電気機器にたとえれば，その内部配線できまる入出力特性に似ていると述べたが，このような見方からみた土の内部配線の主要な部品としては structural factor と retardation (or relaxation) time spectrum が挙げられるようで，またこの配線を動かす外力は偏差応力自体でなく，これと有効主応力に対する応力比にあるようにみとめられた。

今回総括講演のもとめに応え，今まで行なってきた研究の中から次記の文献を引用してその概要を述べたが，土の構成式としてはまだ不十分な点もありさらに補足した上まとめて発表したいと考えている。この概要のうち，rate process 関係の部分には柴田教授との共著文献を，relaxation system 関係の部分には関口氏との共著文献を引用させて頂き，両氏から受けた協力に対し，また本研究に関する実験等について協力して頂いた研究室の諸氏に対しここに深く謝意を表する次第である。

参　考　文　献

A. 砂の構成式について

1) Murayama, S.: A Theoretical Consideration on a Behavior of Sand, Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mech., Grenoble, 1964, Springer-Verlag, 1966, pp. 146-157.
2) Murayama, S.: Mechanical Behavior of Soils under Shearing Stress (In the case of cohesionless Soil), Bull. of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 18, No. 140, 1968, pp. 97-109, and Its Revision in the Bulletin, Vol. 19, 1970, pp. 59-62.
3) Murayama, S.: Stress-Strain-Time Behavior of Soils Subjected to Deviatoric Stress, Proc. of 7th Int. Conf. Soil Mech. and Foundation Eng., Vol. I, 1969, pp. 297-305.

B. 粘土の構成式について

4) Murayama, S. and T. Shibata: On the Rheological Characters of Clays, Bull. of Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., No. 26, 1958, pp. 1-43.
5) Murayama, S. and T. Shibata: Flow and Stress Relaxation of Clays, Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mech., Grenoble, 1964, Springer-Verlag, 1966, pp. 99-129.
6) Ditto 3)
7) Murayama, S.: Comment on the Stress-Strain-Time Behavior of Soils, Proc. of 7 th Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., Vol. III, 1969, pp. 179-181.
8) Murayama, S. and T. Shibata: On the Dynamic Properties of Clay, Proc. of 2 nd World Conf. on Earthquake Eng., Vol. 1, 1960, pp. 297-310.
9) Murayama, S.: Dynamic Behavior of Clays, Proc. of Fifth Int. Congress on Rheology, 1968, Vol. 2, 1970, pp. 541-558.
10) Murayama, S.: Effect of Temperature on Elasticity of Clays, Proc. of Int. Symp. on Effects of Temperature and Heat on Engineering Behavior of Soils, 48 Annual Meetings of H. R. B., Jan., 1969, Washington D. C., 1969, pp. 194-203.
11) 村山朔郎・関口秀雄：粘土の動的弾性係数に関する理論的考察，京都大学防災研究所年報，第13号B，昭45. 3, pp. 543-552.

なお上記発表に対する紹介と批評を寄せられた文献の一部は次のようである．

1) Mitchell, J.K.: Shearing Resistance of Soils as a Rate Process, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. SM-1 Jan., 1964, p. 32.
2) Radenkovic, D.: Rapport Général Relatif à la 1e et à la 2e Sous-Section, Proc. of IUTAM Symp. on Rheology and Soil Mech., Grenoble, 1964, pp. 251-255.
3) Biarez, J.: Rapport Général Relatif à la 3e Sous-Section, Ditto 2), pp. 413-415.
4) Suklje, L.: Rheological Aspects of Soil Mech., Wiley-Interscience, 1969, pp. 263-267.
5) Scott, R. F.: Principle of Soil Mechanics, Addison Wesley, 1963, p. 260.

6) Mitchell, J.K.: Temperature Effects on the Engineering Properties and Behavior of Soils, Proc. of Int. Symp. on Effects of Temp. and Heat on Engineering. Behavior of Soils, 1969, Washington D. C., 1969, pp. 15-21.

7) Scott, R. and H. Ko: Stress-Deformation and Strength Characteristics, Proc. of 7 th Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., State of the Art Volume, 1969, pp. 1-47.

8) Scott, R.: Stress-Deformation and Strength Characteristics, Including Time Effects, Proc. of 7 th Int. Conf. on S. M. F. E., Vol. III, 1969, p. 116.