

浮遊砂に関する研究(1)

— 河床付近の濃度 —

芦田 和男・道上 正規

STUDY ON THE SUSPENDED SEDIMENT (1)

— Concentration of the Suspended Sediment near the Bed Surface —

By *Kazuo* ASHIDA and *Masanori* MICHIEU

Synopsis

In this paper, the distribution of size frequency and the concentration near the bed surface of suspended sediment were investigated experimentally and theoretically. It was confirmed from the consideration of the distribution of size frequency of suspended sediment that the equation proposed by Rouse which expresses the vertical distribution of concentration of suspended sediment can be adapted for one of graded sediment.

An equation for the expression of distribution of size frequency of suspended sediment in a vertical direction was introduced and it was found that it is in agreement with the experimental results. Moreover, an equation for the expression of concentration of suspended sediment near the bed surface was obtained on the basis of the consideration of the particle motion in a turbulent flow. This obtained equation can yield the concentration on the condition of maximum transportation capacity in a turbulent flow.

1. 緒 言

沖積河川の諸問題を取り扱う場合に、どうしても考えなければならないものの一つとして、流送土砂量の問題がある。従来、流送土砂量を把握するために、流送土砂の運動学的相違によって、掃流砂と浮遊砂に分けられ、それぞれの分野においてその運動機構の解明の努力がなされてきた。ここでは、浮遊砂に関する2, 3の問題について議論を試みる。

細砂の浮遊現象は水流の乱れによる拡散現象であるとして、濃度分布の基礎方程式が導びかれている。濃度が定常でしかも鉛直方向のみの関数で表わされる場合の流水中の浮遊砂の濃度分布に関する基礎方程式は、次式のように表わされる。

$$\varepsilon_s dc/dz + w_0 c = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ε_s : 土砂拡散係数、 c : 浮遊砂の濃度、 z : 河床面からの高さ、 w_0 : 浮遊砂の沈降速度、である。(1)式を解くことは適当な土砂拡散係数を与えることによって、容易にできるが、しかしながら(1)式が実用的な意味を持つには、河床付近の基準濃度が水理量の関数として既知でなければならない。このような基準濃度と水理量の関係を明らかにするために、Lane と Kalinske¹⁾ は基準高さを河床面にとって、ある粒径の砂粒の河床面から浮き上がる量は、その粒径の河床において占める割合、その砂粒を浮上させることができる鉛直成分の乱れの大きさおよび砂粒を浮上させることができる時間の相対的割合に比例するものと考えた。また一方、沈降する量は濃度と砂粒の沈降速度に比例するものとして、平衡状態における河床付

近の基準濃度を与える理論式を得ている。しかしながら、彼らが導びいた式と実河川からえられた資料との間には、かなり大きな差違が認められたので、それを修正して半経験式を導びいた。しかしながら、わが国における実河川の実測資料やまた実験値と Lane と Kalinske の式を比較してもあまり良い結果は得られていないようである^{2),3)}。

一方、Einstein は河床面付近の浮遊砂濃度は掃流砂濃度に接続するものと考え、基準濃度を河床面から2倍の粒径の高さの点における掃流砂濃度に等しいとしている⁴⁾。この彼の考え方は実用的に非常に便利であるが、浮遊砂としての砂粒の運動機構が考慮に入られていないので、いろいろな問題点が残されるであろう。志村は浮遊砂の存在によって乱れのスケールが第一義的に減少するとして、河床付近の最大輸送濃度を決定するパラメーターを導びいている⁵⁾。

これらの研究は、河床付近の流れの諸特性があまり明確になっていない現状においては貴重なものであり、またそれなりの実用的意味を持っているものと考えられる。著者らも河床付近の濃度およびその粒度分布について実験的検討を加えてきたが、この論文においては、浮遊砂の鉛直方向の粒度分布特性について実験的および理論的考察を行なうとともに、乱流中における粒子の運動特性を考慮に入れて、河床付近の基準濃度の考察を試み、実験結果と比較検討する。

2. 実験の概要

水路幅 50 cm, 長さ 20 m の循環式水路で、水と砂を数時間流した状態で流れが定常になっているのを確認したあとで、種々の測定を行なった。浮遊砂の採水は採水口が 2 mm × 30 mm の長方形断面の真ちゅう製パイプに、内径の 8 mm ビニールパイプをつないで、サイフォン方式によって行なわれた。浮遊砂の採水にさいして、採水速度と流水の速度とができるだけ等しくなるよう注意を払った。採水時間は10~1秒程度で、採水量は約 500 cc とした。実験用砂は珪砂7号を用い、その粒度分布は Fig. 1 または Fig. 2 の中に示している(河床砂)のようになっている。このよう実験方法は著者らが以前に行なった方法³⁾とまったく同じであるので、その詳細についてはここでは省略する。flat bed を対象とした今回の実験結果と著者らが以前に行なった実験結果、さらに田中が flat bed および antidune bed を対象にして得た実験結果を実験資料として用いた。

3. 浮遊砂の粒度分布

一樣砂の濃度分布式は定常でかつ鉛直方向にのみ変化する場合には、周知のように(1)式で表わされている。Rouse は土砂拡散係数が水流の渦動粘性係数に等しい、すなわち、 $\epsilon_s = \kappa u_* (1 - z/h)$ として、(1)式から一樣砂の濃度分布を求めている。混合砂についても、一樣砂と同様な取り扱いが可能なものとして、混合砂の各粒径ごとの濃度分布をつぎのように仮定する。

$$\frac{c_i}{c_{ai}} = \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $Z_i = w_i / \kappa u_*$

ここに、 c_i , c_{ai} : 河床から z の高さおよび基準点 a の高さにおける沈降速度 w_i の濃度、 h : 水深、 κ : カルマン定数、 u_* : まさつ速度、である。(2)式からも明らかなように、濃度分布は絶対濃度ではなくある基準高さの濃度との相対濃度であらわされる。一般に、この基準高さ a は河床に近接したところにとられているが、ここでもこの基準高さは河床近傍であると考えことにしよう。

(2)式の濃度分布形が混合砂の各粒径ごとの砂粒に適用しうことは、著者ら³⁾ および 吉川・福岡⁶⁾ によってほぼたしかめられている。いま、沈降速度 w_i の浮遊砂の粒度分布 $f(w_i)$ は、 $f(w_i) = c_i / \sum_i c_i$ で表わされるので、(2)式を用いて鉛直方向における浮遊砂の粒度分布を求めると次式のように書ける。

$$f_z(w_i) = \frac{c_{ai} \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}}{\sum_i c_{ai} \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

河床付近の基準高さ a における浮遊砂の粒度分布を $f_a(w_i)$ 、河床砂のそれを $f_b(w_i)$ であらわすことにしよう。著者らがいままでに実験を行なって得てきた結論によると、河床砂がすべて移動の状態におかれているような場合には、河床付近の浮遊砂の粒度分布と河床砂のそれはほとんど同じになっている。この場合、河床付近の高さ a は $0.05h \sim 0.1h$ 程度で、われわれの測定しようももっとも小さな値を対象とした。こうした実験結果にもとづいて、 $f_a(w_i) = f_b(w_i)$ と仮定すれば、浮遊限界以下の砂粒に対しても成立する一般的な粒度分布式はつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_i}{u_*} < \alpha; \quad f_z(w_i) &= \frac{f_b(w_i) \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}}{\sum_i f_b(w_i) \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^{Z_i}} \\ \frac{w_i}{u_*} \geq \alpha; \quad f_z(w_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 α は浮遊限界を表わす重要な値であるが、現状においてその正確な数値はわかっていない。いろいろな実験結果から判断すると、 $\alpha = 0.7 \sim 1$ 程度であると考えられる。

Fig. 1 は河床のすべての砂粒子に対して、 $w_i/u_* < \alpha$ が満足されるような状態の浮遊砂の粒度分布の実験結果の一例である。このような状態では、河床砂と河床付近の浮遊砂との粒度分布は良く一致しており、 $f_a(w_i) = f_b(w_i)$ の仮定が妥当であることを示している。さらに、(4) 式によって計算された値が図中に曲線で示されているが、これらの計算結果と実験値は比較的良く一致している。この図から鉛直方向の浮遊砂の粒度特性の変化の様子がわかる。河床からの距離の増加にともなって、浮遊砂の粒度はしだいに小さくなっており、モードの位置も河床砂のそれとはかなり相違している。また、モードの相対的割合は河床からの距離の増加とともに大きくなっており、粒度の均一化が生じている。

一方、すべての河床砂に対して、 $w_i/u_* < \alpha$ が成立しないような場合の結果が Fig. 2 に示されている。

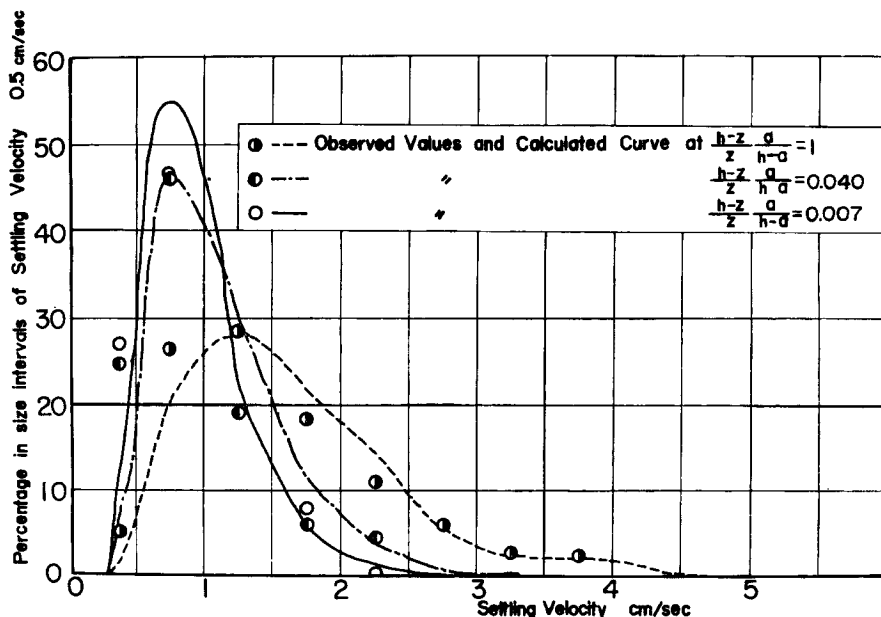


Fig. 1 Comparison between distribution of size frequency of suspended sediment and calculated results. (shear velocity; 5.84 cm/sec and water temperature; 20°C)

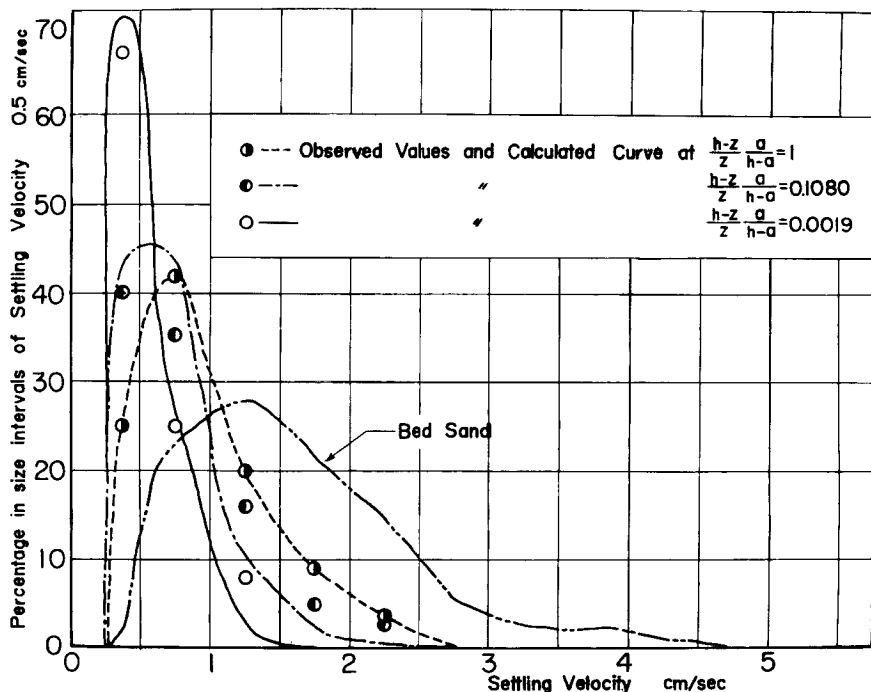


Fig. 2 Comparison between distribution of size frequency of suspended sediment and calculated results. (shear velocity; 3.94 cm/sec and water temperature; 20°C)

このような状態では、明らかに $f_a(w_i) \approx f_b(w_i)$ となって、実験結果も浮遊砂の粒度分布と河床砂のそれとの相違を示している。ここでは、浮遊限界を表示する α の値が重要な役割を演じ、混合砂の混合効果が顕著な形であられると思われるが、その正確な数値はまだわかっていない。このことを明らかにするために、浮遊限界近傍における実験データの集積とともに、流れの乱流構造と粒子運動との関連が検討されなければならないであろう。Fig. 2 から α の値を求めると 0.7 程度になるようであるが、現状では、 $\alpha = 0.7 \sim 1$ 程度と考える方がよいように思われる。したがって、ここでは、河床付近の浮遊砂の粒度分布を与えて、それより上方の粒度分布を(4)式によって計算した結果が Fig. 2 に示されている。実験値と計算値は比較的よく一致しており、浮遊砂の粒度分布の鉛直方向の変化は拡散現象によって表わされることが理解されよう。

以上の結果から、すべての河床砂が浮遊している状態にあるときには、混合砂に対しても、(2)式の濃度分布式が成立するものと考えられる。しかしながら、河床砂の中に浮遊限界以下の砂粒が存在する場合には、混合砂の特性と関連して浮遊限界の明確な把握が必要であり、そうした浮遊限界の値を用いて(2)式の適用を行えば、このような場合においても(2)式はほぼ成立するものと考えられる。

つぎに、浮遊砂の最大粒径 d_{90} と中央粒径 d_{50} に関する河床砂のそれとの比を示したものが Fig. 3 である。図中の(I)および(II)はそれぞれ Figs. 2 および 1 の実験と同一のものである。図の(I)においては、河床付近ですでに河床砂の粒径と浮遊砂の粒径は相当ことになっているが、(II)では河床付近の粒径と河床砂の粒径とは同じようであって、河床からの距離の増加とともに順次粒径が小さくなっており、当然のことながら、これらの関係は Figs. 1 および 2 にそれぞれよく対応している。

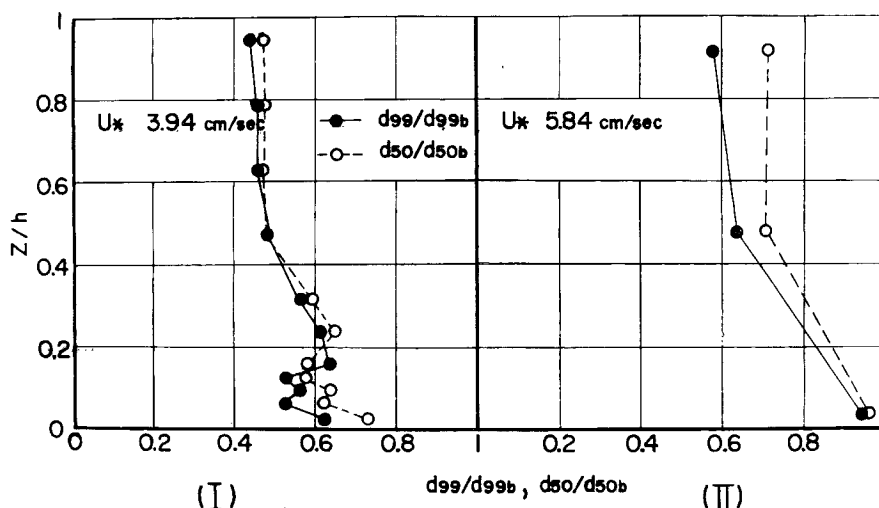


Fig. 3 Variations of maximum and median size of suspended sediment.

4. 乱流中の砂粒子の運動特性

乱流における粒子運動に関する興味は広範囲な分野でもたれており、たとえばつぎのような問題に関して、その研究が広く行なわれている；1. 乱流測定用のトレーサーとしての粒子の運動、2. 流体中の気泡の運動、3. 空気中における水滴の生成および運動、4. 流体中の質量輸送や熱拡散、5. 流水中における浮遊砂の運動。

乱流における微小な粒子の運動方程式は Tchen⁷⁾ によって展開され、その後 Tchen の理論における数学的不完全さを Corrsin と Lumley⁸⁾ によって修正されてきた。また、Friedlander⁹⁾ や Soo^{10), 11)} らによっても乱流中の粒子運動の特性が議論されている。とくに Friedlander は原点において静止している粒子の初期の分散を論じ、それが流体のそれとかなり相違していることを指摘している。Hinze¹²⁾ は Tchen の理論を用いて、乱流中の粒子運動の諸特性の吟味を行なった。

乱流における粒子の運動に関する Tchen が用いた主な仮定はつぎのようなものである。1. 乱流は一樣でかつ定常である。2. 粒子は球形で非常に小さく、Stokes の抵抗法則が用いられる。3. 粒子径は乱れの最小の渦径よりも小さい。4. 粒子の運動期間中は、同じ流体素分が粒子の近傍にある。こうした仮定を用いて、粒子の鉛直方向の運動方程式を記述するとつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d^3 \rho_s \frac{dw_p}{dt} = & 3\pi \mu d (w_f - w_p) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{6} d^3 \rho \left(\frac{dw_f}{dt} - \frac{dw_p}{dt} \right) \\ & + \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dw_f}{dt} - \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここに、 d ：粒子径、 ρ_s, ρ ：粒子および流体の密度、 μ ：粘性係数、 w_p, w_f ：粒子および流体の速度、 g ：重力加速度、である。

(5) 式は Tchen によって得られたものであるが、(5) 式の各項の意味はつぎのようである。左辺は粒子を加速するための力であり、右辺の第1項は Stokes の法則による粘性抵抗、第2項は仮想質量を加速するための力、第3項は圧力こう配によって生じる力、第4項は浮力である。さらに、(5) 式には Basset 項が付加されるが、ここでは簡単のために、この項は省略して考えることにする。

また、(5) が成立するには、Corrsin と Lumley や Hinze によって指摘されているように、つぎのような条件が存在しなければならない。

$$\frac{d^2}{\nu} \frac{\partial w_f}{\partial x} \ll 1, \quad \frac{w_p}{\nu} \frac{\partial w_f / \partial x}{\partial^2 w_f / \partial x^2} \gg 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

(6) 式の条件を検討するために、Kolmogoroff の最小の渦径 $\lambda = (\nu^4/\varepsilon)^{1/3}$ および $\varepsilon \sim U_L^3/L \sim u_*^3/h$ なる関係を用いることにする。ここに、 ν : 動粘性係数、 ε : エネルギー逸散率、 L, U_L : 最大の渦径および速度、である。したがって最小および最大の渦径の間には

$$\frac{L^2}{\lambda^2} \sim \left(\frac{U_L L}{\nu} \right)^{3/2} = Re_L^{3/2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

の関係が成立する。(7) 式の関係を用いて (6) 式を変形すると、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{\nu} \frac{\partial w_f}{\partial x} \sim \frac{d^2}{\nu} \frac{w_{fL}}{l} &< \frac{d^2}{\nu} \frac{\nu}{\lambda^2} \sim \left(\frac{d}{L} \right)^2 Re_L^{3/2} \sim \left(\frac{d}{h} \right)^2 \left(\frac{hu_*}{\nu} \right)^{3/2} < 1 \\ \frac{w_p}{\nu} \frac{\partial w_f / \partial x}{\partial^2 w_f / \partial x^2} &\sim \frac{w_p}{\nu} l \sim \frac{U_L l}{\nu} > \frac{U_L \lambda}{\nu} \sim Re_L^{1/4} \sim \left(\frac{hu_*}{\nu} \right)^{1/4} > 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6a)$$

ここに、 w_{fL} : l の大きさの流体塊の速度、 $w_p \sim U_L$ である。

したがって、(5) 式の時間のみに関する式が成立するには、(6a) の関係、すなわち粒子径が最小の渦径よりも小さくまたは水深にくらべて粒子径が十分小さく、かつ十分に乱流が発達していなければならない。われわれが対象としているような砂粒 $d \sim 0.01$ cm, 水深 $h = 4 \sim 7$ cm, $u_* = 4 \sim 7$ cm/sec に対してもこの条件が近似的に成立しているものとみなされる。

さて、(5) 式における浮力の項は省略して考えても、(5) 式が線型であるので一般性は失なわれないから、以後の取り扱いではこの項は省略して考えることにする。いま (5) 式の簡単化をはかると、つぎのようになる。

$$\frac{dw_p}{dt} = b \frac{dw_f}{dt} + a(w_f - w_p) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$a = \frac{36\mu}{(2\rho_s + \rho)d^2}, \quad b = \frac{3\rho}{2\rho_s + \rho}$$

w_f および w_p をフーリエ積分で表わし、それを (8) 式に代入して求められる流体と粒子のラグランジェ的スペクトルの関係を Hinze にならって記述するとつぎのようである。

$$\frac{E_{pL}(n)}{E_{fL}(n)} = \frac{a^2 + b^2(2\pi n)^2}{a^2 + (2\pi n)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 E_{pL}, E_{fL} : それぞれ粒子および流体のラグランジェ的スペクトル、 n : 振動数である。いま、流体のラグランジェ的相関係数を $R_{fL}(t) = \exp(-t/t_*)$ と仮定すると、スペクトル関数および粒子の速度変動の2乗平均はつぎのようになる。

$$E_{fL}(n) = 4w_f^2 \int_0^\infty R_{fL}(t) \cos 2\pi n t \, dt = 4w_f^2 t_* / \{1 + (2\pi n)^2 t_*^2\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$E_{pL}(n) = 4w_f^2 \frac{t_* \{a^2 + b^2(2\pi n)^2\}}{\{a^2 + (2\pi n)^2\} \{1 + (2\pi n)^2 t_*^2\}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$w_p^2 = \int_0^\infty E_{pL}(n) dn = w_f^2 \frac{at_* + b^2}{at_* + 1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 t_* : ラグランジェ的時間スケール、 $t_* \sim L/U_L \sim h/u_*$ である。砂粒に対しては $b^2 = 0.23$ であるから、(12) 式から粒子の速度変動の2乗平均は流体のそれよりも小さくなることがわかる。しかしながらわれわれが対象としているような砂粒では $at_* = 100 \sim 500$ 程度 (t_* は数秒程度、 $a = 100 \sim 500 \text{ sec}^{-1}$) であるので、

$$w_p^2 \approx w_f^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

と考えることができる。

さて、このような粒子の運動特性を底面付近にまで拡張できるものと仮定して、底面付近の砂粒子の運動について考えることにしよう。いま、河床にある砂粒は静止の状態から運動を開始すると考えられるので、初期条件として、

$$t=0; \quad w_p=0$$

を与え、この初期条件を満足する（８）式の解を求めると、つぎようになる。

$$w_p(t) = w_{ps}(t) - w_{ps}(0) \exp(-at) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $w_{ps}(t)$, w_{ps} ：定常状態における砂粒の速度である。各砂粒に関する速度変動の２乗平均をとると、

$$\overline{w_p^2(t)} = \overline{w_{ps}^2} \{1 - 2R_{pL}(t) \exp(-at) + \exp(-2at)\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここに、 $w_{ps}^2 = \overline{w_p(t)^2} = \overline{w_{ps}(0)^2}$ とおいている。 $a \gg 1/t_*$ であるので、 t の十分に小さいところでは $R_{pL}=1$ と考えると、（１５）式はつぎのように変形される。

$$\overline{w_p^2(t)} = \overline{w_{ps}^2} \{1 - 2 \exp(-at) + \exp(-2at)\} \quad \dots\dots\dots (15a)$$

砂粒が粒径の距離を沈降速度 w_0 で落下する時間を粒子の特性的時間として、 T_* であらわすことにする（ $T_* = d/w_0$ ）。このような時間における砂粒の速度変動の２乗平均と定常状態のそれとの比を（１５ａ）式から計算すると Fig. 4 のようになる。ここに、 $aT_* = 6/(2\rho_s + \rho) \cdot \{2(\rho_s - \rho)\mu g/w_0^3\}^{1/2}$ であらわしている。砂粒の沈降速度の増加にともなって、 T_* における砂粒の速度変動は定常状態のものと相違が顕著になっており、両者の相違が認められないのは、砂粒の沈降速度が 0.9 cm/sec 以下の砂粒についてである。著者らの実験砂の平均沈降速度は 1.5～2 cm/sec であるので、（１３）式と Fig. 4 から、

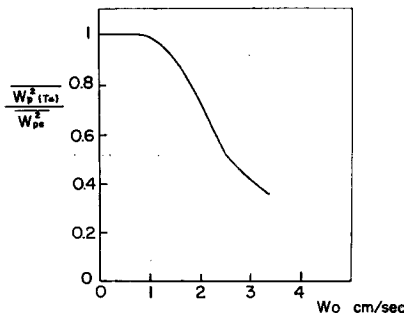


Fig. 4 Relation between $\overline{w_p(T_*)^2}/\overline{w_{ps}^2}$ and settling velocity w_0 for $\mu=0.01$.

$$\frac{\overline{w_p(T_*)^2}}{\overline{w_{ps}^2}} = \frac{\overline{w_p(T_*)^2}}{\overline{w_f^2}} = \beta^2 = 0.7$$

程度になるようである。また、沈降速度が 0.9 cm/sec 以下の砂粒はきわめて水流の乱れによく追随することを示している。

5. 河床付近の濃度

河床面上の砂粒は水流の乱れの作用によって水流の中に引きこまれ、浮遊砂としての運動をしているものと考えられる。したがって、河床付近の乱流構造とその乱れによる砂粒の運動機構が明らかにされること、河床付近の濃度を決定する場合にきわめて重要なことである。しかしながら、河床付近におけるそれらの測定および理論的な取り扱い是非常に困難であるので、ここではモデル的思考にもとづいて、この問題を考えることにする。

河床に存在する砂粒は重力によって河床面に接触しているの、乱れ的作用を選択的に感受して、河床面

から浮き上がる。河床は一様砂で構成されているとして、いま河床面から粒径の高さにおける砂粒の速度変動の分布が正規分布であると仮定してつぎのように表わされるものとしよう。

$$f(w_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{w_p}{\sigma_p}\right)^2\right\} \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 σ_p^2 は砂粒の速度変動の分散である。粒子の運動方程式の(5)式は線型であるので、重力の効果を考慮に入れた粒子の速度 w_{pg} は

$$w_{pg} = w_p - w_0 \dots\dots\dots(17)$$

であらわされる。したがって、粒径の高さの点から浮き上がる砂粒の平均速度は(16)および(17)式からつぎのように表わされる。

$$\overline{w_{pg}} = \frac{\int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) f(w_p) dw_p}{\int_{w_0}^{\infty} f(w_p) dw_p} \dots\dots\dots(18)$$

河床面から単位時間、単位面積あたり浮き上がる量 q_{su} は、単位面積あたりの砂粒の露出個数、1個の砂粒の質量、単位時間あたりの砂粒の浮き上がる個数および河床における浮き上がる粒子の相対的割合に比例する。すなわち、

$$q_{su} = K_1 N \cdot \frac{\pi}{6} d^3 \rho_s \frac{w_{pg}}{d} \int_{w_0}^{\infty} f(w_p) dw_p \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 N ：単位面積あたりの砂粒の露出個数で、 $N=1/(\pi/4) \cdot d^2$ 、 K_1 ：比例定数である。(16)および(18)式を(19)式に代入して、(19)式を書きかえるとつぎようになる。

$$q_{su} = \frac{2}{3} K_1 \rho_s \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{w_p}{\sigma_p}\right)^2\right\} dw_p \dots\dots\dots(19a)$$

一方、河床付近から河床に沈降する単位面積、単位時間あたりの砂粒の量は、河床付近の濃度を c_b であらわすと、

$$q_{sd} = c_b w_0 \rho_s \dots\dots\dots(20)$$

である。平衡状態では、河床面から浮遊する量と沈降する量はつり合わなければならないので、 $q_{su} = q_{sd}$ として c_b を求めると、つぎようになる。

$$c_b = K \frac{1}{w_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \int_{w_0}^{\infty} (w_p - w_0) \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{w_p}{\sigma_p}\right)^2\right\} dw_p \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 $K=2/3 \cdot K_1$ である。いま、

$$\xi = w_p / \sigma_p, \quad \xi_0 = w_0 / \sigma_p \dots\dots\dots(22)$$

とおけば、 c_b はつぎのように表わされる。

$$c_b = K [g(\xi_0) / \xi_0 - G(\xi_0)] \dots\dots\dots(23)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} g(\xi_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi_0^2\right) \\ G(\xi_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

(23)式において重要な役割をはたすパラメーター ξ_0 はつぎのように考えることができる。砂粒の浮き上がる基準面を砂粒の高さの点にとって考えているので、その点における砂粒の速度変動の標準偏差として、

$$\sigma_p = \sqrt{w_p(T_*)^2} \approx \beta \sqrt{w_f^2} \dots\dots\dots(25)$$

をとることとする。底面近傍における $\sqrt{w_f^2}$ は、Laufer や Klebanov¹³⁾ の平板上での実験値から求めると、 $0.9u_*$ 程度である。それゆえに、(25)式の標準偏差は $\sigma_p \approx 0.9\beta u_*$ となり、著者らの行なった実験

砂に対しては、 $\beta=0.83$ 程度になるので、 $\sigma_p \approx 3/4 u_*$ になるものと考えことにする。しかしながら、 β の値は粒径または沈降速度によって変化するけれども、それらが大きいところでは、正確な値はわからない。多分粒径の増加にともなって、 β は減少するものと思われる。

ここでは、 $\xi_0 = w_0/\sigma_p = (4/3)w_0/u_*$ および比例定数 $K=0.025$ として、(23) 式を計算した値が Fig. 5 の曲線に示されている。なお、図中には Lane と Kalinske の c_b を求める式も書かれている。著者らの実験値は河床付近の砂粒の平均粒径に対応する沈降速度であらわしている。Vanoni¹⁴⁾ の実験は固定床で砂が堆積しない程度における濃度分布の測定結果であるが、その中でまさつ速度が一定の状態のときは、最大濃度を示すような実験値を使用している。さらに、加藤ら¹⁵⁾ の実験データは著者らの使用するパラメーターに変換して図示している。

Lane と Kalinske の式から河床付近の濃度を計算した値は一般に実験値や日本の河川での実測結果に比較して少な目であるが、このことは Fig. 5 から明らかである。また、その差は数10倍程度であり、著者らの計算式は upper regime の河床を対象にしたので河床付近の濃度の最大輸送状態を表わしているようである。ここでの河床付近の高さは $0.05 \sim 0.1h$ 程度にとっている。河床粒度の効果や河床砂の混合効果によって、河床付近の濃度は減少することも予想されるので、そうした効果についても今後検討を加えなければならないと考えている。

6. 結 語

浮遊砂に関する粒度分布特性および河床付近の濃度を検討するために、実験的および理論的考察を行なつて、つぎのような結論を得た。浮遊砂の鉛直方向の粒度分布の考察から、Rouse によって提案された濃度分布式は混合砂の各粒径ごとの砂粒に対してもほぼ成立することが確認された。また、この Rouse の濃度分布式を用いて、浮遊砂の鉛直方向の粒度分布を表わす式を導びき、それは実験値とかなりよく一致することが明らかにされた。さらに、河床付近の浮遊砂の粒度分布は、河床砂が浮遊限界以上の砂粒からなっている場合には、河床砂の粒度分布と一致するが、一方河床砂に浮遊限界以下の砂粒が存在する場合には、混合砂としての特性があらわれるので、混合砂の浮遊限界に関する検討がなされなければならないことを指摘した。

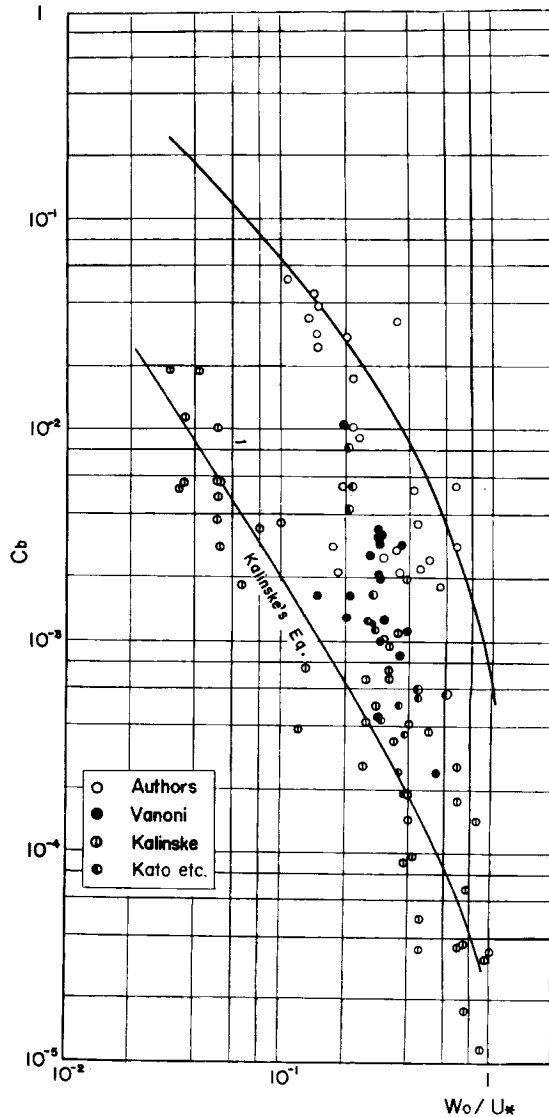


Fig. 5 Relationship between concentration of suspended sediment near the bed surface and w_0/u_* .

つぎに、乱流中において原点で粒子が静止している状態から出発して、時間の初期の状態における粒子の運動を理論的に考察し、このような粒子の運動特性を考慮に入れて、河床付近の濃度を求める式を導びいた。著者らが導びいた河床付近の濃度を表わす式は upper regime に属する河床粗度のものを対象にしたので、流水の最大輸送状態の濃度を表わしているものと考えられる。したがって、種々の河床粗度における河床付近の濃度を統一的に表わすには、河床粗度との関連において実験的ならびに理論的な検討が加えられなければならないであろうし、また河床砂の混合特性についても実験的な研究の集積が必要であるように思われる。さらに、実河川と実験水路では乱流構造の差違が予想されるので、実河川における浮遊砂に関する実測資料の集積がきわめて重要である。今後、著者らも上記のように問題に目を向けるとともに、浮遊砂に関する微視的な測定方法の開発に努めていきたいと考えている。

最後に、本研究を遂行するにあたって終始御指導いただいた矢野勝正教授に心から感謝の意を表するとともに、実験の協力をえた田中祐一朗氏ならびに図面の作製などで助力いただいた吉田義則氏に深謝する。

参 考 文 献

- 1) Lane, E. W. and A. A. Kalinske: The relation of suspended to bed material in river, Trans., A. G. U., 1939, pp. 637~640.
- 2) 吉川秀夫: 浮遊流砂量に関する二、三の考察, 土木研究報告, 第83号, 昭27.
- 3) 芦田和男・道上正規: 浮遊砂量に関する実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第10号B, 昭42, pp. 63~79.
- 4) Einstein, H. A.: The bed-load function for sediment transportation in open channel flow, U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull. No. 1025, 1950, pp. 1~71.
- 5) Shimura, H.: The effect of density gradient to turbulence and the limit of diffusion rate, Bull., the Yamagata Univ., Agr. Sci. Vol. 3, No. 1, 1959 pp. 107~116.
- 6) Kikkawa, H. and S. Fukuoka: Hydraulic roles of wash load, Trans., JSCE, No. 155, 1968, pp. 42~51.
- 7) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, 1959, pp. 353~354.
- 8) Corsin, S. and J. Lumley: On the equation of motion for a particle in turbulent fluid, Appl. Sci. Res., Sec. A, Vol. 6, 1956, pp. 114~116.
- 9) Friedlander, S. K.: Behavior of suspended particles in a turbulent fluid, Joul., A. I. Ch. E., Vol. 3, No. 3, 1957, pp. 381~385.
- 10) Soo, S. L.: Statistical properties of momentum transfer in two phase flow, Chemical Engineering Sci., Vol. 5, No. 2, 1956, pp. 57~66.
- 11) Soo, S. L.: Fluid dynamics of multiphase systems, Blaisdell Publishing Company, 1967, pp. 31~42.
- 12) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, 1959, pp. 353~361.
- 13) Monin, A. S. and A. M. Yaglom: Statistical hydromechanics, 4th Printing, 1968, p. 209.
- 14) Vanoni, V. A.: Transportation of suspended sediment by water, Trans., ASCE, No. 2267, 1946, pp. 67~102.
- 15) 加藤正進ら: 浮流砂に関する研究, 土木学会第24回年次学術講演会講演集, 第2部, 昭44, pp. 223~226.