

河床変動に関する研究

——下流端水位低下による河床変動——

芦 田 和 男

STUDY ON RIVER BED VARIATION

——Due to the water level drop at the downstream end——

By *Kazuo* ASHIDA

Synopsis

In this paper the author studied theoretically and experimentally the sediment bed variation under the boundary condition of the water level drop at the downstream end. The influence of the boundary condition on the bed variation can be expressed by the diffusion equation in the case of quasi uniform flow. It was confirmed by the comparison between each term in the equation of motion for the experimental data that the quasi uniform flow generally took place in the case of bed variation due to the water drop in uniform channels.

The bed at the downstream end after the water level drop falls rapidly to the elevation so the depth almost equals to the normal depth. By using the diffusion equation and the above boundary condition the analytical solution for the bed variation was obtained.

The comparison between the theoretical curve and the experimental data shows fairly good agreement.

1. 緒 論

河床変動の問題は、河川工学上の重要な課題として近年非常に注目をあびており、変動を予知する計算もかなり一般的に行なわれるようになってきた。その方法は与えられた境界条件のもとに、水流の運動方程式、流砂量式および流砂の連続式を連立に解いて、河床高を時間および場所の関数として求めるものであるが、現在電子計算機による計算技術の向上により、かなり複雑な境界条件のもとでの河床変動の計算が可能になってきた。しかし計算結果は、境界条件の他に河道のモデル化の適、不適、計算誤差などいろいろな影響を受けるもので、計算結果の解釈については相当慎重でなければならない。この場合境界条件の影響だけを抽出することは非常に困難である。そこで近似的な取り扱いではあっても河床変動の解析解を求め、これによって境界条件の影響を明確に把握することが、非常に重要になってくる。こうしたことは複雑な場合の計算結果を解釈する場合にも参考になる点が多い。

たまたま、建設省から琵琶湖の開発によって湖面水位が低下した場合、流入河川の河床はどのように変化するかという問題が著者に提起された。そこでこのような境界条件を対象として、河床変動の解析解を求め、実験によってその適用性を検討することにする。

2. 河床変動の機構に関する基礎的実験

(1) 実験装置と実験方法

実験装置は Fig. 1 に示すように、長さ 20 m、幅 0.8 m、高さ 0.6 m のコンクリート製直線水路の下流端に 4.5 m×6 m のプールを設置したものを使用した。水路底には約 25 cm 厚の実験用砂を敷き、所定のこう配に整形した。

実験用砂は、粒度混合の効果がよく現われることを意図して、平均粒径 0.6 mm と 1.2 mm のものを 2:1 に混合したものを使用した。粒径加積曲線は Fig. 2 に示すとおりであり、平均粒径は 1.0 mm である。

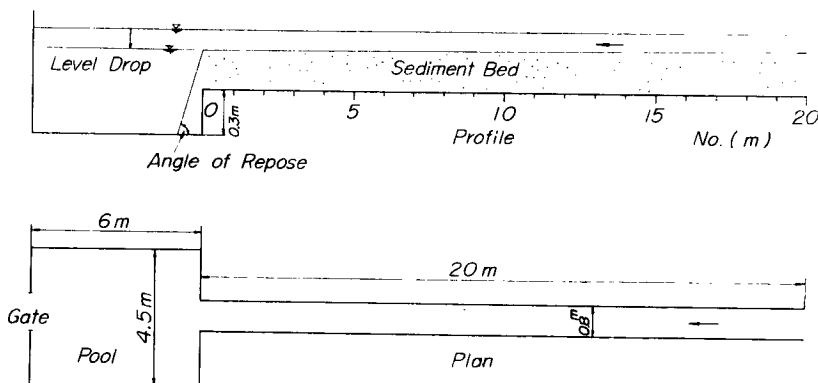


Fig. 1 Experimental flume.

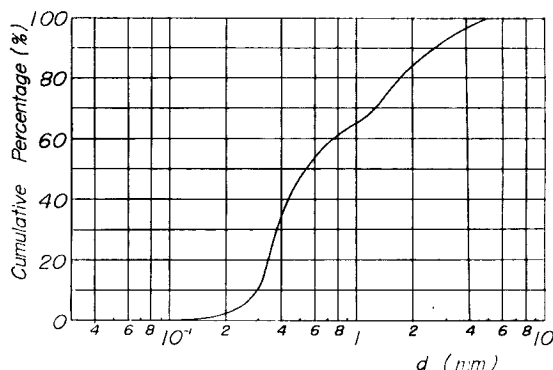


Fig. 2 Grain-size cumulative curve of the used sediment.

実験は、一定流量のもとで、等流状態がえられるようにプールの水位を調節し、一定時間通水し、水位、河床高を測定した後、プールの水位を所定量だけ低下させて、これによる河床低下量の時間的变化、水位および河床低下量の時間的变化、河床砂の粒度構成の変化を測定した。実験の種類は Table 1 のとおりである。

A～Eは、等流状態ではほぼ限界掃流力の状態になるようにして行なった実験である。これは下流端の水位低下のみによって河床変動をおこさせて、その影響を抽出しやすくしようとの配慮からである。Exp. Aが水路下流端まで砂を敷いておき、ここからプールに流入した砂はプールに落ち込んで、上流に影響を与えないようにしたのに対して、Exp. B および Dでは、水路下流端から安息角に砂を敷き実験を行なった。Exp.

Table 1 Extent of Experiment.

No. of Experiment	Discharge (l/s)	Bed Slope	Water Level Condition at the Down Stream	Bed Condition at the Down Stream
A-1	7.95	0.0018	0 cm	Abrapt Drop
A-2	7.95	0.0018	-3.6	"
B-1	7.95	0.0019	0	Angle of Repose
B-2	7.95	0.0019	-3.0	"
D-1	8.90	0.0020	0	"
D-2	8.90	0.0020	-3.0	"
D-3	8.90	0.0020	-3.9	"
E-1	9.30	0.0016	-3.0	"
E-2	9.30	0.0016	-3.0	Weir
F-1	20.00	0.0016	-3.0	Angle of Repose
F-2	20.00	0.0016	-3.0	Weir

E および F は、水路下流端に床止めぜきを設置したものと、しないものとを同一水理条件で実験を行なって、河床変動防止軽減に対する床止めぜきの効果を明らかにせんとしたものである。

実験方法は、まず下流プールに注水し、せき上げ背水になるようにして所定の流量を与え初期河床を測定した。つぎに下流水位を所定の値まで下げ、これを 0 分として実験を開始し、Exp. A, B では 10, 40, 70, 100, 160, 220 分毎に水位、河床高をポイントゲージを用いて、河口より 20 m 上流まで 1 m 毎に測定した。河床砂の採集は、各時間ごとに No. 0, No. 2, No. 4, No. 6, No. 10 および No. 15 の断面で、表層砂のみ採集しうるように吹き流しの袋を用いて行なった。Exp. D では水路下流端部の河床変化を詳細に調べるために、No. 0.25, No. -0.25, No. -0.50, の断面の測定をも追加した。

(2) 実験結果とその考察

Fig. 3 は Exp. A-1 の通水後 10 分と 160 分における河床高、水位およびエネルギー水頭を示したものであるが、時間的にはほとんど変化していない。Fig. 4 は Exp. A-1 の下流端水位を 3.6 cm 低下させた場合における水位および河床の縦断形状の時間的変化を示したものであるが、下流端における河床高は急激に低下した後はば一定の値をしめし、河床低下の影響は次第に上流に波及していく。Fig. 5 は、Exp. D-3

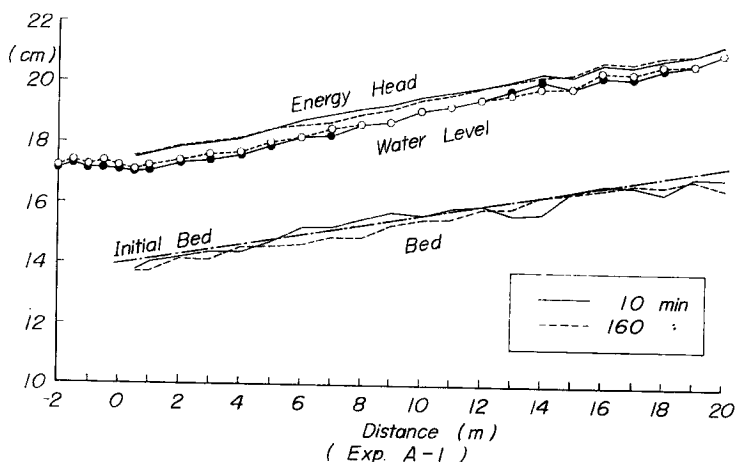


Fig. 3 Profiles of the bed and water level under the equilibrium condition.

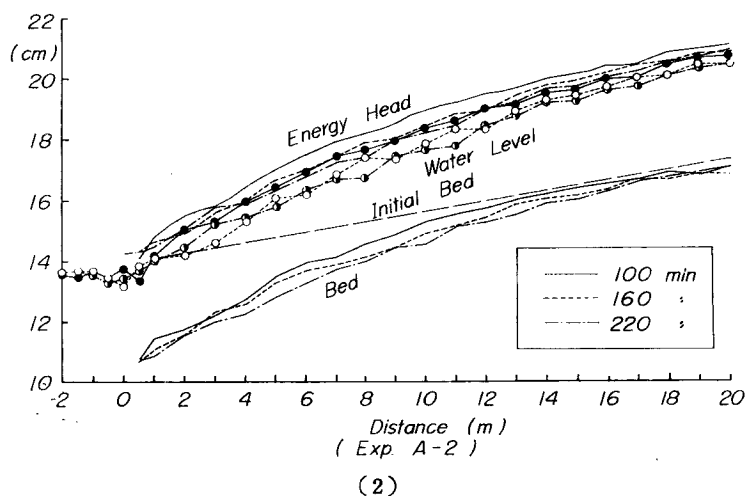
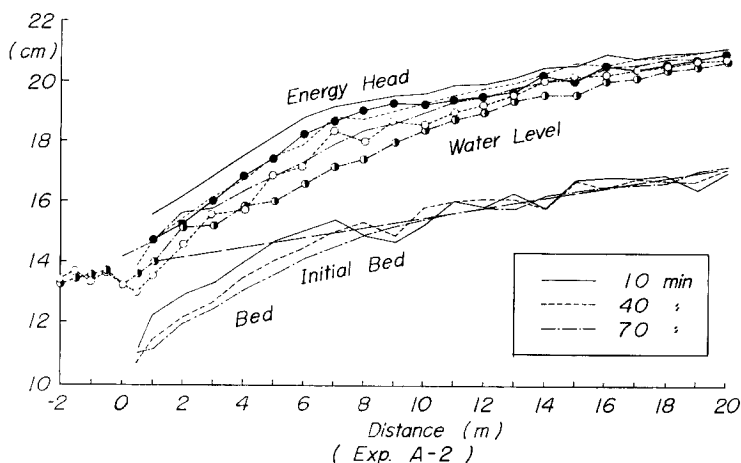


Fig. 4 (1), (2) Variation of the bed and water level profiles under the condition of the water level drop at the downstream end.

について水位および河床の縦断形状の時間的変化を示したものであるが、全体的傾向は A-2 と同様である。No. 0 付近の河床変化が N-2 より明確であるが、No. 0 より若干下流を不動点として、それより上流は河床低下を、下流は河床上昇を生じている。Fig. 6 は Exp. D-3 について水深の距離の変化を各時間ごとに示したものであるが、No. 0 付近の水深は通水直後限界水深になり、それより上流の水深もかなりの範囲にわたって等流水深より小さくなる。この影響は時間の経過とともに拡散し、等流水深に近づいていく。不動点における水深は等流水深にほぼ近い。これらの関係を模式的に示すと Fig. 6 中の Schematic Diagram のようになる。Fig. 7 は Exp. D-3 について、水流の運動方程式の各項の order を比較したものであるが、河床勾配および摩擦勾配は下流ほど大きく、上流に行くにしたがい次第に減少していく。また時間の経過とともに小さくなっていくことも知られる。このように河床勾配および摩擦勾配は場所的、時間的に変化するが、それぞれの場所および時間においては両者はほぼ等しく、近似的に疑似等流状態にあるとみなしうる。この点が次節における解析において非常に重要なものとなる。

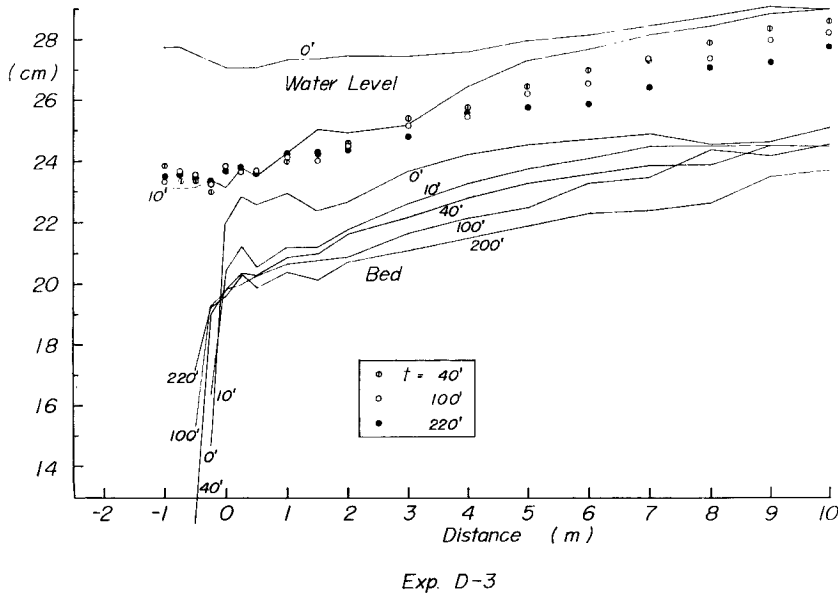


Fig. 5 Variation of the bed and water level profiles under the condition of the water level drop at the downstream end.

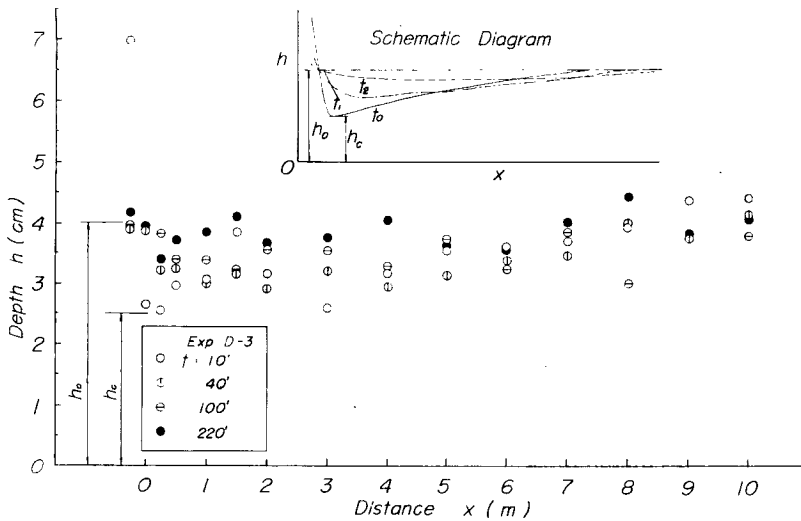


Fig. 6 Variation of the depth profile under the condition of the water level drop at the downstream end.

Exp. E, F の結果は、床止めぜきのない場合については上に述べたものとほとんど同様である。床止めぜきのある場合については、せき上で限界水深が生じるように水面が規定され、この水面から平衡等流水深まで河床が低下して安定する。ただし、せき近傍においては、水面の曲率、せき前面に生じる渦などの影響があらわれるので、これらの影響を考慮しなければ正確な河床高は求まらない。

Exp. A および B で河床粒度構成の場所的、時間的変化を検討した。粒径の混合効果が十分に現われるよ

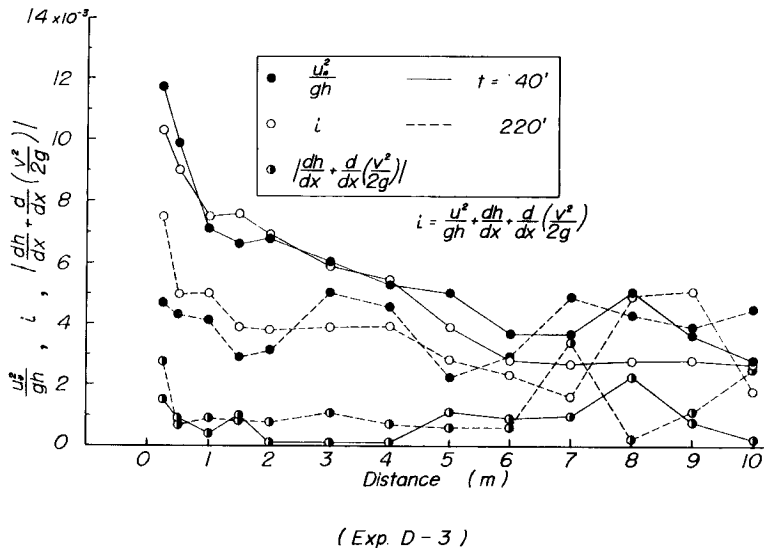


Fig. 7 Comparison between the each term in the equation of motion for the case of Exp. D-3.

う配慮して、 $\sigma = \sqrt{d_{84}/d_{16}} = 2.5$ の砂を用いて実験を行なった。顕著な河床低下、それにもとづく掃流力の場所的变化にもかかわらず、粒度構成は場所的、時間的にほとんど変化しなかった。この問題は、各粒子ごとの移動限界掃流力の相違の問題に帰着する。したがって、限界掃流力に対する粒径の混合効果が顕著に現われるものに対してさらに検討しないことには一般的な結論を与えることはできないが、実験に用いた程度の粒度構成では、粒度構成がそれほど変化しないことは注目すべき事実である。

3. 河床変動に関する理論解析

(1) 理論解析

Fig. 8 に示すとおり、初期河床に沿って流水方向に x 軸、鉛直方向に z 軸をとり、 x 軸からはかった河床高を z 、水深を h 、平均流速を v 、摩擦速度を u_* 、単位幅当りの流量を q 、流砂量を q_B とすれば、不等流の運動方程式は、

$$i = \frac{u_*^2}{gh} + \frac{dh}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$i = i_0 - \frac{\partial z}{\partial x} \dots\dots\dots (2)$$

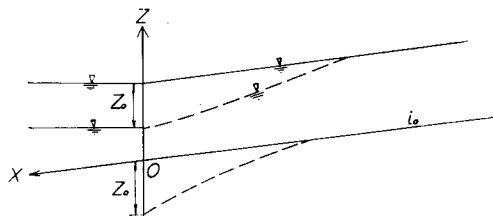


Fig. 8 Definition sketch.

である。抵抗法則として Manning 式を用いれば、

$$u_* = \frac{g^{1/2} \cdot n \cdot q}{h^{7/6}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

河床変動式は、幅一様な水路に対して、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

掃流砂量公式として佐藤・吉川・芦田式を用いると、

$$q_B = \varphi \cdot F(\tau/\tau_c) \frac{u_*^3}{(\sigma/\rho-1)g} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\varphi = 0.62 \quad : n \geq 0.025$$

$$\varphi = 0.62(40n)^{-3.5} : n \leq 0.025$$

前節において述べたごとく、一様幅の水路に対して河床変動が進行しつつあるとき、疑似等流状態にあるとみなすことができる。すなわち運動方程式は、近似的に、

$$i = \frac{u_*^2}{gh} \quad \dots\dots\dots (6)$$

とすることができる。河床変動に関係するものは、運動方程式の各項の値ではなく、その x 微分であるが、各点における項の大きさが小さいことは平均的に見ると x 微分も小さいと考えられるので、河床変動の解析に対して (6) 式の近似が可能である。また逆に考えると、このような近似で、平均的には現象を表わしうるが、局所的に見ると、不十分な場合もありうるということが知られる。幅の変化する水路においては、その影響が現われるので、(6) 式を用いることができないことはいうまでもない。

(2), (3) および (6) 式より、

$$-\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{20}{7} \frac{u_*}{gh} \frac{\partial u_*}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(4) および (5) 式より、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \frac{3u_*^2}{(\sigma/\rho-1)g} \frac{\partial u_*}{\partial x} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{u_*^3}{(\sigma/\rho-1)g} \frac{\partial(\varphi F)}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

いま φ および F が x に無関係に一定とすると、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \frac{3u_*^2}{(\sigma/\rho-1)g} \frac{\partial u_*}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

(7) および (9) 式より、

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \cdot \frac{21}{20} \frac{hu_*}{(\sigma/\rho-1)} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

平均流速 v と摩擦速度 u_* との比を $v/u_* = a$ とおけば、(10) 式は、

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{21}{20} \varphi F \frac{1}{1-\lambda} \frac{q}{(\sigma/\rho-1)a} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式において $\partial^2 z / \partial x^2$ の係数は常数に近い値であるので、これを K とおけば、

$$\frac{\partial z}{\partial t} - K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。

ここに、

$$K = \frac{21}{20} \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \frac{q}{(\sigma/\rho-1)a} \quad \dots\dots\dots (13)$$

これは拡散方程式であって、与えられた初期条件および境界条件のもとで解けば、 z に関する解析解がえられる。(11) 式は、同様な取り扱いによって石崎氏¹⁾ によっても得られており、また同様な取扱いは、足立氏²⁾ や江崎氏³⁾ によってダム堆砂の場合に適用されている。

いま初期条件および境界条件をそれぞれ,

$$z(x, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$z(0, t) = f(t) \quad \dots\dots\dots (15)$$

とすると, (12) 式の解は,

$$z = \frac{-x}{2\sqrt{K}\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4K(t-\tau)}}}{(t-\tau)^{3/2}} f(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。

特に,

$$f(\tau) = z_0 = \text{const } t \quad \dots\dots\dots (17)$$

の場合には,

$$z = \frac{-xz_0}{2\sqrt{K}\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4K(t-\tau)}}}{(t-\tau)^{3/2}} d\tau \quad \dots\dots\dots (18)$$

いま, つぎのような変数変換を行なうことによって簡単な形で表示することができる。

すなわち,

$$\frac{-x}{2\sqrt{K}\sqrt{t-\tau}} = T \quad \dots\dots\dots (19)$$

とおけば,

$$-\frac{x}{2\sqrt{K}} \frac{d\tau}{2(t-\tau)^{3/2}} = dT \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau=0 \text{ のとき } T=T_0 = \frac{-x}{2\sqrt{K}\sqrt{t}} \\ \tau=t \text{ のとき } T=\infty \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

(19), (20) および (21) 式を (18) 式に代入すれば,

$$z = \frac{2z_0}{\sqrt{\pi}} \int_{T_0}^{\infty} e^{-T^2} dT \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。 $\int_0^{\infty} e^{-T^2} dT = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ であるから, (22) 式は,

$$z = z_0 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} e^{-T^2} dT \right) \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。これが下流端水位低下量, したがって河床低下量 z_0 の場合における河床低下の場所的, 時間的変化を表わす解であって, z_0 および無次元量 T_0 のみによって規定される。(13) 式における K を無次元量 K_0 を用いて次のように表わせば,

$$K = K_0 \cdot q \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに,

$$K_0 = \frac{21}{20} \frac{1}{1-\lambda} \varphi F \frac{1}{(\sigma/\rho-1)a} \quad \dots\dots\dots (25)$$

T_0 は K_0 を用いて次のように表わされる。

$$T_0 = \frac{-x}{2\sqrt{K_0}\sqrt{q \cdot t}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

(3) 解析結果の検討と実験値との比較

(22) 式によって河床変動の性質を検討するとつぎのとおりである。

(i) 任意の点 x において $t \rightarrow 0$ とすると (26) 式より $T_0 \rightarrow \infty$, したがって (23) 式より $\int_0^{\infty} e^{-T^2} dT = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ であるから $z=0$ となる。これは初期条件から当然のことであるが, 最初河床が平衡勾配 i_0 にあ

ることを示している。

(ii) 任意の点において $t \rightarrow \infty$ とすると、(26) 式より $T_0 \rightarrow 0$ 、したがって (23) 式より $z = z_0$ となる。すなわち河床はもと河床より z_0 だけ低下して、もとの河床に平行になる。

(iii) 河床が微小低下 $z = \varepsilon(z)$ になるときの x および t の値は、

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{T_1} e^{-T^2} dT &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon(z)}{z_0} \right) \\ T_1 &= \frac{1}{2\sqrt{K_0 \cdot q}} \frac{-x}{\sqrt{t}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

を満足する。これより

$$x = -2T_1 \sqrt{K_0 q} \sqrt{t} \dots\dots\dots (28)$$

となり、下流端の河床低下の影響が $\sqrt{t}$ に比例して上流に遡上する。その伝播速度は、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2T_1^2 K_0 \cdot q}{x}$$

となり、 K_0 および単位幅当りの流量 q に比例し、 x に逆比例する。

(iv) 任意の x および t における河床の低下量は無次元量 T_0 の関数として考えられ容易に求めることができる。いま (23) 式より、無次元化された河床低下量 $(z_0 - z)/z_0$ と無次元化された x および t との関係を求めると、それぞれ Fig. 9 および Fig. 10 のとおりとなる。前者より、任意の時刻における縦断形状を、後者より、任意の点の河床高の時間的変化を求めることができる。

つぎに理論値と実験値とを比較しよう。

Exp. A-2 の場合、 $n=0.018$ 、したがって $\varphi=1.9$ 、 $u_* \approx 4$ cm/s、 $v=34$ cm/s、したがって $a=8.5$ 、(25) 式より、

$$K_0 = \frac{21}{20} \times \frac{1}{1-0.4} \times 1.9 \times 0.88 \times \frac{1}{1.65 \times 8.5} \approx 0.20$$

$$q = \frac{7.95 \times 10^{-3}}{0.8} \approx 1 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}$$

$$\text{したがって } T_0 = \frac{1}{2\sqrt{K_0}} \frac{-x}{\sqrt{qt}} = -11.3 \frac{x}{\sqrt{t}} \quad (x: \text{m} \quad t: \text{sec})$$

Exp. D-3 の場合、 $n=0.0182$ 、したがって $\varphi=1.84$ 、 $u_* \approx 4$ cm/s、 $v=38.2$ cm/s、したがって $a=9.55$

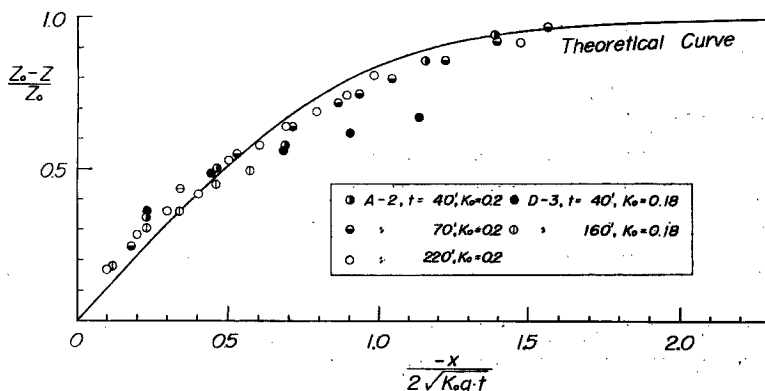


Fig. 9 Theoretical curve for the relation between the non-dimentional bed digradation $(Z_0 - Z)/Z_0$ and the non-dimentional distance $-x/2\sqrt{K_0 q t}$ when the water level drops at the downstream end. And comparison between the theoretical curve and experimental data.

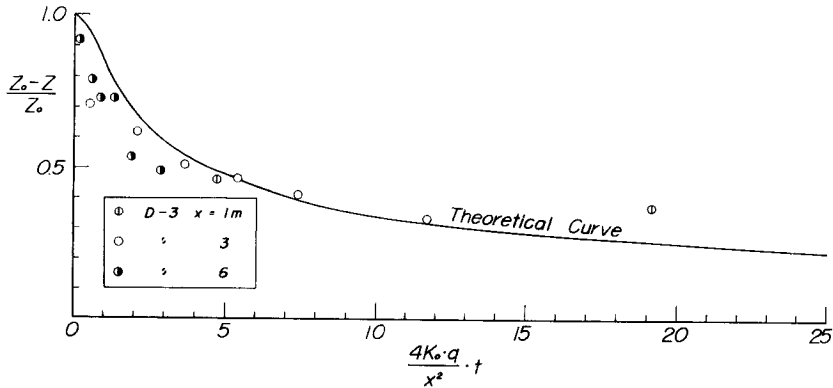


Fig. 10 Theoretical curve for the relation between the non-dimensional bed digradation $(Z_0-Z)/Z_0$ and the non-dimensional time $(4K_0q/x^2) \cdot t$ when the water level drops at the downstream end. And comparison between the theoretical curve and experimental data.

$$K_0 = \frac{21}{20} \cdot \frac{1}{1-0.4} \times 1.84 \times 0.88 \times \frac{1}{1.65 \times 9.55} = 0.18$$

$$\text{したがって } T_0 = \frac{1}{2\sqrt{K_0}} \cdot \frac{-x}{\sqrt{qt}} = -10.8 \frac{x}{\sqrt{t}} \quad (x: \text{m} \quad t: \text{sec})$$

上述の値を用いて理論曲線と実測値とを比較したものが、Fig. 9 であり、両者はほぼ一致しているとみることができる。この場合、 x は初期河床からの低下量であるが、初期河床にはでこぼこがあるので、これを平均化して考える必要があるが、これによる誤差はさけることができない。また河床の不動点の位置は低下した水面から等流水深を差しひいて初期河床と交わる点として決めることができるがこれにも誤差を伴う可能性がある。こうした誤差を考慮に入れると、Fig. 9 における理論曲線と実測値とはかなりよく一致しているとみなければならない。Fig. 10 は Exp. D-3 について、 $x=1, 3, 6$ m の地点での河床低下の時間的変化を理論曲線と比較したものであるが、ほぼ一致しているとみることができる。

4. 理論解析の現地河川への適用に関する考察

上記の理論解析は、一樣幅水路に対するものであるが、現実の河口ではデルタが発達しており、流下方向に水路幅も変化するのがごく一般的であるので、適用にあたってはいろいろな問題を生じる。そこで安曇川河口を例にとり模型実験を行ない、三次元的な特性を明らかにするとともに、上記理論解析のこうした場合に対する適用性を検討した。

実験の結果知られた特徴的な事項はつぎのとおりである。貯水位を低下させた場合には、2本または3本の派流路が生じ、この部分のみ河床が低下する。その結果その他の部分は洲として残る。流れの集水する場所すなわち派流路の位置とそれぞれの派流路への流量配分は、上流部からの蛇行流の関係や局所的な河床の凹凸に支配され、かなり偶然的に変化する要素を持っている。流路幅はそこを流れる流量により、自からきまる。

派流路を一つに集めてこれを一本の河道と考えて、水路幅および平均河床高の低下を求めた。水路幅の縦断的な平均値を用いて、単位幅当りの流量 q を算定し、かつ水量量を用いて (25) 式より K_0 を求め、これらを用いて (23) 式 (あるいは Fig. 9) より河床低下量を計算した結果、実測値とかなりよく一致した。したがってこのような場合でも、流量に対応して形成される流路の幅を推定することができれば、理論解析を適用することができるので、流路幅の推定の問題に帰着する。これは Regime theory など知られている安定河道の問題である。

現地への適用にあたっては、以上の他に、本論文の場合においては顕著に現われなかったが、粒径の混合効果に注意する必要があるものと考えられる。

5. 結 論

下流端水位低下による河床変動に関して 実験的、理論的検討を行なった結果つぎのような結論がえられた。

(1) 低下した水面から等流水深を差しひいて初期河床と交わる点付近に河床高の不動点が現われ、それより上流の河床は低下し、下流の河床は堆積により上昇する。したがって不動点の河床高が一定という境界条件を用いて、それより上流の河床低下を解析することができる。しかし不動点より下流の河床堆積が進むと、貯水池におけるデルタの進行に伴なって河床が上昇する場合のように、不動点とみなしていた点の河床も上昇するようになるので、その場合には境界条件を変える必要がある。

(2) 河床低下の進行につれて、河床勾配および摩擦勾配は場所的、時間的に変化するが、一樣水路の場合には、それぞれの場所および時間において両者はほぼ等しく、近似的に疑似等流状態にあるとみなしうる。

(3) 疑似等流の近似を行ない、かつ流砂量式として佐藤・吉川・芦田式を用い、式中の係数 φ , F を一定とすると、河床変動は拡散方程式で表わされ、境界条件の影響を示す解析解を求めることができる。本論文の場合のように河床高が下流端において一定量低下して不動という条件のもとでは、河床低下量は無次元量 $T_0 = -x/2\sqrt{K_0 \cdot \sqrt{qt}}$ で規定され、その関係は (23) 式または Fig. 9 で表わされる。この関係は実験値とよく適合することが知れた。

(4) 上記解析解を現地河床に適用する場合にはつぎのことが問題になる。下流端水位を低下させた場合には、流れの集中がおこり、流量に応じた流路幅が自からきまる。流路幅が推定できれば、本論文の理論解析を適用して河床低下量を知ることができる。

現地への適用にあたって注意すべき事項として、本論文の場合においては顕著に現われなかったが、粒径の混合効果があることを付記しておく。

参 考 文 献

- 1) 石崎勝義：河川の堆積機構に関する一考察，第12回水理講演会講演集，昭43. 2.
- 2) 足立昭平：貯水池の堆砂に関する一考察，第10回水理講演会講演集，昭41. 2.
- 3) 江崎一博：貯水池の堆砂に関する研究，土本研究所報告第129号，昭41. 10.