

地すべり移動量の数値解析について

奥 西 一 夫

NUMERICAL ANALYSES OF LANDSLIDE FLOW

By Kazuo OKUNISHI

Synopsis

By means of aerophotographic analysis, it has become possible to describe the velocity of the landslide flow at so many points of the ground surface that the data can be practically regarded as the two dimensional ones. It was intended to find a method to derive a distribution of some physical quantities concerning the microscopic characteristics of the rheological flow of landslides from this data. It was found that the numerical differentiation of the vector of the displacement can introduce the volume change, the components of the strain tensor, and the components of the vector representing the rotation. The trial analyses on the landslide of Kamenose, Osaka Prefecture, showed that this analyses can give rheological properties of landslides in sounder forms than the usual analyses based on the terrestrial observations, but that the two dimensional analyses have a significant defect because it does not account for the vertical distribution of the landslide flow. Discussion was made on the accuracy of the analyses, the method of expanding them to the three dimensional ones, and the possibility of estimating the stress distribution from the strain distribution.

1. は し が き

かつて地すべり移動量の調査が地すべり地内の1地点、または数地点でしかおこなわれなかつた時は、地すべり土塊と不動土塊を共に剛体と仮定し、地すべりを剛体と剛体の間のまさつ現象として把握せざるを得なかつた。このような把握が地すべりの実態と一致している場合も少なくはないが、地すべりの多くは「流動」であつて、そのような地すべりの土塊は粘弾性体、ビンガム体など、レオロジー的な意味で「流体」とみなすべきであることが、多くの研究者によって指摘されている。同時に地すべり移動量の調査についても、ある測線に沿つて移動量をくわしく調べたり、地中内部歪計によつて深さ方向の移動量の分布を調べたりすることが盛んにおこなわれるようになり、その結果、地すべり現象の解明に大きな進歩がもたらされた。しかしながらこのような測定をおこなうには多くの測定器と多くの人手を要するため、すべての地すべり地でこれを実施することは困難であるし、重点的に調査される場合でも、測線を網状に張りめぐらせるることは困難であるため、「点」の測定から「線」の測定に拡張するに止まつてゐる場合が多いようである。

昭和42年2月に始まつた大阪府亀ノ瀬の新しい地すべりに対しても、伸縮計や地中内部歪計による観測の他に、航空写真を毎月1回撮影し、得られた写真の解析から100以上の地点における移動量の時間的変化を算出するという新しい手法が取られた¹⁾。これは航空写真という面的な記録手段と、電子計算機という高速データ処理手段の結合により、線的な測定と同じ費用で面的な測定を可能にしたといふ点で、画期的なものであると言えよう。新しい次元の測定がなされた時、われわれはそこからどのような新しい次元の知識を引き

出すことができるであろうか。亀ノ瀬地すべりを実例としてこの問題を考えてみよう。但し、ここでは地すべりのレオロジー的な流動に関する微視的な解析に限って、考察を進めていくことにする。

2. 数学的 操 作

地すべり地の中の任意の点における移動量の方向、大きさ、時間的変化などがわかれば、それ自体が完全な情報であるが、それらはあまりにも多くの情報を含んでいるので、一見してその物理的意味を明確に把握することは一般に困難である。そのため、我々は与えられたデータに何らかの数学的操作を加えて、それぞれが1つだけの物理的意味を持つような情報（物理量）に分解しなければならない。

まず地すべり移動量に関するデータがどのような形式で書かれているかを考えると、航空写真や移動杭などの場合は、最初ある位置にあった土塊上の1点（本文ではこれを測点と呼ぶことにする）が時刻 t でどの場所に移ったかを示す。すなわち $t=t_0$ における位置ベクトルを $\mathbf{r}_0(x_0, y_0, z_0)$ とし、時刻 t で $\mathbf{r}(x, y, z)$ に移ったとすれば、

$$\left. \begin{aligned} x &= x(x_0, y_0, z_0, t) \\ y &= y(x_0, y_0, z_0, t) \\ z &= z(x_0, y_0, z_0, t) \end{aligned} \right\} \dots \quad (1)$$

の形に書かれる。したがって移動速度 \mathbf{u} および加速度 \mathbf{a} の成分は x, y, z を x_1, x_2, x_3 と書きかえると、

$$u_i = \frac{\partial x_i}{\partial t} \quad \dots \quad (2)$$

$$a_i = \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} \quad \dots \quad (3)$$

次に、与えられたデータをどのような物理量に分解すればよいかを考えて見るために、地すべりを規定する主な物理法則を復習してみることにする。

(1) 質量保存則

(1) 式が Lagrange の記述方法になっているので Lagrange の連続の式²⁾を用いると、

$$\rho \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(x_0, y_0, z_0)} = \rho_0 \quad \dots \quad (4)$$

但し、

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(x_0, y_0, z_0)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial z}{\partial x_0} \\ \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} & \frac{\partial z}{\partial y_0} \\ \frac{\partial x}{\partial z_0} & \frac{\partial y}{\partial z_0} & \frac{\partial z}{\partial z_0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 + \frac{\partial(\Delta x)}{\partial x_0} & \frac{\partial(\Delta y)}{\partial x_0} & \frac{\partial(\Delta z)}{\partial x_0} \\ \frac{\partial(\Delta x)}{\partial y_0} & 1 + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial y_0} & \frac{\partial(\Delta z)}{\partial y_0} \\ \frac{\partial(\Delta x)}{\partial z_0} & \frac{\partial(\Delta y)}{\partial z_0} & 1 + \frac{\partial(\Delta z)}{\partial z_0} \end{vmatrix} \quad \dots \quad (5)$$

$$\Delta x \equiv x - x_0, \Delta y \equiv y - y_0, \Delta z \equiv z - z_0 \quad \dots \quad (6)$$

ここで (x, y, z) は土粒子の動きを表わすものであるが、土塊中の間隙水や間隙空気などはこれとはまた別の動きを示すことが考えられるので、(4) 式の ρ および ρ_0 は土塊の骨格を構成している土粒子の見かけの密度をあらわすものと考えなければならない。したがって ρ/ρ_0 は土塊の骨格の収縮（又は膨張）を示す。

(2) 運動量保存の法則

x 方向だけについて書くと、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = X + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad \dots \quad (7)$$

ここに X は体積力を、 σ と τ は法線応力および接線応力を示す。地すべりに関しては急激な崩壊の場合を除き、左辺は事実上ゼロとおけるから、これは応力分布の式になってしまふ。したがってこの式はこれ以上

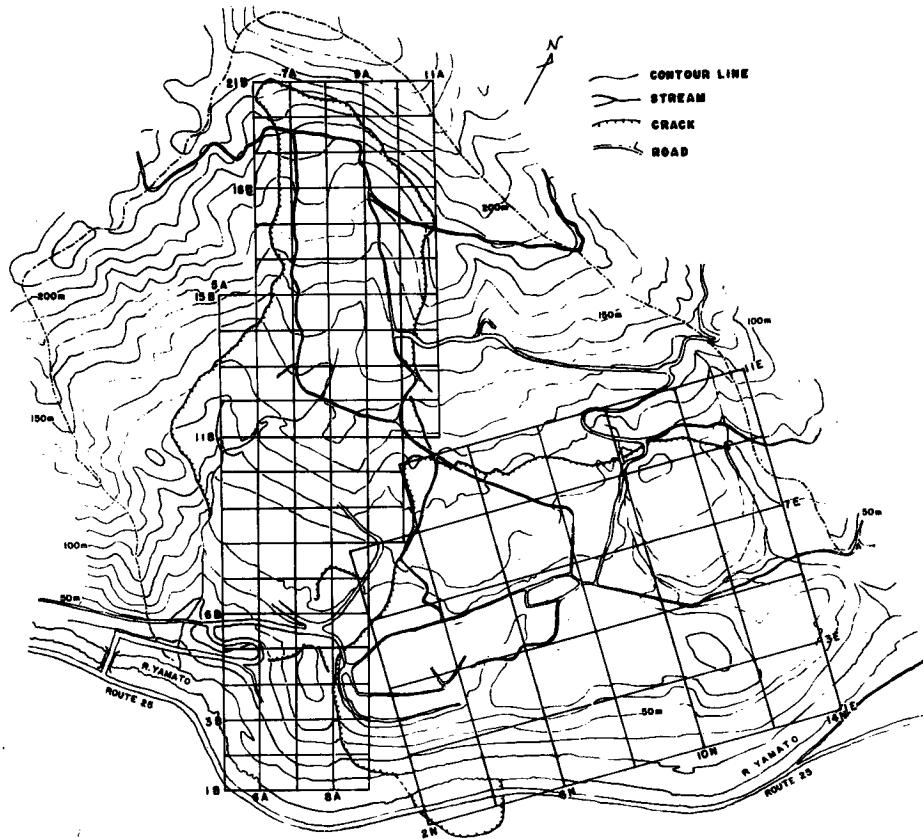


Fig. 1 A topographic map of the Kamenose landslide area. The systems of the measuring lines were established at intervals of 50 meters or 100 meters. They were also used as the horizontal coordinate systems.

前節で示した数学的操作はすべて微分を含んでいるので、数値微分をおこなわなければならない。しかし、ここでは厳密な数値を算出することが第一目的ではないので、次のような簡便法を用いた。

水平方向すなわち x_0 と y_0 に関する微分については、Fig. 1 に示した測線の交点（格子点）の移動量を内挿法によって求め、さらに差分の計算をおこなうことになる。そこでまず地表面における移動量の各成分 Δx , Δy , Δz を地図上にプロットし、それぞれについて等值線図を作り、これから格子点における値を読みとった。また微分値は測線で囲まれた単位領域内の平均値を求めるにし、例えば Fig. 3 に示された領域 D_{ij} における $A(x_0, y_0)$ なる値の微分は、測線の間隔を B とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x_0} &= \frac{1}{2B} \{ A(i+1, j) + A(i+1, j+1) - A(i, j) - A(i, j+1) \} \\ \frac{\partial A}{\partial y_0} &= \frac{1}{2B} \{ A(i, j+1) + A(i+1, j+1) - A(i, j) - A(i+1, j) \} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

として算出した。ここで4つの格子点は同一の水平面上にあると仮定されている。

（1）土塊の体積変化

体積変化 ρ/ρ_0 は（4）式によって計算できる。（4）式の行列式の各要素のうち、 x_0, y_0 に関する微分

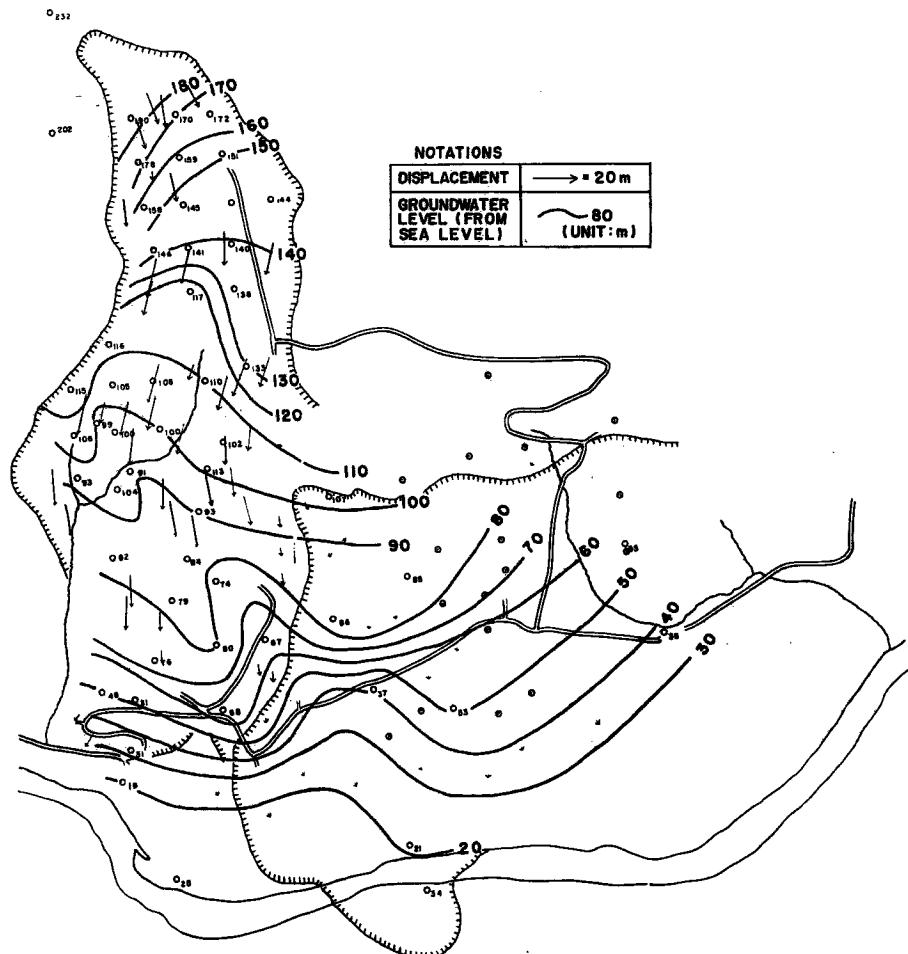


Fig. 2 The distribution of the vector of the displacement between the February 21st and the July 20th, 1967, and the contour lines of the ground water table on the October 24th, 1967. The length of the arrows is proportional to the displacement (see the example).

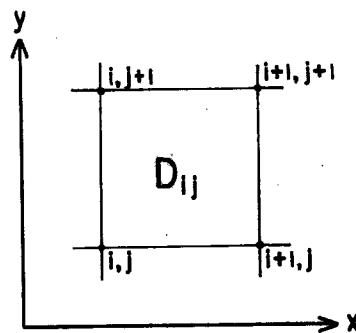


Fig. 3 The identification of the lattice points and the elementary domains for the numerical differentiation.

は上の方法で計算できるが、鉛直方向の微分については、航空写真によるデータは鉛直線上の2点の移動量を与えることはできないので、ただちにこれを計算することはできない。また現在の所、地中内部歪計のデータから移動量の鉛直方向の微分を定量的に求めることは不可能である。しかしすべり面の位置を求めるこことはできるので、次のような仮定のもとに計算をおこなった。すなわち移動量の水平成分は深さに無関係 ($\partial x/\partial z_0 = \partial y/\partial z_0 = 0$) と仮定する。これは非常に乱暴な仮定であるが、微小変形の場合は、これらの量は(5)式において2次の微小量として体積変化に寄与するだけであるから、体積変化を考える場合に限って、第1近似として無視し得る。また $\partial z/\partial z_0$ については上の仮定を用いて、

$$\frac{\partial z}{\partial z_0} = 1 + \frac{\partial(\Delta z)}{\partial z} = 1 + \frac{\Delta z_s - \Delta z_b}{z_{0s} - z_{0b}} = 1 + \frac{\Delta z_s - I \sqrt{(\Delta x_s)^2 + (\Delta y_s)^2}}{D} \quad \dots \dots \dots (12)$$

として地表面とすべり面の間の平均的な値を計算した。ここで I は移動方向におけるすべり面の勾配、 D はすべり面の鉛直方向の深さで、添字 s よび b は地表面およびすべり面における値であることを示す。ある領域における $\partial z/\partial z_0$ の値はその周囲の4個の格子点 (Fig. 3) における値を平均して求めた。このようにして求めた ρ/ρ_0 の値の分布を Fig. 4(a) に示す。

すべり面の位置がくわしくわかっているのはA地域の上部だけである。その他の地域では仮りに $\partial(\Delta z)/\partial z_0 = 0$ と仮定すると、

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial x_0} & \frac{\partial z}{\partial x_0} \\ \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} & \frac{\partial z}{\partial y_0} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_0} & \frac{\partial y}{\partial x_0} \\ \frac{\partial x}{\partial y_0} & \frac{\partial y}{\partial y_0} \end{vmatrix} \quad \dots \dots \dots (13)$$

となり、2次元的な収縮（又は膨張）になる。このようにして得た ρ/ρ_0 の値の分布を Fig. 4(b) に示す。Fig. 4(a) と Fig. 4(b) を比較すると、Fig. 4(a) の3次元的な解析結果は 14A～19B の間で膨張が、11B

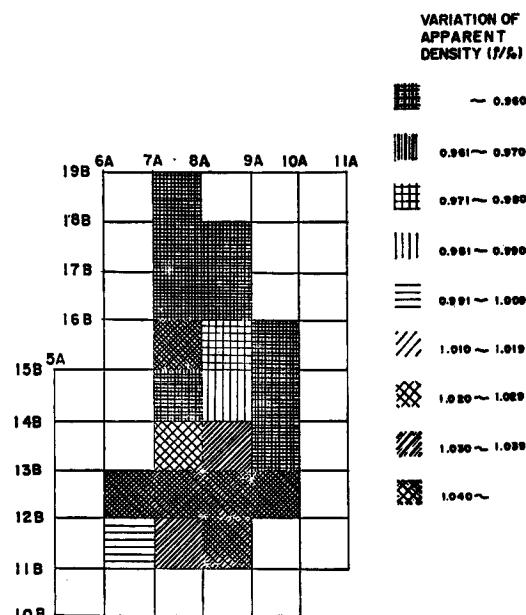


Fig. 4 (a) The distribution of the volume change calculated as the variation of the apparent density (ρ/ρ_0) of earth by the three dimensional analysis.

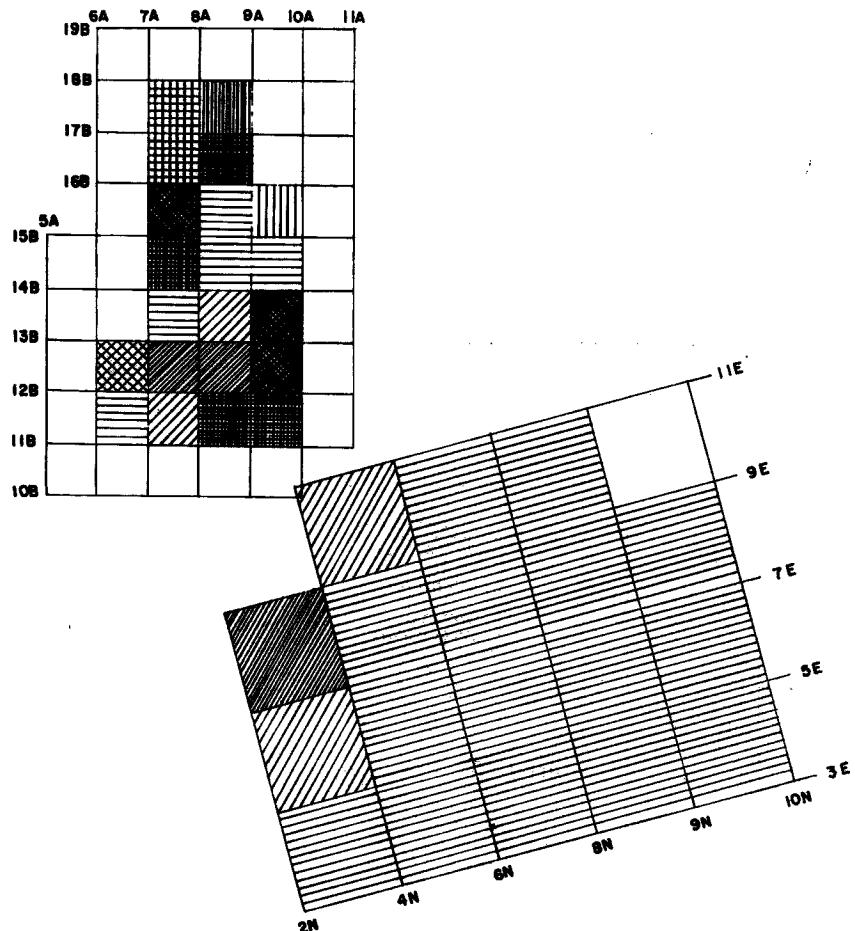


Fig. 4 (b) The distribution of the volume change by the two dimensional analysis.
See Fig. 4 (a) for the basis of the markings.

~13B の間で収縮が卓越していることを示し、亀ノ瀬地すべりに関する他の資料から、6~9 A, 9~11 B 付近の地塊が地すべりの流動に対して強い抵抗を示していると言わわれていることと一致する。それに反して Fig. 4 (b) に示された 2 次元的な解析結果では、A 地域については膨張部と収縮部が複雑に入り組んでいる。このことから 2 次元的な解析は必ずしも正しい結果を示さないと言うことが出来よう。

(2) 歪量又は歪速度

3 次元の場合は歪のテンソルは(8)式で与えられ、歪速度は(8)式を時間について微分（厳密には共変微分、微小歪なら偏微分）することによって得られる。しかしここでは歪テンソル ϵ を求めるのに止める。次に移動量の鉛直方向の分布が正確にわからないので、問題を 2 次元化して考える。そのため $\gamma_{zz} = \gamma_{yy} = 0$ と仮定すると、 ϵ は z 方向に主軸を持つことになる。そこで xy 平面における 2 次元の歪テンソル、

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \epsilon_y \end{pmatrix} \dots \dots \dots (14)$$

また、最大せん断量 γ_{max} は、

$$\gamma_{max} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} \quad \dots \dots \dots (18)$$

このようにして求めた主歪の分布を Fig. 5 に示す。ここで矢印の長さは主歪の大きさに比例しているが、B 地域では一般に歪量が小さいため、A 地域と B 地域ではこの比例係数が変えてある。Fig. 5 において測線 9A と 10A の間のゾーンでは歪状態がほぼ一様で、しかも最大せん断量 ($\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$) が他の領域にくらべて格別大きい。他の領域では主歪の大きさが比較的小小さく、また場所的なばらつきが大きいが、誤差を考慮に入れると（第4節（1）参照）このばらつきは有意なものとは考え難い。

(3) 回転量

前項と同様、鉛直方向の微分が出来ないので、鉛直軸まわりの回転 Ω_{xy} のみを計算した。この結果は Fig. 5 に数字で示されているが、大まかな傾向を見ると A 地域の上部では時計方向の回転が卓越し、他の部分では反時計方向の回転が卓越している。このことは Fig. 2 の移動量ベクトルの分布からも推測できる所である。B 地域については値は小さく、ばらつきが大きいが、どちらかと言えば反時計方向の回転が卓越している。一般に歪量の大きい領域では回転量も大きいという傾向が見られるが、測線 9A と 10A の間のゾーン内のいくらかの領域について γ_{max} と Ω_{xy} の大きさを比較すると下のようになる。

領域番号	915	914	913	912	911	27
γ_{max}	0.017	0.079	0.076	0.152	0.133	0.039
Ω_{xy}	-0.003	-0.037	+0.074	+0.162	+0.202	+0.031

6B～14B の間では一応 $\gamma_{max} \approx |\Omega_{xy}|$ と考えられる。この付近を通るクラック (10A と 11A の間) につながるすべり面はほぼ鉛直であり、このすべり面に平行な面に関するせん断の方向と回転の方向は一致するので、このゾーンではすべり面に平行な鉛直面による一面せん断が卓越していると考えてよい⁵⁾。したがってここに限っては $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ なる仮定は成立していると考えられる。

4. 考察

(1) 3次元的解析の必要性と可能性

前節では体積変化 ρ/ρ_0 を除いて、すべての解析は 2 次元的なものにとどまったため、地すべり流動の真の姿を表現したものとは言い難い。例えば Fig. 4 において移動量の鉛直分布が ρ/ρ_0 の値に大きな影響を及ぼしていたことを考えると、Fig. 5 において小さな歪量を示している地域も、3 次元的な歪分布が計算されれば、かなり大きな歪量を示すのではないかと思われる。水平面内の 2 次元的な解析も Fig. 5 に見られるように部分的にはたしかに有意義ではあるが、さらにこれを 3 次元化することが是非必要である。現在地中内部歪計に関する定量的研究が進められているので⁶⁾、近い将来 $\partial x/\partial z_0$ および $\partial y/\partial z_0$ を直接測定することが可能になるであろう。また $\partial z/\partial z_0$ については、渕元らによって開発された一種の伸縮計⁷⁾を用いれば、これを直接測定することができる。これらの結果を用いれば本解析方法を 3 次元的なものに拡張することができる。

(2) 移動量の連続性

本解析方法は暗に移動量の連続性を仮定している。しかし亀ノ瀬地すべり地では移動地の中に多数の小クラックが発生しており、クラックに沿って移動量の不連続があることを示している。この場合はクラックの両側の移動量の不連続は格子点の間の移動量の差よりも小さいので、第 1 近似としてクラックによる不連続な変位は無視できるが、そうでないケースについては本解析方法の有効性は疑わしい。ただし、大きなクラックが少数存在する場合はクラックを避けて測線網を張ればよい。亀ノ瀬地すべりの場合、移動地と不動地をわけるクラックと A 地域と B 地域をわけるクラックは規模が大きいので、これらをまたぐような測線に関する数値微分は避けてある。

の回転 Ω_{yz} , Ω_{zx} を与えるものであるが、これは Ω_{xy} しか与えない航空写真法と相補関係にあると言える。

このように従来の調査法は、航空写真による調査法を補なって第（1）項で述べた3次元的な解析を可能にするものと、原理的には航空写真による調査が与える情報のうちの一部しか与えないものに分類される。前者の重要性については第（1）項で述べたことから明らかである。後者については一見不要のように見えるが、これらは一般に測定精度が高いものが多い。航空写真による調査は第（3）項で述べたように精度が低いので、これらをうまく組合わせて精度を高める工夫が必要であると思われる。

最後に解析データの蒐集に便宜を計っていただいた近畿地建大和工事事務所の方々に謝意を表する。

参考文献

- 1) 打荻珠男, 航空写真による地すべり状況の測定, 地すべり, Vol. 5, No. 2, 昭43, 27—33.
- 2) 友近普, 流体力学, 昭27, 53—56.
- 3) 田辺行人, ベクトルとテンソルおよびその応用 (1), 昭37, 124—151, など。
- 4) 建設省大和工事事務所, 亀の瀬地すべり調査報告書 (その3), 準備中。
- 5) M・ライナー, レオロジーの基礎理論 (日本語版), 昭37, 27—31, など。
- 6) 山口真一他, 地中内部ひずみ計のモデル実験について (1), 京大防災研年報, 第11号A, 昭43, 713—727.
- 7) 渡元光春他, 地すべり地溝の特殊な沈下機構について, 地すべり, Vol. 3, No. 1, 昭41, 25—29.
- 8) D・D・フィッツ, 非平衡の熱力学 (日本語版), 昭43, 168—175.
- 9) A.G. Frederickson, Principles and Applications of Rheology, 1964, 179—180.