

# 動特性を求めるための構造物試験について

——減衰評価の一方法——

小堀 鐸二・南井良一郎・竹内吉弘・河野允宏

## ON TEST PROCEDURE OF DETERMINING THE DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF STRUCTURE

——An Evaluation Method of Structural Damping——

By *Takuji* KOBORI, *Ryoichiro* MINAI,  
*Yoshihiro* TAKEUCHI, *Masahiro* KAWANO

### Synopsis

For establishment of antiseismic design, it is one of the most important problems to evaluate the dynamical characteristics of structures. The method of determining the dynamical characteristics of actual structures by the seismic test is considered as one of effective approach to this problem.

In this paper, we discuss on the evaluation of natural periods and structural damping in the case of the forced vibration test to vibration exciter and the measurement of micro-tremors of structure. The natural periods of structures can be estimated with good accuracy by means of the resonance curves and power spectral densities calculated from the results of these test. On the other hand, in order to evaluate the reasonable value of damping from the spectral density, it seems to be necessary to consider the effect of lag window and that of deviation to the base line of auto-correlation function.

### 1. ま え が き

耐震工学の分野における構造物試験の目的とは、一般に試験対象たる構造物、構造物各部あるいは構造物モデルの持つ諸特性を実験ないし計測により検出し、耐震設計を行うための過程において必要である動力学特性の評価方法に対する直接的あるいは間接的な研究資料を定性的ないし機構的あるいは特に定量的に得ることにある。この観点よりすれば表題の示す意味は、現実の具体的な耐震設計には密着せず広汎に耐震研究を進める意図を持って、巨視的あるいは微視的な立場より耐震工学の全般に渉る問題の理論化または理論の実証化を行う場合をも含むものであるが、ここでは問題をより具体的に現実の耐震設計を行なうに当っての直接的な資料を得ることを目的として、あるいは実在構造物の耐震度の判定の資料として、実在構造物に振動試験を実施し動的諸定数を定量的に評価しようとする場合に限定する。

一般にこのような目的から行われている評価法としては、起振器による強制振動試験、初期変位もしくは初速度を与えて自由振動を生ぜしめる自由振動試験あるいは構造物系の常時微動計測などがあるが、これ等の試験ないし計測は具体的な試験目的および対象とする構造物系の規模、機能、構造形式、敷地条件などに応じて試験方法および試験結果の評価にそれぞれ異った問題を含んでいると云える。

本論文では実在構造物の動特性を実験により定量的あるいは定性的に求める手法として起振器による強制振動試験および常時微動計測を対象とし、これ等の試験に基づき動力学特性中、最も基本的であると考えられる固有振動数および減衰比の検出を行う場合の問題を検討する。

実験を現実実施した場合、一般に固有振動数の検出に対しては試験方法および試験結果の評価方法の相違による評価量のゆらぎが少ないが、減衰評価に関してはそれが機構的にいくつかの異なる要因の総合の結果と考えられるものであるが故に、加力方式の異なる試験およびその結果の評価法による安定性を固有振動数の評価の場合ほど望めぬことが多い。従ってここでは減衰量の検出に問題の重点を置き、常時微動計測に基づいて行なう場合に重要であると思われる点につき考察を加える。

以下先ず上記の二つの試験より実際に固有振動数および減衰比を算出する場合に遭遇する問題について一般的に述べたあと、次いで常時微動の測定記録より減衰量を検出する際に生ずる相関関数の有限時間での cut off, および規準線の変動による影響について数値解析を行うと同時に実測の具体例をあげて検討を加える。

## 2. 構造物試験における問題点<sup>1)</sup>

ここでは、まえがきで既に述べたように構造物試験を実在構造物に対する振動試験、特に起振器による強制振動試験および構造物の常時微動計測に限定し、考察の対象とする構造物系は通常の規模、平面形、基礎形式をもつものを前提として考える。

一般の多層構造物を対象として振動実験を行なう場合、普通の構造物においてはその減衰量は比較的小さく、且つ各次の mode の分離を前提とし得る場合が多いと考えられる故、その動力学特性を完全に決定し得るためには各次の固有振動数およびそれに対応する減衰比、あるいは減衰比といずれかの次数の固有振動数およびそれに対応する振動モードが定まることが必要である。しかしまた構造物が地盤と連成する度合いが甚しい場合とかあるいは隣接する構造物の影響を基礎部分で受け連成構造物系を形成するような場合には、検出された固有振動数あるいは減衰比の評価にゆらぎがあらわれ対象とした構造物の動力学特性の評価の精度を低下せしめる要因となる場合が多い。

以下に起振器による強制振動試験と常時微動計測のそれぞれに対し、通常行われている試験に関する一般的な問題点を別個に検討する。

### i) 起振器による強制振動試験

起振器による強制振動試験を行う場合は通常求められた共振曲線に基づいて各次の固有振動数および減衰比を求め、また更に各階の応答振巾分布より振動モードの検出を行うのが一般の手順である。従って理論との対比からすれば定常加振試験によることが必要であるが、近似的に run up または run down 試験により行われる場合もある。この場合には減衰比の評価が過大になる傾向であることが指適されているが、起振器の加振振動数の時間的変化が明らかな場合については数値計算によって定常加振の場合と対応づけることが可能である。また定常加振を行い得るためには起振器の加振力が構造物の規模に応じて十分であり、且つ相当の制御精度を有することが必要となる。しかしながら構造物系が上述の如く、地盤や隣接建物と甚しい連成系をなす場合には優秀なる起振器を用いても構造物系の出力応答の定常状態が生じにくくなる。かかる状態が生じた場合、現実にとどの程度で出力応答の定常性を判定するかが問題であり、起振器の精度と敷地条件を含めた構造物系の動力学特性の諸要因との相関を考慮した上で判定されねばならないが、共振振動数付近における定常性は共振曲線の安定性、即ち評価結果に対する精度に直接大きく影響を与えるため十分注意されねばならない。

多層構造物に対してその全ての次数の固有振動数帯域を一台の起振器で覆うことは一般には困難で、この場合にはある次数の振動モードが正確に把握されることが必要であり、ここでも加振力の大きさの測定精度および振動数の制御精度が要求されることになる。

共振曲線のピークの振動数、即ち固有振動数の評価は普通にはほぼ安定した値を示し他の振動試験に比較し

てかなりの信頼性をもつものであるが、図形を用いて算出される減衰評価には共振曲線の図形の安定性と信頼性が直接反映されることになる。原則的には図形のゆらぎの影響をあまり受けず、安定に且つ正当な値が算出される評価法が採用されねばならぬことは言うまでもない。

一般に共振曲線の図形に基づいて減衰量を算出する方法としては、共振曲線のピークに対する power  $1/2$  の高さ部分の振動数巾より近似的に計算するか、または mode の分離が可能であるとして定まる対応する次数の理論曲線関数を用いて、例えばこれを最少自乗法で近似しその結果定まる諸定数より減衰比を算出するかなどである。最少自乗法による関数形近似法は近似に用いる図形の部分、近似する点の個数などにより評価にかなりのバラツキを生じたり、物理的実現不可能の系の評価を与えたりする場合があって評価結果に対する十分な検討が必要である。power  $1/2$  の高さ部分の振動数巾より求める場合には共振曲線のピークの高さが十分正確に把握されているか否かが問題となる。共振曲線をかなり正確に定めることが出来た場合には図形の巾の読み取りの誤差だけが問題で、この方法によって十分精度よく減衰評価を行うことが出来る。

以上強制振動試験の出力応答波形の定常性に関しておよび共振曲線の評価法につき考察を加えたが、一般に起振器試験における問題点とは、試験結果の評価法としてあらかじめ解析的ないし数値的検討に基づいて一般的に論じられる問題より個々の試験対象および試験方法を試験目的に応じて謂わば case by case に特定の状況の問題として検討せねばならぬ場合が多いと云えるし、また現在の時点では加振装置である起振器の優秀さがそのまま直接に試験結果の評価法に対する判定規準につながっている場合が多い。

#### ii) 常時微動計測

構造物の常時微動計測を行うことより動力学特性を求める方式を採用することの主たる理由は、特別の振動試験を行うことなく動力学特性の概略に関する定量的な評価を得んとする場合、あるいは試験対象に対してその機能または規模などによる制約より振動試験を行ない得ない場合に適用することにある。この方法による時は原則として入力および出力を計測し、その結果に対して確率統計的処理を施すことによって系の伝達特性を求める、所謂 synthesis を行う必要があるが、構造物系における微動測定の場合は一般には入力と考えられるものは地盤の常時微動、自然風などでその性格が不明確であり且つ計測不可能の場合が多い。従って入力に対してはあらかじめその特性を想定することが必要である。

構造物系が顕著なる周波数特性を持つ外乱を入力として受けていると考えられる場合には、その特性を正確に予想すること、あるいは予測し得たとして必要な情報に対する所謂 SN 比が問題となる。従って外乱に対してかかる配慮をすれば計測方法、測定を実施する時間等が問題となるが、極めて微少な振巾域においてその性質の不明確なる外乱を受ける構造物系の出力応答計測であり、試験目的および試験対象に応じてさまざまな議論が存在するところである。

測定結果より構造物の動力学特性を評価する方法としては、相関関数あるいはスペクトル密度、フーリエスペクトルを計算し構造物の伝達特性の形を仮定してその諸定数を定める方法によるか、あるいは測定波形の中の顕著な振動数成分を平均的に検出するかなどである。後者の方法による場合は固有振動数のみしか定めることが出来ず、また高振動数成分が存在する場合には低振動数成分の検出が困難となる。スペクトル密度あるいはフーリエスペクトルの計算に基づく方法をとる場合には系の伝達特性を完全に定めることが可能ではあるが、既に他の分野で論じられている如く計算方式に対する厳密な検討が必要で、特に解析対象とする data の長さ、sampling time などやあるいは評価の resolution および reliability の問題などに対して十分な考慮を払う必要がある。一般に卓越振動数の検出に関しては評価方法による影響が少なく、スペクトル密度あるいはフーリエスペクトルの計算結果より比較的簡単に読み取ることが出来るが、減衰比の評価は計算方式によって生ずる減衰評価に影響を与える要因を組入れて考えることなしには不可能であると云える。

その点に関して以下のところで相関関数のフーリエ変換としてスペクトル密度を計算し減衰評価を行う場合、最も大きく影響を与えると考えられる相関関数の有限時間での cut off、謂ゆる lag window および

特に低振動数域に対する評価において問題となる相関関数の規準線の決定の二点の評価につき、数値計算および実測例により検討を加える。

### 3. 常時微動測定に基づく構造物の減衰評価について

ここで述べる常時微動計測に基づく固有振動数および減衰比の評価法とは、応答測定記録より自己相関関数を算出しこれにフーリエ変換を施してスペクトル密度を求め、その入出力の比より構造物系の特性を伝達関数の形で評価してその諸定数より固有振動数および減衰比の検出を行わんとするもので、既にこの評価方法については入出力の確率統計的性質を予め規定し、それを実現する最適伝達関数を求める、謂ゆる最適設計の問題を多入力、多出力に対する多自由度の最適伝達マトリックスを決定する場合の問題に拡張して解析的に検討を行い、特に一質点系の場合に対してはアナログ計算機を用いて数値的検討が加えられている<sup>2)</sup>。その結果に基づけば比較的減衰の少ない一質点系の伝達特性を持つ場合を対象とする時、伝達特性の共振振動数付近で入力加速度がほぼ滑らかなスペクトルを持つものであれば出力のスペクトルのみから、かなり良好に固有振動数および減衰比を検出することが可能であることが指摘出来る。

一般に実測された記録より自己相関関数を求め、更にスペクトル密度を計算する場合、実際にはスペクトルの resolution を考慮した上で適当なる smoothing を行うことの必要から、および現実に測定記録の長さが有限であることより取り得る最大遅れ時間に制約が生ずることから、解析対象とする相関関数は有限時間中の lag window を持つものである。

ここでは問題としてかかる有限時間中の lag window がスペクトルの評価に、また更にそのために上述の評価法を取る場合の固有振動数および減衰比の検出にどのような影響を与えるかを一質点系の線型伝達関数の場合について数値的検討を加える。入力加速度の特性としては white noise を想定するが、ここで動力学モデルとして一質点系および入力加速度として white noise を採用したことは現実の多層構造物においては減衰は比較的小さく、また modal coupling を有しないと見做す多質点不連続系への置換が一般にはほぼ妥当であり、且つ入力外乱として敷地条件等に特殊な要素が存在しない限り伝達特性の共振振動数領域付近において外乱スペクトルの平坦さを一般に仮定し得ると考える理由からである。

いま動力学系の基礎方程式と対応する単位衝撃関数  $g(t)$  および伝達関数  $G(S) = G(j\omega)$  を以下のように定め、またそれに対する入出力の自己相関関数およびスペクトル密度をそれぞれ  ${}_1R(\tau)$ ,  ${}_0R(\tau)$ ,  ${}_1S(\omega)$ ,  ${}_0S(\omega)$  であらわせば

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t) \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} g(t) &= \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-h^2}} e^{-h\omega_0 t} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_0 t \\ G(S) = G(j\omega) &= \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2jh\omega_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_0R(\tau) &= \int_0^\infty d\lambda \int_0^\infty g(\eta) g(\lambda) {}_1R(\tau + \lambda - \eta) d\eta \\ &= \frac{\pi S_0}{2h\omega_0^3} e^{-h\omega_0 \tau} \left( \cos \sqrt{1-h^2} \omega_0 \tau + \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_0 \tau \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$${}_0S(\omega) = |G(S)|^2 {}_1S(\omega) = |G(j\omega)|^2 2\pi S_0 = \frac{2\pi S_0}{\omega^4 + 2(2h^2 - 1)\omega_0^2 \omega^2 + \omega_0^4}$$

$${}_1R(\tau) \supset {}_1S(\omega), \quad {}_0R(\tau) \supset {}_0S(\omega), \quad g(t) \supset G(j\omega)$$

ここで  $S_0$  : 入力スペクトル密度の Power のレベル,  $\delta(\tau)$  : Dirac のデルタ関数,  $S = j\omega$  : ラプラス変換複素パラメーター,  $h$  : 臨界減衰比,  $\omega_0$  : 無減衰時の固有円振動数 である。

次に相関関数に対する lag window の巾, 即ち最大遅れ時間を  $\tau_d$ , また計測器系の増巾器あるいは相関計の計算方式などによる規準線の変動により混入する真の相関関数の規準線に対する直流振動数成分の偏

差を  $b(\tau_a)$  とすれば

$$\left. \begin{aligned} R_m(\tau) &= D(\tau; \tau_a)(R(\tau) + b(\tau_a)) \\ S_m(\omega) &= Q(\omega; \tau_a) * S(\omega) + Q(\omega; \tau_a)b(\tau_a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ここで  $D(\tau; \tau_a) \supset Q(\omega; \tau_a)$  で  $D(\tau; \tau_a)$  は時間巾  $\tau_a$  を持つ lag window, \* は convolution をあらわす。

$$Q(\omega; \tau_a) = \frac{2 \sin \omega \tau_a}{\omega} \dots\dots\dots(5)$$

(3) 式を考慮すれば (4) 式における出力スペクトル密度  ${}_0S_m(\omega)$  は次の表現となる。

$$\left. \begin{aligned} {}_0S_m(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} {}_0R_m(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} D(\tau; \tau_a) ({}_0R(\tau) + b(\tau_a)) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= Q(\omega; \tau_a) * {}_0S(\omega) + Q(\omega; \tau_a)b(\tau_a) \\ &= I_1(\omega) + I_2(\omega) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

即ち (6) 式の右辺の第 1 項  $I_1(\omega)$  は  ${}_0S(\omega)$  に対する window  $Q(\omega; \tau_a)$  の影響を示す項であり, 第 2 項  $I_2(\omega)$  は真の相関関数との規準線の偏差によるものである。以下第 1 項, 第 2 項に分け, それぞれに関して検討を加える。

i)  $I_1(\omega)$  の評価は (6) 式の第二式より  ${}_0R(\tau)$  の不定積分を求めるか, あるいは第三式の convolution に留数定理に用いるかにより行えばよい。

積分を実行すれば  $I_1(\omega)$  は次の結果となる。

$$I_1(\omega) = \frac{2\pi S_0}{\omega^4 + 2(2h^2 - 1)\omega_0^2\omega^2 + \omega_0^4} \left[ \frac{e^{-h\omega_0\tau_a}}{2h\omega_0^3} \left\{ (A + B\omega^2) \times \cos \omega\tau_a \right. \right. \\ \left. \left. + (C + D\omega^2)\omega \sin \omega\tau_a \right\} + 1 \right] \dots\dots\dots(7)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A &= \omega_0^3 \left( \frac{1 - 2h^2}{\sqrt{1 - h^2}} \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a - 2h \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a \right) \\ B &= -\frac{\omega_0}{\sqrt{1 - h^2}} \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a \\ C &= \omega_0^2(4h^2 - 1) \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a + \frac{\omega_0 h}{\sqrt{1 - h^2}} (4h^2 - 3) \\ &\quad \times \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a \\ D &= \cos \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a + \frac{h}{\sqrt{1 - h^2}} \sin \sqrt{1 - h^2} \omega_0\tau_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

(7), (8) 式に対して,  $h$  および  $\omega_0\tau_a$  の値を次の如く選び数値計算を行った。

$$\left. \begin{aligned} h &= 0.005, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.07, 0.10 \\ \omega_0\tau_a (=n) &= 2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi, 10\pi, 14\pi, 20\pi, 30\pi, 30\pi, 40\pi, \infty \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

${}_0R(\tau)$  は (3) 式より明らかなように円振動数  $\sqrt{1 - h^2}\omega_0$  で振動しながら, 臨界減衰比および固有円振動数によって定まる時間方向に減少する関数を包絡線に持つ関数で, ここでは  $\tau_a$  をほぼその 1 周期, 2 周期, 3 周期等の長さで window がかかる場合に対して定め, 又その各々の  $\tau_a$  に対して臨界減衰比を 0.5 ~ 10% まで変化させて  $|G'(j\omega)|^2 = I_1(\omega)/S_0$  を計算した。

先ず Fig. 1 に  $n = \infty$ , 即ち  ${}_0S(\omega)$  の値を示す。次いで Fig. 2 に  $n = 6\pi$  の場合の結果を示す。尚グラフの横軸は  $\omega_0$  により無次元化を行い, また縦軸は減衰評価の問題に便利なように  $|G'(j\omega)|^2 = |G'(j\omega)|^2 / |G'(j\omega)|^2_{max}$  をとり最大値を 1 にそろえて画いた。この両図より明らかな如く図の共振点の位置の変動は

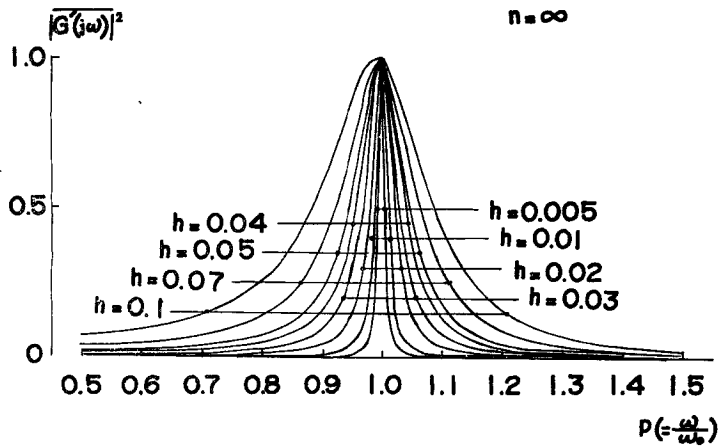


Fig. 1 Normalized Amplitude characteristics of transfer function.

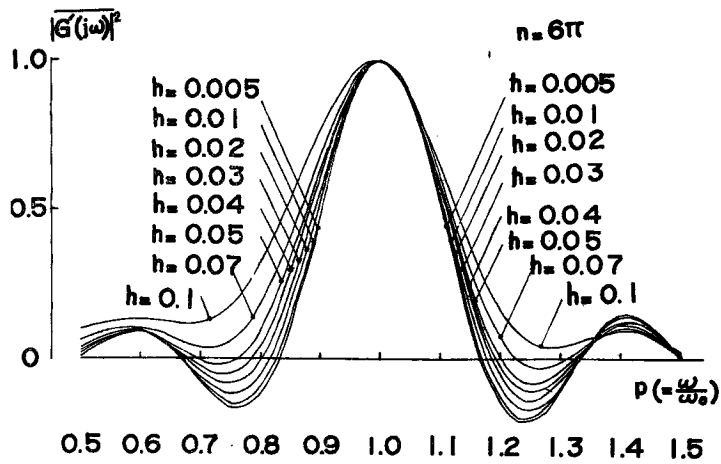


Fig. 2 Normalized Amplitude characteristics of transfer function having lag window  $n=6\pi$ , regarding to various critical damping ratio.

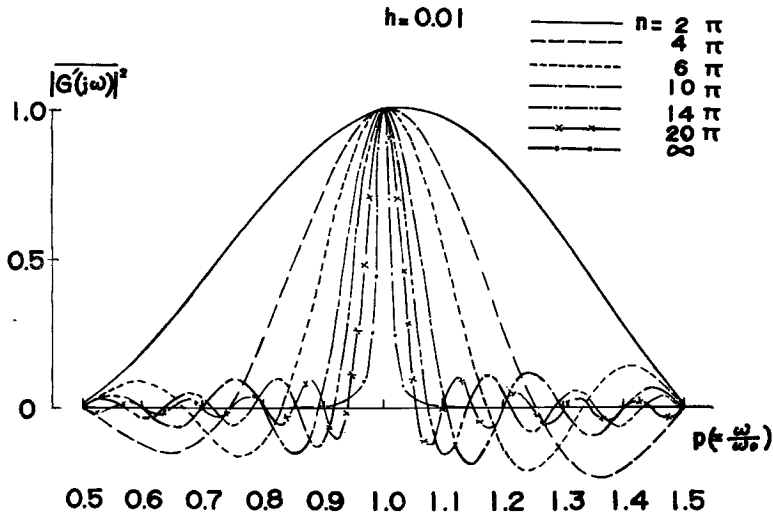


Fig. 3 Normalized Amplitude characteristics of transfer function modified by lag window  $n$ ; the case of  $h=0.01$

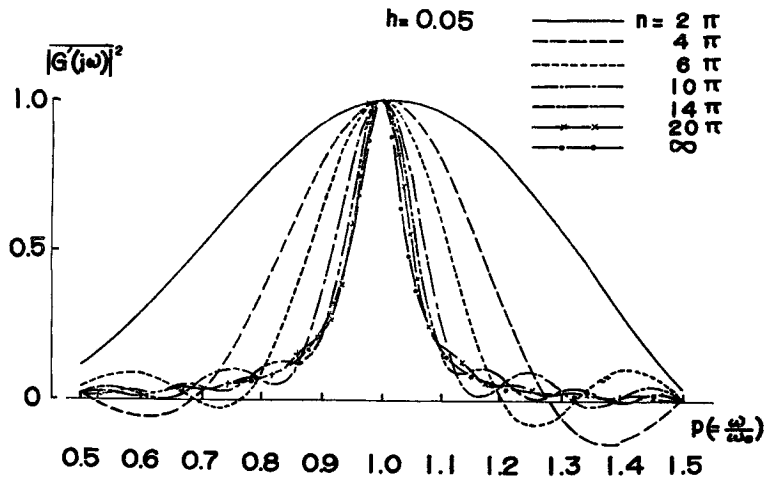


Fig. 4 Normalized Amplitude characteristics of transfer function modified by lag window  $n$ ; the case of  $h=0.05$

$h$  の値に関係なくあまり見られないが、 $n$  の値が小さいときは図形の巾が外側に広がっているのが見られる。また図形の  $n$  の値の相違による変化の様子をそれぞれの減衰比に関して画いた場合の一例を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。Fig. 3 は臨界減衰比 1%，Fig. 4 は 5% の場合でこれ等の図は共振点の位置が  $n$  が減少するに従っていくらか右にずれることおよび  $h$  の値の小なる場合の方が  $n$  の値の減少するに従い図形の巾の広がりの程度が大ききことを示している。

図のピークの位置および図形の巾はそれぞれ系の固有振動数および減衰比を示すもので、ピークの位置はそのまま固有振動数をあらわすが、減衰比の評価は減衰比が小さな場合には近似的に次式によって図形の巾と関係づけられる。

$$2h = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \dots\dots\dots(10)$$

ここで  $\Delta\omega$  は図のピークの高さの半分、即ち power 1/2 の高さ部分の円振動数巾である。固有振動数のずれに関しては上述の  $h$  および  $n$  のパラメーター範囲では 2% 以内で  $n$  の値の影響は殆んど無視し得る。power 1/2 の高さ部分の図形の巾より (9) 式によって近似的に評価される減衰比の値は  $n$  の値による影響を考慮しなければ、 $n$  の値の小なるに従い極めて過大に評価されることが予想される。これを検討するために power 1/2 の部分の図形の巾より見かけの臨界減衰比  $h_e$  を算出し、 $h$ 、 $h_e$  および  $n$  の関係をグラフに示したのが Fig. 5 である。この図では縦軸に見かけの減衰比  $h_e$  を、横軸には  $n$  が取られている。 $h$  の値が大なるに従って急速に真の減衰比の評価に近づくこと、例えば  $h=0.10$  の場合はば 7 周期以上とれば殆んど正確な減衰比の評価が得られるが、 $h=0.005$  の場合は相関関数の window 巾  $\tau_a$  をば 20 周期分取ってもそれより算出される値は 3 倍の過大な値を評価することになることを示す。

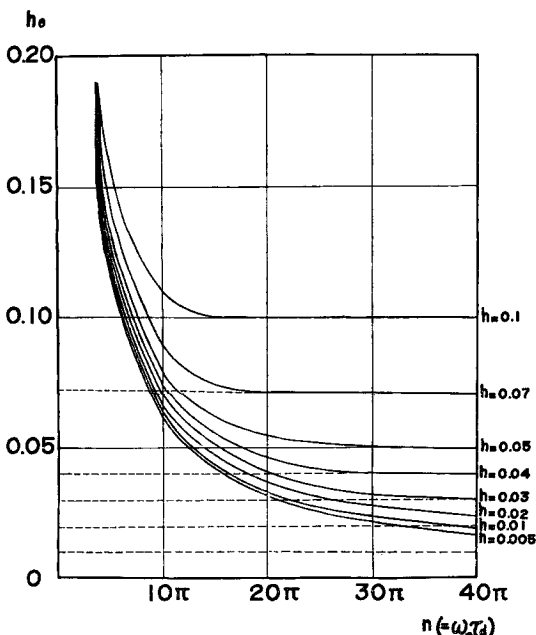


Fig. 5 Relation between estimated critical damping ratio  $h_e$  and lag window  $n$ , in the case that the parameter is  $h$ .

Fig. 6 はこれ等  $h$  と  $h_e$  の関係を  $n$  をパラメーターに示したものでこの図より  $n$  が小さくなるに従い  $h_e$  の値が急速に増加すること、および曲線の勾配より  $h$  の値による相違が小さくなるのが見られる。

また Fig. 5 を用いれば逆に見かけの減衰比  $h_e$  を知ることにより  $n$  の値を考慮すれば系の減衰比を評価することが可能である。しかしながらこの場合は  $h$  の値により異なるが一般的に相関関数の最大遅れ時間  $\tau_a$  を固有周期の 5 周期以上取る必要があることが図より明らかである。

ii) (6) 式の第 2 項  $I_2(\omega)$  は (5) 式より明らかなように放物線型の包絡線を持つ  $\omega$  の増加とともに減少する関数で、 $\tau_a=0$  の点における曲線の高さは  $2b(\tau_a)\tau_a$  である。従って図の共振点の位置および図形の巾に対する  $I_2(\omega)$  の影響の度合は  $2b(\tau_a)\tau_a$  がその上界を与えることになる。

ここで下式の規範により  $b(\tau_a)$  を定めるものとする。

$$\int_0^{\tau_a} R_m(\tau) d\tau = 0 \dots\dots\dots(11)$$

従って  $b(\tau_a)\tau_a$  は



$$\begin{aligned}
 b(\tau_a)\tau_a &= -\int_0^{\tau_a} R(\tau) d\tau = -I_1(0) \\
 &= -\frac{\pi S_0}{h\omega_0^4} \left[ e^{-h\omega_0\tau_a} \left( \frac{1-2h^2}{\sqrt{1-h^2}} \sin\sqrt{1-h^2}\omega_0\tau_a \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2h \cos\sqrt{1-h^2}\omega_0\tau_a \right) + 2h \right] \dots\dots\dots(12)
 \end{aligned}$$

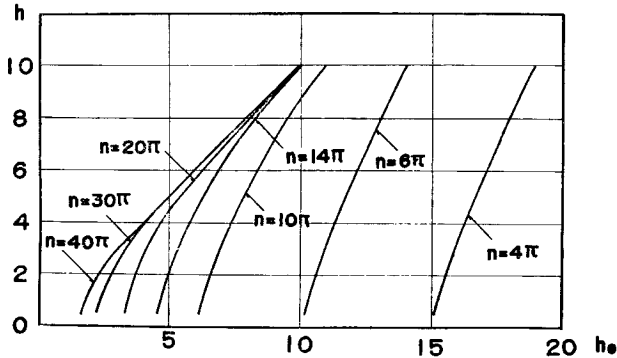


Fig. 6 Relation between estimated critical damping ratio  $h_e$  and true critical damping ratio  $h$ , in the case that the parameter is  $n$ .

この  $I_2(\omega)$  の値が固有振動数および減衰比の評価に与える影響の大きさを、 $I_1(\omega)$  の項の影響との比  $-2b(\tau_a)\tau_a/I_1(\omega)|_{max}$  と考えて数値計算を行った結果を Fig. 7 に示す。(12) 式よりも明らかなように  $n$  が大きくなるに従って、漸次入力レベルおよび固有振動数によって定まる定数に近づく。また図よりこの傾向が  $h$  の値が大きい程急速であることがわかる。しかし  $n=10\pi$ 、即ち相関関数の最大遅れ時間  $\tau_a$  をほぼ 5 周期分以上にとれば、 $I_2(\omega)$  の  $I_1(\omega)|_{max}$  に対する値は数%以内と

なり、結論としてこの項の固有振動数および減衰比の評価に与える影響は  $I_1(\omega)$  に比して  $n=10\pi$  以上では極めて小さいと考えられる。

4. 実測結果に対する検討

以下に実在構造物において起振器による定常強制振動試験、引張りによる自由振動試験および常時微動計測を実施した実測結果を掲げ、前述の計算結果に対して具体的検討を加える。実験の対象とする構造物は 5 層の対称な矩形平面形を持つ純鉄骨架構であり、実験時は施工中で鉄骨柱、梁、床スラブおよび腰壁より構成されている構造的に比較的単純なもので、更に実験架構のみを独立させるため隣接架構との一階以上の梁を特に取除いたものである。

常時微動の測定は交通機関等の影響を出来るだけ避け深夜の noise level の低い時間を選んで行った。尚測定を行ったのは実験時および建物完成後の二時期である。

定常強制振動試験および自由振動試験の主軸両方向：張間方向 (NS 方向)、桁行方向 (EW 方向)、に対する試験結果の一部を以下の Table 1 および Table 2 に示す。Table 1, 2 に示された結果は 5 階床における応答測定より求められたものである。また Fig. 8 お

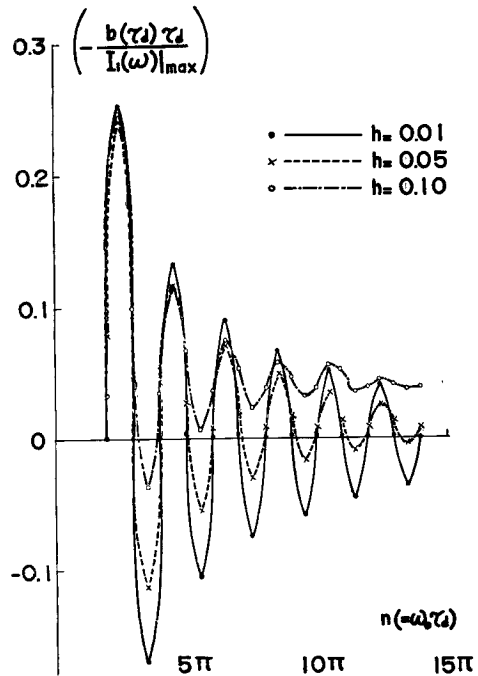


Fig. 7 Evaluation of the effect of deviation to base live of auto-correlation function.

Table 1 Results of the forced vibration test

	NS component				EW component			
	natural frequency (cps)		critical damping ratio (%)		natural frequency (cps)		critical damping ratio (%)	
	1st.	2nd.	1st.	2nd.	1st.	2nd.	1st.	2nd.
	1.83	5.68	0.81	0.81	2.32	6.91	1.09	0.75
	1.83	5.68	0.67	1.09	2.31	6.91	1.97	1.02
	1.83		0.79		2.32	6.90	2.69	0.83
average	1.83	5.68	0.76	0.95	2.32	6.91	1.92	0.87

Table 2 Results of the free vibration test

	NS component		EW component	
	natural frequency (cps)	critical damping ratio (%)	natural frequency (cps)	critical damping ratio (%)
	1.82	0.58	2.43	2.93
	1.83	0.63	2.40	2.48
	1.82	0.68	2.47	2.27
	1.82	0.62	2.42	2.23
	1.81	0.62	2.44	2.21
average	1.82	0.63	2.43	2.82

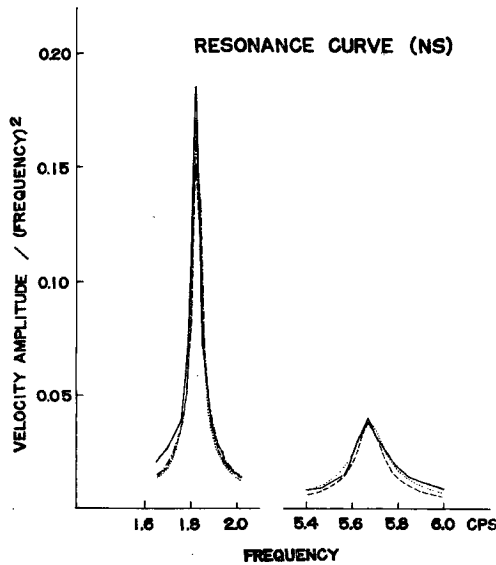


Fig. 8 Frequency response curve at fifth floor, NS component.

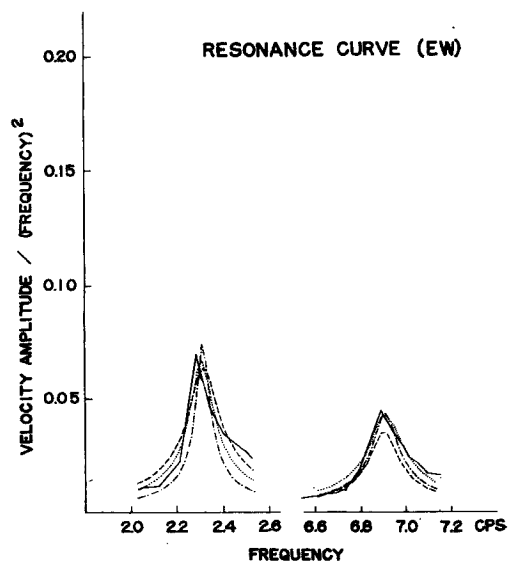


Fig. 9 Frequency response curve at fifth floor, EW component.

よび Fig. 9 に同じく 5 階床の定常強制振動試験より求められた共振曲線の一例を示すが、Table 1 に掲げられた臨界減衰比はこの共振曲線に対し最少自乗法により、modal coupling が無いとした場合の多自由度不連続質点系に対して求められる理論曲線に対して近似を行い、その係数より定められたものである。また自由振動試験における臨界減衰比は10波程度の波形の平均的な振幅比より算出したものである。

常時微動の速度応答記録より計算されたスペクトル密度を Fig. 10, 11, および12に示す。

Fig. 10 は 5 階床, Fig. 11 は 2 階床において実験時に測定された結果であり、また Fig. 12 は同構造物が完成後に微動測定を行った結果を示す。

スペクトル密度の計算方法は以下の通りである。まず測定記録の約 180sec 間に対して digital type correlator (米国 T. M. C. 社 CAT-400B, COR. 256) で 10 millisecc で sampling し、最大遅れ時間  $\tau_d$  2.56 sec (case B の場合は 1.28 sec) で自己相関関数を計算し、その結果を階段関数で近似した後 (11) 式に従って規準線を定めた関数に対し digital 計算機によりフーリエ変換を行ってスペクトル密度を計算した。

これ等の計算結果の図より読み取れる NS, EW 方向のそれぞれの 1 次および 2 次の固有振動数は次の通りである。

- case A(5F) 1.84 cps(1st.) :  
NS component
- 2.47 cps(1st.) :  
EW component

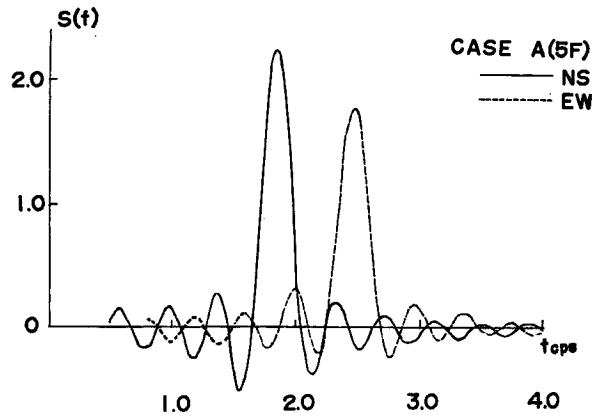


Fig. 10 Power spectral density calculated from micro-tremors at fifth floor of structure under construction.

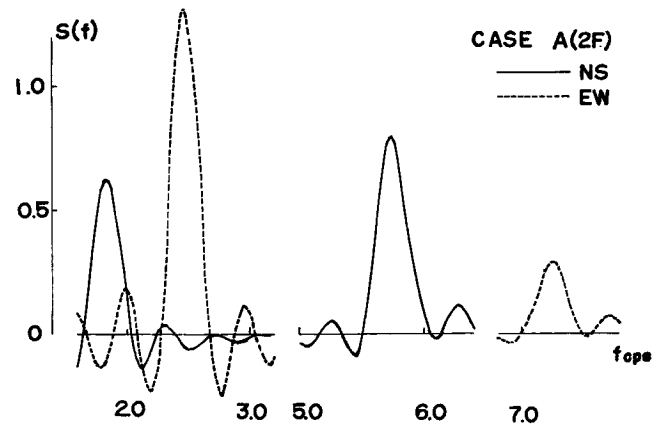


Fig. 11 Power spectral density calculated from micro-tremors at second floor of structure under construction.

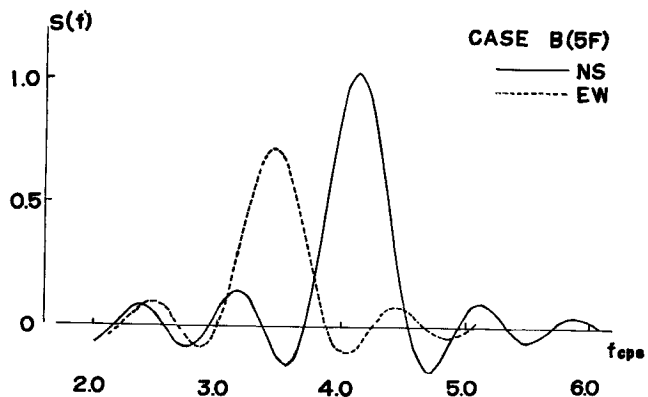


Fig. 12 Power spectral density calculated from micro-tremors at fifth floor of structure.

- (2F) 1.84 cps (1st. ): NS component  
 5.74 cps (2nd. ): NS component  
 2.48 cps (1st. ): EW component  
 7.26 cps (2nd. ): EW component

- case B** (5F) 4.12 cps (1st. ): NS component  
 3.44 cps (1st. ): EW component

**Table 1** と **Table 2** における EW 方向の 1 次の固有振動数に約 0.1 cps の試験方法の相違による評価の違いがあるが、かかる点をも考慮すれば上記 **case A** に示される NS, EW 方向の 1 次の固有振動数の評価はかなり正確であり、また 2 次の固有振動数もほぼ扱えられていると考えてよい。

臨界減衰比の評価に関しては測定対象とした構造物に対してその減衰量は比較的少さいと予想される故、偏差  $I_2(\omega)$  の影響は無視して妥当であると考えられ、また強制振動試験、自由振動試験の結果および **Figs. 10~12** に示されたスペクトル密度の計算結果より 1 次および 2 次の mode の分離が可能で、且つスペクトル密度の図形の上でそれぞれ独立に扱ってもよいと考えられる。かかる想定を行えば、**Figs. 10~12** の各図の各次の固有振動数に対する臨界減衰比を上記の固有円振動数、ピークの 1/2 の高さにおける振動数巾より計算される見かけの減衰比、および相関関数の最大遅れ時間  $\tau_a$  より **Fig. 5** の曲線群を用いて算出することが出来る。尚ここでは速度応答のスペクトル密度を考察の対象としているが、この場合でも前節の (10) 式に示された近似式は成立し、見かけの減衰比が計算出来る。以下にその結果を示す。

<b>case A</b>	(5F) NS component	:	$n=4.7 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.064$ ,	$h=0.005$ (1st.)
	EW	":	$n=6.3 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.053$ ,	$h=0.02$ (1st.)
	(2F) NS	":	$n=4.7 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.062$ ,	$h=0.005$ (1st.)
	NS	":	$n=14.7 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.024$ ,	$h=0.01$ (2nd.)
	EW	":	$n=6.2 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.05$ ,	$h=0.01$ (1st.)
	EW	":	$n=18.6 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.019$ ,	$h=0.01$ (2nd.)
<b>case B</b>	(4F) NS	":	$n=5.3 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.06$ ,	$h=0.015$ (1st.)
	EW	":	$n=4.4 \times 2\pi$ ,	$h_e=0.077$ ,	$h=0.025$ (1st.)

上記の結果を **Table 1** および **Table 2** の結果と比較すればほぼ一致した値を示して居り、常時微動測定によって 2 次までの減衰比の値が検出されたと考えてよい。しかしながら **Table 1** および **Table 2** にも示されている如く、減衰比の評価は同じ試験方法による結果より算出された値においても可成のバラツキを示している。このことは既に述べたように強制振動試験における起振器の制御精度によるものの共振曲線の評価の不安定さに主としてよるものであり、強制振動試験結果と自由振動試験結果とにあらわれた減衰評価の差異は、構造物系の減衰機構が主体構造材料の粘性摩擦および基礎地盤のエネルギー散逸などのいくつかの減衰要因からなることによる試験方法 (加力方式) に起因するものであることを考えれば、この結果はかなり良好であると考えてよい。即ち常時微動計測より構造物系の減衰量の概略を知ると云う目的に対して、この評価方法によることのある程度の可能性が検証されたと云える。

## 5. む す び

本論文では主として構造物の常時微動計測より系の固有振動数および減衰比の評価を問題として、相関関数の有限時間巾の lag window および真の相関関数に対する偏差による影響を white noise を入力とする一質点系につき考察した。

一般にスペクトル密度の評価法の問題に関しては制御工学などの分野で既に論じられており、それぞれの

分野の目的に対しては非定常非線型領域にまで涉って検討されているが、ここではこれ等の問題を構造工学の分野に適用出来ると考えられる常時微動計測による構造物系の動力学特性の評価法の問題として、通常の数サイクルより数十サイクルの振動数巾を持つ記録に対して、相関計あるいは AD 変換装置およびデジタル計算機により相関関数を計算する手順において現実の問題となる点のみに焦点を絞り考察した。しかしながら入力外乱に対して white noise を仮定している点、定量的な評価の精度など一般的には検討の余地が残されており今後の課題と考えられる。

最後にこの問題に対し種々御批判を戴いた福井大学工学部鳥海勲教授および数値計算に助力された同研究室の方々に、また同時に数値計算、図表の作製などに当られた京都大学工学部小堀研究室の方々に感謝致します。

#### 参 考 文 献

- 1) 小堀鐸二：耐震試験における問題点，日本地震工学シンポジウム講演集，Oct.，1966，pp. 491～496.
- 2) 小堀鐸二，南井良一郎，竹内吉弘：確率統計的方法による多自由弾性構造物の動力学特性の検出法，京大防災研究所年報，第 9 号，昭 41. 3，pp. 225～241.