

河 川 の 大 規 模 亂 れ

余 越 正 一 郎

LARGE SCALE TURBULENCE IN A RIVER

By *Shōitirō YOKOSI*

Synopsis

Observations of turbulent velocity are made in a river using a current meter. The width of the river is 100 m and the depth is about 2 m. Moving average and power spectrum analysis give the following results: (i) Maximum length of the large horizontal eddies in the river is about 10 times of the river width. (ii) Energy spectral density is described by the well known “-5/3 power law”, although the energy dissipation density ε takes different values for the two zones, i.e. for the large horizontal turbulence $\varepsilon = 0.03 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$ and boundary layer turbulence $\varepsilon = 0.2 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$.

1. ま え が き

河川流れは降水として与えられた位置のエネルギーが重力という外力により平均流のエネルギーに変換されて流下するものである。河川流れの乱流構造について考えてみると、平均流のエネルギーは平均流の不安定性にもとづき、流れの特徴的なスケールと同程度の大きな乱子に乱れのエネルギーとして供給され、カスケード過程をへて最後には粘性力の作用によりこれを熱に変換する最小乱子へと伝達される。河川流れはこのようなエネルギー平衡のもとに海へと向って流下する一大エネルギープロセスで、その途中において種々の物質輸送や拡散の現象をともなっているものと考えることができる。

河川流れの特徴的スケールは2つあり、その1つは水深である。水深によって規制された乱流境界層の乱れには、その大きさを水深によって規制された最大乱子から分子粘性により規制された最小乱子にいたる、種々の階級の乱子が含まれていて、そのおのおが速度の変動を起しているものと考えられる。河川流れのもう1つの特徴的スケールは河巾である。河巾によって規制されるような大スケールの乱れは上に述べた河床と自由水面の間の乱流境界層の乱れとはほとんど無関係に、鉛直方向には一様な性質をもつ2次元の水平乱れと考えられ、この2次元水平乱流にもカスケード過程が存在するであろう。したがって、これらにもとづく速度変動は全体として1つの広い帯スペクトルを形成しているものと予想される。

河川流れの最小乱子の大きさはほぼ $\lambda_0 = 10^{-1} \text{ cm}$ の程度である¹⁾。これにたいして鉛直方向の特徴的スケールである水深は $H = 10^2 \text{ cm}$ の程度であるから、鉛直方向の河川乱流スペクトルの巾はほぼ $H/\lambda_0 = 10^3$ である。一方水平方向の特徴的スケールである河巾は $B = 10^4 \text{ cm}$ の程度であるから、水平方向の河川乱流スペクトルの巾は $B/\lambda_0 = 10^5$ である。このように河川乱流は実験用水路の乱流などにくらべて、非常にスペクトル巾が広いことがわかる。これを大気乱流のスペクトル巾と比較してみると²⁾、鉛直方向には 10^8 程度で河川乱流とほぼ同程度であるが、水平方向には 10^8 と桁違いに大きい。同じようなことは海洋乱流についても言えることである。乱れの特徴的スケールと最小スケールの比は、レイノルズ数の $3/4$ 乗に比例することはよく知られていることである。

上にみたように河川乱流場は鉛直方向と、水平方向にそのスケールが大きく異なり、そこに存在する乱子の寸法も速度も異なっている。したがって、両者を分離して考えてもよいであろうという立場で、われわれは今まで河川乱流の測定をしてきた。水深により規制される乱流境界層的乱れに関しては、直径 1.5 cm の小型のプロペラ式流速計を用いてびわ湖疏水において観測をして、そこに存在する最大乱子の長さが水深の 10倍程度であるということや、その他の多くの知識をえた³⁾。一方、大規模水平乱れに関しては直径 14 cm の普通のカレントメータを用いて、宇治川において長時間観測をし、大規模水平乱れの最大寸法は河巾の 10 倍程度であり、それ以下の寸法の乱れには連続的なカスケードが存在することを知った⁴⁾。また、このように巾広いスペクトル場における観測では、観測時間や測器の寸法によってスペクトルの切断が生じることに注意しなければならないことについても考察をおこなった⁵⁾。

本論文は、河川の水平最大乱子の寸法と、河川乱流場のスペクトル構造に関して、観測結果から考察を加えたものである。

2. 観測の場所と方法

観測場所には宇治川水理実験所の前を流れる宇治川をえらんだ。**Fig. 1** にその附近の地図を示す。この範囲では、河巾は一様に 100 m で、断面形状も比較的一様なうえに極端なわん曲や大流量の流入もなく、観測目的には一応適切な場所と考えられる。さらに都合のよいことは図の B 点に量水塔があり、観測期間中の流量変化がわかることがある。

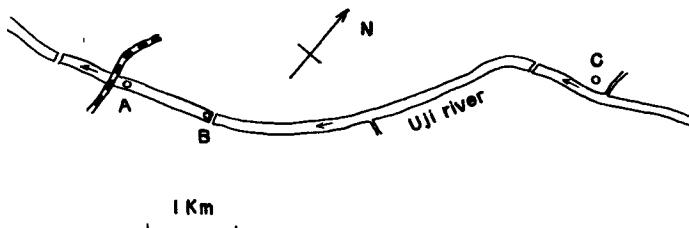


Fig. 1 Location map. A: Observation point, B: Yodo water gauge, C: Ujigawa Hydraulic Laboratory.

観測にあたっては両岸から張ったワイヤーのほぼ中央に流速計をつるし、すこし離れたモーターボートの上でペン書き記録計に流速変動を記録した。観測に使用した流速計は市販の発電式プロペラ流速計で、プロペラの直径は 14 cm、ペン書き記録計と連結したときの時定数は観測時の流速で 1 sec 以下であった。流速計は水面下 40 cm に位置するようにつるした。1 時間にもわたる連続観測であるから、その間にゴミなどが流速計にひっかかることが多く、解析に使用できるデータを沢山とるのはなかなか困難であった。

3. 河川の大規模な乱れの場

河川の流れには種々の大きさの乱子が存在していることはよく知られているが、どの程度の寸法の乱子がどのような割合で分布しているのかということに関しては、まだあまりよく知られてはいないようである。

広いスペクトル巾を持つ河川乱流速度場を特定の測器で観測してえられるものは、測器の寸法や慣性、観測時間等に相当する周波数で切断されたものである。したがって河川乱流の構造を正しく知るために、流れに存在するスペクトルの巾を理解して、適切な観測および処理をおこなわなければならない。

どの程度の寸法の乱子がどのように存在していて、その最大寸法はどの程度であるかということを簡単に知る方法の 1 つに移動平均法がある。すなわち、もとのデータにいろいろな時間の移動平均をおこなってみるわけである。このような移動平均の各段階で平均化された流速値がえられて、それに相当する変動成分の分散を求めることにより、エネルギー分布さえも評価が可能となる。

Fig. 1 の場所で、河巾 100 m, 水深 2 m, 平均流速 (30分平均) 1.28 m/sec のときに30分間の観測を行ったものに移動平均を行なってみた。観測記録を 0.6 sec 間隔で読みとり、これに 1.2 sec の移動平均をしたものの一応原系列として、それに 6 sec, 60 sec, 300 sec の移動平均を順次行なった結果を **Fig. 2** に示す。

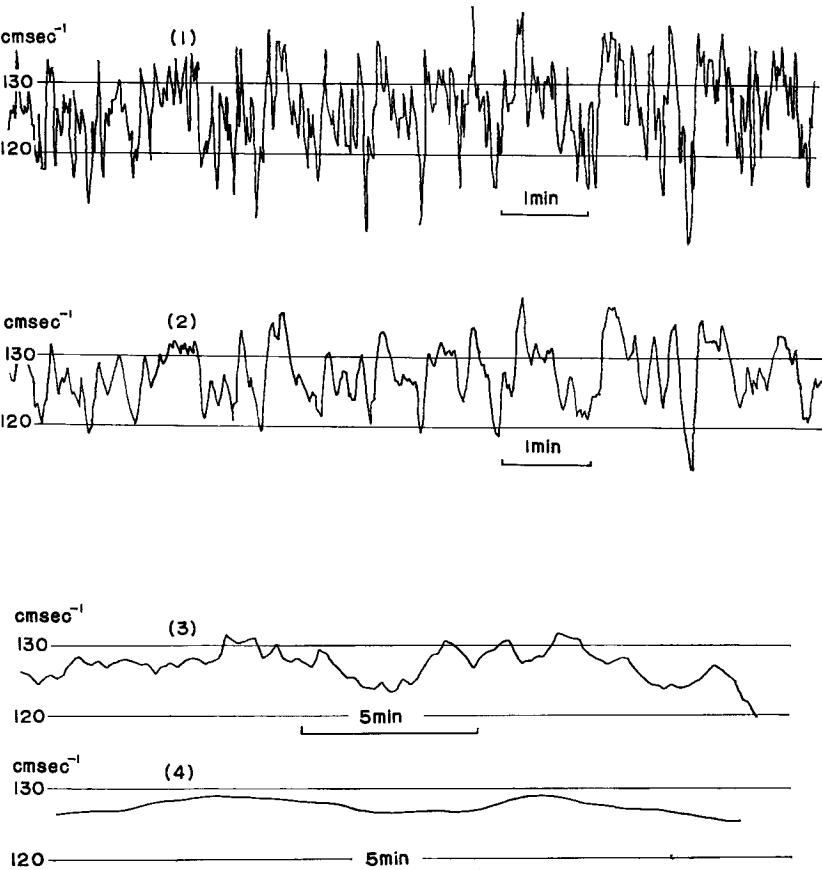


Fig. 2 Velocity Variations in the river for different averaging periods. (1) : Instantaneous values, (2) : with the averaging period 6 sec, (3) : 1 min, (4) : 5 min. $B=100$ m, $H=2.0$ m, $\bar{u}=1.28$ m/sec.

乱流境界層の最大乱子の長さが水深の10倍程度であるとすると⁸⁾、その通過時間は 15 sec 程度となるが、このような乱れは 6 sec の移動平均をしたものに明瞭に含まれている。また、これより大きな種々の階級の乱れが存在することも **Fig. 2** をみてわかることがある。ここで興味をひくのは 5 分間の移動平均をした結果である。これには 1 波長しか含まれていないが、約 10 分程度の周期を持つと思われる波が見られ、この波の波長を凍結乱流の仮定から計算すると、それは河巾のほぼ 10 倍に相当することがわかる。このようなことがらと渦の安定から考えて、われわれは河川流れに存在する大規模水平最大乱子の長さは、河巾の 10 倍程度であろうということを主張している。

4. 水平最大乱子の寸法

河川流れに存在する水平最大乱子の長さが河巾の 10 倍程度であるという主張をさらに実証するために、1

時間の連続観測を行った結果を次に示す。このときの流れの状態は、河巾 100 m, 水深 2.1 m, 1 時間平均流速は 1.23 m/sec であった。水平最大乱子の長さをみるとために、1 秒毎に読みとった流速値に 5 分の移動平均をした結果が Fig. 3 である。

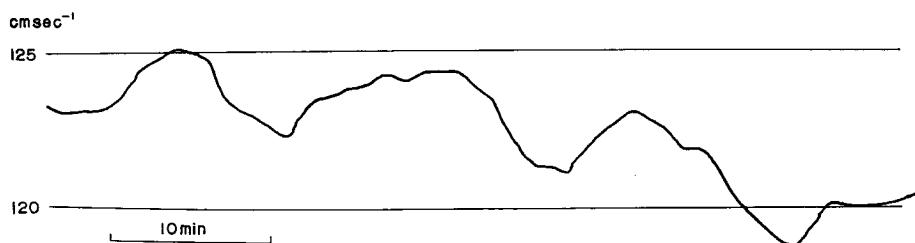


Fig. 3 Velocity variations in the river with the averaging period 5 min. $B=100$ m, $H=2.1$ m, $\bar{u}=1.23$ m/sec.

Fig. 3 には非常に周期的な波がはっきりと見られるが、その周期は水平最大乱子の長さが河巾の10倍であるとして計算した長さ 1 km の乱子の通過時間 14 分と非常によく一致していることがわかる。この図で流速が次第に減少しているが、これはびわ湖からの放流量の変化にもとづくものであることが、観測点の約 1 km 上流にある淀の量水塔の水位記録にもあらわれていて、観測時間中には 1 時間に 5 cm の割合で水位がさがっていた。

それではこの様なことが、河川流れ以外の流れにおいても言えるのであろうかということを考えて、次に長さ 150 m, 巾 60 cm の水路に水深 15 cm で水を流し、水路末端において直径 1.5 cm の小型のプロペラ式流速計（時定数は 0.1 sec 以下）を用いて流速の測定をしてみた。巾 60 cm の水路で 150 m も流下すれば相当安定な乱れの場が形成されているものと考えられる。えられた記録に 10 sec の移動平均をした結果を Fig. 4 に示す。

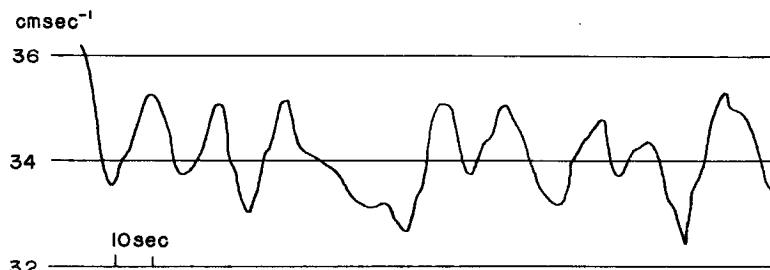


Fig. 4 Velocity variations in the laboratory flume with the averaging period 10 sec. $B=60$ cm, $H=15$ cm, $\bar{u}=34$ cm/sec, length of the flume = 150 m.

この場合、水路巾 60 cm, 平均流速 34 cm/sec であるから、水路巾の 10 倍に相当する長さ 6 m の乱れの通過時間は 18 sec と計算され、Fig. 4 においてもこの関係はよく保たれていることがわかる。

上にみたように河巾の 10 倍もあるような乱れは、おそらく河巾全体にわたっているものと考えられる。なぜならば、あまりに偏平な渦は安定に存在しないのではないかと思われるからである。

以上のようなことから、流量の人為的変化や流入量の変化にもとづく流速変動ではなくて、河川自体の性質にもとづく大規模水平乱れの最大寸法は、横方向には河巾、長さ方向には河巾の 10 倍程度であると考えるわけである。これは乱流境界層的最大乱子の長さが、水深の 10 倍程度³⁾ であるということを考えあわせて大変興味深い。

したがって、河川流れに存在する最大寸法の乱れ、あるいはそれに近い大きな乱れの統計的な性質を知るための観測時間としては、少なくとも河巾の10倍の長さの乱れの通過時間 $10B/U$ (B : 河巾, U : 平均流速) の10倍程度の観測時間、すなわち $100B/U$ が必要であろう。しかし、このように長い時間（宇治川においては3時間近くになる）の連続観測は流量変化や流速計にひっかかるゴミのために、あまりたやすいことではない。

このように大きな乱れによって、河川の流量に変動が生じているのであろうかという疑問が生じるが、それは水位と流速との同時観測をしなければわからないことである。

5. 河川乱流場のスペクトル構造

すでにみてきたように、河川流れにはいろいろな大きさの乱れが巾広く分布しているが、その実態を理解するには、エネルギースペクトルをしらべるのが最もよいであろう。

近代乱流理論によれば、レイノルズ数の大きな流れにおいては、乱流場へのエネルギー流入に関する最大乱子とエネルギー逸散に関する最小乱子の間の波数領域、すなわち、中間乱子領域においては、エネルギー逸散密度 ε が乱れのあらゆる統計的性質を決定する唯一のパラメータであることが良く知られている。そして、この領域では乱れのエネルギースペクトルの形が理論的に決定されていて、それは Kolmogorov の $-5/3$ 乗則と呼ばれている。この理論の妥当性は数多くの測定から広く確かめられている。1次元エネルギーースペクトル密度を周波数で表わすと次式となる。

$$F(n) = \frac{C}{(2\pi)^{2/3}} \bar{u}^{2/3} \varepsilon^{2/3} n^{-5/3} \dots \quad (1)$$

(1) 式において C は普遍定数, \bar{u} は平均流速, ε は単位質量単位時間当たりの平均エネルギー逸散, n は周波数である。定数 C の値は最近の各方面の測定結果から 0.5 に近い値をとることが知られているが⁶⁾, Kraichnan によりごく最近理論的にも確かめられた⁷⁾。

エネルギー逸散密度 ε はこのように中間乱子領域においては非常に重要なパラメータであり、それを評価する方法にもいろいろある⁸⁾。乱流境界層においては、乱流エネルギーが平衡状態にあればエネルギー生成と逸散は等しいと考えて、せん断力と速度勾配から $\varepsilon = \tau (\partial u / \partial z)$ として求めるのが簡単である。この他に拡散から求める方法、逸散領域のスペクトルを積分して求める方法などあるが、ここでは、中間乱子領域のスペクトル密度の形から求めることにする。

河川乱流場におけるエネルギースペクトルを計算する目的で **Table 1** に示すような 2 つの観測をおこなった。

Table 1 Conditions of the observations in the river.

B : width, H : depth, \bar{u} : mean velocity, T_* : duration of the observation.

| Date | $B(\text{m})$ | $H(\text{m})$ | $\bar{u}(\text{m/sec})$ | $T_*(\text{hr.})$ |
|------|---------------|---------------|-------------------------|-------------------|
| 9.28 | 100 | 2.7 | 1.30 | 1 |
| 9.29 | 100 | 2.1 | 1.23 | 1 |

スペクトル密度を計算するためには、流速計の時定数を考えて $\Delta t=1 \text{ sec}$ 間隔で流速値を読み取った。すでに見てきたように、流速変動のスペクトル巾は非常に広いので、実際の計算にあたっては $\Delta t=1 \text{ sec}$ 間隔で $N=360$ 、すなわち 6 分間のデータに $m=60$ のずらしをして計算をしたものと、10 sec の移動平均をして $\Delta t=10 \text{ sec}$ 、 $N=360$ 、すなわち、1 時間のデータで $m=60$ として計算をしたスペクトルを重ねあわせることにした。しかし、10 sec の移動平均をしたものから計算したスペクトル密度にはその影響が入っているので、伝達函数 $\sin^2 10\pi n / (10\pi n)^2$ を用いて修正をしなければならない⁹⁾。そられた結果を Fig. 5, Fig. 6

に示す。前者は Table 1 の観測 9.28, 後者は 9.29 である。図中の黒丸は $\Delta t=1 \text{ sec}$ のもの, 白丸は $\Delta t=10 \text{ sec}$ のもので、直線は $-5/3$ 乗の勾配を示している。

Fig. 5 は非常に興味ある事実を示している。すなわち、水深の10倍に相当する乱流境界層的最大乱子の通過時間に相当する周波数 $0.05 \sim 0.06 \text{ c/s}$ の附近を境に $-5/3$ 乗則の成立する2つの領域に分れていることである。これは、乱流境界層の乱流場と、それより大きな水平乱流場とでは異なるエネルギー逸散密度 ε を持って $-5/3$ 乗則が成立することを示している。それぞれの ε の値を(1)式で $C=0.5$, $\bar{u}=130 \text{ cm/sec}$ として図中の直線から計算すると、水平乱流場では $\varepsilon_H=0.030 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$, 乱流境界層の乱流場では $\varepsilon_V=0.21 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$ となる。

Fig. 5 をみて思い出されるのは海洋乱流のエネルギースペクトル密度分布に関する Ozmidov の考え方である¹⁰⁾。彼は海洋乱流における乱流エネルギーの流入は風波のスケールとか潮汐振動のスケールといったような特定の領域に集中していて、そこからのエネルギーが別々のエネルギーflux ε で、高周波側に向って伝達されると考えた。

しかし、残念ながら観測 9.29 の Fig. 6においてはこのようなことは見られず、 $-5/3$ 乗則の成立さえあまりはっきりしていない。高周波側にしいて $-5/3$ 乗の直線を挿入してエネルギー逸散を計算すると $\varepsilon_V=0.11 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$ がえられる。Fig. 5 にみられる興味ある事実については未だ観測も少ないのでここでは言及しないが、Fig. 5 にみられるスペクトルのギャップの巾は B/H が大きくなればもっと広くなるのではないかと思われる。なぜならば、まえがきにも記したように、鉛直方向と水平方向のスケールが著しく異

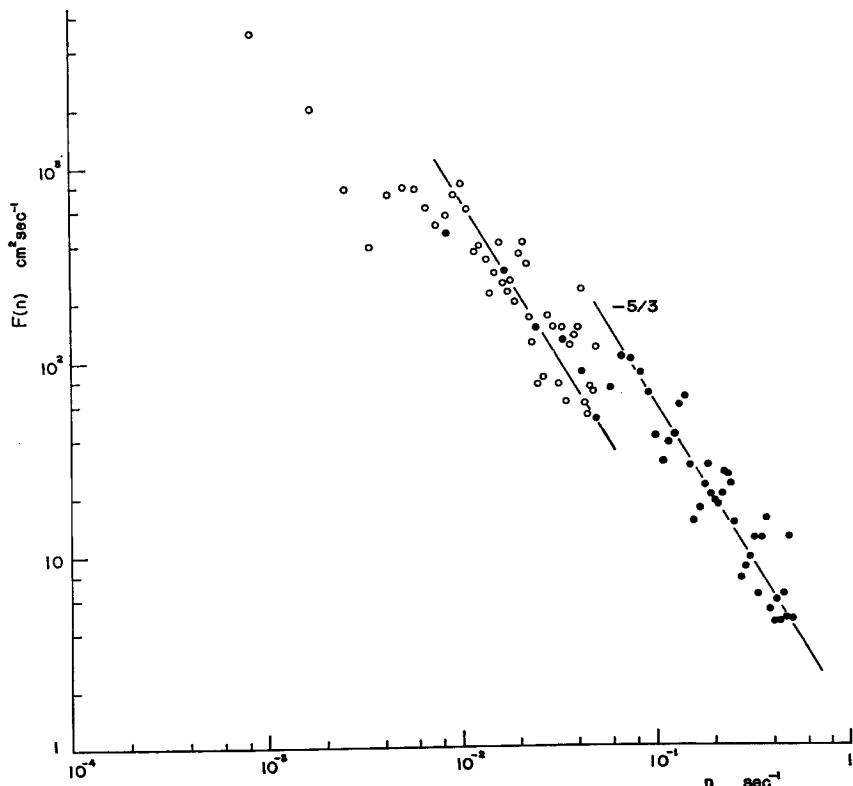


Fig. 5 Energy spectral density of the longitudinal velocity in the river.
 $B=100 \text{ m}$, $H=2.7 \text{ m}$, $\bar{u}=1.30 \text{ m/sec}$.

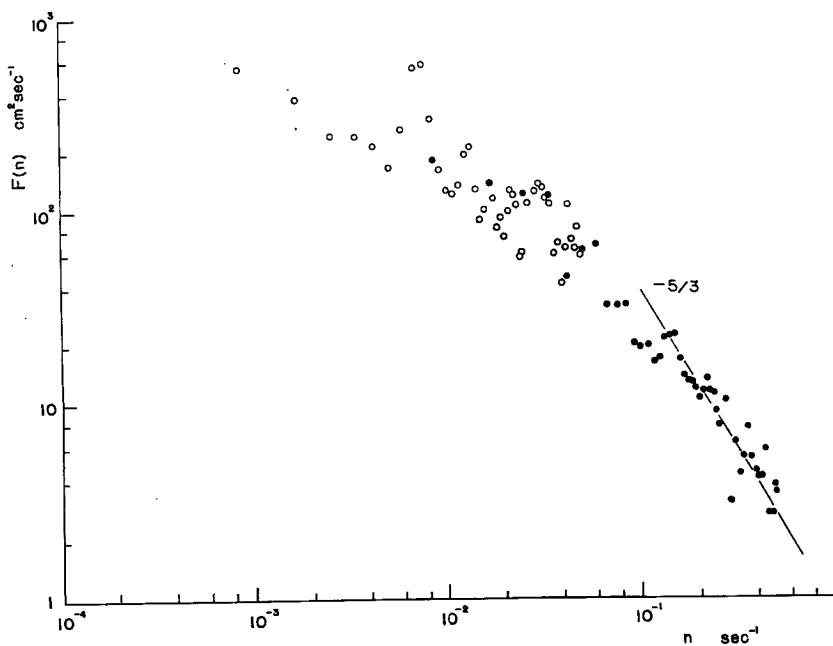


Fig. 6 Energy spectral density of the longitudinal velocity in the river.
 $B = 100 \text{ m}$, $H = 2.1 \text{ m}$, $\bar{u} = 1.23 \text{ m/sec.}$

なる大気乱流場における風速のスペクトルには、非常に広いギャップのあることが知られているからである¹¹⁾。

エネルギー逸散密度 ε が求まると Kolmogorov の microscale $(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ が計算できる。Fig. 5¹²⁾の低周波領域については $(\nu^3/\varepsilon_H)^{1/4} = 0.076 \text{ cm}$, 高周波領域では $(\nu^3/\varepsilon_r)^{1/4} = 0.047 \text{ cm}$ となる。MacCready¹¹⁾によれば粘性逸散の90%は直径が $15(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ 以下の乱子において生じ、粘性逸散最大の乱子の直径は $1.2(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ である。したがって河川乱流のエネルギー逸散のほとんどは直径 1 cm より小さい乱子によって生じていて、逸散が最大なのはほぼ直径 1 mm の乱子であることがわかる。

6. あとがき

本論文においてわかったことを簡単にまとめると次のようである。

- (i) 河川流れに存在する最大の乱子の寸法は、長さが河巾の10倍、巾は河巾、厚さは水深である。
 - (ii) 河川流れの大規模水平乱流場と乱流境界層の乱流場では、異なるエネルギー逸散密度でスペクトル密度の $-5/3$ 乗則が成立している。
 - (iii) 河川の乱流エネルギーの大部分はほぼ直径 1 cm 以下の乱子において逸散している。
- しかし、以上の事柄はさらに多くの観測によりもっとくわしく調べられなければならない。われわれは最近、流速の2成分を同時に測定できる超音波流速計を作成し、観測を進めているので¹²⁾、その結果がまたれるところである。

謝 辞

本研究の間、多くの討議と助言をしていただいた石原安雄教授、スペクトルの計算をして下さった角屋睦教授、観測とデータの処理に協力してもらった今井猛君、観測の便をはかっていただいた建設省淀川工事事

務所に謝意を表します。

参考文献

- 1) 余越正一郎：開水路底面摩擦変動スペクトルの測定，京大防災研年報8 (1965)，p. 429.
- 2) Obukhov, A. M.: Some specific features of atmospheric turbulence. J. Geophys. Res. 68 (1962), p. 3011.
- 3) 余越正一郎：びわ湖疏水における乱れの観測，京大防災研年報9 (1966)，p. 513.
- 4) 石原安雄，余越正一郎：河川における乱れの測定，第3回災害科学総合シンポジウム講演論文集 (1966)，p. 34.
- 5) 余越正一郎：河川の平均流速測定と観測時間，第23回農土学会京都支部講演要旨 (1966)，p. 171.
- 6) Lumley, L. J. and Panofsky, H. A.: The structure of atmospheric turbulence. (1964), Interscience, p. 162.
- 7) Kraichnan, R. H.: Preliminary calculation of the Kolmogorov turbulence spectrum. Phys. Fluids 8 (1965), p. 997.
- 8) Ivanov, V. N.: Turbulent energy dissipation in the atmosphere. Izv. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser. (1962), p. 788.
- 9) Pasquill, F.: Atmospheric Diffusion, (1962), Van Nostrand, p. 10.
- 10) Ozmidov, R. V.: Energy distribution between oceanic motions of different scales. Izv. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser. (1965), p. 257.
- 11) Van der Hoven, I.: Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. J. Meteorol. 14, (1957), p. 160.
- 12) MacCready, P. B.: The inertial subrange of atmospheric turbulence. J. Geophys. Res. 67, (1962), p. 1051.
- 12) 石原安雄，余越正一郎：超音波流速計による河川乱流の測定，第11回水理講演会講演集，(1967)，p. 53.