

# 十字型組立柱の座屈に関する実験的研究

若林 実・石田 昭・野中泰二郎・小城 修

## AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE BUCKLING BEHAVIOR OF ANGLE $\gamma^+$ -SECTIONS

By Minoru WAKABAYASHI, Akira ISHIDA, Taijiro NONAKA  
and Osamu KOSHIRO

### Abstract

An experimental study is made of the buckling strength and behaviour of a composite  $\gamma^+$ -section under central thrust. Two angles constitute a specimen, being connected through bolted or welded joints at equal distances. A total of thirty specimens are tested using L-50 $\times$ 50 $\times$ 6 and L-65 $\times$ 65 $\times$ 6 of high tension steel. It is observed that bending, torsion or local deformation causes primarily the buckling of the composite section. The upper and lower bounds of the buckling strength are determined theoretically, and these are reasonably well confirmed by the experiment.

### 1. 序

送電用鉄塔の主材には、山形鋼を十字型に組み合わせて、合成断面としたものが、多々用いられる。そして、それら鉄塔上部構造の破壊の多くが主材の座屈によるものであることを考えれば<sup>1)\*</sup>、それら合成断面の座屈挙動、および耐力に関する基礎的研究の必要性が痛感されるが、その様な研究の報告は見当たらないようである。そこで筆者らは高張力鋼よりなる山形鋼2個を溶接またはボルト締めによって結合し、十字型断面を形成して、両端ピン支持の条件のもとに中心圧縮の座屈実験を行なった。

### 2. 実験計画および試験体

実際の鉄塔主材として用いられるものを対象として、実際のものの約1/4のモデルを試験体とする。Fig. 1 (a), (b), (c) に示す3種のものであり、シリーズ1, 2 はそれぞれ同寸法の等辺山形鋼2個を等間隔に溶接、およびボルト接合したもので、シリーズ3は異なる寸法の等辺山形鋼2個をボルト接合したものである。シリーズ1, 2 では、合成断面は重心とせん断中心の一致する2軸対称断面であるが、シリーズ3は重心とせん断中心が一致しない1軸対称断面である。3シリーズの試験体によって、接合部の違い、および軸対称性の座屈耐力、挙動に及ぼす影響を検討する。使用鋼材は YES 40 である。

試験体は細長比 $\lambda$  (合成断面材を単一材とみなす場合の材長と最小回転2次半径との比) がシリーズ1, 2 については、20, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 のものを用意し、シリーズ3についてはシリーズ1, 2 の前記細長比のものと材長で一致するものを用意した。Table 1 に各シリーズ試験体の材長と細長比を示す。接合部間隔は個材の細長比 (接合部間隔と単一山形鋼の最小回転2次半径との比) が20以下になるように定めた。したがって非充腹軸まわりの座屈耐力は断面が一体となったときの座屈耐力とほとんど

\*片括弧をとまぬ数字は論文末の文献番号を示す。

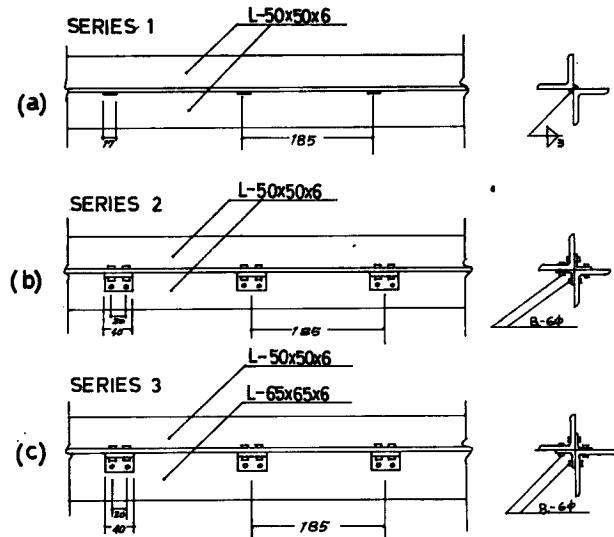


Fig. 1 Test Specimens. (unit : mm).

Table 1 Slenderness ratio of specimens.

Length of specimens	376	752	940	1,128	1,316	1,504	1,692	1,880	2,068	2,256	
$\lambda$	Series 1, 2	20	40	50	60	70	80	90	100	110	120
	Series 3	16.7	33.4	41.8	50.2	58.5	66.9	75.2	83.6	92.0	100.3

Length : mm

Table 2 Yield point stresses of specimens.

Length of specimens	376	752	940	1,128	1,316	1,504	1,692	1,880	2,068	2,256	
$\sigma_Y$	Series 1	44.1	46.2	44.6	45.0	44.8	44.8	45.0	44.6	46.2	44.1
	Series 2	43.8	43.2	46.2	44.8	46.6	46.6	44.8	46.2	43.2	43.8
	Series 3 L-50×50×6	45.0	46.9	45.4	45.4	45.0	46.9	46.9	44.8	45.4	44.8
	L-65×65×6	46.7	45.7	45.7	45.7	46.6	46.7	46.7	46.7	46.6	46.6

Length : mm,  $\sigma_Y$  : kg/mm<sup>2</sup>

等しいと考えられる。Table 2 に各試験体の降伏点を示す。

### 3. 実験方法

実験方法は、一連の座屈実験におけるものとはほぼ同様であるが<sup>2),3)</sup>、その概略を次に記す。加力は Photo. 1 に示すようにアムスラー型 100t 長柱試験機と油圧式球座を用いて行なう。ポンプは過去の座屈実験<sup>2),3)</sup> のものと異なり、毎分 2l の最大油圧能力をもつポンプを使用した。球座と試験体との取付け部分を Photo. 2, 3 に示す。

変形の測定は Fig. 2 に示した位置に貼付した Wire Strain Gauge (以下 W.S.G. と略す) と Photo. 1

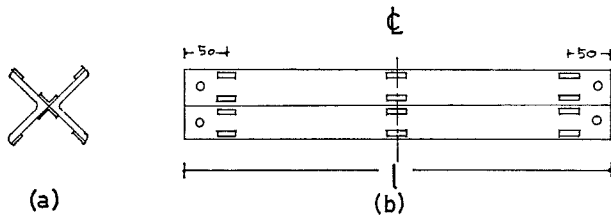


Fig. 2 Strain Measurement (Position of Strain Gauges).

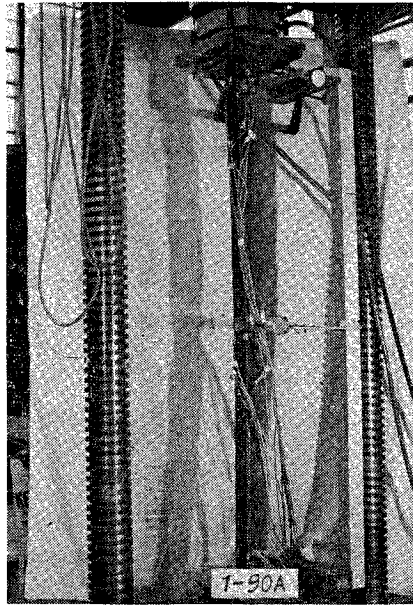


Photo. 1 General View of the Experiment.

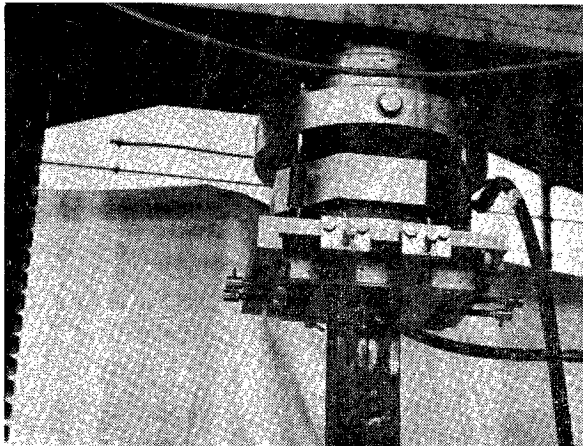


Photo. 2 Upper Support.

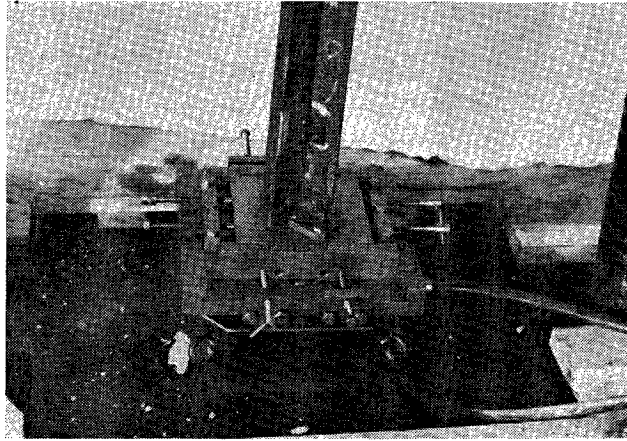


Photo. 3 Lower Support.

にある測定棒にとりつけた Dial Gauge (以下 D.G. と略す) により行なう。

試験に当っては、まず予備荷重を行なって、中心合わせを行なう。予備荷重の荷重としては、 $\frac{1}{3}$  予想耐力の約  $\frac{1}{3}$  程度の荷重を与え、その時の W.S.G. および D.G. の測定値より、W.S.G. の測定値が平均化し、D.G. の測定値が零に近づくよう球座付属の Vernier を用いて調整し、最終的には、中央点たわみが材長の  $\frac{1}{20,000}$  以下、ひずみ分布の平均値との最大偏差が 4% 以下となったとき、中心合わせが完了したものとした。

中心合わせが完了したのち、本荷重に移り、予想耐力まで約 25 段階の荷重階で、W.S.G., D.G. により変形を測定した。

#### 4. 変形挙動

各シリーズの W.S.G., D.G. による変形の測定例を Fig. 3~8 に示す。ここに  $\delta$  は、せん断中心の主軸方向への変位、 $\phi$  は下端断面に対する中央部断面、上部断面の回転角、 $\epsilon$  は材軸方向の圧縮ひずみを表わす

##### シリーズ 1

細長比  $\lambda$  が 50 以下では、Fig. 3 で示されるようにねじれ変形が顕著であるが、Photo. 4 の示すように局部座屈も認められる。このことから、ねじれ座屈と局部座屈は同時に起こることがわかる<sup>3)</sup>。 $\lambda$  が  $60 \sim 90$  のところでは、変位もねじれ角もほぼ零に近い状態で、座屈荷重近くに到り、突然激しく座屈した (Photo. 5)。 $\lambda$  が 100 以上の長柱範囲では、変位、ねじれ角ともに零に近い状態で急に非充腹軸、すなわち  $x$  軸方向に変位が増大し、座屈した (Fig. 4)。

##### シリーズ 2

シリーズ 1 とほとんど同じである (Fig. 5, Fig. 6, Photo. 6, Photo. 7)。

##### シリーズ 3

$\lambda$  50 以下ではねじれ変形の著しい点、シリーズ 1, 2 とは異なっている (Fig. 7, Photo. 8)。 $\lambda$  60~80 程度では、局部座屈は起していないが、ねじれの影響が少し認められ (Photo. 9)、90 以上になるとねじれの影響はほとんど認められず、曲げ座屈の様子を示し、座屈までの挙動はシリーズ 1, 2 と同様である (Fig. 8)。

#### 5. 実験結果

Table 3 に各試験体の座屈応力度、および座屈形式を示した。各座屈応力度  $\sigma_{er}$  と細長比  $\lambda$  の関係を

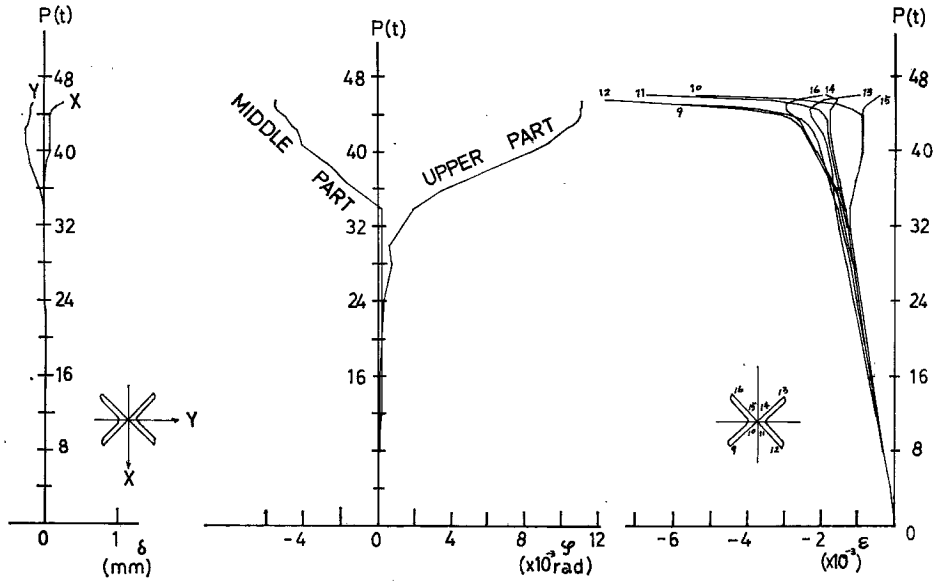


Fig. 3 Load-Deformation Relation, Series 1,  $\lambda = 20$ .

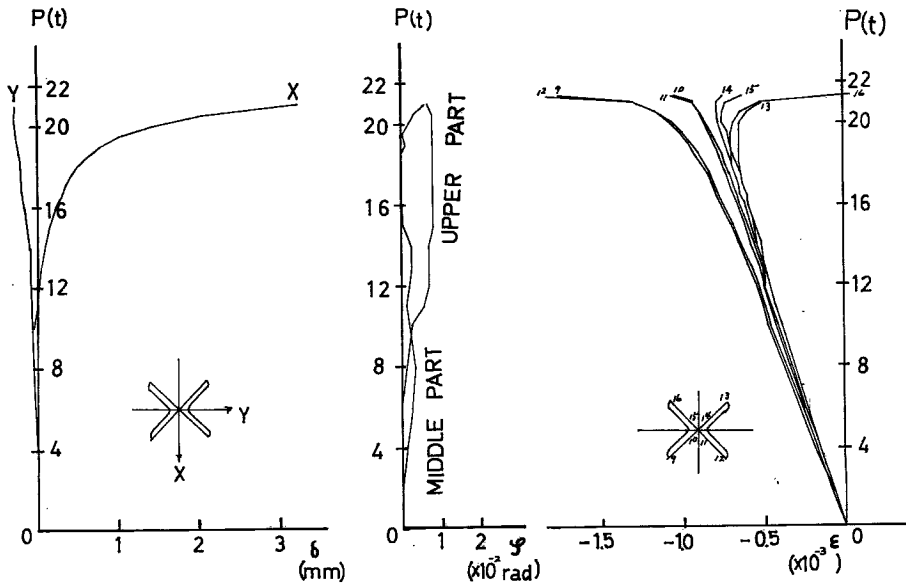


Fig. 4 Load-Deformation Relation, Series 1,  $\lambda = 100$ .

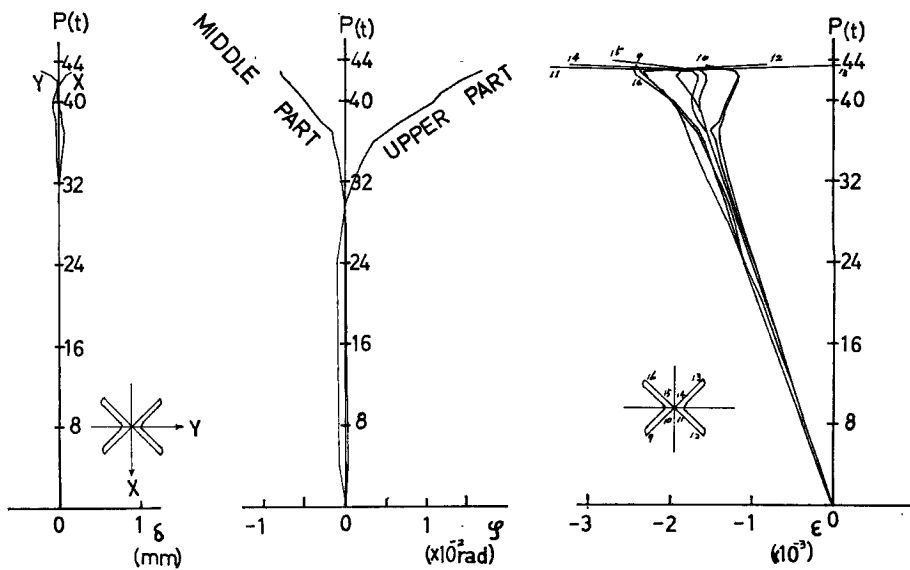


Fig. 5 Load-Deformation Relation, Series 2,  $\lambda=20$ .

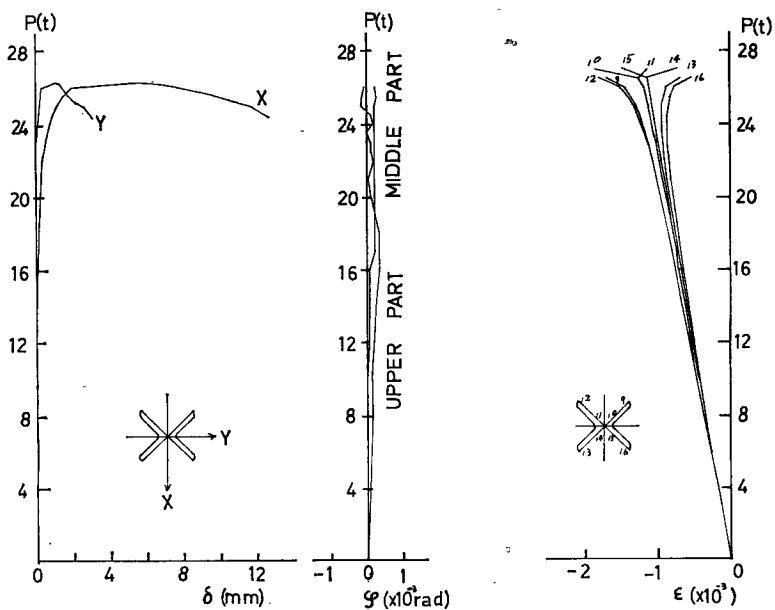


Fig. 6 Load-Deformation Relation, Series 2,  $\lambda=90$ .

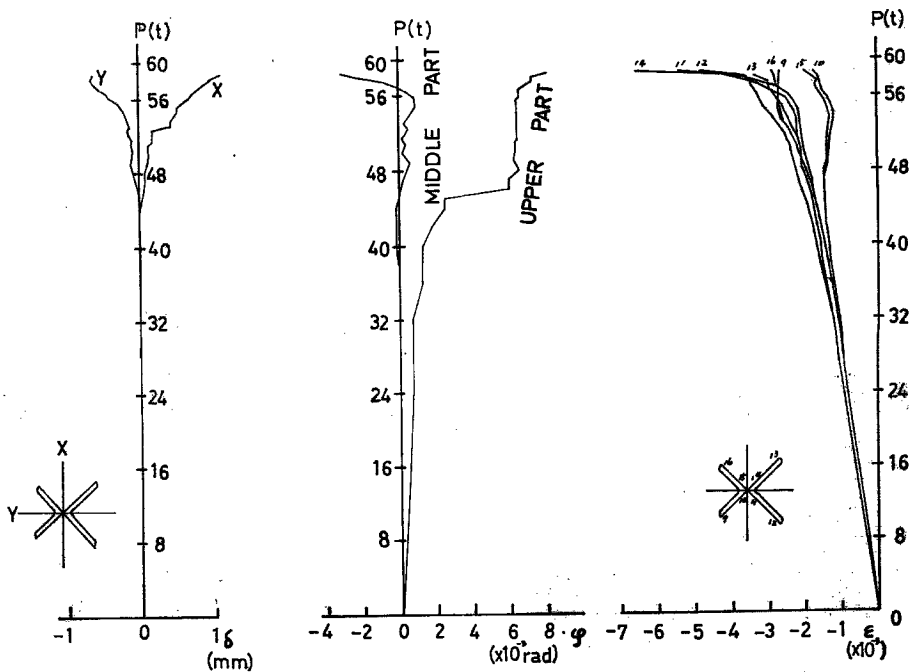


Fig. 7 Load-Deformation Relation, Series 3,  $\lambda = 16.7$ .

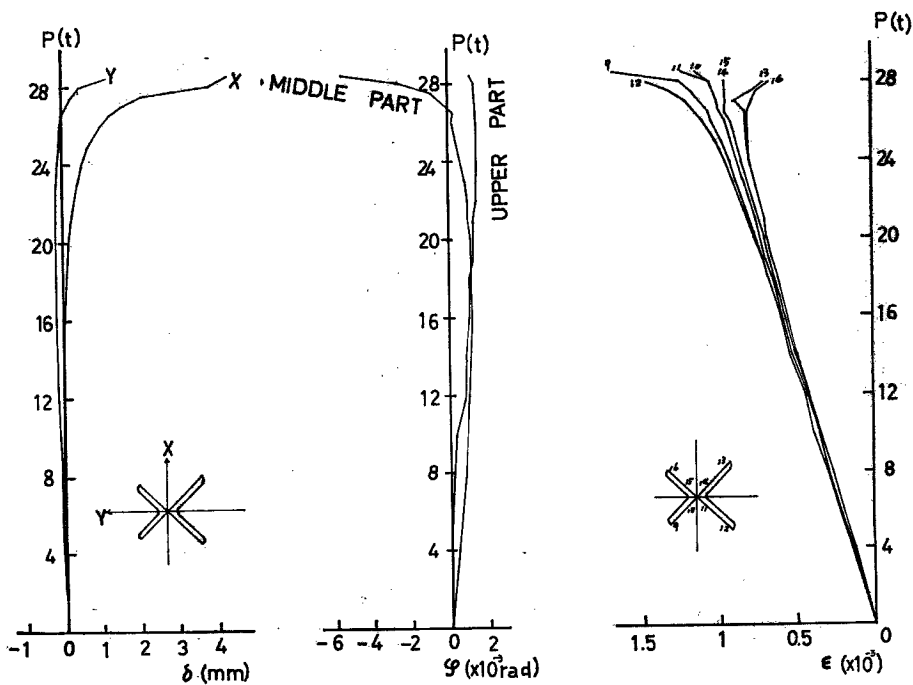


Fig. 8 Load-Deformation Relation, Series 3,  $\lambda = 92$ .

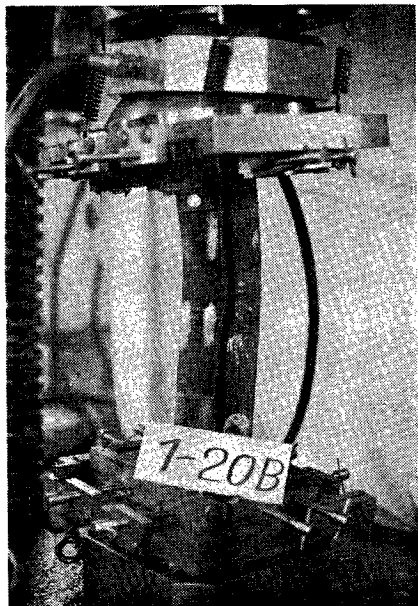


Photo. 4 Torsional (Local) Buckling, (Series 1,  $\lambda=20$ ).

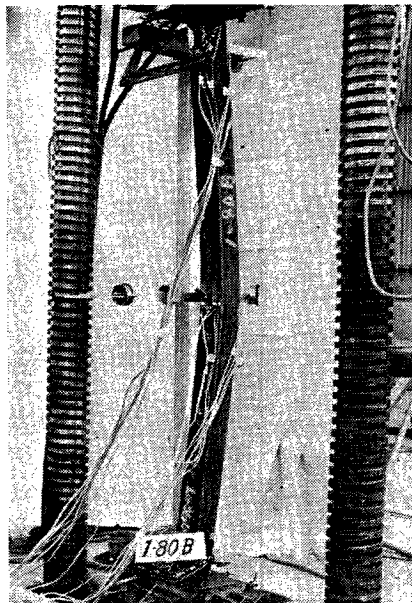


Photo. 5 Flexural Buckling, (Series 1,  $\lambda=80$ ).

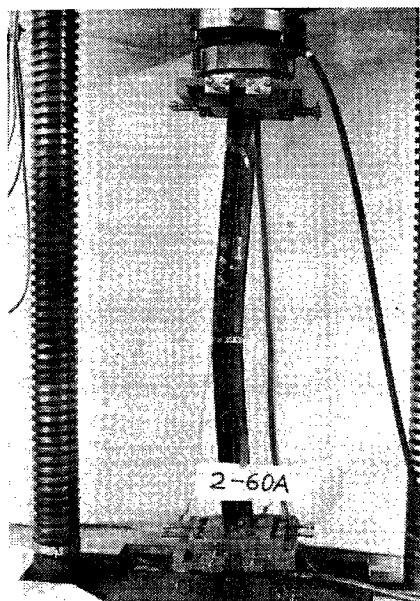


Photo. 6 Flexural Buckling, (Series 2,  $\lambda=60$ ).

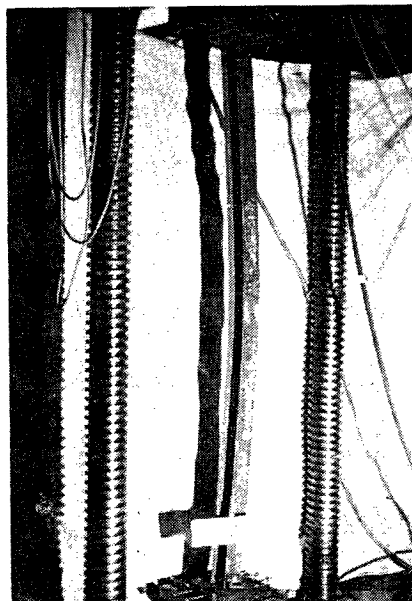


Photo. 7 Flexural Buckling, (Series 2,  $\lambda=100$ ).



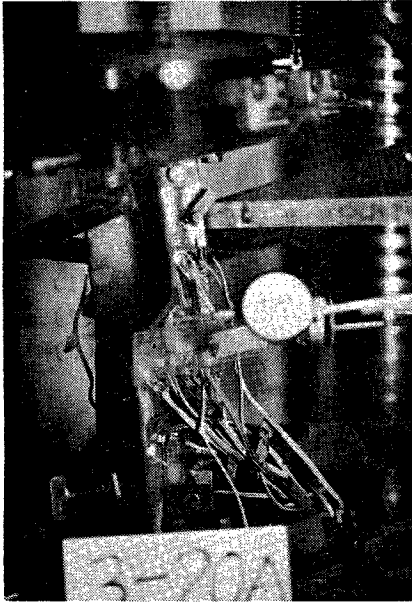


Photo. 8 Torsional-Flexural (Local) Buckling, (Series 3,  $\lambda = 16.7$ ).

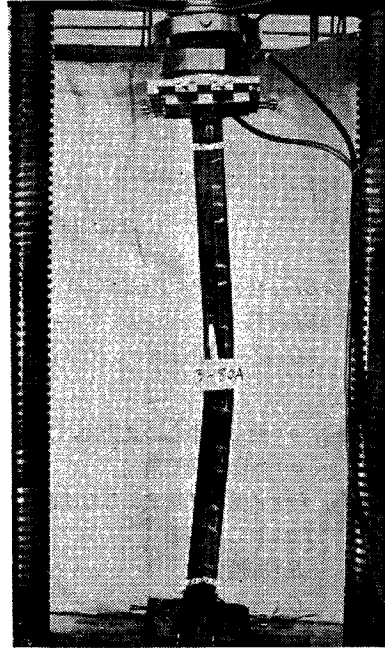


Photo. 9 Flexural Buckling, (Series 3,  $\lambda = 66.9$ ).

Table 3 Buckling stresses and modes.

Length of specimens	376	752	940	1,128	1,316	1,504	1,619	1,880	2,068	2,256	
Series 1	Buckling stresses	4,127	4,206	4,047	3,890	3,730	3,207	2,445	1,939	1,659	1,331
	Buckling modes	Be	Be	B	B	B	B	B	B	B	B
Series 2	Buckling stresses	3,858	3,974	3,964	3,636	3,561	2,904	2,532	2,304	1,668	1,404
	Buckling modes	Be	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Series 3	Buckling stresses	4,490	3,973	4,113	3,908	3,734	3,548	2,943	2,598	2,196	1,952
	Buckling modes	D	D	D	B	B	B	B	B	B	B

B : Flexual buckling D : Torsional buckling Be : Local buckling  
 (Buckling stresses : kg/cm<sup>2</sup>, Length : mm)

Fig. 10, Fig. 11 に示した。縦軸に  $\sigma_{cr}$  に比例する 無次元量, 横軸に  $\lambda$  に比例する 無次元量をとってある。

### 6. 解 析

1. 単一材とみなす場合：試験体は 薄肉開断面材と考えられるから、その微小要素における釣合方程式は<sup>4)</sup>、 $\gamma$ 軸方向のせん断変形を無視すれば非弾性域も含めて\*\*、次式で表わすことができる。

\*接線弾性係数理論の拡張であって、非弾性域での G の取り扱いは種々の論議があるが、ここでは簡単のため、 $\sigma G$  とする。

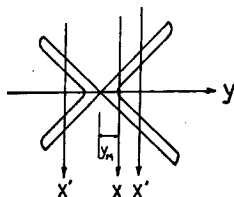


Fig. 9 Coordinate Axes of Cross-Section.

$$\tau EI_y \xi'''' + P \xi'' + P y_M \varphi'' = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\tau EI_\omega \eta'''' + P \eta'' = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$\tau EC_M \varphi'''' + \{P(i_P^2 + y_M^2) - \tau GI_D\} \varphi'' + P y_M \xi'' = 0 \dots\dots\dots(3)$$

ここに

$\xi, \eta$  : せん断中心の  $x$  方向,  $y$  方向の変位

$\varphi$  : 断面の回転角

$I_\omega, I_y$  :  $x$  軸,  $y$  軸まわりの断面 2 次モーメント

$I_D$  : ねじり定数

$E$  : 弾性係数

$G$  : せん断弾性係数

$\tau$  : 接線弾性係数と弾性係数の比

$C_M$  : 反り定数<sup>2), 3)</sup>

$$i_P^2 \equiv \frac{I_\omega + I_y}{A}$$

$$i_M^2 \equiv i_P^2 + y_M^2$$

$y_M$  : せん断中心と重心とのきより

$\tau$  は DIN 4114 の規定により, 次式をとる。<sup>2)</sup>

$$\tau = 1 - \left( \frac{\sigma_{er} - \sigma_P}{\sigma_Y - \sigma_P} \right)^2 \dots\dots\dots(4)$$

ここに

$\sigma_{er}$  : 座屈応力度

$\sigma_Y$  : 降伏点

$\sigma_P$  : 比例限応力度

$\sigma_P$  は別に行なった同一材質からなる単一山形鋼の実験結果より,  $\sigma_P = 0.6\sigma_Y$  とした<sup>7)</sup>。

(1), (2), (3) 式に対する境界条件として, 材端で,

$$\xi = \eta = \varphi = \xi'' = \eta'' = \varphi'' = 0 \dots\dots\dots(5)$$

とすれば, 球座の条件とは異なるが, 誤差は小さいと考えられるので<sup>2), 3)</sup>, 便宜上 (5) 式を用いる。(5) を満足する (1), (2), (3) 式の解として,

$$\xi = C_1 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \eta = C_2 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \varphi = C_3 \sin \frac{\pi z}{l} \dots\dots\dots(6)$$

を仮定して, 定数  $C_1, C_2, C_3$  のすべては零とならない条件として, 座屈条件式を得る。ここで  $P_x, P_y, P_D$  を次のように定義する。

$$P_x = \frac{\tau \pi^2 EI_\omega}{l^2}, \quad P_y = \frac{\tau \pi^2 EI_y}{l^2}, \quad P_D = \frac{\tau}{i_M^2} \left( GI_D + \frac{\pi^2 EC_M}{l^2} \right) \dots\dots\dots(7)$$

(1), (2), (3) 式より得られる座屈条件式は

$$(P_{cr}-P_{\alpha})\left\{(P_y-P_{cr})(P_D-P_{cr})-P_{cr}^2\frac{y_M^2}{i_M^2}\right\}=0\cdots\cdots(8)$$

(8) 式より得られる  $P_{cr}$  のうち最小のものが、求める座屈荷重となる。

シリーズ 1, 2 の場合は 2 軸対称断面であるから、 $y_M=0$  となり、(8) の解は  $P_{cr}=P_{\alpha}$ ,  $P_{cr}=P_y$ ,  $P_{cr}=P_D$  となり、 $P_{\alpha}$ ,  $P_y$ ,  $P_D$  のいずれか最小のものが、求める座屈荷重となる。ただ、実際の試験体は格子柱にちかく、 $y$  方向のせん断変形を考慮すべきであり、非充腹軸まわりの座屈荷重として、 $P_{\alpha}$  より低い  $P_{\alpha}'$  が得られるが<sup>9)</sup>、 $P_{\alpha}'>P_y$ , あるいは  $P_{\alpha}'>P_D$  となり、 $P_{\alpha}'$  については考慮しなくてもよい。

2. 山形鋼相互の接合を無視する場合： $y$  方向への変位は山形鋼が互いに拘束し合うものと考えて、 $\eta=0$  とする。釣合方程式は (1), (3) 式となる。ここに  $I_y$ ,  $y_M$ ,  $C_M$ ,  $i_P$ ,  $I_D$ , はそれぞれ単一の山形鋼に対するものとする。境界条件、解を (5), (6) 式で与えるとすれば、(8) 式と同様の形で、座屈条件式が得られる。

以上の解析で、座屈荷重に対して、1 の場合が上限界、2 の場合が下限界を与えるものと考えられる。

局部座屈については、山形鋼を形成している 2 枚の板をを考えれば、それぞれの板の 3 辺単純支持の場合に相当し、座屈応力度は次式で与えられる<sup>9)</sup>。

$$\sigma_{cr}=\frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\mu^2)}\left(\frac{t}{w}\right)^2\left(0.425+\frac{w^2}{l^2}\sqrt{\tau}\right)\cdots\cdots(9)$$

ここに  $\mu$  : ポアソン比

$w$  : 板巾

$t$  : 板厚

$l$  : 板長

(9) 式を  $P_{cr}=A\sigma_{cr}$  に入れて得られる  $P_{cr}$  は (7) 式の  $P_D$ , (8) 式の 2 次方程式の解とほぼ一致した値を与えるので、ここでは (9) 式による解は考えないこととする。すでに指摘したように<sup>2), 9)</sup>、局部座屈と曲げねじれ座屈は一体として解析されるべきものであることを附記しておく。

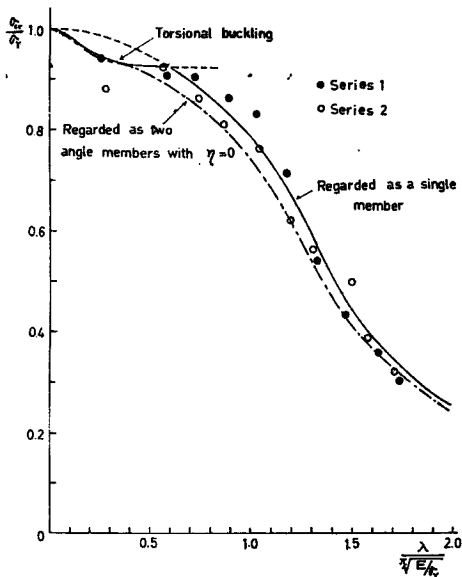


Fig. 10 Experimental Result of Series 1 and 2.

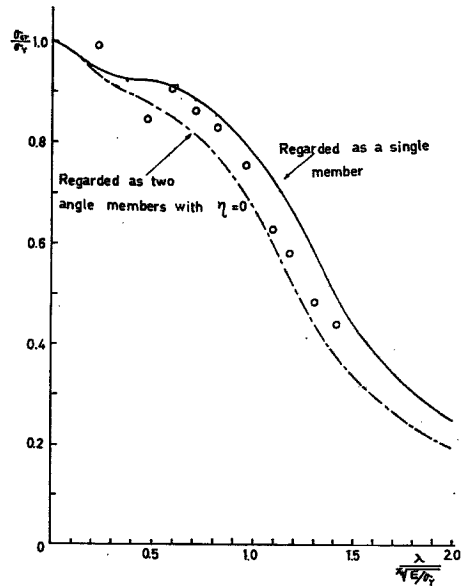


Fig. 11 Experimental Result of Series 3.

## 7. 考 察

解析の結果と実験値との比較を Fig. 10, Fig. 11 に示す。

Fig. 10 はシリーズ 1, 2 をあらわすが, 両シリーズとも弾性範囲における実験値は上限界よりも下限界に近い。下限界は山形鋼が単材として曲げねじれ座屈を起す場合の値であるが, 山形鋼の個材の変形を測定していないので, 座屈に伴って生じている個材の変形については不明であるが, Fig. 10 の結果から判断すると接合部間でのねじれ変形が無視できない程度のものであろう。非弾性域においてシリーズ1の実験値が, シリーズ2の実験値よりも高い値を示しているが, 溶接接合によるものと, ボルト接合によるものとの, 接合点での剛性の違いが原因であろう。又シリーズ1の実験値が中程度の細長比のもので, 上限界よりも高くなっているが, これは比例限を降伏点の60%としたことの誤差によるものであろうと考えられる。

Fig. 11 はシリーズ3の場合であって, 上限界と下限界はシリーズ1, 2と同様の仮定のもとにおける解析である。実験値は, ほぼ上限界と下限界の間に収まっている。

## 8. 結 び

第6節でも述べたように, 今回の実験で扱った問題は充腹軸まわりの座屈についてであるが, 通常行なわれているように, 単一材として解析することは必ずしも適当でない。単一材として解析されるためには, 接合部が個材のねじれに対して, そのねじれを十分に拘束し得る程度の剛性を持たねばならない。このことは今回のように山形鋼を用いた場合だけでなく, 1軸対称断面材を組み合わせて, 合成断面材とする場合にいえることであろうが, 特に,  $\gamma$ -断面のように個材のねじれに対して, 互いの拘束の少ないとき(溝形鋼の場合なら, ウェブを密着させると, それだけで互いに拘束し得ると考えられる), 重要である。したがって, この実験のような接合部であれば, 解析の項で述べた下限界により解析することによって, 安全側の誤差で耐力を求め得る。接合部が溶接接合であれば, 非弾性域では, ボルト接合の場合よりも高い座屈耐力を有する。

## 9. 謝 辞

この研究は東京電力株式会社の依頼により行なわれたものであり, 実験に際し京都大学工学部三保紀生君の協力を得た。本紙上をかりて, 関係各位に深く感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 「伊勢湾台風災害調査報告」, 日本建築学会, 1961, 129—131頁。
- 2) Minoru WAKABAYASHI and Taijiro NONAKA; "On the Buckling Strength of Angles in Transmission Towers," Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute of Kyoto University, Vol. 15, Part 2, Nov., 1965, pp. 1—18.
- 3) 若林 実, 野中泰二郎; 「山形鋼の座屈挙動に関する実験的研究」京大防災研究所年報, 第9号, 昭和41年3月, 327—335頁。
- 4) 例えば, C. F. Kollbrunner und M. Meister; "Knicken, Biegedrillknicken, Kippen," Zweite Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1961, S. 157.
- 5) 建築学大系第12巻, 「座屈論」, 彰国社, 昭和35年, 55—188頁。
- 6) 長柱研究委員会; 「弾性安定要覧」, コロナ社, 昭和35年, 130—172頁。
- 7) 石田 昭, 「SHY 単一山形鋼座屈実験報告」, 建設用鋼材研究綜合連絡会電力用鋼材研究会報告, 昭和40年8月, 1—10頁。
- 8) 参考文献4), S. 127—130.
- 9) F. and H. Bleich; "Buckling Strength of Metal Structures," McGraw Hill Book Co., New York, 1952, p. 327.