

# びわ湖疏水における乱れの観測

余 越 正一郎

## OBSERVATIONS OF TURBULENCE IN SOSUI CANAL

by Shōiti YOKOSI

### Synopsis

Longitudinal velocities of turbulence are measured with a small propeller current meter in Sosui canal. Vertical distributions of longitudinal eddy viscosity and longitudinal scale of turbulence are obtained from the autocorrelation and the power spectrum analysis of turbulent velocities. A number of points of similarity are discovered between the properties of the turbulence in the water canal and turbulence in the lowest layer of the atmosphere.

### 1. まえがき

河川水理学の分野で乱れが関与する部分は数多いが、河川乱流に関するわれわれの知識は大変貧弱である。それは今までの水理学ではまだ乱れにたいする切実な要求がなかったせいもあるかと思うが、適当な測器がなかったということも大きな理由の1つであろう。現在河川の乱れが関係するような問題を取扱うときにはすでに多くの知識を蓄積している大気乱流や風洞乱流、あるいは最近の海洋乱流から類推して問題に接近しているが、はたして河川乱流が他の分野の乱流と相似のものであるという確実な証拠もなく、また河川流れ独特の境界条件に従うような乱れの問題はこのような方法ではとうてい解きえないであろう。したがって現在われわれがまずすべきことは、河川の流れに存在する乱れを実際に測定して多くのデータを蓄積することではないかと思う。それは乱流構造自体の究明にも役立つし、やがては河川乱流中の物質の輸送や拡散現象の解明にもつながるであろう。

このような見地からこの論文ではあえて以下に見るような簡単な小型のプロペラ式流速計を用いて基礎的な測定を行なったものを報告するものである。この種の流速計は本来かなり長時間の測定から平均流速を評価するために使われるべきもので、これを用いて乱れを測定することにはかなり問題もあるが、適用範囲を理解して適切な測定操作を行なえばほとんど問題はないものと考えられる。えられた結果は主流方向成分に関するものだけであるが、乱流構造自体の興味と同時に、例えば、新たに測器を開発する場合にその機能や測定操作を適切に定めるための基礎的資料にもなるであろう。

本研究と同じような試みはすでに南<sup>1)</sup>、石原他<sup>2)</sup>によってもなされている。また電磁流速計によるBowden他<sup>3)</sup>の一連の研究もある。

なお、観測には測定のしやすさを考えてびわ湖疏水をえらんだ。

### 2. 測定について

#### (1) 測定場所

測定はびわ湖疏水本線の大津第2疏水取入口より 15.9 km の地点で、京阪電車深草駅のちょうど東側にあ

たる。この附近では疏水は Fig. 1 にみるように測点より 110 m 上流の疏水中央に細い橋脚が立っている以外には 230m 上流の 3.5° の右折まで特別な変化はみられず、完全な直線水路となって北から南へ向って流下している。したがって、わん曲の影響や橋脚の wake の影響はほとんどないものと考えられる。

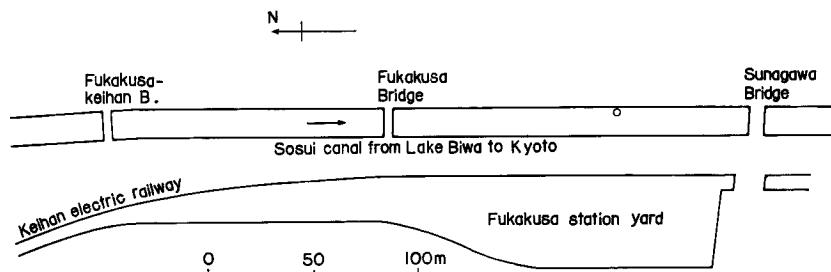


Fig. 1 Location of observation station (○) in Sosui canal from Lake Biwa to Kyoto.

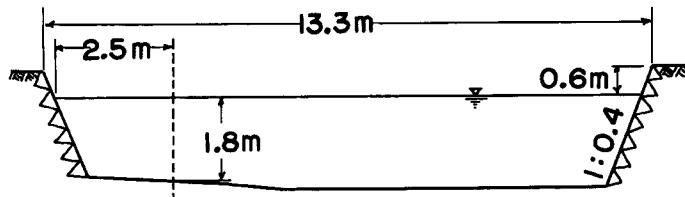


Fig. 2 Cross-section of the Sosui canal at the observation station.

測定断面は Fig. 2 のように、両岸の石垣に藻が附着しており、河床は素掘りの砂であるが、疏水を干したときに見ると大きな石やゴミが沢山あり凹凸が激しく、特に左岸に民家が並んでいるためにその前にあたるところには数m間隔でゴミが堆積している。疏水の水は非常によごれていて、水面下 20 cm ぐらいになると流速計が全く見えなくなるほどで、また大小のゴミがおびただしく流れている、それは全水深にわたっているように思える。したがって流速計を用いて流速の測定をするにはあまり適した場所とはいえない。なお、疏水監理事務所によれば疏水の計画勾配は 1/4,000、測定を行なった 1965 年 10 月 21 日の流量は約 16 ton/sec であった。

## (2) 流速計

乱れの微細構造を測定するすれば熱線型の流速計が適するであろうが、この研究はそれとは少し目的が違うので簡単な小型のプロペラ式流速計を用いた。この流速計は外径 1.5 cm の 4 枚の金属製プロペラを宝石入りの軸受で支持したものである。回転数の検出は 1 対の白金電極の間をプロペラが回転すると電気抵抗の変化にもとづきパルスが発生するのでそれを count するもので、1 回転に 4 つのパルスを発生する。1 秒間のパルス数を  $P$ 、平均流速を  $U$  (cm/sec) であらわせば  $U = 100 \text{ cm/sec}$  ぐらいまでの範囲では  $U = 0.76P + 2.4$  の関係が非常に良く成立している。なお、始動流速の下限は 3 cm/sec 程度である。

流速計の追随性をみるために数種類の流速に対する始動特性を調べたものを Fig. 3 に示す。これは回転を止めた流速計を一定流速中に入れ、ある時刻  $t=0$  に流速計の回転を許して回転速度の増加の状態をみたものである。図の曲線は数回の測定を平均したものを表わしている。この結果は予想以上に良く、例えば 40 cm/sec 程度の流速でも 0.1sec もあれば完全に応答しているのがわかる。

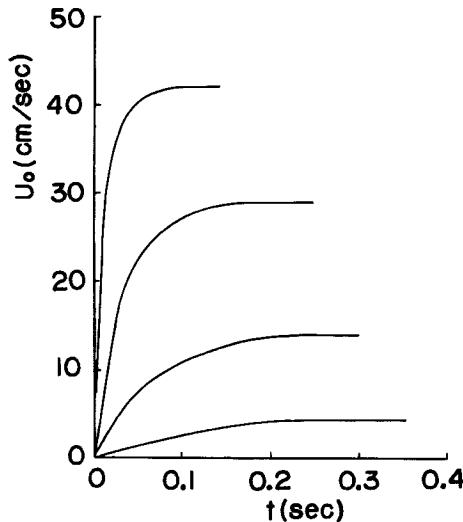


Fig. 3 Starting characteristics of a small propeller current meter.

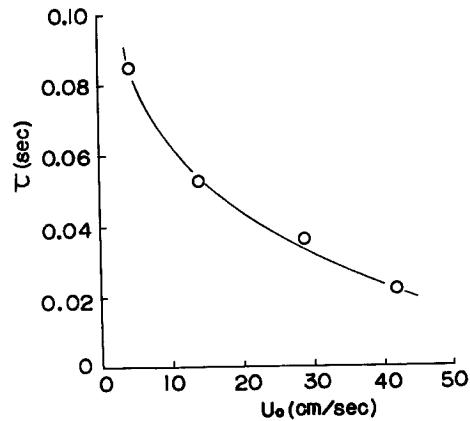


Fig. 4 Dependence of time constant of current meter on a velocity.

この過渡応答が  $U = U_0 (1 - \exp(-t/\tau))$  に従うものとしてこの流速計の時定数  $\tau$  を Fig. 3 から計算したものを Fig. 4 に示す。これからこの流速計による乱れの測定可能限界がわかる。すなわち計器の応答周波数以上の現象はこの計器には感知されず、えられた記録は現象のスペクトルをこの周波数で切断したものである。

### (3) 測定の方法と操作

測定は Fig. 2 に示した位置に鉄パイプで足場を組み、さらに別の河床まで達する直徑 22mm の真ちゅうパイプに流速計を設置していろいろな深さで測定を行なった。流速計は支持パイプから 20cm のアームをのばし、その先端に取りつけてあるので支持パイプの影響はないものと考えられる。また流れによる支持パイプの振動は後に示すスペクトルからもわかることがあるが流速測定には全く影響ない。測定位置が側壁にかなり近いのでその影響が少しあはあるであろう<sup>4)</sup>。

疏水の平均流速は 70 cm/sec 近くあるので 1 回転に 4 パルスを発生するこの流速計では約 90 cps のパルスを発生してペンオシロでは記録が困難なので、プロペラ翼の 1 枚の先端をパラフィンで絶縁して 1 回転に 2 パルスを発生するようにして使用した。したがって 1 秒間のパルス数  $p$  と流速  $U$  (cm/sec) は

$$U = 1.52 p + 2.4 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

の関係で結ばれている。発生したパルスは動歪計、直流増巾器を通してペンオシロに記録した。ペンオシロの記録から 1 秒毎のパルス数を連続的に読み取り、(1) 式の関係から流速を計算し、その値が 1 秒間の平均流速を示すものと考えた。このようにして求めた流速の変動の記録の 1 例を Fig. 5 に示す。

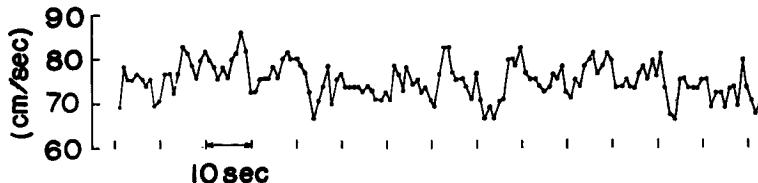


Fig. 5 Observed fluctuation of longitudinal velocity. \*T=1sec.

この種の流速計は本来かなり長い時間のパルス数からその時間の間の平均流速を求めるためのものであるから、1秒間のパルス数からその1秒間の平均流速を求めるという操作には問題がある。この1秒毎の読み取りを表わす記号として $*T=1\text{ sec}$ なる記号を使用して、これを測定平均化時間とよぶ<sup>5)</sup>。1秒間の読み取りパルス数が $p$ といつても実際の流速からすれば $p+1$ に近いことも $p-1$ に近いこともありますうるわけであるが、このような誤差は流速が大きいか、あるいは測定平均化時間 $*T$ が大きくて $p$ の値が大きくなると相対的に減ってくるものである。したがってこの種の計器による測定や記録の処理にあたっては流速計の空間的な広がりによる制約や応答による時間的な制約の他に上に述べたような計器の回転の指示機構にもとづく制約も考慮に入れなければならない。測定平均化時間 $*T$ が1秒のときのこのような誤差は(1)式からわかるように流速にすると $1.52\text{ cm/sec}$ で、平均流速を仮りに $70\text{ cm/sec}$ とすると相対誤差は約2%であるが、今ここで問題にしているのは乱れの速度であるから平均流速をシフトして考えると、乱れ速度 $\sqrt{u'^2} \approx 8\text{ cm/sec}$ としてもこれに対する相対誤差は20%近くにもなる。比較のために $*T=1/3\text{ sec}$ としてみるとこの誤差は $\sqrt{u'^2}$ に匹敵する大きさになり、実際に流れに存在している乱れ自体のランダム性はこの種の計器のwhite spectrum的な誤差によりマスクされてしまうであろう。この様子は両者の場合の自己相関係数を比較してみればはっきりわかる。**Fig. 6**は同じ流速記録を $*T=1\text{ sec}$ と $*T=1/3\text{ sec}$ で読み取ったものの自己相関係数を示したものである。

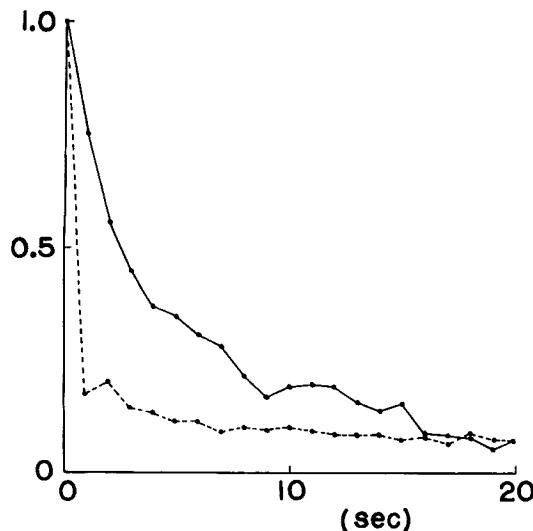


Fig. 6 Comparison of autocorrelation curves.  
—○— :  $*T=1\text{ sec}$ , ······ :  $*T=1/3\text{ sec}$ .

ここで行なうような読み取り方法は、連続的な現象 $u(t)$ の瞬間値を一定時間隔 $*T$ で連続的にサンプリングして得られる離散値の系列,

$$u(t+*T), u(t+2*T), u(t+3*T), \dots \dots \dots \bullet \dots \dots$$

をもってデータとする方法とは異なり、 $*T$ 間の平均値の離散値の連続的な系列、すなわち

$$\frac{1}{*T} \int_t^{t+*T} u(t) dt, \frac{1}{*T} \int_{t+*T}^{t+2*T} u(t) dt, \frac{1}{*T} \int_{t+2*T}^{t+3*T} u(t) dt, \dots \dots \dots$$

をデータとして採用していることを理解しておかねばならない。なお、計器の応答時間による $*T=1\text{ sec}$ に対する誤差は計器の時定数から見ても全く問題はないであろう。

次に大切なのは記録の長さ(観測平均化時間とよび $T_*$ であらわす<sup>5)</sup>)を適当にえらぶことである。河川

の流れは横方向には河巾、鉛直方向には水面と河床で境界づけられているから、河川の乱れのスペクトル巾は大気乱流などにくらべかなりせまく、そこに存在する最大乱子の寸法も大体の見当はつくであろう。ここでは最大乱子の縦方向の寸法は wall からの距離の10倍程度で、この最大乱子が測定点を10個程度通過するに要する時間を最小の観測平均化時間と見積ってよいであろうという井上<sup>5)</sup>の考え方方にしたがい

$$T_* = 100 \frac{z}{\bar{u}} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

とする。 $z$ は河床からの高度、 $\bar{u}$ は高度  $z$  における平均流速をあらわす。測定にあたっては(2)式から  $z=H=180 \text{ cm}$ ,  $\bar{u}=70 \text{ cm/sec}$  として計算した観測平均化時間  $T_*=5 \text{ min}$  程度を一応目標にしたが、流れにおびただしく浮遊している大小のゴミが流速計に衝突するために、その部分を除くと結局3分間程度の  $T_*$  が得られれば良い方であった。したがって測定平均化時間  $*T=1 \text{ sec}$  であるから、データの個数  $N$  は200個もない。しかし、観測平均化時間  $T_*$  が不必要に大きいと流量の変化などのようなわれわれが対象にしているものとは異なった変動成分が入ってくる危険性も大きくなってくるので注意しなければならない。

### 3. 記録の解析結果と考察

以下の解析はすべて観測平均化時間  $T_*=3 \text{ min}$ , 測定平均化時間  $*T=1 \text{ sec}$  によるものである。

#### (1) 平均流速の鉛直分布

平均流速は鉛直方向に対数分布をするであろうという予想のもとに図にしたのがFig. 7 である。全水深にわたり1つの対数分布式で表現できるとしてマツツ速度  $u_*$  を

$$u_* = \kappa \frac{d \bar{u}(z)}{d \ln(z)} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

から計算すると  $u_*=5.4 \text{ cm/sec}$ , すなわちマツツ応力にすると  $3 \times 10 \text{ dyn/cm}^2$  である。

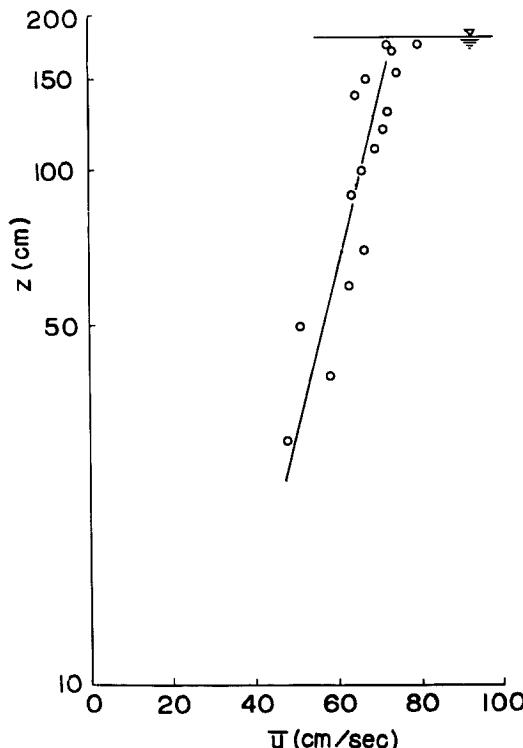


Fig. 7 Logarithmic plot of mean velocity distribution in canal. Water depth  $H=180 \text{ cm}$ , friction velocity  $u_*=5.4 \text{ cm/sec}$ , roughness length  $z_0=0.7 \text{ cm}$ , Reynolds number  $Re=1.2 \times 10^6$ .

(3) 式で  $\kappa$  は Kármán 定数をあらわし  $\kappa=0.4$  とした。比較のために  $u_*$  を  $\sqrt{\rho g R i}$  ( $\rho$ : 密度,  $g$ : 重力加速度,  $R$ : 径深,  $i$ : 勾配) から求めてみると  $4.2 \text{ cm/sec}$  がえられる。粗度は  $z_0=0.7\text{cm}$  となるが, zero plane displacement は一応考えなかった。 $z_0=0.7\text{cm}$  は一様に分布した砂粒による粗度と考えれば大きすぎるようでもあるが, Fig. 7 にみるような分布はこのような微小な砂による抵抗というよりも、もっと大きなスケールの不規則な凹凸によるものとも考えられるから一概に大きすぎるともいえない。また水底近くには多くのゴミが流れていて濃度の高い層を形成しているとも考えられるので, Fig. 7 のように全水深にわたり 1 つの対数分布式で流速分布を表現することにも疑問がある。

測定時には下流から上流に向って風力 3 程度の風が吹いていたので、水面における空気と水との相対速度を  $6 \text{ m}$  ぐらにみて抵抗係数を  $10^{-3}$  とし水面に対する風のマサツ応力を計算してみると  $5 \times 10^{-5} \text{ dyn/cm}^2$  となり水底のマサツ応力  $3 \times 10 \text{ dyn/cm}^2$  とは全く比較にならぬ程小さい。なお水面には波という程のものは存在しなかった。

測定値にバラツキがあるが、よくいわれているような最大流速点の降下現象はこの測定ではみられないようである。断面平均流速は  $65 \text{ cm/sec}$ , これと水深  $H=180 \text{ cm}$  から計算した Reynolds 数は  $1.2 \times 10^6$  であった。

## (2) 亂れの鉛直分布

縦方向の混合に関する縦方向の乱れの強度  $\sqrt{u'^2}=\sigma_u$  の分布を調べてみる。平均流速に対する比  $\sigma_u/\bar{u}$  を相対水深に関してプロットしたものを Fig. 8 に示す。

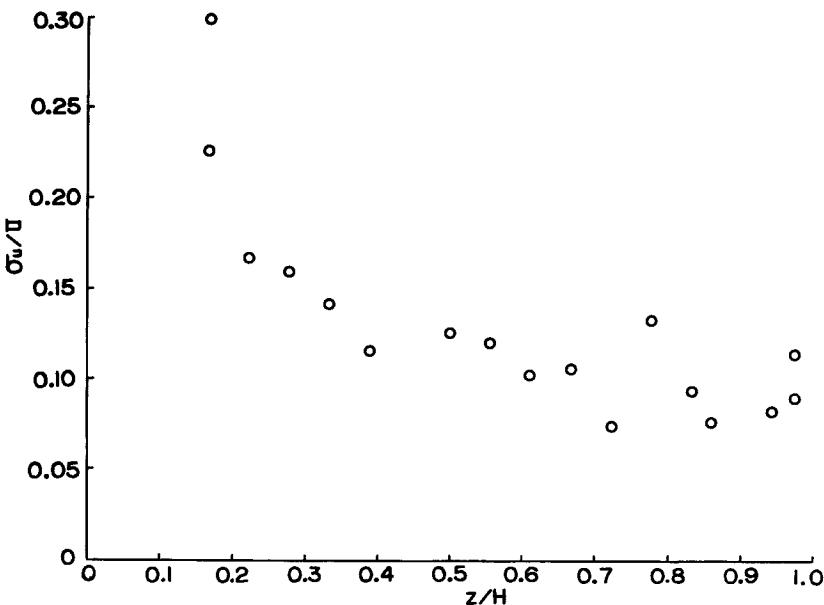


Fig. 8 Relative turbulence intensity in a canal flow.

これは風洞境界層における Laufer や Klebanoff の有名な実験<sup>6)</sup>、あるいはこの測定と同じような流速計を用いて疏水で実測した石原他<sup>2)</sup>の値にくらべると 2 倍程度大きな値を示している。この理由としては、河床から発達した境界層の乱れによるもの以外に流れにおびただしく浮遊しているゴミの影響が大きいのではないかということが浮遊砂のある流れに関する Elata and Ippen の研究等<sup>7)</sup>から予想される。これ以外にも河

床の大きな凹凸や側壁の影響も少しあるであろう。

次に乱れ速度  $\sqrt{u'^2} = \sigma_u$  をマツツ速度  $u_* = 5.4 \text{ cm/sec}$  で無次元化したものの分布をみると。一般に乱流境界層では wall のごく近傍を除いては  $\sigma_u/u_* = \text{const.}$  が成立し、その値は 2.5 程度の値<sup>8)</sup> をとるといわれているが、この測定結果では  $\sigma_u/u_* = 1.5$  となっていてかなり小さい。これは  $\sigma_u$  にくらべて  $\sigma_u$  が大きすぎる以上に  $u_*$  が大きいためで、その理由として考えられるのは流れの下層にはゴミが特に多く浮遊している濃度の高い層を作っていて速度勾配が減っているのに<sup>7)</sup> Fig. 7 のような直線を全水深にわたり挿入して  $u_*$  を求めたためではないかと考えられる。

観測平均化時間  $T_*$  が最大乱子の通過時間より短い範囲では  $\sigma_u \sim T_*^{1/3}$  という関係が相似理論によりよく知られていて実験からも確かめられているが、この測定で用いた観測平均化時間は  $T_* = 3 \text{ min} = \text{const.}$  で、しかもこれは最大乱子の通過時間  $10z/\bar{u} = 30 \text{ sec}$  よりはるかに大きいのでこのようなことは今の場合問題にならない。

### (3) 亂れの時間相関係数、スケール、eddy viscosity.

いろいろな高度で測定した流速の Euler 相関を

$$R_u(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N-t} u_i u_{i+t} - \frac{1}{N-t} \sum_{i=1}^{N-t} u_i \sum_{i=t+1}^N u_i}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^{N-t} u_i^2 - \frac{1}{N-t} \left( \sum_{i=1}^{N-t} u_i^2 \right) \right] \left[ \sum_{i=N+1}^N u_i^2 - \frac{1}{N-t} \left( \sum_{i=t+1}^N u_i^2 \right) \right]}} \quad (4)$$

で計算し、そのうちで流れの上層部、中層部、下層部の代表的なものをえらんで Fig. 9 に示す。図には計算時間の都合で相関点の数が 20 のものと 30 のものがまざっている。データーの数  $N$  が少ないために曲線はあまりスムースではないが、高度の増加にともない乱れのスケールが次第に大きくなっていることがうかがえる。このことを量的に見るには通常 integral time scale

$$T_x = \int_0^\infty R_u(t) dt \quad (5)$$

を用いる。Fig. 9 をみてわかるように lag が大きくなつても相関がなかなか 0 に近づかないものや、変動の激しいものもあるって (5) 式では計算し難いので、ここでは semiscale<sup>9)</sup> を用いて計算してみる。これは相関が指数関数であらわされるならば相関が 0.6 に落ちる lag は integral time scale のちょうど  $1/2$  に相当するということにもとづいている。相関係数を片対数グラフにプロットして、lag の大きいところにはあまり重点をおかず直線をあてはめてみるとかなりよくるので  $R_u(t)=0.6$  に相当する lag を求め、これを 2 倍したものを integral time scale  $T_x$  とみなした。さらに G. I. Taylor の frozen turbulence の仮定から

$$L_x = \bar{u} T_x \quad (6)$$

の変換を許して乱れの縦方向スケール  $L_x$  を求めたものを Fig. 10 に示す。

$z$  の増加に従い  $L_x$  はほぼ直線的に増加していることがうかがえる。なお (6) 式の変換を許すには  $\sigma_u/\bar{u}$  が少々大きすぎるようである。

吉川<sup>10)</sup> は利根川の下流部で乱れを測定してそのスケールが 10m 程度であるといっている。これがどのようなスケールであるかはっきりわからないが、仮りに  $L_x = 10 \text{ m}$  とし、 $H = 5 \text{ m}$  としてみると  $L_x/H = 2$  となりここで求めた結果より幾分大きいだけである。これは利根川のスケールが疏水のスケールより大きいためであろう。

次に今まで得られた結果を用いて、縦方向の eddy viscosity  $K_x$  を Taylor-Sutton の方法<sup>11)</sup>

$$K_x = \bar{u}'^2 T_x \quad (7)$$

で計算したものを Fig. 11 に示す。

$K_x$  の分布はほぼ一定値  $K_x/u_* H = 0.15$  を示している。これはその値こそ違うが傾向は Laufer や Nunnen のデータから計算したもの<sup>6)</sup> と良く似ている。Fig. 11 から計算して水面では  $K_x = 1.5 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{sec}$  程度の値を示しているが、これは水面における多くの拡散実験に Richardson の<sup>12)</sup> 乗則をあてはめた結果<sup>12)</sup> と

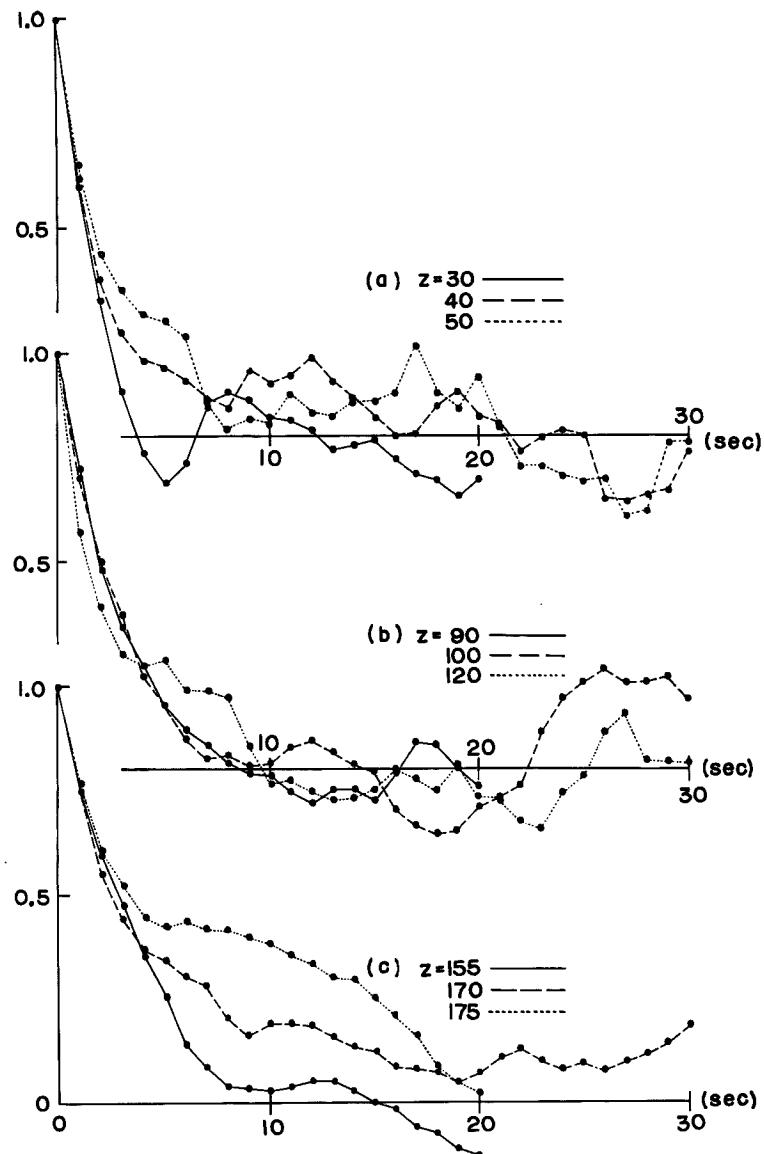
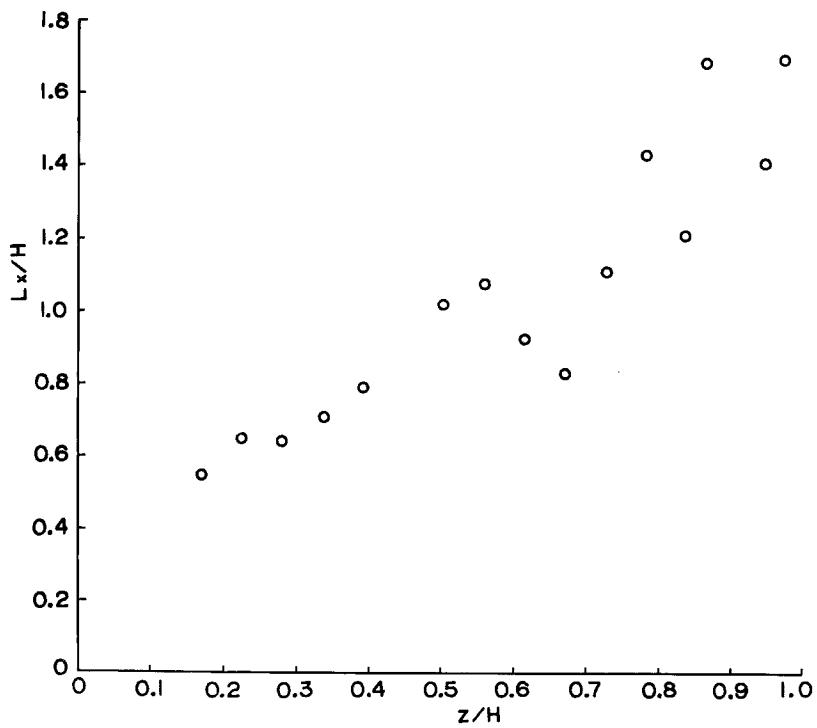
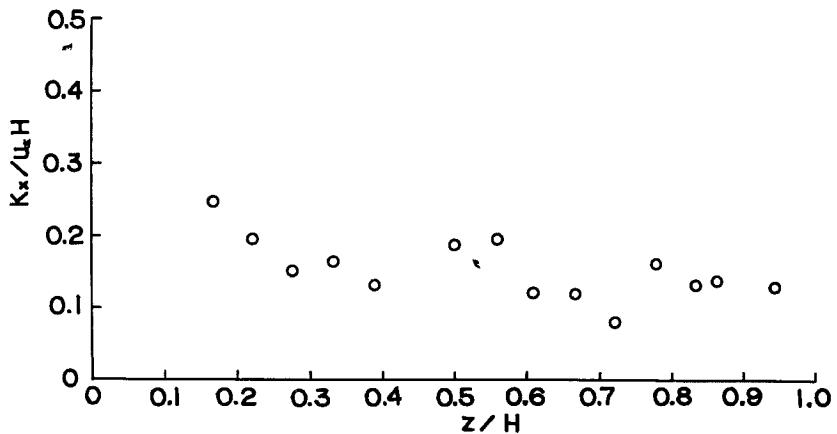


Fig. 9 Autocorrelogram of longitudinal velocity fluctuations for different heights.

Fig. 10 Dependence of longitudinal integral scale of turbulence on height.  $H=180\text{cm}$ .Fig. 11 Dependence of longitudinal eddy viscosity on heights.  $u_*=5.4\text{cm/sec}$ ,  $H=180\text{cm}$ .

もよく合っている。

#### (4) 乱れのパワースペクトル

Tukey の方法<sup>13)</sup>で乱れのパワースペクトルを計算し, normalize したものから Euler 相関の場合と同様に代表的なものだけえらびだして Fig. 12 に示す。

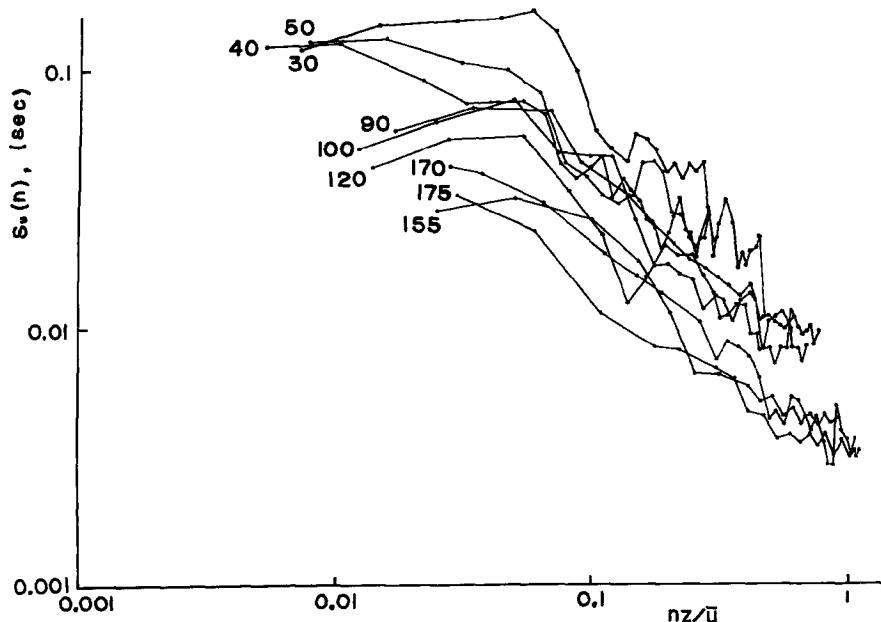


Fig. 12 Normalized power spectra of longitudinal velocity at different heights as function of nondimensional frequency  $nz/\bar{u}$ .

横軸は高度と波長の比を代表するような無次元周波数  $nz/\bar{u}$  ( $n$ : 周波数) で表示してある。グラフの左端の数字は高度  $z$  (cm) を示す。lag は 20 と 30 の場合があり、夫々の場合の自由度は 17 と 11 で小さすぎるようであるが、自由度をあげるためににはデーターの数  $N$ 、したがって観測平均化時間  $T_*$  をもっと大きくとらねばならない。

Fig. 12 をみると  $nz/\bar{u}=0.06$  のあたりにスペクトルのピークがあるのではないかと思われるふしがある。それはスペクトル計算に用いた相関函数の形が (4) 式の分子の形をしていないなくて、

$$R_u(t)=\frac{1}{N-t} \sum_{i=1}^{N-1} u'_i u'_{i+t}, \quad (u'_i=u_i-\bar{u}) \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (8)$$

の形をしているために低周波端が高く出すぎる傾向にある<sup>13)</sup> ことを考えれば受け入れられそうである。このようなことからスペクトルにおいて最大エネルギーを保有している周波数は  $nz/\bar{u}=0.06$  と考えてよからう。したがって最大エネルギーを保有する乱子の綫方向の寸法は  $17z$  で与えられる。さらに最大エネルギー保有乱子の寸法は最大乱子の寸法の 1.52 倍であるという内島<sup>14)</sup> の得た結果を用いると、結局最大乱子の綫方向の寸法は  $11z$  となり、井上の提案している値と一致する。

スペクトルのピークが存在する附近のみをもっとくわしく調べるには、高周波側は不用であるから測定平均化時間  $*T$  をもっと長くして最大乱子の通過時間の 1/10 程度の時間<sup>5)</sup>  $*T=z/\bar{u}=3\text{sec}$  程度にし、そのかわり観測平均化時間  $T_*$  を長くとる方がよいであろう。

中間乱子領域に相当する領域には良く知られた $-5/3$ 乗則はみられず、むしろwallに非常に近い点のスペクトルにみられる $-1$ 乗則の傾向<sup>8)</sup>が強いようであるが、さらにくわしい測定および計算をしなければなんともいえない。

#### 4. あとがき

観測平均化時間  $T_*$  や測定平均化時間  $*T$  を適当にえらべば、河川の縦方向の乱れを測定するにはここで用いた程度の流速計で充分であるが、パルスの読み取りに多くの時間を要するので流速計の回転をパルスとして取り出し、それをそのまま記録する方法は好ましくない。

ここで得られた結果は傾向としては大気乱流や風洞乱流の構造に非常によく似ているが、その絶対値はいく分異なるものがある。それは河川乱流の性質というよりも今回の測定だけの特異性かもわからないが、いずれにしてもさらに多くの測定をまたねばならない。水面近くの乱れの構造は普通の境界層のものとは異なり、最大流速点の降下の問題などと関連して興味ある点であるが、これらのことに関する知識は全く得られなかった。

土砂の浮遊や輸送に関与する鉛直方向の乱れや横方向の乱れについては現在 vane 式のものをテスト中であるが、拡散実験などとあわせて用いれば有益であろう。

疏水の流れにはゴミが非常に多く、測定のための条件は非常に悪い。記録をオシロから読み取った後の処理はすべて KDC-I を用いて行なった。

最後に、この研究をするにあたりご助力頂いた石原安雄教授ならびに観測やデータ処理に協力していただいた今井猛君に感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 南 熊：乱流の研究とその応用（VII），水流の構造についての一考察，農業土木研究，26，(1958)，p. 85～89.
- 2) 石原藤次郎他：乱れ計測に関する一手法について，第8回水理講演会講演集，土木学会水理委員会(1963)，p. 25～30.
- 3) Bowden, K. F. and Howe, M. R. : Observations of turbulence in a tidal current. Jour. Fluid Mech. 17, (1963), p. 271～284.
- 4) Brundrett, E. and Baines, W. D. : The production and diffusion of vorticity in duct flow. Jour. Fluid Mech. 19, (1964), p. 375～394.
- 5) 井上 栄一他：耕地風の乱れの測定，農技研報告 A-4, (1955), p. 1～36.
- 6) Hinze, J. O. : Turbulence, (1959), p. 487～533.
- 7) 志村 博康：浮遊砂のある流れの基礎的研究，山形大学紀要（農学）4, (1964), p. 405～461.
- 8) Lumley, J. L. and Panofsky, H. A. : The structure of atmospheric turbulence. (1964), p. 154～156.
- 9) Panofsky, H. A. : Scale analysis of atmospheric turbulence at 2m. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 88, (1962), p. 57～69.
- 10) 吉川 秀夫：「河床変動論」，水工学シリーズ 64-03, 土木学会水理委員会 (1964), p. 13
- 11) 谷 信輝：「模型防風垣の風洞実験」，農技研報告 A-6, (1958), p. 1～80.
- 12) Gunnerson, C. G. : Discussion for "Eddy diffusion in homogeneous turbulence". Trans. ASCE, 126 (1961), p. 428.
- 13) 光田 寧：強風時における乱れのスペクトルについて，京大防災研年報，6 (1963), p. 104～112
- 14) 内島 善兵衛：接水気層内乱れの微細構造の実験的研究，農技研報告 A-7 (1959), p. 101～130.