

弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答

小堀 鐸二・南井良一郎・鈴木 有

EARTHQUAKE RESPONSE OF FRAME STRUCTURE HAVING ELASTO-PLASTIC JOINTS

by Takuji KOBORI, Ryoichiro MINAI and Tamotsu SUZUKI

Synopsis

The earthquake response analysis to obtain the pertinent aseismic design data for the preliminary structural design of elasto-plastic structures has been already done in the wide ranges of various analytic parameters by means of electronic computers.

Moreover, to estimate the aseismic safety of the frame structure which can be designed individually by the various structural design data and to improve the aseismic design data already obtained in the foregoing analysis, the more detailed analysis should be developed by making use of the frame structural model having the dynamic characteristics of the local joints and the earthquake responses should be estimated by the corresponding local measures of aseismic safety.

In this paper, the method of an earthquake response analysis of a frame structure having the elasto-plastic joints is presented and the numerical examples calculated by a digital computer are shown.

1. ま え が き

多層弾塑性建築構造物の初期構造設計における耐震設計資料の誘導を主目的として、概括的な構造物モデルと対応する耐震安全性の尺度を採用した第1段地震応答解析については既に論じたところであるが^{1)~4)}、斯くて得られた耐震設計資料ならびに耐風設計資料等を用いて総合的に設計された個々の建築構造物を対象として、各部分の耐震安全性を第1段におけるよりさらに詳細且つ具体的に再検討し、併せて第1段地震応答解析の方法と結果の妥当性を検証するとともに細部耐震設計の資料を整備するために第2段地震応答解析を実施することが、少くとも動的耐震設計の経験の浅い現段階では必要と考えられる。第2段地震応答解析の性格上、これを一般的に論ずることはできないので、本論文では激震外乱群を対象とする弾塑性終局耐震設計法に関連して多層弾塑性建築架構の第2段地震応答解析に問題を限定して考察する。第2段応答解析としては当然、詳細でかつ具体的な構造物の動力学モデルと直接的でかつ局所的な耐震安全性の尺度を採用しなければならないが、先づ多層弾塑性架構の動力学特性の評価に関して、特に強い塑性挙動を含む領域においては、ある層の復元力の性状を示す履歴特性に対する他層の変形状態の及ぼす影響が問題となり、これを正当に評価するためには架構の部材、接合部等の局所的な動力学特性を直接モデル化の対象として、これ等の局所的特性を総合して架構の動力学モデルを導くのが妥当と考えられる。また耐震安全性の判定に関連して、一般的な実験結果との比較対照を可能として判定に具体性を与え、さらに部材、接合部に対する弾塑性耐震設計資料を導くためには、それ等に適合した具体的でかつ直接的な局所的耐震安全性の尺度、例え

ば弾塑性接合部の塑性回転角，接合部弾塑性領域の弾塑性率あるいは履歴消費エネルギー率¹⁾等で地震応答を表わすのがよいと考えられる。既に剛塑性接合部を含む建築架構の地震応答解析法を扱った研究はあるが^{5), 6)}，本論文では特に第2段地震応答解析としての上述した2つの立場から，弾塑性接合部領域の動力学特性を導入した多層弾塑性建築架構の地震応答解析法を論ずるとともに，典型的な地震外乱波形と3層1張間ラーメンを想定してデジタル計算機による数値解析例を示す。

2. 基礎方程式

弾塑性接合部を含む架構の部材，接合部に関する局所的地震応答の性状を明らかにするのに，先づ簡単のため，水平地動のみを受ける平面架構を対象とし，質量は各層床位置に集中するものと仮定すれば，非定常，非線形地震応答解析における基礎方程式は次のように書ける。

$$\left([A] \frac{d^2}{dT^2} + [B] \frac{d}{dT} \right) \{X\} + \{R\}(\{X\}, \frac{d}{dT} \{X\}) = \{F(T)\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに， $[A]$ ；質量マトリックス， $[B]$ ；等価粘性減衰係数マトリックス， $\{R\}$ ；非線形復元力および減衰力ベクトル， $\{X\} = \{Y\} - \bar{Y}\{1\}$ ；運動座標に関する横変位ベクトル， $\{Y\}$ ；静止座標に関する横変位ベクトル， $\bar{Y}$ ；地動変位， T ；時間， $\{F\} = -[A]\{1\}(d^2/dT^2)\bar{Y}$ ；地動加速度外乱。

ここで簡単のため対象を斜材を含まない弾塑性ラーメンに限定し，質量を各層柱位置に集中するものとし，さらに塑性挙動の発生を接合部領域に固定して，部材を弾性と前提すると(1)式における $\{R\}$ の表現は次のようになる。

$$\{R\} = [C]\{M\} - [N][D]\{X\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\{M\} = [\mu]\{X\} - [\nu]\{\theta\} \dots\dots\dots (3)$$

(3)式における $\{M\}$ の表現は弾塑性架構の弾性部材の動力学特性から得られるものであるが，他方， $\{M\}$ は弾塑性接合部領域の動力学特性から次のように表現できる。

$$\{M\} = \{\Phi(\theta, \frac{d}{dT}\theta; Q, N)\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\{Q\} = [E]\{M\}, \{N\} = \{N\}_0 + [F]\{M\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで， $\{M\}$ ；材端モーメントベクトル， $\{Q\}$ ；材端剪断力ベクトル， $\{N\}$ ；部材軸力ベクトル， $\{N\}_0$ ；重力による部材軸力ベクトル， $[N]$ ；部材軸力マトリックス（重力によるものも含む）， $\{\theta\}$ ；接合部相対回転角ベクトル， $[\mu]$ ， $[\nu]$ ；各層横変位，各接合部相対回転角に関する影響係数マトリックス（ $\{N\}$ の影響を含む）， $[C]$ ， $[D]$ ， $[E]$ ， $[F]$ ；架構の形状係数マトリックス， $\{\Phi\}$ ；接合部の弾塑性履歴特性ベクトル。

以後さらに簡単のため， $\{R\}$ ， $[\mu]$ ， $[\nu]$ における $\{N\}$ ， $\{\Phi\}$ における $\{Q\}$ ， $\{N\} - \{N\}_0$ の影響を考慮外とし，かつ $\{\Phi\}$ を bi-linear な履歴特性に限定すると基礎方程式は次のように書ける。

$$\left([A] \frac{d^2}{dT^2} + [B] \frac{d}{dT} \right) \{X\} + [C]\{M\} = -[A]\{1\} \frac{d^2}{dT^2} \bar{Y} \dots\dots\dots (6)$$

$$\{M\} = [\mu]\{X\} - [\nu]\{\theta\} = \{\Phi(\theta; K_1, K_2, d)\} \dots\dots\dots (7)$$

(7)式において， $\{K_1\}$ ， $\{K_2\}$ ；第1，第2分枝回転剛性ベクトル， $\{d\}$ ；弾性相対回転角ベクトル， $[B] = [K_1 d]$ ；弾性限モーメントベクトル。

解析と結果の利用上，無次元化して考えるが，このとき(6)，(7)式に対応して次の無次元基礎方程式が得られる。

$$\left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} + [c]\{\rho\} = \{f\} = -[a]\{1\} \alpha \cdot \alpha(\tau) \dots\dots\dots (8)$$

$$\{\rho\} = [\lambda]\{\eta\} - [\sigma]\{\vartheta\} = \{\psi(\vartheta; r)\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで，

$$\begin{aligned} \{\rho\} &= [\kappa \delta]_d^{-1} \{\theta\}, \quad \{\vartheta\} = [\delta]_d^{-1} \{\theta\} \quad [\lambda] = [\kappa \delta]_d^{-1} [\tilde{\lambda}], \quad [\sigma] = [\kappa \delta]_d^{-1} [\tilde{\sigma}] [\delta]_d \\ [c] &= [\tilde{c}] [\kappa \delta]_d, \quad \{\psi(\vartheta; r)\} = \{\varphi(\theta; r, \delta)\} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

なお、

$$\tau = \bar{L}^{-1} \bar{K}^{\frac{1}{2}} \bar{M}^{-\frac{1}{2}} T, \quad \{\eta\} = (\bar{d} \bar{L})^{-1} \{X\} \quad \{\beta\} = \bar{B}^{-1} \{M\}, \quad \{\theta\} = \bar{d}^{-1} \{\Theta\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} \{\varphi(\theta; r, \delta)\} &= \bar{B}^{-1} [\kappa]^{-1} \{ \Phi(\Theta; K_1, K_2, d) \} \quad \{\kappa\} = \bar{K}^{-1} \{K_1\}, \quad \{\delta\} = \bar{d}^{-1} \{d\}, \\ [r] &= \{K_2 K_1^{-1}\} \quad [\tilde{\lambda}] = \bar{L} \bar{K}^{-1} [\mu], \quad [\tilde{\sigma}] = \bar{K}^{-1} [\nu], \quad [\tilde{c}] = L[C] \dots\dots\dots (12) \\ [a] &= \bar{M}^{-1} [A], \quad [b] = \bar{L} (\bar{M} \bar{K})^{-\frac{1}{2}} [B], \end{aligned}$$

$$\alpha = A \bar{M} \bar{L} \bar{B}^{-1}, \quad A = |(d^2/d\tau^2) \bar{Y}|_{\max}, \quad \alpha(\tau) = A^{-1} (d^2/d\tau^2) \bar{Y} \dots\dots\dots (13)$$

(10)～(13)式で[]_dはdiagonal matrix を示し、一は規準量を示す。即ち、 $\bar{M}$, $\bar{K}$, $\bar{d}$, $\bar{B}$, $\bar{L}$ は夫々質量、回転剛性、弾性限相対回転角、弾性限曲げモーメント、および長さの規準量である。

一方また架構の節点、即ち接合部剛域の無次元釣合方程式、

$$[h] \{\rho\} = \{0\} \dots\dots\dots (14)$$

を考慮して、接合部に関する変数、 $\{\rho\}$ および $\{\vartheta\}$ と対応する影響係数、 $[\lambda]$, $[\sigma]$, 形状係数、 $[c]$ ならびに釣合方程式、(14) 式の係数 $[h]$ を夫々独立要素と従属要素に分けると無次元基礎方程式、(8), (9)式は次のように表現される。

$$\begin{aligned} \left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} + [k] \{\psi(\vartheta)\}_I &= \{f\} \quad [k] = [c]_I - [c]_D [\rho], \\ [p] &= [h]_D^{-1} [h]_I, \quad \{\psi(\vartheta)\}_I = \{\psi(\vartheta; \gamma)\}_I \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} [\sigma]_{II} & [\sigma]_{ID} \\ [\sigma]_{DI} & [\sigma]_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\vartheta\}_I \\ \{\vartheta\}_D \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{\psi(\vartheta)\}_I \\ \{\psi(\vartheta)\}_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\lambda]_I \\ [\lambda]_D \end{bmatrix} \{\eta\}, \quad \{\rho\} = \begin{Bmatrix} \{\rho\}_I \\ \{\rho\}_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\psi(\vartheta)\}_I \\ \{\psi(\vartheta)\}_D \end{Bmatrix} \dots\dots (16)$$

特に線形系に関しては(8), (9)式は次の形に帰する。

$$\begin{aligned} \left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} + [c] ([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda] \right) \{\eta\} &= \{f\} \\ \{\rho\} &= \{\vartheta\} = ([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda] \{\eta\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

あるいは、(15), (16) 式に対応して次のように書ける。

$$\begin{aligned} \left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} + [k] ([\sigma]_{II} + [I] - [\sigma]_{ID} [\rho])^{-1} [\lambda]_I \right) \{\eta\} &= \{f\} \\ \{\rho\}_I &= \{\vartheta\}_I = ([\sigma]_{II} + [I] - [\sigma]_{ID} [\rho])^{-1} [\lambda]_I \{\eta\} \dots\dots\dots (18) \\ \{\rho\}_D &= \{\vartheta\}_D = -[\rho]_I \{\vartheta\}_I \end{aligned}$$

従ってまた第1分枝線形域における固有値方程式は次式となる。

$$\mathcal{A}_c(s) = \det([a]s^2 + [b]s + [c]([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda]) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

あるいは、

$$\mathcal{A}_c(s) = \det([a]s^2 + [b]s + [k]([\sigma]_{II} + [I] - [\sigma]_{ID} [\rho])^{-1} [\lambda]_I) = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ここで、例えば(17), (19)式における $[c]([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda]$ は対称でありそれは次のように証明できる。

Maxwell-Betti の相反定理から先づ次式が成立しなければならない。

$$[\tilde{\sigma}] = [\tilde{\sigma}]^T, \quad [\tilde{c}] [\tilde{\lambda}] = [\tilde{\lambda}]^T [\tilde{c}]^T, \quad [\tilde{c}] [\tilde{\sigma}] = [\tilde{\lambda}]^T \dots\dots\dots (21)$$

従って、(10)式を用いて次式が得られる。

$$\begin{aligned} [c]([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda] &= [\tilde{c}]([I] + [\tilde{\sigma}] [\kappa]_d^{-1})^{-1} [\tilde{\lambda}] \\ &= [\tilde{c}]([I] + [\tilde{\sigma}] [\kappa]_d^{-1})^{-1} [\tilde{\sigma}] [\tilde{c}]^T \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

一方、また次の表現が得られる。

$$\begin{aligned} ([c]([I] + [\sigma])^{-1} [\lambda])^T &= [\lambda]^T ([I] + [\sigma]^T)^{-1} [c]^T \\ &= [\tilde{c}] [\tilde{\sigma}] ([I] + [\kappa]_d^{-1} [\tilde{\sigma}])^{-1} [\tilde{c}]^T \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

次に,

$$([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1}([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1}) \\ = ([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1} = [I]$$

から次式が得られる。

$$([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1}[\sigma][\kappa]_d^{-1} = [\sigma][\kappa]_d^{-1}([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1}$$

従って次式が成立する。

$$([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1}[\sigma] = [\sigma][\kappa]_d^{-1}([I] + [\sigma][\kappa]_d^{-1})^{-1}[\kappa]_d \\ = [\sigma]([I] + [\kappa]_d^{-1}[\sigma])^{-1} \quad \dots\dots\dots(24)$$

(22), (23), (24)式から対称性, すなわち,

$$[c]([I] + [\sigma])^{-1}[\lambda] = ([c]([I] + [\sigma])^{-1}[\lambda])^T \quad \dots\dots\dots(25)$$

が得られる。また(21)式から基礎方程式の係数, $[c]$, $[\lambda]$, $[\sigma]$ に関して次の関係が得られる。

$$[c][\sigma] = [\tilde{c}][\tilde{\sigma}][\tilde{\delta}]_d = [\tilde{\lambda}]^T[\tilde{\delta}]_d = [\lambda]^T[e]_d, [e]_d = [\kappa\delta^2]_d \quad \dots\dots\dots(26) \\ [c][\lambda] = [\tilde{c}][\tilde{\lambda}] = [\tilde{\lambda}]^T[\tilde{e}]^T = ([c][\lambda])^T$$

ここで, $[\]^T$ は transposed matrix を示す。

3. 基礎方程式の第1積分とエネルギー・バランス

基礎方程式, (8), (9)式において, 次の如く置く。

$$\{\eta\}_m = \{\eta\}, \quad \{\eta\}_f = \{\eta\}_m + \eta(1), \quad \{\eta\}_r = [J]\{\eta\}_m \quad \ddot{\eta} = \alpha \cdot \alpha(\tau), \quad \ddot{\eta} = (\bar{D}L)^{-1}\ddot{V} \quad \dots\dots\dots(27) \\ \{d\} = [\tilde{b}]\{\eta\}_m = [J]^T\{p\}, \quad \{r\} = [c]\{p\} = [J]^T\{q\}$$

ここで, 添字, f , m , r は夫々静止, 運動, 相対座標に関する量を示し, $\cdot$ は τ に関する微分を示す。また, η は無次元地動変位, $\{p\}$, $\{q\}$ は夫々, 無次元層粘性減衰力および無次元層復元力(層剪断力)を示す。なお,

$$[J] = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, \dots\dots\dots 0 \\ -1, 1, 0, \dots\dots\dots \\ 0, -1, 1, \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots 1, 0 \\ 0, \dots\dots\dots -1, 1 \end{pmatrix} \quad [J]^{-1} = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, \dots\dots\dots 0 \\ 1, 1, 0, \dots\dots\dots \\ 1, 1, 1, \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots 1, 0 \\ 1, \dots\dots\dots 1, 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(28)$$

而るとき(27)式の記号を用いて, 基礎方程式, (8)に $\{\eta\}_f^T$ を左乗すると次式が得られる。

$$\{\eta\}_f^T[a]\{\eta\}_f + \{\eta\}_f^T\{p\} + \{\eta\}_f^T\{q\} + \dot{\eta}p^1 + \dot{\eta}q^1 = 0 \quad \dots\dots\dots(29)$$

(29)式の各項は無次元量であるが, 夫々次の物理量に対応する。

$$\dot{E}_k = \{\eta\}_f^T[a]\{\eta\}_f; \text{運動エネルギー速度} \\ \dot{E}_{d,v} = \{\eta\}_f^T\{p\}; \text{粘性減衰による消散エネルギー速度} \quad \dots\dots\dots(30) \\ \dot{E}_p = \{\eta\}_f^T\{q\}; \text{弾塑性ポテンシャルエネルギー速度} \\ \dot{E}_t = -\dot{\eta}(p^1 + q^1); \text{伝達エネルギー速度}$$

すなわち, (29)式はエネルギー速度の平衡を表わしている。ここで, 特に $\dot{E}_{d,v}$ については通常次式が成立する。

$$\dot{E}_{d,v} = \{\eta\}_f^T\{p\} = \{\eta\}_f^T[J]^{-T}[\tilde{b}][J]^{-1}\{\eta\}_r = \{\eta\}_m^T[\tilde{b}]\{\eta\}_m \geq 0 \quad \dots\dots\dots(31)$$

すなわち, $[b]$ は通常, non-negative definite な matrix である。また, $\dot{E}_t$ の中, $-\dot{\eta}p^1$, $-\dot{\eta}q^1$ は夫々最下層の粘性減衰力, および剪断力によって架構に伝達されるエネルギー速度に対応している。

次に, $\dot{E}_p$ をさらに精しく分類する。先づ定義と(9)式によって次の表現を得る。

$$\begin{aligned}\dot{E}_p &= \{\dot{\eta}\}^T \{q\} = \{\dot{\eta}\}^T [J]^T \{q\} = \{\dot{\eta}\}^T_m \{r\} = \{\dot{\eta}\}^T_m [c] \{\rho\} \\ \{r\} &= [c] \{\rho\} = [c][\lambda] \{\eta\}_m - [c][\sigma] \{\vartheta\}\end{aligned} \quad (32)$$

(32), 第2式から,

$$\{\eta\}_m = ([c][\lambda])^{-1} [c] (\{\rho\} + [\sigma] \{\vartheta\}) \quad (33)$$

と表わせば, (32), 第1式は次のように書ける。

$$\begin{aligned}\dot{E}_p &= \{\dot{\eta}\}^T_m [c] \{\rho\} = \{\dot{\vartheta}\}^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} \\ &\quad + \{\dot{\vartheta}\}^T [\sigma]^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} \quad (34)\end{aligned}$$

(34) 式最右辺第2項は (26) 式を用いて次のように書き表わせる。

$$\{\dot{\vartheta}\}^T [\sigma]^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [\lambda] ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \{\rho\} \quad (35)$$

(33), (34), (35) 式の成立は次のように証明される。

先づ, $[\kappa]_d = [\infty]_d$, $\{\vartheta\} = \{0\}$, すなわち, 剛接合の弾性架構を考えると次式が成立しなければならない。

$$\{r\} = [c] \{\rho\} = [c][\lambda] \{\eta\}_m = ([c]_I - [c]_D [p]) [\lambda]_I \{\eta\}_m \quad (36)$$

弾性架構の性質から, $[c][\lambda]$ は明らかに non-singular な matrix であり, $\{\eta\}_m$ は任意に選び得るから次式が得られる。

$$[c][\lambda] = ([c]_I - [c]_D [p]) [\lambda]_I \quad (37)$$

一方, (36)式から次の表現が得られる。

$$\{\rho\}_I = [\lambda]_I \{\eta\}_m = [\lambda]_I ([c][\lambda])^{-1} \{r\} = [\lambda]_I ([c][\lambda])^{-1} ([c]_I - [c]_D [p]) \{\rho\}_I \quad (38)$$

(38) 式で $\{\rho\}_I$ は任意に選定し得るから次式が成立しなければならない。

$$[\lambda]_I ([c][\lambda])^{-1} ([c]_I - [c]_D [p]) = [I] \quad (39)$$

従って, (35), 第2項は (39) 式を用いて次のように (35), 第3項と等しいことが証明される。

$$\begin{aligned}\{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [\lambda] ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} \\ = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \left[- \begin{bmatrix} I \\ p \end{bmatrix} \right] [\lambda]_I ([c][\lambda])^{-1} [c]_I [c]_D \left[- \begin{bmatrix} I \\ p \end{bmatrix} \right] \{\rho\}_I \\ = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \left[- \begin{bmatrix} I \\ p \end{bmatrix} \right] \{\rho\}_I = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \{\rho\} \quad (40)\end{aligned}$$

従って, (34) 式は, (26), 第2式と (35) 式によって次のように表現できる。

$$\dot{E}_p = \{\dot{\rho}\}^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} + \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \{\rho\} \quad (41)$$

(41) 式の各項は次の物理量に対応する無次元量である。

$$\begin{aligned}\dot{E}_{p, e, m} &= \{\dot{\rho}\}^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} ; \text{部材の弾性ポテンシャルエネルギー速度} \quad \dots (42) \\ \dot{E}_{p, e, j} &= \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d \{\rho\} ; \text{接合部の弾塑性ポテンシャルエネルギー速度}\end{aligned}$$

次に, 弾塑性接合部が bi-linear 形履歴特性をもつとして, (42)式の $\dot{E}_{p, e, j}$ をさらに弾性ポテンシャルエネルギー速度と塑性ポテンシャルエネルギー速度に分ける。このとき先づ bi-linear 形履歴特性関数を次のように表わす。

$$\{\rho\} = \{\psi(\vartheta)\} = [r]_d \{\psi^e(\vartheta)\} + [1-r]_d \{\psi^{ep}(\vartheta)\} = [r]_d \{\vartheta\} + [1-r]_d \{\psi^{ep}(\vartheta)\} \quad (43)$$

(43) 式で, $\psi(\vartheta)$ は bi-linear 形履歴特性関数, $\psi^e(\vartheta)$, $\psi^{ep}(\vartheta)$ は夫々, 弾性および完全弾塑性特性関数を示し, すべて第1分枝勾配は1に正規化されている。

(43) 式を用いて, $\dot{E}_{p, ep, j}$ は次式のように表わされる。

$$\dot{E}_{p, ep, j} = \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [r]_d \{\vartheta\} + \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d \{\psi^{ep}(\vartheta)\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

(44) 式の各項は夫々無次元量で次の物理量に対応する。

$$\begin{aligned} \dot{E}_{p, e, j} &= \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [r]_d \{\vartheta\} ; \text{接合部の弾性成分の} \\ &\quad \text{弾性ポテンシャルエネルギー速度} \dots\dots\dots (45) \\ \dot{E}_{p, ep, j} &= \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d \{\psi^{ep}(\vartheta)\} ; \text{接合部の完全弾塑性成分の弾塑性} \\ &\quad \text{ポテンシャルエネルギー速度} \end{aligned}$$

次に, (45) 式の $\dot{E}_{p, ep, j}$ はさらに $\{\psi^{ep}(\vartheta)\}$ を次式のように表現することによって弾性成分と塑性成分に分解できる。

$$\{\psi^{ep}(\vartheta)\} = [1-\bar{\varepsilon}]_d (\{\vartheta\} - \{\vartheta_{off}\}) + [\bar{\varepsilon}]_d \{1\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \{\vartheta_{off}\} & ; \text{無次元残留相対回転角} \\ \bar{\varepsilon} & ; \text{分枝判別記号, } \bar{\varepsilon}=0 \sim \text{弾性分枝} \\ \bar{\varepsilon} \cdot \text{sgn} \dot{\vartheta} &= 1 \text{ あるいは } \bar{\varepsilon} \cdot \text{sgn} \dot{\vartheta} = 1 \sim \text{塑性分枝} \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

(46) 式を用いて, (45) 式の $\dot{E}_{p, ep, j}$ は次のように表わされる。

$$\dot{E}_{p, ep, j} = \{\dot{\vartheta}_e\}^T [e]_d [1-r]_d [1-\bar{\varepsilon}^2]_d \{\vartheta_e\} + \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d [\bar{\varepsilon}]_d \{1\} \quad \dots\dots\dots (48)$$

ここで, $\{\dot{\vartheta}_e\}^T [1-\bar{\varepsilon}^2]_d = \{\dot{\vartheta}\}^T [1-\bar{\varepsilon}^2]_d$, なお,

$$\{\vartheta_e\} = \{\vartheta\} - \{\vartheta_{off}\} ; \text{無次元弾性相対回転角}$$

従って, (44) 式, (45), 第2式, (48) 式を用いて, $\dot{E}_{p, ep, j}$ は結局次のように表現できる。

$$\dot{E}_{p, ep, j} = \dot{E}_{p, e, j} + \dot{E}_{p, p, j} \quad \dots\dots\dots (49)$$

(49) 式右辺の各項は夫々次式で表現され, 次の物理量に対応する無次元量である。

$$\begin{aligned} \dot{E}_{p, e, j} &= \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [r]_d \{\vartheta\} + \{\dot{\vartheta}_e\}^T [e]_d [1-r]_d [1-\bar{\varepsilon}^2]_d \{\vartheta_e\} \\ &\quad ; \text{接合部の弾性ポテンシャルエネルギー速度} \dots\dots\dots (50) \\ \dot{E}_{p, p, j} &= \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d [\bar{\varepsilon}]_d \{1\} ; \text{接合部の塑性ポテンシャルエネルギー速度} \end{aligned}$$

ここで, (50) 式の $\dot{E}_{p, p, j}$ は bi-linear 形履歴特性をもつ接合部の無次元履歴消費エネルギー速度でもあり, (47), 第2式, $\bar{\varepsilon} \cdot \text{sgn} \dot{\vartheta} = 1$ から判るように当然 non-negative である。

$$\dot{E}_{p, p, j} \geq 0 \quad \dots\dots\dots (51)$$

(30), (42), (44), (45), (49), (50) の諸式から結局, (29) 式で示されるエネルギー速度の平衡方程式は次のように表現される。

$$\dot{E}_k + \dot{E}_{d, v} + \dot{E}_{p, e, m} + \dot{E}_{p, ep, j} = \dot{E}_t \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$\dot{E}_{p, ep, j} = \dot{E}'_{p, e, j} + \dot{E}'_{p, p, j} = \dot{E}_{p, e, j} + \dot{E}_{p, p, j} \quad \dots\dots\dots (53)$$

(52), (53) 式を積分すると, ここに対象とする動力学系のエネルギーバランスを示す基礎方程式の第1積分が次の如く得られる。

$$E_k + E_{d, v} + E_{p, e, m} + E_{p, ep, j} = E_t + E_0 \quad \dots\dots\dots (54)$$

$$E_{p, ep, j} = E'_{p, e, j} + E'_{p, p, j} = E_{p, e, j} + E_{p, p, j} \quad \dots\dots\dots (55)$$

ここに, (54), (55) 式の各項は次式で示される無次元量で, 夫々次の物理量に対応する。

$$E_k = \frac{1}{2} \{\dot{\eta}\}_f^T [a] \{\dot{\eta}\}_f ; \text{運動エネルギー} \dots\dots\dots (56)$$

$$E_{d,v} = \int_0^\tau \{\dot{\eta}\}_m^T [b] \{\dot{\eta}\}_m d\tau \geq 0 ; \text{粘性減衰による消散エネルギー} \dots\dots\dots (57)$$

$$E_{p,e,m} = \frac{1}{2} \{\rho\}^T [c]^T ([c][\lambda])^{-1} [c] \{\rho\} ; \text{部材の弾性} \\ \text{ポテンシャルエネルギー} \dots\dots\dots (58)$$

$$E'_{p,e,j} = \frac{1}{2} \{\vartheta\}^T [e]_d [r]_d \{\vartheta\} ; \text{接合部の弾性成分の} \\ \text{ポテンシャルエネルギー} \dots\dots\dots (59)$$

$$E'_{p,e,p,j} = \int_0^\tau \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d \{\psi^p(\vartheta)\} d\tau ; \text{接合部の完全弾塑性成分の} \\ \text{ポテンシャルエネルギー} \dots\dots\dots (60)$$

$$E_{p,e,j} = \frac{1}{2} \{\vartheta\}^T [e]_d [r]_d \{\vartheta\} + \frac{1}{2} \{\vartheta_e\}^T [e]_d [1-r]_d [1-\xi^2]_d \{\vartheta_e\} \\ + \frac{1}{2} \{1\}^T [e]_d [1-r]_d [\xi^2]_d \{1\} ; \text{接合部の弾性} \\ \text{ポテンシャルエネルギー} \dots\dots\dots (61)$$

$$E_{p,p,j} = \int_0^\tau \{\dot{\vartheta}\}^T [e]_d [1-r]_d [\xi]_d \{1\} d\tau = \int_0^\tau \{1\}^T [e]_d [1-r]_d [\xi]_d \{\dot{\vartheta}\} d\tau \\ = \{1\}^T [e]_d [1-r]_d \int_0^\tau [\xi]_d \{\dot{\vartheta}\} d\tau \geq 0 ; \text{接合部の塑性} \\ \text{ポテンシャルエネルギーあるいは履歴消費エネルギー} \dots\dots\dots (62)$$

$$E_t = - \int_0^\tau \dot{\eta} (p^1 + q^1) d\tau ; \text{伝達エネルギー} \dots\dots\dots (63)$$

なお、(54) 式右辺の E_0 は $\tau=0$ における初期条件、すなわち、架構の初期エネルギーである。また、(56)～(62) 式の表現を得る際に、 $[a]=[a]^T$ 、 $[c][\lambda]=([c][\lambda])^T$ 、 $[e]_d[r]_d=([e]_d[r]_d)^T$ 等の対称性の条件を用いている。

(56)～(62)式の各量はすべて架構全体として評価されているが、表現上架構各部分に対応する量の代数和として示され得る。すなわち、 E_k 、 $E_{d,v}$ は総層数、 n 、 $E'_{p,e,j}$ 、 $E'_{p,e,p,j}$ あるいは $E_{p,e,j}$ 、 $E_{p,p,j}$ は接合部の数、 $l=l_l+l_D$ (l_l ：独立な接合部の数、 l_D ：従属な接合部の数) の部分に対応する量の代数和として表わされる。 $E_{p,e,m}$ も表現上は接合部の数、 l の代数和として表わされるが、ある部材に対応する量が必要な時は、その部材に接続する接合部に関する量の代数和として評価できる。

4. 入、出力の選定

入、出力は設定した動力学モデルに関連して合理的に定められなければならない。第2段地震応答解析過程における地震外乱としての入力とは当然、基礎地盤を含む全構造物系に適合するように定められなければならないが、現段階においては構造物系の下部構造、すなわち、地下構造、基礎、周辺地盤、地震波動媒体地盤のモデル化を上部架構の動力学モデルと同程度に詳細かつ具体的にこなすことには困難を伴うので、先づ下部構造のモデルと同質、同程度の上部構造のモデルを用いて上部構造最下部の地震応答を求め、これを第2段過程の上部構造動力学モデルの入力として採用する方法が妥当と考えられる^{7)～11)}。次に、第2段地震応答解析過程の出力応答としては、先づ第1に耐震安全性の詳細な再検討の立場から、構造物系各部分の具体的かつ直接的な耐震安全性の尺度として例えば部材、接合部等に関する局所的な尺度を採用しなければならない。本論文で対象とするような弾塑性接合部を含む架構の局所的な耐震安全性の尺度としては、弾塑性接合部の靱性率、履歴消費エネルギー率、あるいは対応する弾塑性相対回転角、履歴消費エネルギー等であり、従って第1義的な地震応答量は、これ等諸量の時間に関する最大値乃至最終値として定義される

1)~4)。この中、耐震安全性判定の上で最も重要な弾塑性接合部の地震応答量としての最大靱性率、

$\gamma_D = \{\gamma_d^g\}$ および最終履歴消費エネルギー率、 $\gamma_E = \{\gamma_e^g\}$ は夫々次式で表わされる。

$$\gamma_D = \{\gamma_d^g\} = \{\Delta^{-1} |\Theta|_{\max}\} = \{|\vartheta|_{\max}\} \dots\dots\dots (64)$$

$$\begin{aligned} \gamma_E = \{\gamma_e^g\} &= \{2(\delta\bar{\Delta})^{-1} \int_0^\infty \left| \frac{d\Theta}{dT} \right|_p dT\} = \{2e^{-1} e_{p, p, j}\} \\ &= \{2(1-r) \int_0^\infty \left| \frac{d\vartheta}{d\tau} \right|_p d\tau\} \dots\dots\dots (65) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left| \frac{d\vartheta}{d\tau} \right|_p = \bar{\varepsilon} \frac{d\vartheta}{d\tau} \dots\dots\dots (66)$$

で $\bar{\varepsilon}$ は (47) 式に定義されている。また、(65) 式の $e_{p, p, j}$ は (62) 式に定義された $E_{p, p, j}$ の最終量の各接合部に関する成分である。すなわち、

$$\begin{aligned} E_{p, p, j}(\infty) &= \{1\}^T [e]_d [1-r]_d \int_0^\infty [\bar{\varepsilon}]_d \{\vartheta\} d\tau \\ &= \{1\}^T [e]_d [1-r]_d \int_0^\infty \{|\vartheta|_p\} d\tau = \{1\}^T \{e_{p, p, j}\} \dots\dots\dots (67) \end{aligned}$$

また、(64)、(65) 式に対応する接合部の相対回転角および最終履歴消費エネルギーは夫々次式で評価される。

$$\{|\Theta|_{\max}\} = \bar{\Delta} \{\delta\gamma_d^g\} \dots\dots\dots (68)$$

$$\begin{aligned} \{B^p \int_0^\infty \left| \frac{d\Theta}{dT} \right|_p dT\} &= \{e(1-r)B \int_0^\infty \left| \frac{d\Theta}{dT} \right|_p dT\} \\ &= \frac{\bar{\Delta}^2 K}{2} \{\gamma_e^g\} = \bar{\Delta}^2 K \{e_{p, p, j}\} \dots\dots\dots (69) \end{aligned}$$

その他、第2義的な耐震安全性の尺度としては各接合部の残留相対回転角、 $\{\Theta_{off}\} = \bar{\Delta} \{\delta\vartheta_{off}\}$ 、各層の変形、 $\{X\} = \bar{\Delta} L \{\eta\}_m$ あるいは各層相対変形、 $\{X\}_r = [J] \{X\} = \bar{\Delta} L \{\eta\}_r$ 等が考えられる。次に第2段地震応答解析過程の目的の一つである第1段地震応答解析過程における動力学モデルの改善と諸数値ならびに諸解析結果の再検討の立場からは、例えば、各層相応変位、 $\{X\}_r = \bar{\Delta} L \{\eta\}_r$ と各層復元力、 $\{Q\} = B L^{-1} \{q\}$ を出力に選びこれから時間、 T を消去すれば等価的な意味で剪断形化された各層の履歴特性が得られるし、また各層に関して次式で定義される等価的な最大靱性率を計算すれば、第1段過程で用いた概括的な剪断形モデルの出力との対応がある程度可能になると考えられる。

$$\{\gamma_d^g\} = \left\{ \frac{|X_r|_{\max}}{X_{pr}} \right\} = \left\{ \frac{|\eta_r|_{\max}}{\eta_{pr}} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

(70) 式における $\{X_p\}_r = \bar{\Delta} L \{\eta_p\}_r$ は等価的な各層弾性限変位であり、例えば次のように置く。一般に弾性領域で、 $\{\eta\} = \{\eta\}_m$ 、 $\{\rho\}_I$ 、 $\{\vartheta\}_I$ の間には $[c][\sigma] = [\lambda]^T [e]_d$ を考慮すれば次式が成立する。

$$\begin{aligned} \{\eta\}_m &= ([c][\lambda])^{-1} ([c]_I - [c]_D [\rho]) \{\rho\}_I \\ &\quad + ([c][\lambda])^{-1} ([\lambda]_I^T [e]_{dI} - [\lambda]_D^T [e]_{dD} [\rho]) \{\vartheta\}_I \dots\dots\dots (71) \end{aligned}$$

従って、特に弾性領域における関係、 $\{\vartheta\}_I = \{\rho\}_I$ を (71) 式に代入して、 $\{\rho_p\}_I$ の要素を適当に ± 1 のいずれかに選べば、次式によって近似的には各層の無次元等価弾性限変位が想定できる。

$$\begin{aligned} \{\eta_p\}_r &= [J] \{\eta_p\}_m \\ \{\eta_p\}_m &= ([c][\lambda])^{-1} ([c]_I - [c]_D [\rho] + [\lambda]_I^T [e]_{dI} - [\lambda]_D^T [e]_{dD} [\rho]) \{\rho_p\}_I \dots\dots\dots (72) \end{aligned}$$

ここで、 $[e]_{dI}$ 、 $[e]_{dD}$ は夫々独立な接合部および従属な接合部の弾性限ポテンシャルエネルギー分布係数を示す対角行列である。

5. 弾塑性非定常応答の数値解析の方法

計算手段としてはデジタル計算機またはアナログ計算機が用いられるが、前者のデジタル計算機のプログラミングの基礎としては任意の線形分枝上の解析的表現の解の解析的接続法と階差法系列の数値積分法が考えられる。

5・1 解析的接続法：基礎方程式，(15)，(16)式から次の手順で解析的接続法における任意線形分枝の標準基礎方程式を得る^{1)，12)}。先づ， k 分枝の $\{\rho\}$ および $\{\vartheta\}$ を次のように表わす。

$$\{\rho\} = [t]_d^k \{\vartheta\} + \{s\}^k \quad \dots\dots\dots (73)$$

$$[t]_d^k = [r]_d + [1-r]_d [1-\varepsilon^2]_d^k \quad \dots\dots\dots (74)$$

$$\{s\}^k = [1-r]_d [\varepsilon]_d^k \{1\} - [1-r]_d [1-\varepsilon^2]_d^k \{\vartheta_{off}\}^k$$

従って，(15)，(16)式は次のように書ける。

$$\left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} + [k] [t]_d^k \{\vartheta\}_I = \{f\} - [k] \{s\}_I^k \quad \dots\dots\dots (75)$$

$$\begin{bmatrix} [\lambda]_I \\ [\lambda]_D \end{bmatrix} \{\eta\} - \begin{bmatrix} [\sigma]_{II} & [\sigma]_{ID} \\ [\sigma]_{DI} & [\sigma]_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\vartheta\}_I \\ \{\vartheta\}_D \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [I]_I \\ [p] \end{bmatrix} [t]_d^k \{\vartheta\}_I = \begin{bmatrix} -[I]_I \\ -[p] \end{bmatrix} \{s\}_I^k \quad \dots\dots\dots (76)$$

ここで，

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} \{\eta\} \\ \{\vartheta\}_I \\ \{\vartheta\}_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\eta\} \\ \{\vartheta\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (77)$$

と置けば次の標準基礎方程式を得る。

$$\left(\begin{bmatrix} [a], [0], [0] \\ [0], [0], [0] \\ [0], [0], [0] \end{bmatrix} \frac{d^2}{d\tau^2} + \begin{bmatrix} [b], [0], [0] \\ [0], [0], [0] \\ [0], [0], [0] \end{bmatrix} \frac{d}{d\tau} + \begin{bmatrix} [0], & [k][t]_d^k, & [0] \\ [\lambda]_I, & -[\sigma]_{II} - [I]_I [t]_d^k, & -[\sigma]_{ID} \\ [\lambda]_D, & -[\sigma]_{DI} + [p][t]_d^k, & -[\sigma]_{DD} \end{bmatrix} \right) \{X\} = \begin{Bmatrix} \{f\} - [k] \{s\}_I^k \\ [I]_I \{s\}_I^k \\ -[p] \{s\}_I^k \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (78)$$

同様に，基礎方程式，(8)，(9)式は次の標準形に表現される。

$$\left(\begin{bmatrix} [a], [0] \\ [0], [0] \end{bmatrix} \frac{d^2}{d\tau^2} + \begin{bmatrix} [b], [0] \\ [0], [0] \end{bmatrix} \frac{d}{d\tau} + \begin{bmatrix} [0], & [c][t]_d^k \\ [\lambda], & -[\sigma] - [t]_d^k \end{bmatrix} \right) \{X\} = \begin{Bmatrix} \{f\} - [c] \{s\}^k \\ \{s\}^k \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (79)$$

従って， k 分枝における標準基礎方程式，(78)式あるいは(79)式の一般解の解析的表現

$$\{X\} = [g]^k * \{f\}^k \quad \dots\dots\dots (80)$$

を用いて，順次各接合部についての遷移条件，

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \varphi^e p(\vartheta) \cdot \text{sgn} \dot{\vartheta} = 1, \quad \varepsilon = 0 \rightarrow \varepsilon \cdot \text{sgn} \dot{\varepsilon} = 1 \\ \text{(II)} \quad & \dot{\vartheta} = 0, \quad \varepsilon \cdot \text{sgn} \dot{\varepsilon} = 1 \rightarrow \dot{\varepsilon} = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (81)$$

によって遷移点を検出し，隣接分枝の解を接続して行けば，弾塑性非定常応答が確定する。なお，(80)式における $[g]^k$ は k 分枝の単位衝撃マトリックス， $\{f\}^k$ は初期条件と遷移に伴う定数を含む一般化外乱ベクトルである^{1)，12)}。また，(81)式の条件，(I)，(II)は夫々 bi-linear 形履歴特性の第1分枝から第2分枝への遷移，およびその逆の遷移に対応する。

5・2 数値積分法：例えば基礎方程式，(8)，(9)式に基づいて，(8)式に Runge Kutta 法，(9)式に Gauss-Seidel 法を適用することができる。この数値計算法は既に剛塑性接合部を有するラーメンの動的解析に G. V. Berg 氏によって用いられた方法であるが⁵⁾，本論文で扱うような bi-linear 形履歴特性を有する架構の場合にも少し modify することによって適用し得る。そのため，基礎方程式，(8)，(9)式を次の形に表現する。

$$\left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} + [c] \{\rho\} = -[a] \{1\} \cdot \alpha \cdot \alpha(\tau) = \{f\} \dots\dots\dots (82)$$

$$\frac{d}{d\tau} \{\rho\} = [r]_d \frac{d}{d\tau} \{\vartheta\} + [1-r]_d \frac{d}{d\tau} \{\psi^{ep}(\vartheta)\} \dots\dots\dots (83)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \{\rho^{ep}\} &= -\frac{d}{d\tau} \{\psi^{ep}(\vartheta)\} = [1-r]^{-1} \left([\lambda] \frac{d}{d\tau} \{\eta\} - ([\sigma] + [r]_d) \frac{d}{d\tau} \{\vartheta\} \right) \\ \frac{d\vartheta}{d\tau} &= \frac{d\rho}{d\tau} \quad \text{for } |\rho^{ep}| \leq 1, \quad \frac{d\rho^{ep}}{d\tau} = 0 \quad \text{for } |\rho^{ep}| > 1 \dots\dots\dots (84) \end{aligned}$$

次に独立変数, τ を微小区間, $\Delta\tau$ で等分割して, s 番目の区間の左端の $\{\eta\}$, $\{\vartheta\}$, $\{\rho\}$ の値を夫々 $\{\eta\}^s$, $\{\vartheta\}^s$, $\{\rho\}^s$ とし, その区間における増分を $\{\Delta\eta\}^s$, $\{\Delta\vartheta\}^s$, $\{\Delta\rho\}^s$ とすれば次式が得られる。

$$\{\eta\}^{s+1} = \{\eta\}^s + \{\Delta\eta\}^s, \{\vartheta\}^{s+1} = \{\vartheta\}^s + \{\Delta\vartheta\}^s, \{\rho\}^{s+1} = \{\rho\}^s + \{\Delta\rho\}^s, \tau^{s+1} = \tau^s + \Delta\tau \dots\dots (85)$$

而して, $\{\Delta\eta\}$ 乃至 $\{\eta\}$ の計算には (82) 式に Runge Kutta の 4th order procedure を適用し, $\{\Delta\vartheta\}$, $\{\vartheta\}$ ならびに, $\{\Delta\rho\}$, $\{\rho\}$ の計算には (83) ~ (84) 式に基づいて Gauss-Seidel の逐次近似法を適用する。

a) **Runge Kutta's 4th order procedure**; (82) 式を次の vector-matrix 表現で表わされる連立非斉次非線形 1 階微分方程式に書き換える。

$$\frac{d}{d\tau} \mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X}; \tau), \quad \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \{\eta\} \\ \{\xi\} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{X}; \tau) = \begin{Bmatrix} \{\dot{\xi}\} \\ \{\dot{\rho}\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (86)$$

すなわち, 具体的には (86) 式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \{\eta\} &= \{\xi\} \dots\dots\dots (87) \\ \frac{d}{d\tau} \{\xi\} &= -[a]^{-1} ([b] \{\xi\} + [c] \{\rho(\{\eta\}, \{\xi\})\}) \\ &\quad - \{1\} \alpha \cdot \alpha(\tau) \equiv \{\rho(\{\eta\}, \{\xi\}; \tau)\} \equiv \{\rho\} \end{aligned}$$

(86) 式に基づいて, Runge Kutta の 4th order procedure は次の形で示される。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{s+1} &= \mathbf{X}^s + \Delta\mathbf{X}^s, \\ \Delta\mathbf{X}^s &= -\frac{1}{6} (m_0^s + 2m_1^s + 2m_2^s + m_3^s) \dots\dots\dots (88) \\ m_0^s &= \Delta\tau \mathbf{F}(\mathbf{X}^s; \tau^s) \\ m_1^s &= \Delta\tau \mathbf{F}(\mathbf{X}^s + \frac{1}{2} m_0^s; \tau^s + \frac{1}{2} \Delta\tau) \dots\dots\dots (89) \\ m_2^s &= \Delta\tau \mathbf{F}(\mathbf{X}^s + \frac{1}{2} m_1^s; \tau^s + \frac{1}{2} \Delta\tau) \\ m_3^s &= \Delta\tau \mathbf{F}(\mathbf{X}^s + m_2^s; \tau^{s+1}) \end{aligned}$$

b) **Iteration based on Gauss-Seidel's method**; (89) 式を (86) 乃至 (87) 式に従って計算し, さらに (88) 式に対応する $(s+1)$ ステップの $\{\rho\}^{s+1}$ および $\{\vartheta\}^{s+1}$ を評価するには, 微小区間, $\Delta\tau$ における $\{\Delta\rho\}$, および $\{\Delta\vartheta\}^s$ を計算しなければならない。このため, 先づ k 番目の接合部に対して任意の逐次近似の段階で次の量を計算する。

$$u^k = \Delta\rho^{epk} + \frac{\sigma_k^k + r^k}{1-r^k} \Delta\vartheta^k = \left\{ \frac{\lambda_i^k}{1-r^k} \right\} \{\Delta\eta^i\} - \left\{ \frac{\sigma_j^k}{1-r^k} \right\}_{j \neq k} \{\Delta\vartheta^j\} \dots\dots\dots (90)$$

(90) 式で添字, i, j は summation convention に従うものとする。次に $\Delta\rho^{epk} = \Delta\vartheta^k$, すなわち, 弾性と仮定して次の量を計算する。

$$\Delta\rho^{epk} = \frac{1-r^k}{1+\sigma_k^k} u^k \dots\dots\dots (91)$$

而して, 以下に記する判定条件から補正された $\Delta\rho^{epk}$ を求め, (90), 第 1, 2 式から $\Delta\vartheta^k$, (83), 第 1 式に対応する式,

$$\{d\rho\} = [r]_d \{d\vartheta\} + [1-r]_d \{d\rho^{ep}\} \dots\dots\dots (92)$$

から $d\rho^k$ を定める。

$$\text{i) } -1 \leq \rho^{epk} + \frac{1-r^k}{1+\sigma_k^k} u^k \leq 1 \text{ の場合,}$$

$$d\vartheta^k = \frac{1-r^k}{1+\sigma_k^k} u^k = d\rho^k \dots\dots\dots (93)$$

$$\text{ii) } \rho^{epk} + \frac{1-r^k}{1+\sigma_k^k} u^k > 1 \text{ の場合,}$$

$$d\rho^{epk} = 1 - \rho^{epk}$$

$$d\vartheta^k = \frac{1-r^k}{\sigma_k^k + r^k} (\rho^{epk} + u^k - 1) \dots\dots\dots (94)$$

$$d\rho^k = r^k d\vartheta^k + (1-r^k)(1-\rho^{epk})$$

$$\text{iii) } \rho^{epk} + \frac{1-r^k}{1+\sigma_k^k} u^k < -1$$

$$d\rho^{epk} = -1 - \rho^{epk}$$

$$d\vartheta^k = \frac{1-r^k}{\sigma_k^k + r^k} (-\rho^{epk} + u^k + 1) \dots\dots\dots (95)$$

$$d\rho^k = r^k d\vartheta^k + (1-r^k)(-1-\rho^{epk})$$

而して、(86)、(89)式に従って与えられる $\{d\eta\}$ に応じて、(90)～(95)式によって評価される $\{d\vartheta\}$ が次の収束判定条件を満足するまで逐次近似を行なう。

$$\frac{\sum_{k=1}^I |d\vartheta_i^k - d\vartheta_{i-1}^k|}{\sum_{k=1}^I |d\vartheta_i^k|} \leq \varepsilon \dots\dots\dots (96)$$

ここで、(96)式の添字、 i は逐次近似の次数を示す。従って(89)式における τ に関する次のステップの $\{\rho\}$ が(85)、第3式と同様な形で計算でき、(88)式が評価され、次いでさらにここで述べた逐次近似法を適用して、(85)式のすべてが評価できる。

斯くの如く **a)**、**b)**の過程を順次繰返すことによって基礎方程式、(8)、(9)式は数値的に解けることになる。

5・3 アナログ計算機による方法：基礎方程式、(15)、(16)式を次のような形に変形する。

a)

$$\left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} = \{f\} - [[c]_I [c]_D] \left\{ \begin{matrix} \{\psi(\vartheta)\}_I \\ \{\psi(\vartheta)\}_D \end{matrix} \right\}$$

$$\{\vartheta\}_I = [\sigma]_{II}^{-1} [\lambda]_I \{\eta\} - [\sigma]_{II}^{-1} [\sigma]_{ID} \{\vartheta\}_D - [\sigma]_{II}^{-1} \{\psi(\vartheta)\}_I \dots\dots\dots (97)$$

$$\{\vartheta\}_D = [\sigma]_{DD}^{-1} [\lambda]_D \{\eta\} - [\sigma]_{DD}^{-1} [\sigma]_{DI} \{\vartheta\}_I - [\sigma]_{DD}^{-1} \{\psi(\vartheta)\}_D$$

b)

$$\left([a] \frac{d^2}{d\tau^2} + [b] \frac{d}{d\tau} \right) \{\eta\} = \{f\} - [k] \{\psi(\vartheta)\}_I$$

$$\{\vartheta\}_I = [\sigma]_{II}^{-1} [\lambda]_I \{\eta\} - [\sigma]_{II}^{-1} [\sigma]_{ID} \{\vartheta\}_D - [\sigma]_{II}^{-1} \{\psi(\vartheta)\}_I \dots\dots\dots (98)$$

$$\{\vartheta\}_D = -[\bar{p}] \{\psi(\vartheta)\}_I - \{\bar{\psi}(\vartheta)\}_D$$

$$\text{ここで、} \{\bar{\psi}(\vartheta)\}_D = \{\psi(\vartheta)\}_D - \{\vartheta\}_D = \{\psi(\vartheta) - \vartheta\}_D$$

アナログ計算機の演算回路のブロックダイアグラムは、(97)式あるいは(98)式をブロックダイアグラムに表現すれば、それに従って容易に確定する。特に接合部の特性、 $\{\psi(\vartheta)\}$ が bi-linear 形履歴特性関数、従って、 $\{\bar{\psi}(\vartheta)\}$ がバックラッシュ特性で示されるような場合にはその演算回路は既往の弾塑性地震応答解析に関する研究と同様な方式で実現可能である。以上、5・1～5・3に述べたいづれかの方法によって任意

の確定入力による弾塑性接合部を含む架構の非定常、非線形応答の数値解析が可能となるが、このとき、基礎方程式に含まれる無次元影響係数マトリックス、 $[\lambda]$ 、 $[\sigma]$ を定めることが必要となる。このため、(12)式の係数マトリックス $[\mu]$ 、 $[\nu]$ は例えば矩形ラーメンの場合次式によって定められる。

$$\mu_i^k = \frac{2EK_0}{L_i^3} \tilde{\mu}_i^k, \quad \nu_j^k = 2EK_0 \tilde{\nu}_j^k \dots\dots\dots (99)$$

(69)式で、 K_0 は標準剛度、 E は縦弾性係数、 L_i は i 層の等価柱長さであり、影響係数マトリックス $[\tilde{\mu}]$ 、 $[\tilde{\nu}]$ は撓角法で計算できる。従って、(10)、(12)式から、 $[\lambda]$ 、 $[\sigma]$ は次式によって評価できる。

$$\lambda_{ii}^k = \frac{2EK_0}{\kappa^k \delta^k L_i^3} \tilde{\mu}_i^k, \quad \sigma_{jj}^k = \frac{2EK_0}{\kappa^k \delta^k K} \tilde{\nu}_j^k \dots\dots\dots (100)$$

ここで、 $\{l\} = \bar{L}^{-1}\{L\}$ 、 $\{L\}$ ：部材長

従って、 $2EK_0 \bar{K}^{-1}$ を計算あるいは推定すれば、 $[\lambda]$ 、 $[\sigma]$ は確定する。あるいはまた(10)、(11)式で定義した $\{\eta\}$ 、 $\{\theta\}$ の代りに、

$$\{\eta\}' = \frac{2EK_0}{K} [L^e]_d \{\eta\}, \quad \{\theta\}' = \frac{2EK_0}{K} \{\theta\} \dots\dots\dots (101)$$

によって新しい従属変数、 $\{\eta\}'$ 、 $\{\theta\}'$ を定義すれば、(10)式で与えられる $[\lambda]$ 、 $[\sigma]$ の代りに、

$$[\lambda]' = [\kappa \delta]^{-1} [\tilde{\mu}], \quad [\sigma]' = [\kappa \delta]^{-1} [\tilde{\nu}] [\delta]_d \dots\dots\dots (102)$$

を用いることによって基礎方程式に含まれる無次元影響係数は確定する。然し乍ら、この場合にも、(64)、(65)式で定義される地震応答量、 γ_D 、 γ_E を評価するためには $2EK_0 \bar{K}^{-1}$ を与えることが当然必要となる。

$$\gamma_D = \{\gamma_d^{\theta}\} = \frac{K}{2EK_0} \{|\theta'|_{\max}\} \dots\dots\dots (103)$$

$$\gamma_E = \{\gamma_e^{\theta}\} = \frac{K}{2EK_0} [2(1-r) \int_0^{\infty} \left| \frac{d\theta'}{d\tau} \right|_p d\tau] \dots\dots\dots (104)$$

6. 数 値 解 析 例

以上に述べた弾塑性接合部を含む架構の非定常、非線形応答解析法の数値解析例として、Fig. 1に示すbi-linear形履歴特性の接合部を含む3層1張間対称架構が入力として、静止の状態から基礎に典型的な波形関数を有する水平地動加速度外乱を受ける場合の各層および各接合部の非定常、弾塑性応答を5.2に示した数値解析法に従ってデジタル計算機によって計算した結果を示す。

Fig. 1に示す架構の動力学モデルを規定する無次元パラメーターは次のような手順で定められた。まず各層質量分布は一様とし、等価粘性減衰係数は安全側の評価のため無視する。

$$[a] = [I], \quad [b] = [0] \dots\dots\dots (105)$$

次に、接合部の弾性限相対回転角分布 $\{\delta\}$ の想定に関して次式を考慮する。

$$\Delta^k = \frac{B^k}{K^k} = \frac{B^k \Delta L^k}{EI_m^k i_j^k}$$

ただし、 ΔL^k 接合部弾塑性領域長さ、 $i_j^k = I_j^k / I_m^k$ ；接合部断面2次モーメント、 I_j^k の接続する部材断面2次モーメント、 I_m^k に対する比。而るとき、部材断面をH型と仮定すれば上式は次のように近似的に評価される。

$$\Delta^k \doteq \frac{2\varepsilon_y^k \Delta L^k}{i_j^k H^k}, \quad \varepsilon_y^k = \varepsilon_y - \varepsilon_0^k$$

ただし、 H^k ：部材高、 ε_y ：降伏歪、 ε_0^k ：初期歪（重力等による）。従って、 $\{i_j\} = i_j \{1\}$ 、 $\{\varepsilon_y^k\} = \varepsilon_y^k \{1\}$ 、

$\{\Delta L H^{-1}\} = \Delta L H^{-1} \{1\}$ と仮定すれば、

$$\{\Delta\} = \bar{\Delta} \{\delta\}; \quad \bar{\Delta} = \frac{2\varepsilon_y}{i_j} \cdot \Delta L H^{-1}, \quad \{\delta\} = \{1\} \dots\dots\dots (106)$$

となる。

接合部の弾性限曲げ強度分布, $\{\kappa\delta\}$ の想定に関しては, 既に第 1 段地震応答解析の結果, 耐震安全性の空間的分布一様の規範で適正動力学特性分布として検出された B_I 型, すなわち一様質量分布の 3 質点系について, 質量分布, $\{m_0\} = \{1, 1, 1\}$, 弾性限相対変位分布, $\{\delta_0\} = \{1, 1, 1\}$, 弾性限剪断強度分布, $\{\kappa_0\delta_0\} = \{1, 7/9, 5/9\}$ を基準とする。従って, 接合部の曲げ剛性分布 $\{\kappa\}$ も自動的に定まる。このとき, 接合部剛域に接続する梁側接合部強度和と柱側接合部強度和の比を例えば 0.8 と前提すれば, Fig. 1 に示す接合部番号に従って, $\{\kappa\delta\}$, $\{\kappa\}$ は次の如く定められる。

$$\{\kappa\delta\} = \{\kappa\} = \{1, 1, 7/9, 7/9, 5/9, 5/9, 0.8\dot{0}, 1.4\dot{2}, 1.0\dot{6}, 0.4\dot{0}\} \dots\dots\dots (107)$$

また, 接合部の bi-linear 履歴特性の第 2 分枝剛性と第 1 分枝剛性比 $\{r\}$ は, その微小正值量の導入が応答性状の安定化と動力学特性分布の適正化に効果のあることを考慮して⁴⁾, 次のように設定する。

$$\{r\} = 0.1\{1\} \dots\dots\dots (108)$$

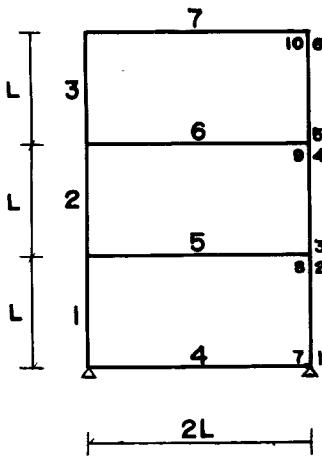


Fig. 1 Symmetrical three-storey single-bay frame having elasto-plastic joints.

(106) ~ (108) 式で接合部の bi-linear 履歴特性に関する無次元パラメーターは確定したわけであるが, 次に弾性部材の無次元パラメーターについては次のように考える。まず Fig. 1 から部材長分布は, 図中の部材番号に従って次のように定まる。

$$\{l\} = \{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2\}, \quad l^{k'} = L^{k'} L^{-1} \dots\dots\dots (109)$$

次いで, 剛比 $\{k\}$ の想定に関して次式を考慮する。

$$k^{k'} = \frac{I_m^{k'}}{L^{k'}} \cdot \frac{1}{K_0} = \frac{I_m^{k'}}{I_m} \cdot \frac{L}{L^{k'}}$$

ここで, 部材断面を H 型と仮定すれば,

$$\frac{B^{k'}}{I^{k'}} \div \frac{2\sigma_{y'}^{k'}}{H^{k'}} = \frac{2E\epsilon_{y'}^{k'}}{H^{k'}}$$

と近似的に表わせるから次式が成立つ。

$$k^{k'} \div \frac{B^{k'}}{B} \cdot \frac{H^{k'}}{H} \cdot \frac{\bar{\epsilon}_{y'}^{k'}}{\epsilon_{y'}^{k'}} \cdot \frac{L}{L^{k'}} = \frac{\kappa^{k'}\delta^{k'}h^{k'}}{l^{k'}}, \quad h^{k'} = H^{k'} \cdot H^{-1}$$

従って, 部材成について, 梁成と柱成の比を 1.2 と前提すれば, (107), (109) 式によって部材の剛比分布は次のように定まる。

$$\{k\} = \{1, 7/9, 5/9, 0.48\dot{0}, 0.85\dot{3}, 0.64\dot{0}, 0.26\dot{0}\} \dots\dots\dots (110)$$

次に, (100) あるいは (103), (104) 式における基準値, $2EK_0\bar{K}^{-1}$ の選定に関して次式を考慮する。

$$\frac{2EK_0}{\bar{K}} = \frac{2E\bar{I}_m}{K\bar{L}}$$

ここで, 接合部領域内の曲げモーメント分布を一様と仮定すれば, 弾性領域内で次式が成立する。

$$EI_j = i_j EI_m = K\bar{L}\bar{L}$$

従って, 次式を得る。

$$\frac{2EK_0}{\bar{K}} = \frac{2}{i_j} \cdot \frac{\bar{L}}{L} = \frac{2}{i_j} \bar{L}\bar{L}^{-1} \dots\dots\dots (111)$$

ここで, 例えば, $\bar{i}_j = 1$, $\bar{L}\bar{L}^{-1} = 20^{-1}$ とすれば, 次の値を得る。

$$2EK_0\bar{K}^{-1} = 10^{-1} \dots\dots\dots (112)$$

斯くて, (105) ~ (112) 式で弾塑性接合部を含む架構の動力学モデルを規定するすべての無次元パラメーターが確定した。この中, 弾性性状を規定するパラメーターと架構の形状パラメーターから例えば (19) 式によって無次元固有周波数を計算すると次の数値が得られる。

$$1\omega = 0.230415699 \quad 2\omega = 0.675226992 \quad 3\omega = 1.302288445 \dots\dots\dots (113)$$

これから、 $\nu\tau=2\pi\nu\omega^{-1}$ によって無次元固有周期が得られる。例えば、

$${}_1\tau=27.26893751 \dots \dots \dots (114)$$

次に、典型的な入力として次の2種に大別される無次元地動加速度外乱を想定した。

$$a) \quad \alpha(\tau) = \cos {}_1\omega\tau \left(s(\tau) - s\left(\tau - \frac{2\pi}{{}_1\omega}\right) \right) \dots \dots \dots (115)$$

$$\alpha=0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 \dots \dots \dots (116)$$

(115) 式で $s(\tau)$ は step function であり、従って基本固有周期に同調する種々の強度の cosine 波1波を考えることになる。

b) $\alpha(\tau)$; Vernon S82°E, Oct. 2, 1933 地震の加速度記録の無次元正規化波形関数でその無次元周波数パラメーターは次式による^{1)~4), 13)}。

$$\psi = \frac{{}_1T}{T_d} = \frac{{}_1\tau}{\tau_d} = \frac{1}{20}, \frac{1}{15} \dots \dots \dots (117)$$

(117) 式で、 ${}_1T$; 架構基本固有周期、 T_d ; 外乱時定数(便宜上継続時間)である。なお、波形関数としては原 Vernon 型波形の 0~9 sec を採用している。⁴⁾

$$\alpha=0.75, 1.0 \dots \dots \dots (118)$$

(118) 式の α の想定に関しては、

$$v = \frac{\alpha}{\psi} = \frac{AT_d}{\sqrt{2} {}_1\tau \sqrt{E/M}}, \quad \bar{E} = \frac{AB}{2} = \frac{J^2 K}{2} \dots \dots \dots (119)$$

が一定、ここでは $v=15$ になるように選んでいる⁴⁾。

斯くして、(105)~(118) 式によって、無次元非定常非線形応答は一意的に確定する。本論文では数値解析法として、5.2 の数値積分法を選んだが、このとき、無次元時間 τ の微小分割時間 $\Delta\tau$ は、a) の cosine 型入力に対しては、基本固有周期の 100 分の 1 に選ぶ。

$$\Delta\tau = {}_1\tau/100 = 0.27268 \dots \dots \dots (120)$$

一方、b) の Vernon 型入力に対しては、無次元正規化波形関数、すなわち、平均値、0、絶対値最大値、1 に正規化した無次元波形関数をサンプル数、 $N=1800$ の離散的デジタル量を折線で結んだものとして規定しているので、 $\Delta\tau$ は次式に従って定まる。

$$\Delta\tau = \frac{\tau_d}{N} = \frac{{}_1\tau}{\psi N} \dots \dots \dots (121)$$

従って、(117) 式の無次元周波数パラメーター、 ψ に応じて、 $\Delta\tau$ および、それを単位として表わした基本固有周期、 ψN は夫々次のようになる。

$$\Delta\tau=0.30299, 0.22724, \quad \psi N=90, 120 \dots \dots \dots (122)$$

なお、(96) 式の収束判定条件における ϵ は、 10^{-3} に選んだが計算誤差は十分に小さいと判断される。このことについては、a) の入力の場合、5.1 の解析的接続法と 5.2 の数値積分法による結果を $\alpha=0.8$ の場合の弾性非定常応答に対して比較し、有効数字 5 桁まで一致することを検証した。さらに、 ϵ と $\Delta\tau$ の選定に関して、a) の入力の場合、 $\epsilon=10^{-3}$ として ${}_1\tau$ を 100, 200, 400 等分して弾塑性非定常応答を比較検討し、 $\epsilon=10^{-3}$ 、分割数 100 で計算誤差が充分小さいことを確認した。

次に数値計算された結果の一部を Figs. 2~22 に挙げる。

この中、Figs. 2~12 は a) の cosine 型入力に関するもので、Figs. 13~22 は b) の Vernon 型入力に関するものである。これ等の諸図はすべて無次元量で表示されているが、量的な理解を助けるため、まず図中に現われる無次元変数および無次元パラメーターに就いて考察する。

時間、 T に関する無次元独立変数、 τ は図中では、数値積分法のステップ番号、

$$\frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{T}{\Delta T} \dots \dots \dots (123)$$

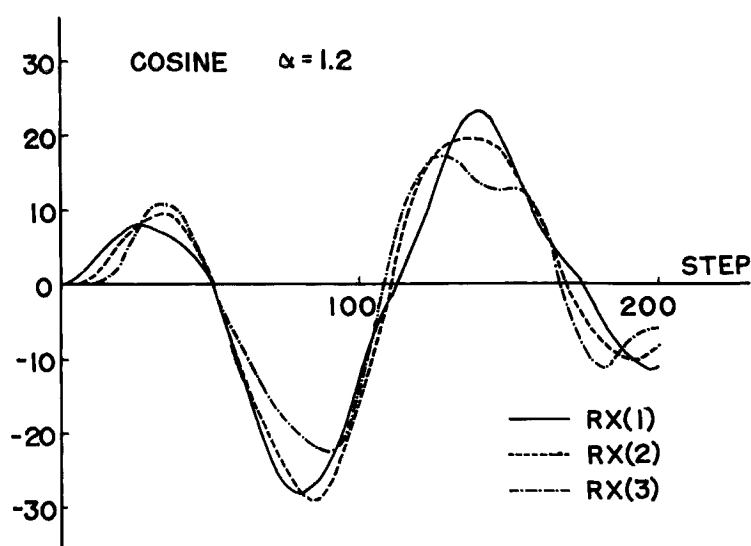


Fig. 2 Nondimensional relative displacements of elasto-plastic frame structure.

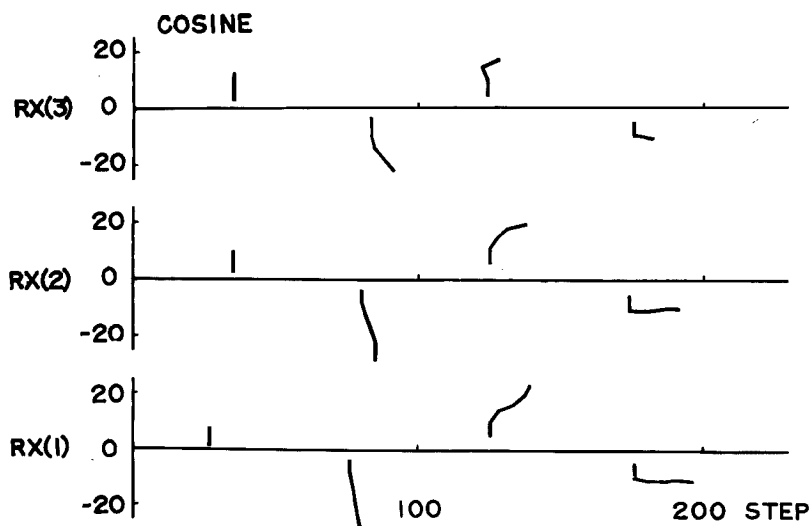


Fig. 3 Peak distributions of nondimensional relative displacements of elasto-plastic frame structure.

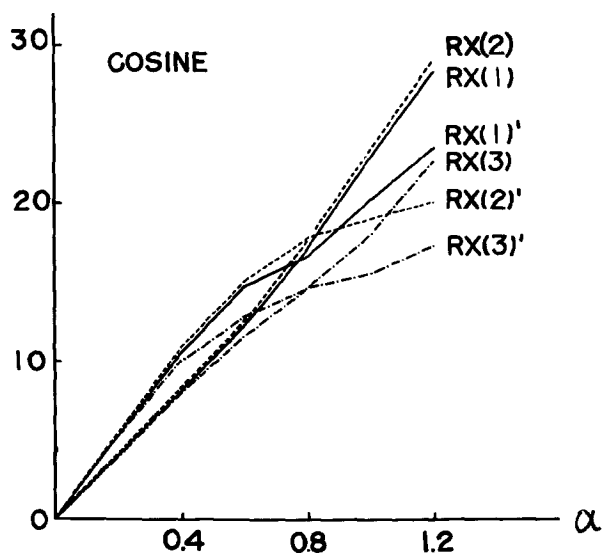


Fig. 4 The second and the third peak values of nondimensional relative displacements of elasto-plastic frame structure.

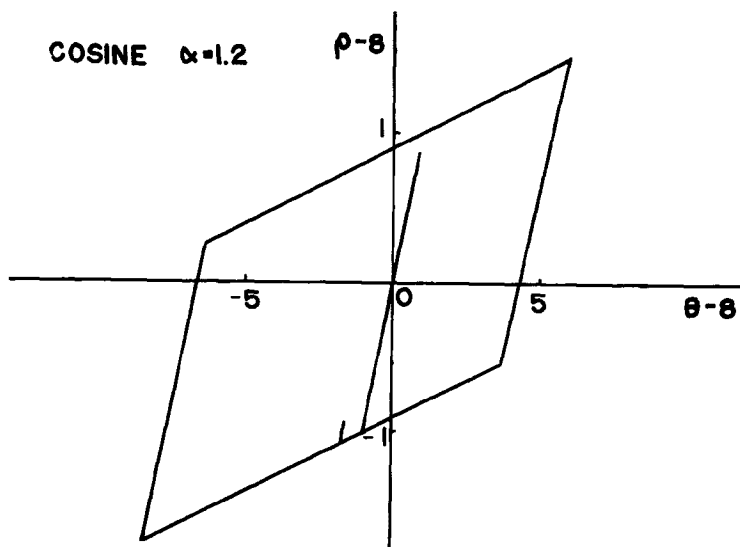


Fig. 5 Bi-linear hysteresis loop of elasto-plastic joint.

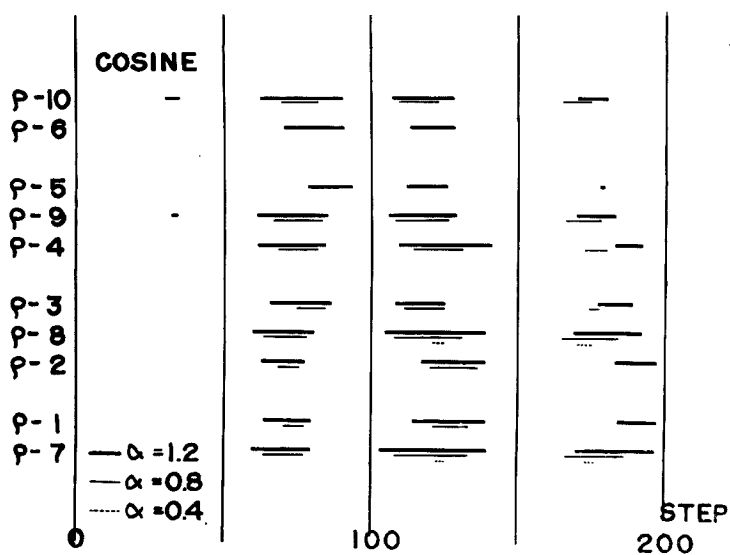


Fig. 6 Distributions of plastic behaviours of elasto-plastic joints.

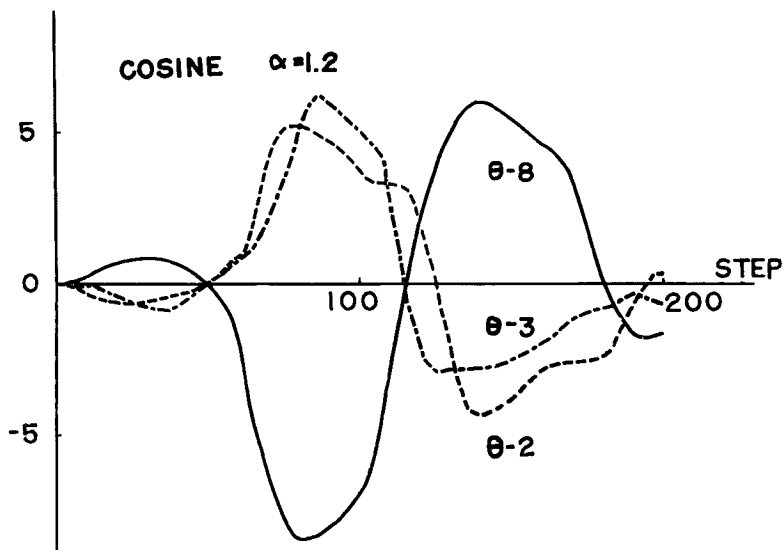


Fig. 7 Ductility factors of elasto-plastic joints.

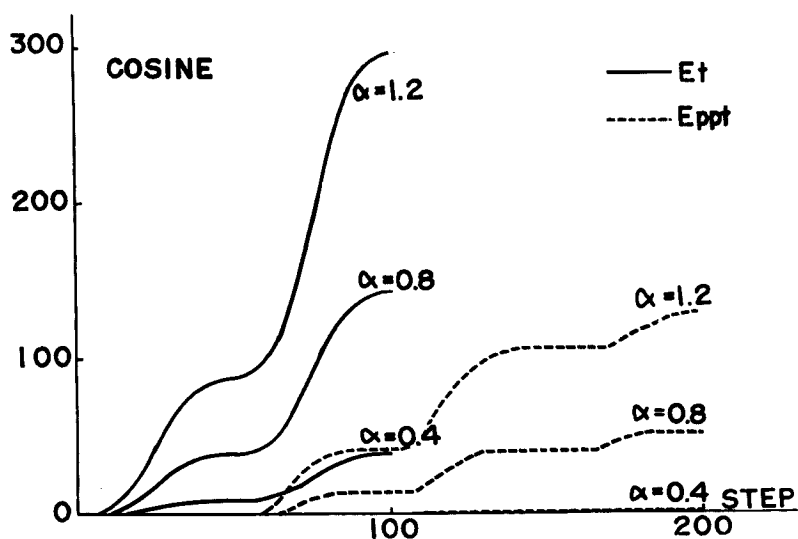


Fig. 8 Transmitted energy to frame structure and total value of dissipated hysteretic energy in elasto-plastic joints.

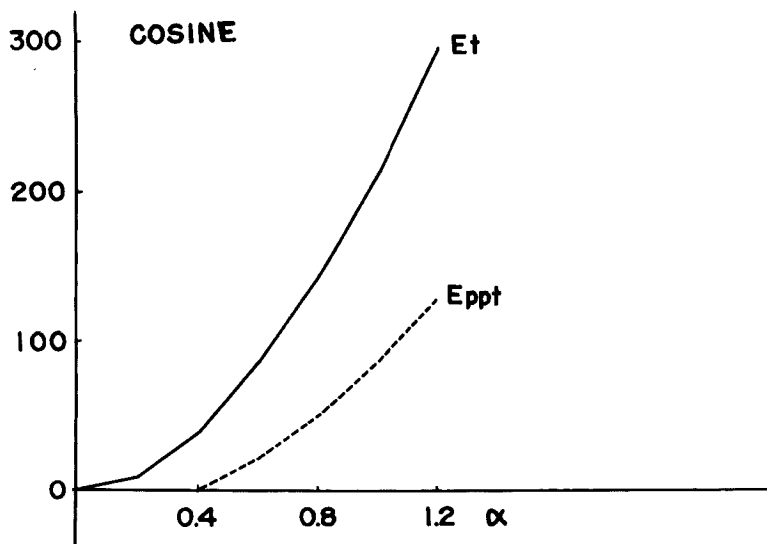


Fig. 9 Transmitted energy to frame structure and total value of dissipated hysteretic energy in elasto-plastic joints.

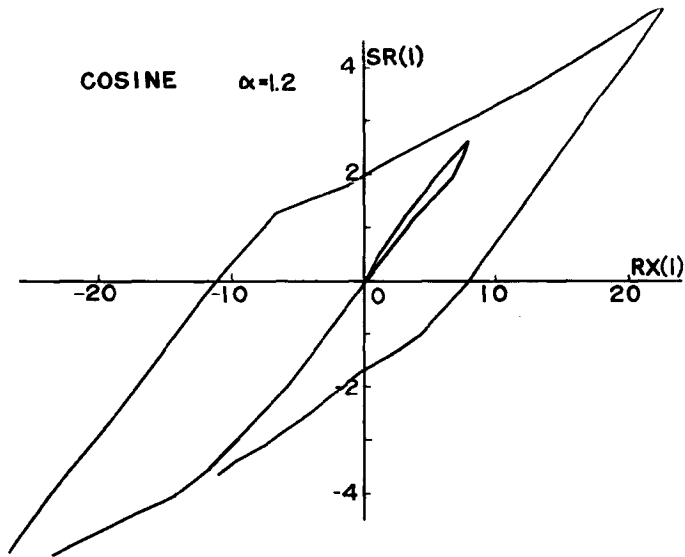


Fig. 10 Dimensionless restoring force characteristic of the first storey.

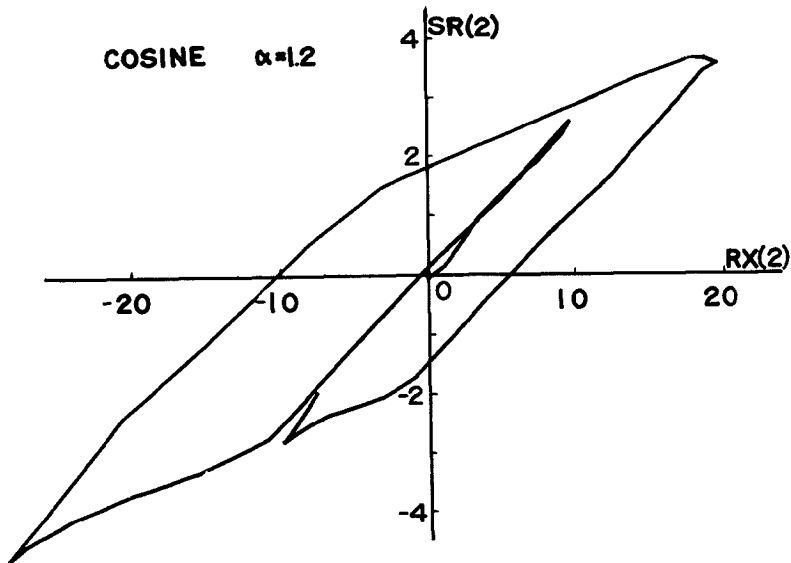


Fig. 11 Dimensionless restoring force characteristic of the second storey.

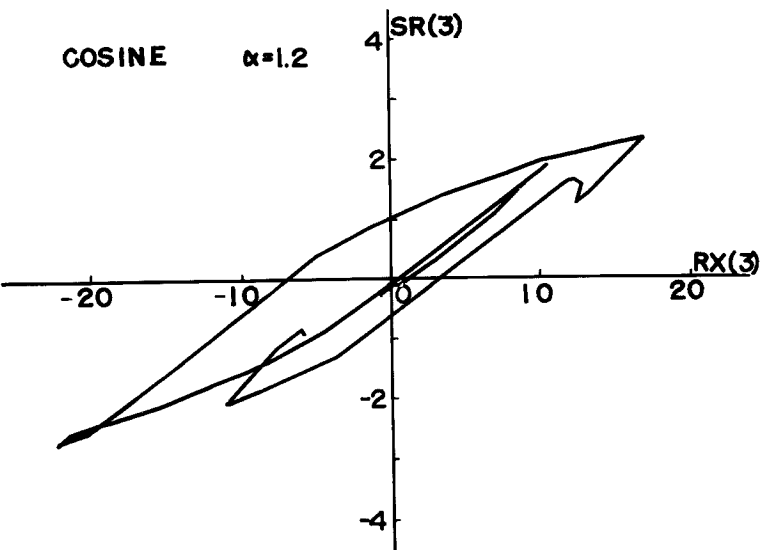


Fig. 12 Dimensionless restoring force characteristic of the third storey.

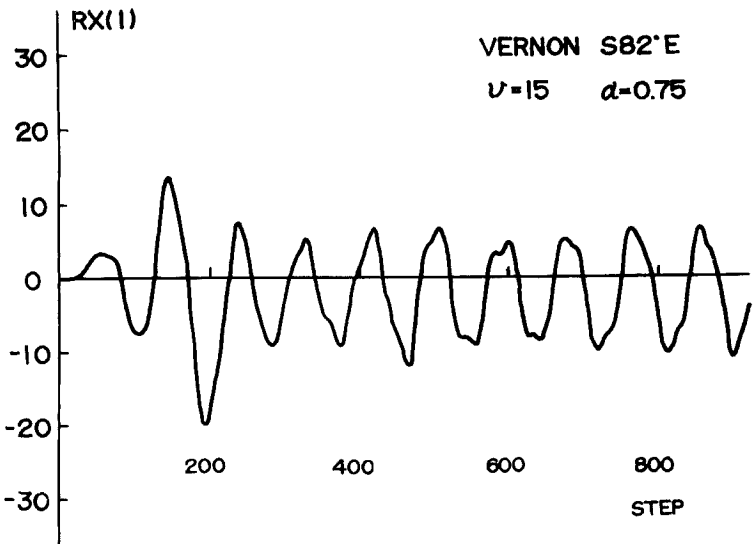


Fig. 13 Nondimensional relative displacement of the first storey.

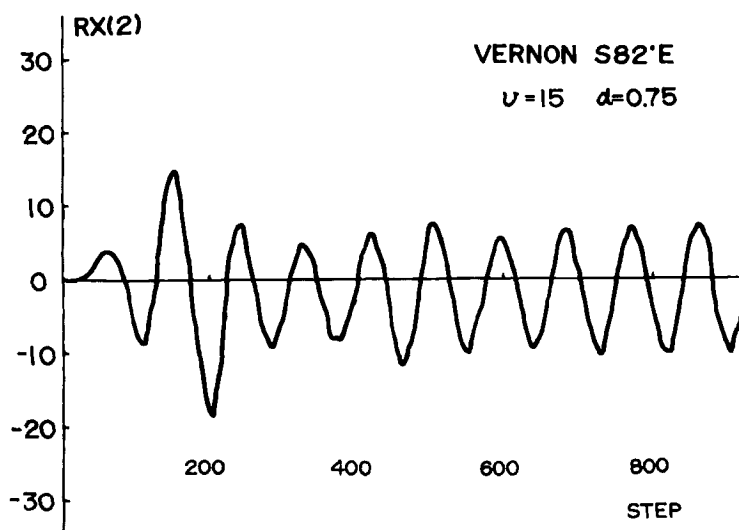


Fig. 14 Nondimensional relative displacement of the second storey.

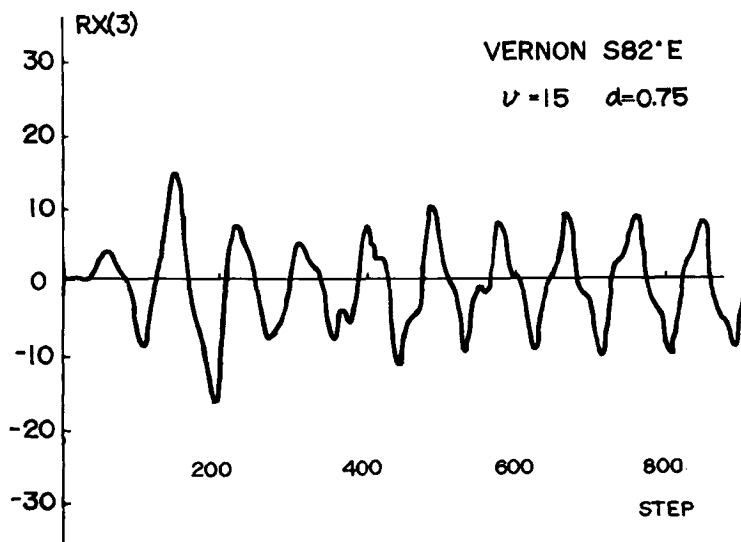


Fig. 15 Nondimensional relative displacement of the third storey.

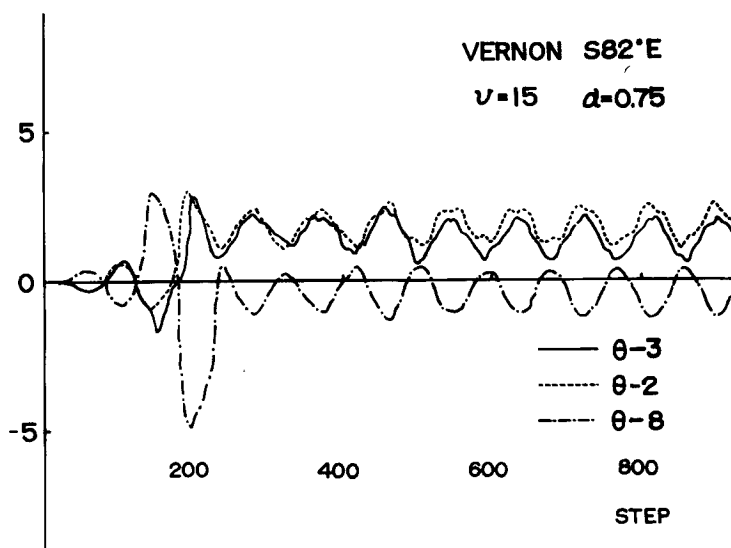


Fig. 16 Ductility factors of elasto-plastic joints.

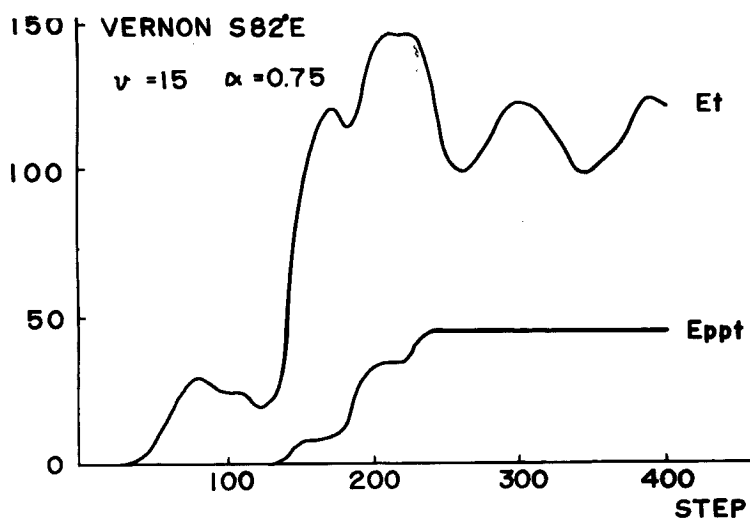


Fig. 17 Transmitted energy to frame structure and total value of dissipated hysteretic energy in elasto-plastic joints.

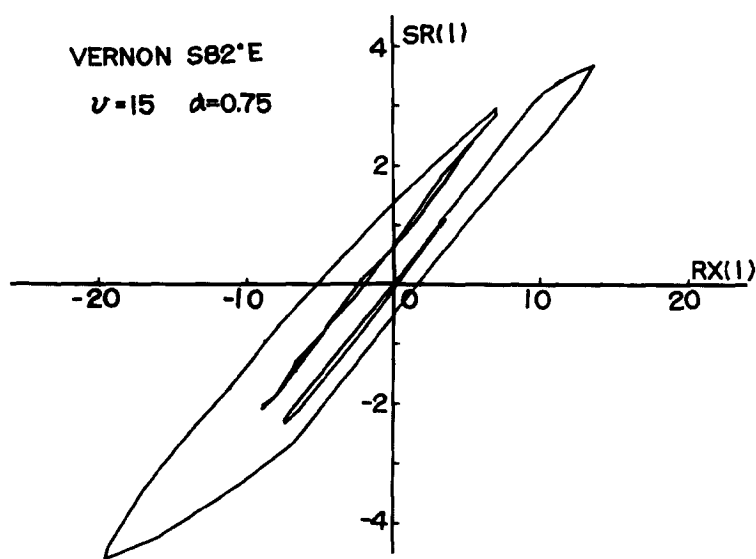


Fig. 18 Dimensionless restoring force characteristic of the first storey.

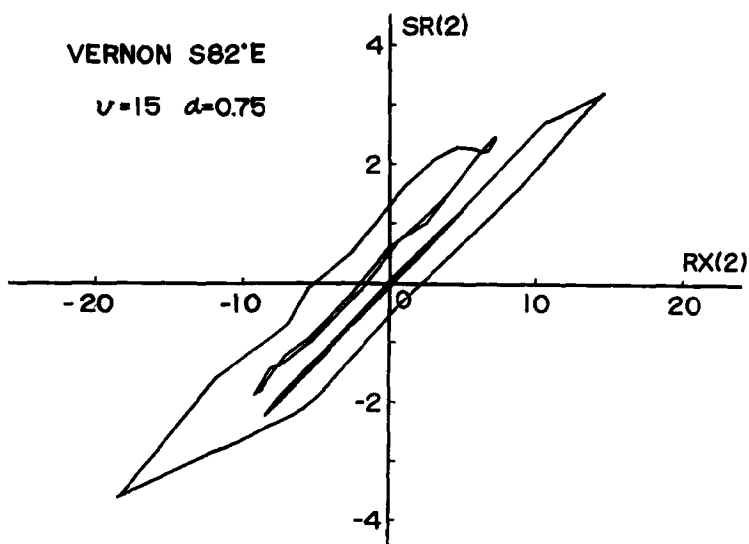


Fig. 19 Dimensionless restoring force characteristic of the second storey.

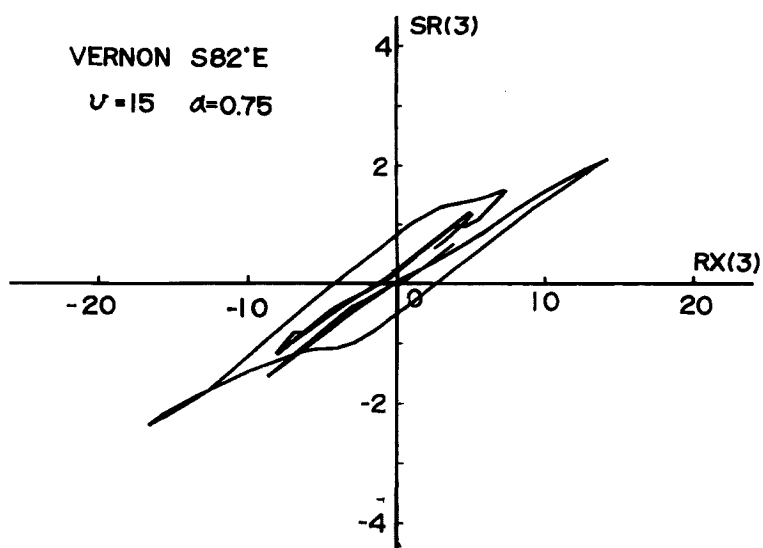


Fig. 20 Dimensionless restoring force characteristic of the third storey.

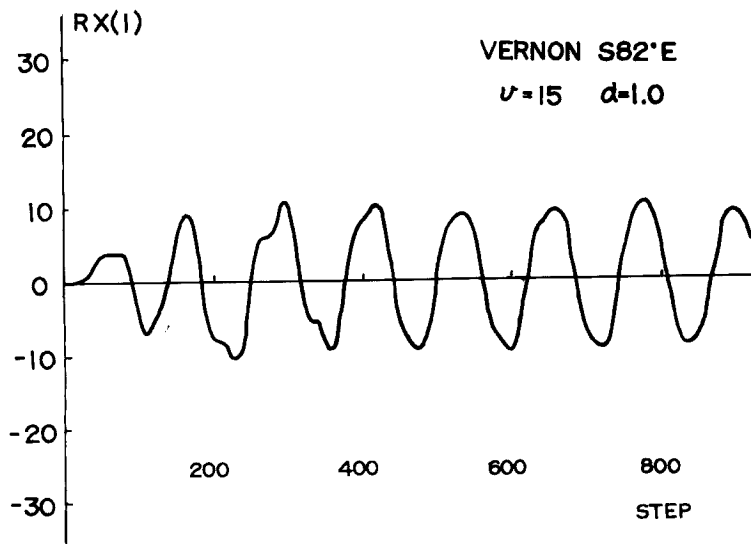


Fig. 21 Nondimensional relative displacement of the first storey.

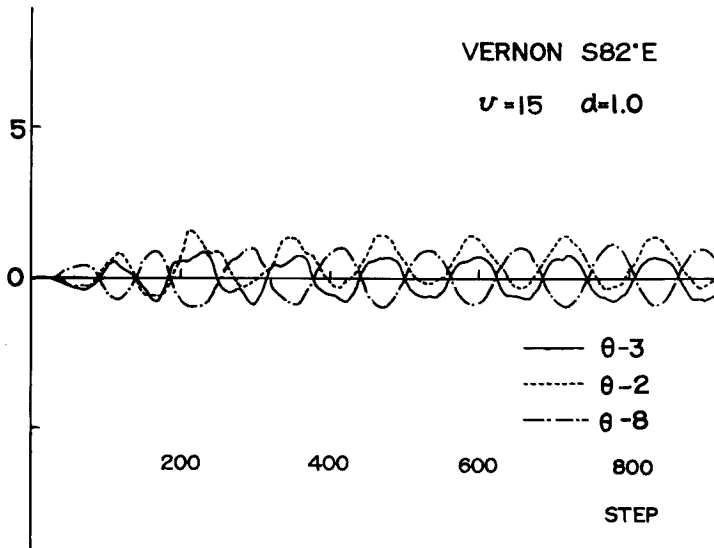


Fig. 22 Ductility factors of elasto-plastic joints.

によって表わされている。従って、(120)、(122) 式から架構の基本固有周期、 $1T$ を基準とすれば、1 ステップの示す単位は a)、b) の入力に対して夫々次のようになる。

$$a); \frac{1T}{100}, \quad b); \frac{1T}{\psi N} \dots\dots\dots (124)$$

接合部の靱性率および履歴消費エネルギー率に関しては規準量の変換に関して不変量であり、その意味は定義から明らかであるが、規準量によって変る変位、力、エネルギーに関する無次元量については、(10)、(11)、(27) および (69) 式から判るように、有次元量に対照するとき、夫々次の単位を考えねばならない。

$$\text{変位}; \bar{\Delta}L, \quad \text{力}; \bar{B}L^{-1} = \bar{\Delta}KL^{-1}$$

$$\text{エネルギー}; \bar{\Delta}B = \bar{\Delta}^2 K = (\bar{\Delta}L)(\bar{B}L^{-1}) = 2\bar{E} \dots\dots\dots (125)$$

なお、ここで扱う架構の場合、弾性限に対応するベースシャー、 $\bar{Q}$ およびベースシャー係数、 s と変位、力ならびにエネルギーに関する単位の間に次の関係がある。

$$\bar{Q} = sW_T = 3.2\bar{B}L^{-1} = \frac{3.2\bar{\Delta}B}{\bar{\Delta}L} \dots\dots\dots (126)$$

(126) 式で W_T は架構総重量である。また (125)、第 3 式でエネルギーの単位は基準接合部 (1 層柱) の弾性限ポテンシャルエネルギーの 2 倍で示されるが、因みに架構の全接合部の弾性限ポテンシャルエネルギーの和は次の如くなる。

$$\bar{E} \sum_{k=1}^l \kappa^k \delta k^2 = 16.8 \bar{E} \dots\dots\dots (127)$$

次に外乱無次元強度パラメーター、 α と弾性限に対応するベースシャー係数、 s および加速度外乱の最大加速度振中、 A の間には (126) 式を用いて近似的に次式が成立する。

$$\alpha = \frac{\bar{\Delta}ML}{\bar{B}} = 1.06 \frac{(A/g)}{s} \dots\dots\dots (128)$$

(128) 式で g は重力加速度である。従って、例えば、 $A=0.3g$ のとき、 $\alpha=1.0$ は $s=0.32$ に相当することになる。

一方、外乱無次元周波数パラメーター ψ に関しては (117) 式から判るように Vernon 型原波形 $T_d=9\text{sec}$ に対しては $\psi=20^{-1}$, 15^{-1} は夫々、 $1T=0.45\text{sec}$, 0.60sec を想定していることになり、殆んど Vernon 型加速度波形のスペクトル密度の卓越した周波数領域の近傍にあると推定される^{4), 13)}。

次に各図について、簡単な説明と考察を加える。**Fig. 2** は基本固有周期同調 cosine 波 1 波、 $\alpha=1.2$ の場合の無次元相対変位、 $\{\eta\}_r$ を示す。 B_I 型の適正動力特性を予め与えた結果、各層の相対変位は大略等しいと見做せる。なお、弾塑性挙動の影響で (124) 式、a) を考慮すれば、応答から架構の周期の伸張が窺える。また、(106) 式で、 $4LH^{-1}=2^{-1}$, $i_j=1$, $\varepsilon_j'=10^{-3}$ とすれば、 $\bar{A}=10^{-3}$ を得、 $L=4 \times 10^2 \text{cm}$ と前提すれば (125), 第 1 式の変位の規準量は $\bar{A}L=0.4\text{cm}$ となるから、10cm 程度の層間の相対変位を生じていることになる。**Fig. 3** は α をパラメーターとした場合の無次元相対変位、 $\{\eta\}_r$ の各ピークの分布を示す。線形領域では各ピークの分布を示す線は縦軸に平行となるが、 α の増加とともに非線形領域に這入ることを示している。**Fig. 4** は **Figs. 2~3** に示される第 2 および第 3 番目のピークに対応する無次元相対変位を α を横軸にして示したものである。同図中 ' の附したものは第 3 番目のピーク値を表わす。この図から大略 $\alpha=0.4$ 程度までは弾性領域に留まることが判る。**Fig. 5** は $\alpha=1.2$ の場合の 2 層床梁接合部の bi-linear 形履歴を示す。横軸は靱性率、 θ^8 , 縦軸は弾性限曲げ強度、 B^8 を単位として表わした無次元曲げモーメントである。**Fig. 6** は $\alpha=0.4, 0.8, 1.2$ の場合の接合部の塑性挙動の時間的、空間的分布を示す。本例の如く各接合部剛域に接続する梁接合部強度と対柱接合部強度とが 0.8 程度では少々梁の塑性挙動が先行、卓越する傾向にはあるが、大局的に殆んど梁、柱接合部を含めて、塑性挙動の空間的分布は一樣と見做せる。このことはある意味ではここで扱った架構が適正動力特性を有することを示すが、他方現段階では柱の応答安全率を梁の応答安全率より大きく採ることが望ましいと考えられるので、もう少し、梁接合部強度と柱接合部強度との比を小さく選ぶのが適当であると判断される。**Fig. 7** は $\alpha=1.2$ の場合の 2 階接合部剛域に接続する各部材接合部の靱性率を示す。最大靱性率は柱で 5~6、梁で 8 程度である。**Fig. 8** は $\alpha=0.4, 0.8, 1.2$ の場合の無次元伝達エネルギー E_t と接合部の無次元履歴消費エネルギーの総和 E_{ppt} を示す。以下のエネルギー関係の図の単位は E_t では $\bar{A}B$, E_{ppt} については $2\bar{A}B$ に選んでいる。この図からも、 $\alpha=0.4$ が弾塑性挙動の下限を与えることが判る。(125), 第 3 式と (127) 式から全接合部の弾性限ポテンシャルエネルギーの和は $\bar{A}B$ を単位として 8.4 であるから、**Fig. 8** から例えば $\alpha=1.2$ の場合、全最終履歴消費エネルギーは全接合部弾性限ポテンシャルエネルギーの 30~32 倍、対応する対称ループの靱性率に換算して 4.2~4.4 程度である。**Fig. 9** は横軸に α を選んで、無次元伝達エネルギー E_t と無次元消費エネルギーの総和 E_{ppt} を示している。 $\alpha=0.4$ で塑性挙動を示し、 α の増加とともに E_{ppt}/E_t が増大している傾向を示している。 $\alpha=1.2$ では伝達エネルギーの殆んど全部が接合部の履歴消費エネルギーによって消散されていることが判る。**Figs. 10~12** は 1~3 層の等価的な意味での無次元履歴特性を示すものである。同調 cosine 波 1 波、 $\alpha=1.2$ の場合で横軸に無次元相対変位 $\{\eta\}_r$, 縦軸に無次元層剪断力 $\{q\}$ を選んでいる。1, 2 層に関しては、接合部の bi-linear 形履歴特性を比較的良好に反映しているといえるが、3 層では高次振動成分の影響で、3 層剪断力すなわち復元力が下層の挙動の状態によって可成り影響を受けることが判る。またこの場合、**Figs. 10~12** から各層の等価的な意味での弾性限変位は大略一樣で、 $\bar{A}L=0.4\text{cm}$ とすれば大体 4cm 弱程度になる。この量を基準とすれば、層間相対変位に関する等価的な意味での最大靱性率は 2~3 程度であり、一方 **Fig. 7** の接合部の相対回転角に関する最大靱性率の大略 1/2 弱の値である。勿論、接合部の靱性率の数値的な妥当性は (106) 式の $\bar{A}$ における $4LH^{-1}$, (111) 式の $2EK_0R^{-1}$ における $4LL^{-1}$ の設定の妥当性に關係するが、概括的な尺度で靱性率を測る程、靱性率が小さな値になるのはむしろ常識的な結果である。**Figs. 13~15** は Vernon 型波形関数で、 $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ の場合の夫々 1~3 層の無次元相対変位 $\{\eta\}_r$ を示す。 $\psi=20^{-1}$ の場合、横軸の単位は固有周期の 90 分の 1 である。こ

の場合にも、各層の最大値は大略一様であり、縦軸の単位 $\bar{\Delta}L=0.4\text{cm}$ とすれば大略 8 cm 程度の最大相対変位が生じていることになる。また、3層では高次振動成分が下層より卓越する傾向にあることが判る。一方、初期の過渡状態では殆んど非定常共振状態にあると判断され、周波数パラメーター $\psi=20^{-1}$ が殆んど、Vernon 型波形関数の卓越周波数域の右側に構造物の基本固有周波数が存在することを意味していると考えられる。このことに関連して初期の過渡状態において既に接合部の弾塑性挙動により応答の周期が可成り固有周期より伸長しながら、振巾が急激に増大している傾向がみられる。Fig. 16 は Figs. 13~15 と同じ場合の2階接合部剛域に接続する各部材接合部の靱性率応答を示す。最大靱性率は柱で3、梁で5程度である。Fig. 17 は同じ場合の無次元伝達エネルギー E_t と接合部の無次元履歴消費エネルギーの総和 E_{ppt} を示す。この図からは全最終履歴消費エネルギーは全接合部の弾性限ポテンシャル・エネルギーの11倍程度、対応する対称ループの靱性率に換算して1.5程度となる。従ってこの場合は Fig. 16 の結果と比較して、接合部の履歴が対称でないか、あるいは最大靱性率の空間的分布があまり均一でないことが推定される。

Figs. 18~20 は同じく Vernon 型波形関数で、 $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ の場合の1~3層の無次元履歴特性を示す。Figs. 10~12 の同調 cosine 波1波の場合に比較して大略、同様な傾向はあるといえるが、一般に bi-linear 型履歴特性からのくずれは大きく、各層復元力特性の相互作用がより明瞭である。Fig. 21 は Vernon 型波形関数で、 $\alpha=1.0$, $\psi=15^{-1}$ の場合の1層の無次元相対変位、 η_r^{-1} を示す。 $\psi=15^{-1}$ の場合の横軸の単位は、固有周期の120分の1である。 $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ の Fig. 13 と比較して、この場合の振巾は小さく初期の過渡状態に非定常共振の傾向も顕著ではない。また塑性挙動による周期の伸長の傾向もあまり見出されないし、一般に定常的な挙動を示す。 $\bar{\Delta}L=0.4\text{cm}$ として振巾は約 4 cm、これは Fig. 10, Fig. 18 から判るように大略、層間相対変位の等価的弾性変位に相当する値である。Fig. 22 は Fig. 21 と同じ場合の2階接合部剛域に接続する各部材接合部の靱性率応答を示すが、 $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ の場合の Fig. 16 に比較して大きさは小さい。 $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ と $\alpha=1.0$, $\psi=15^{-1}$ は共に (119) 式に定義された $v=15$ を与え、このことは若し構造物を固定すれば外乱最大速度が等しいことを意味するので、従って、外乱最大速度および外乱最大加速度に関しては $\alpha=1.0$, $\psi=15^{-1}$ の組は $\alpha=0.75$, $\psi=20^{-1}$ の組より共に小さくない。ここに示された応答の結果を外乱の最大値の大きさに結び付けるとすれば、その尺度はむしろ外乱最大変位であろう。然し乍ら、 $\alpha=1.0$, $\psi=15^{-1}$ の場合も上層部の梁については相当程度の靱性率応答、履歴消費エネルギー率応答が生じていることが判っているので精しくは今後の検討に俟たねばならない。

7. む す び

本論文では、激震外乱群を対象とする弾塑性架構の終局耐震設計法に関連して、特に個々に構造設計された構造物の詳細な耐震解析を主目的とする第2段地震応答解析における弾塑性構造物の動力学モデルを部材、接合部に関する局所的な動力学特性を総合して設定し、局所的な耐震安全性の尺度、例えば弾塑性接合部の塑性回転角、あるいは接合部領域の靱性率、履歴消費エネルギー率等を対象とする地震応答解析法を示した。このことによって、具体性と一般性をもつ接合部の実験結果と地震応答解析の結果の対応が可能となるし、また耐震設計資料の誘導を主目的とする第1段地震応答解析で採用した概括的な層の靱性率応答、履歴消費エネルギー応答ならびにその許容値の意味付けが可能となるとともに、さらに第1段地震応答解析における構造物の概括的動力学モデルと概括的耐震安全性尺度の改善の方向を与えることもできる。

また、本論文では弾塑性接合部を含む3層1張間架構を対象として、本論文で述べた地震応答解析法を用いてデジタル計算機によって種々の地震応答を数値解析してその解析法の妥当性を検証するとともに解析結果に若干の考察を加えた。然し乍ら、具体的な結論を得るためには、さらに数値解析を種々なパラメーターの組合わせに対して実施する必要があるとともに、まえがきにも述べたような目的を達成するためには、検討を加えるべき種々の問題、例えば、動的軸力の導入と上、下動の関連の問題、振りを含む面外振動時における諸応力の interaction の問題、地盤のモデル、地震外乱パターンとのバランスの問題、高層、多張間

架構のモデル化の問題, 概括的モデル, 概括的耐震安全性尺度との対応の問題, 耐震設計の基本的な考え方とモデル化の関連性の問題, 接合部実験と接合部モデルの動力学特性およびその局所的地震応答の対応の問題等に今後順次検討を加え解決して行く必要がある。終りに, 終始ご指導いただく棚橋諒先生に深甚なる感謝の意を捧げるとともに, 本論文の数値解析を実施していただいた竹中工務店の池田昌穂氏, 大学院学生, 藤原悌三君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 棚橋 諒, 小堀鐸二, 南井良一郎: 構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス, 京大防災研究所年報第5号・B, 昭37.3, pp. 1~32.
- 2) 小堀鐸二, 南井良一郎: スカイスクレーパーの弾塑性応答と耐震設計法, 京大防災研究所年報, 第6号, 昭38.7, pp. 44~62.
- 3) 小堀鐸二, 南井良一郎: 多層弾塑性構造物の地震レスポンス, 京大防災研究所年報第7号, 昭39.3, pp. 141~163.
- 4) Kobori, T. and Minai, R.: Aseismic Design Method of Elasto-plastic Building Structures, Bulletin of Disaster Prevention Research Institute of Kyoto Univ., No. 68, March, 1964, pp. 1~64.
- 5) Berg, G. V. and DaDeppo, D. A.: Dynamic Analysis of Elasto-plastic structures, ASCE, Vol. 86, No. EM2, April, 1960, pp. 35~58.
- 6) Heidebrecht, A. C., Lee, L. S. and Flemming, J. F.: Dynamic Analysis of Elasto-plastic Frames, ASCE, Vol. 90, No. ST2, April, 1964, pp. 315~343.
- 7) 小堀鐸二, 南井良一郎: 耐震設計の方向について, 日本建築学会論文報告集, 第89号, 昭38.9, p. 183.
- 8) 小堀鐸二, 南井良一郎, 井上豊: 矩形基礎の Ground Compliance とその Simulation について, 京大防災研究所年報, 第7号, 昭39.3, pp. 164~178.
- 9) 小堀鐸二, 南井良一郎, 井上豊: Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答, 京大防災研究所年報, 第7号, 昭39.3, pp. 179~194.
- 10) 小堀鐸二, 南井良一郎, 井上豊: Ground Compliance を考慮した構造物の地震応答 (第2報), 京大防災研究所年報, 第8号, 昭40.3, pp. 193~218.
- 11) 小堀鐸二, 南井良一郎, 久徳敏治, 井上豊: ある種の弾塑性構造物の地震応答, 京大防災研究所年報, 第8号, 昭40.3, pp. 219~233.
- 12) 小堀鐸二, 南井良一郎: 制震系の解析 (制震構造に関する研究3, 4), 日本建築学会論文報告集, 第69号, 昭36.10, pp. 405~412.
- 13) Tanabashi, R., Kobori, T., Kaneta, K. and Minai, R.: Statistical Properties of Earthquake Accelerograms and Equivalent Earthquake Excitation Pattern, Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, Vol. 14, Part 2, Feb., 1965, pp. 49~68.