

# 明きよ排水の水理について (I)

大 橋 行 三

## UNSTEADY FLOW OF GROUND WATER INTO DITCH (1).

By Gyoza OHASHI

### Synopsis.

The seepage flow through porous soil to a system of parallel ditches above a horizontal impermeable boundary is studied, and a theory of hydrodynamics is developed with the object of providing a scientific basis for the design of ditches.

The unsteady nature of the seepage flow is taken into account because the water table rises to maximum height after irrigation or rains, and falls gradually due to the influence of ditches. The treatment is based on the so-called separation of variables, which is useful for solving a non-linear differential equation (1).

The solution compared with the experimental results obtained by means of the sand-models having the fairly large scales. The characteristics of the unsteady flow in question is clarified by the relations between the Eq. (22) and the experimental results, and represented with the parameters both  $\epsilon_t$  and  $\epsilon_h$ .

This paper proposes the formula for determining the spacing of ditches.

### は し が き

地下水排除、地下水変動に関する諸問題は、いままで数多く研究されてきた。しかしながら、それらの研究によって、あらゆる地下水の問題が十分体系的に解明されたとは考えられない。とくに、地下水の非定常流挙動に関しては、まだまだ研究の余地を多く残している。

ここにとりあげる明、暗きよによる地下水排除の水理についても古くから研究されてはいるが、そのほとんどの計算手法、あるいは公式が定常流挙動を基にして検討されたものであった。とりわけ、明きよへの浸透に関しては、理論的研究がほとんど見当らず、その排水計画の多くが経験にもとづく工事事例を拠所としてきた。もちろん、浸透現象は土中の複雑な要素に支配される現象であるから、一概に、経験的事実を軽視できないが、合理的な排水計画を立てるためには、理論的にも明確な指針をもつ必要がある。

このような観点から、明きよ排水における非定常流挙動の特性を究明し、さらに、合理的な明きよ間かくを決定する公式が導けるならば、この研究の意義は深いと云える。

### 1. 自由面地下水の明きよへの浸透

定常状態における地下水の明きよへの浸透は、具備する条件によって 2, 3 考え方は異なるが、一般にポテンシャル関数による解析<sup>1-4)</sup>が比較的容易である。しかし、自由面地下水が非定常的に明きよへ浸透する場合、その基礎方程式が非線型であるため、解析は容易でない。したがって従来発表されているこの種の研究<sup>5,6)</sup>はいずれも断片的であって、系統的に解明された例が皆無といってよく、また従来の明きよ排水の理論的根拠は必ずしも明確でない。すなわち、暗きよ排水に関する 2, 3 の理論の拡張、あるいは、土えん

堤、河川堤防など堤体浸透流の理論が慣用されているにすぎない。もっとも、こうした浸透流の問題は、対象が異なっても、その基礎式がほぼ同一であるから、従来の考え方が誤っているという意味ではない。

自由面地下水の非定常流の基礎方程式は、周知のように、水平地下水流に適用される Dupuit-Forchheimer の仮定と Darcy 則、そして連続の式とから導いた Boussinesq の式<sup>7,8)</sup>である。この非線型方程式は簡単に解けないため、従来、近似解法でいろいろ試みられてきた。それらの解法を、おもに暗きよ排水を対象とした解法によって示せば、おおよそ、つぎの4つに大別できる。

### 1.1 Glover の解<sup>9)</sup>

いわゆる拡散型方程式に線型化して解く最も一般的な方法であって、weighed mean depth によって代表される変数を定数にとる解法である。この種の解法は地下水変動を対象とした研究<sup>9-11)</sup>にも多く見られる。また、明きよを対象にし、降雨、あるいは間断かんがいなど、水の供給のある場合の水面変動を論じた研究<sup>12,13)</sup>もある。

### 1.2 Brooks の解<sup>14)</sup>

Glover の解を第1近似解として PLK 法を用いる方法である。これに先だち、Glover は Picad 法が適用できることを暗示したが、その精度は前者による解と同程度であるらしい。PLK 法の適用可能なことは他の文献<sup>11)</sup>にも示されている。

### 1.3 Boussinesq の解

変数分離による解法<sup>15)</sup>であって、明きよに対しても適用されている<sup>16)</sup>。本研究はこの方法を用いる。

### 1.4 その他の解

主に、数値計算にもとづく方法である。その一つは、定差分式を導き、高速度計算機を用いて解く方法、あるいは、基礎方程式が Laplace の式となるが、この現象を Relaxation method によって解く方法<sup>17,18)</sup>などがある。

これらの線型化方法のうち、最も精度のすぐれた方法を用いればよいのであるが、現在のところ、いずれが最適の方法であるか明らかでない。したがって、解法選定の判断は、実際の現象との対比から知る解の精度と、明きよ間かく（以下 Spacing と呼ぶ）公式誘導過程に無理のない解の形式とに依存することになる。本研究に 1.3 の解法を用いた理由も、おおよそ、この範ちゆうに在る。すなわち、線型化方法として、1.3 は、他の方法よりも明確な理論形式であると考えられ、実験結果との対比<sup>19)</sup>から、1.1、1.2 にくらべ、現象に最も近い傾向を 1.3 の解はもっている。1.1、1.2 の解は明きよに適用したとき、とくに現象の初期において傾向が異なることと、いずれも級数解であって、図表化する以外、解の第1項のみを用いてその Spacing を導かざるを得ない点不利である。1.4 の解法は多くの利点を有し、今後開発されることは明らかであるが、Laplace 式を解く場合、境界条件（とくに自由水面の変化する移動境界）に問題点を残している。

## 2. 理 論

Fig. 1 に示すように、横座標に  $x$ 、たて座標に水位  $h$  をとり、それぞれの記号によって表示すれば、浸透の基礎方程式は

$$f \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \cdot h \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (1)$$

で与えられる。ここに、 $f$ : 有効間隙率、 $K$ : 透水係数  $t$ : 時間の変数

一般に、排水を要する低湿地の初期水位は水平水面と考えられる。したがって、水路内の水位を  $h_0$  から所定の水位  $d$  まで降下させたとき、 $0 \leq x \leq S$  の領域の水位の時間的変化を求める。しかし、Boussinesq の解法は初期条件として、曲線水面形をとるため、水平水面から曲線水面に達するまでの時間と水位分布を決定する必要がある。また、暗きよ排水においては、 $d$  は暗きよから不透水層までの距離を表わすが、こ

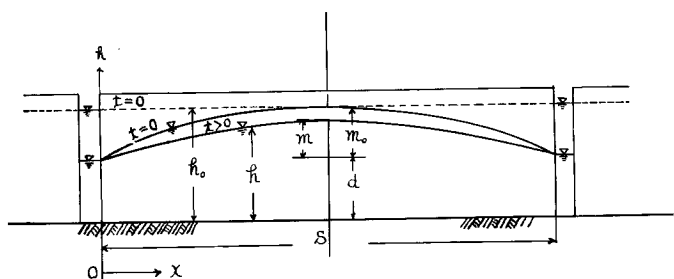


Fig. 1. Schematic representation of the ditches.

では拡張解釈して、 $d$  は水路内水位を表わすと考え。この考え方には議論の余地があるが、D-F の仮定を前提とする（1）の運方程式を用いるとき、暗きよを対象にする場合よりも、むしろ現象に一致すると考えてよいから、妥当であると考え。明きよ底が不透水層に達しない場合、厳密には、他の変数を考慮すべきであって、この問題は水路幅が  $S$  に比べて割合に広いとき重要度を増す。一般に、水路幅は、 $S$  よりも非常に小さいと考えてよい。しかるに、明きよ排水においては、水路内水位の要素が、水路底から不透層までの深さの要素以上に、重要となるのは明らかであるから、水路底から不透層までの滞水層を省略し、 $d$  を水路内水位にとることは可能である。

暗きよ排水に Boussinesq の解法を適用し、系統的に研究をまとめたのは、J. van Schilfgaade であるが、この研究の問題点の検討<sup>20-22)</sup>は現在に及んでいる。一方明きよ排水に適用したのは田中<sup>16)</sup>で、 $W(\alpha)$  の関数を数値積分によって求めた。

（1）式の初期および境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} t=0, \quad x=S/2, \quad h=h_0(=d+m_0) \\ t \geq 0, \quad x=0, \quad h=d \\ t > 0, \quad x=S/2, \quad \partial h / \partial x = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

さらにつぎの変換により変数を無次元化すると、（1）式と（2）の条件は

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( U \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta=0, \quad \alpha=1/2, \quad U=1 \\ \beta \geq 0, \quad \alpha=0, \quad U=d/h_0 \\ \beta > 0, \quad \alpha=1/2, \quad \partial U / \partial \alpha = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$U=h/h_0, \quad \alpha=x/S, \quad \beta=Kh_0t/fS^2$$

となる。

（3）式の解の型を

$$U(\alpha, \beta) = W(\alpha) \cdot V(\beta) \dots\dots\dots (5)$$

とおき、（3）式に代入し、分離して定数  $-k$  に等しいとおけば、 $V(\beta)$  に関しては容易に積分でき次式が求まる。また積分定数は（4）の条件から  $V(0)=1$  とする。

$$V(\beta) = \frac{1}{1+k\beta} \dots\dots\dots (6)$$

$W(\alpha)$  については、常微分型にするため  $dW/d\alpha = p$ 、さらに  $p^2 = u$  の置換を行なえば、 $u$  について解が求まる。ここに積分定数を（4）の条件より  $2k/3$  とし、整とんすれば、

$$\frac{dW}{d\alpha} = \sqrt{\frac{2k}{3}} \cdot \frac{\sqrt{1-W^3}}{W} \dots\dots\dots (7)$$

となる。

定数  $k$  を決定するため (7) 式を,  $t=0$  のとき,  $x=0$  から  $x=S/2$  まで積分すると,

$$\int_{d/h_0}^1 \frac{W}{\sqrt{1-W^3}} dW = \sqrt{\frac{2k}{3}} \int_0^{1/2} da \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで, 左辺について,  $\mu=W^3$  と置けばベータ関数によって表示でき, (8) 式は

$$B\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right) \left[1 - I_z\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)\right] = \sqrt{\frac{3k}{2}} \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここに  $z=(d/h_0)^3$ ,  $I_z(a, b) \equiv B_z(a, b)/B(a, b)$  したがって,

$$k = \frac{2}{3} B^2(1-I_z)^2 = \frac{2}{3} B^2 A^2 \dots\dots\dots (10)$$

ここに,  $B \equiv B(a, b)$ ,  $A \equiv (1-I_z)$

さらに,  $B \div 3^{3/2} \times (1/2)$  の近似値をとり, 不完全ベータ関数を含む  $A$  を次式で近似すれば,  $k$  の値が  $d$  の値の変化について計算できる。

$$A = \left[1 - \left(\frac{d}{h_0}\right)^2\right]^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

つぎに  $W(a)$  を求める際, 積分範囲を  $0 \leq a \leq 1/2$  と  $1/2 \leq a \leq 1$  とに分け,  $k$  の決定と同様な概念を適用して近似<sup>20)</sup>すれば,

$$\left. \begin{aligned} 1-I_W &= (1-I_z)(1-2a) \dots\dots 0 < a < 1/2 \\ 1-I_W &= (1-I_z)(2a-1) \dots\dots 1/2 < a < 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

とおける。ここに  $w=W^3(a)$ ,  $I_W \equiv B_W(a, b)/B(a, b)$

なおまた, (11) 式, (12) 式より近似して,  $W(a)$  を次式のごとく簡単な形に表現できる。

$$W(a) \div \sqrt{\left(\frac{d}{h_0}\right)^2 + 4 \left[1 - \left(\frac{d}{h_0}\right)^2\right] (1-a)a} \dots\dots\dots (13)$$

しかるに (5) 式は,

$$U(a, \beta) = \frac{W(a)}{1+k\beta} \dots\dots\dots (14)$$

となる。

Spacing の公式を求める point は明きよ間の中央点の領域内最高水位を所定の時間に, 所定の水位に降下するように考えることである。すなわち,  $W(1/2)=1$  であるから,  $U(1/2, \beta) = V(\beta)$  (14) 式より,  $U(1/2, \beta) = 1/(1+k\beta)$  について,  $S$  を求めればよい。

$$S = 3A \left[ \frac{K(d+m)(d+m_0)t}{2f(m_0-m)} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (15)$$

(11) 式の  $A$  の近似を用いてさらに整とんすると

$$S = 3 \left[ \frac{K(2d+m_0)(d+m)t}{2f(d+m_0)(m_0-m)} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (16)$$

を得る。

Boussinesq の解法の初期条件は, 曲線水面形をとるが, 実験操作の都合上, ここでは  $h_0$  の水平水面形から出発するため, 所期の水面形に達するまでの時間と水位分布を求める理論が必要である。すなわち, 明きよ内水位  $h_0$  が  $m_0$  だけ降下して, 中央点の水位が降下し始めるまでの時間  $t_0$  とその時の水位分布は, 野満の井戸理論<sup>23)</sup>を適用して検討できる。すなわち水位降下量を  $\zeta = h_0 - h$  とすれば,

$$\zeta = \zeta_0 [1 - \Phi(\xi) - (\zeta_0/h_0) F_1(\xi)] \dots\dots\dots (17)$$

ここに,

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\xi^2} d\xi, \quad \xi = \frac{x}{2\sqrt{Kh_0t/f}}$$

$$F_1(\xi) = \left[ \xi \cdot e^{-\xi^2} \cdot \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} + \frac{\Phi(\xi)}{2} \right] [1 - \Phi(\xi)] - \frac{e^{-2\xi^2}}{\pi}$$

なお,  $F_1(\xi)$  は表で示されている。

### 3. 実 験

明きよ排水に関する理論が従来明確でなかったと同様に, 実験例もきわめて少ない。ことに非定常流についての実験<sup>24)</sup>は皆無に等しい。浸透流の実験は一見容易であるかのように考えられるが, 模型実験理論が他の水理実験ほど確立されていないこと, また外見的な実測量と現象の本質との関係がまだまだ不明確であることなどから, 現象の普遍性を議論する場合には非常に問題点が多く, 信頼度の高い結果を得るのはなかなか困難である。つまり, 浸透模型実験法として, 電気相似模型, 粘性流相似模型, 砂模型の三つが一般によく用いられ, 三者はそれぞれ実験手法上の利点と一応の相似性の論拠をもっている。しかしこれらは, もともと定常流を対象とした模型装置であって, 非定常流の実験に用いる場合, それらの相似則を今後さらに検討する必要がある。

つぎに, 実測量, とくに自由水面を表わす水位 (砂模型を用いるときはマノメーター水位で表わすが) は, 時間的に変化する場合は, はたして土中の真の飽和領域を表わしているのかどうか, また逆に, 理論上はこの水位を考慮するのみであるが土中では Capillary fringe が存在し, 水分移動の大きな要素となっていることなど, これらの一例からでもわかるごとく, 実測した諸量がなにを表わしているのか十分考えなければならぬ。

いわゆる適正な相似性と精度を具備する浸透実験は, 砂模型を用いる場合, その scale をできる限り実物に近づけることである。しかし, 実験装置としての限度もある。この点に関して, 本実験砂槽は, 十分といえないまでも, 一応この条件を満足するものと考えられる。また, マノメーターによる水位の時間変化の測定方法は, 前述の問題点を残しているが, その応答時間が微小であるから, 非定常流の実験に適用可能である。

実験砂槽は, 明きよ底が不透水層に達し, 明きよに直角な断面に関する  $0 \leq x \leq S/2$  の領域を表わしていることになる。

#### 3.1 実験装置

幅 100 cm, 高さ 120 cm, 長さ 2160 cm の 1 側面ガラス張りの鋼製砂槽を用いた。排水路部分 100 cm を残し, 高さは 100 cm に砂を水中填充し滯水砂層をつくった。この砂槽の底面から  $\phi=10$  mm, 高さ 100 cm のマノメーターピックアップを鉛直に固定し,  $\phi=13$  mm 長さ約 15 m のビニール管に接続し, マノメーター板に集めた。量水は鋭角三角形ぜきを用了。

#### 3.2 試料 砂

砂は琵琶湖干拓地内の細砂 (最大径 2 mm) を用いた。諸特性は,  $d_{60}=0.265$  mm,  $d_{10}=0.16$  mm, 均等係数 1.66, 透水係数は定水位試験法によって求めた。実験結果の平均値 0.00240 cm/sec (水温 7°C), なお水温  $T^\circ\text{C}$  に対する  $K$  の修正式は, Hazen の式<sup>25)</sup>と 7°C に対する  $K$  から,  $K=103d_{10}^2(0.7+0.03T^\circ)$  (cm/sec) を求めた。有効間隙率  $f$  は実験途中のある一定時間の水位変化量と流出量とから計算し, 平均値  $f=0.15$  を用いた。

#### 3.3 実験条件および諸元

前述のように, 実験条件と理論条件とはつぎに示すように異なる。

Table 1. Elements of the Experiments and Calculations.

| Group                   | No. | $h_0$<br>(cm) | $d$<br>(cm) | $m_0$<br>(cm) | $d/h_0$<br>1 | $A$<br>1 | $k$<br>1 | $K$<br>cm/s           | $S$<br>(cm) | $Kh_0k/fS^2$<br>(1/sec) | $T^\circ$<br>°C | $f$   | $t_0$<br>sec | $\xi$ |
|-------------------------|-----|---------------|-------------|---------------|--------------|----------|----------|-----------------------|-------------|-------------------------|-----------------|-------|--------------|-------|
| ①<br>$d/h_0$<br>$=0$    | 9   | 93.0          | 0           | 93.0          | 0            | 1        | 4.462    | $2.87 \times 10^{-2}$ | 1410        | $3.99 \times 10^{-5}$   | 13              |       | 60           | 10.78 |
|                         | 5   | 91.4          | 0           | 91.4          | 0            | 1        | 4.462    | $3.27 \times 10^{-2}$ | 2830        | $1.11 \times 10^{-5}$   | 18              |       | 245          | 10.13 |
|                         | 4   | 77.3          | 0           | 77.3          | 0            | 1        | 4.462    | $3.27 \times 10^{-2}$ | 4120        | $4.43 \times 10^{-6}$   | 18              | 0.153 | 500          | 10.98 |
| ②<br>$d/h_0$<br>$=0.2$  | 11  | 87.8          | 17.4        | 70.4          | 0.198        | 0.981    | 4.331    | $3.98 \times 10^{-2}$ | 1410        | $5.07 \times 10^{-5}$   | 27              | 0.161 | 65           | 9.05  |
|                         | 25  | 87.8          | 17.2        | 70.6          | 0.196        | 0.981    | 4.331    | $3.59 \times 10^{-2}$ | 2830        | $1.14 \times 10^{-5}$   | 22              | 0.136 | 263          | 9.51  |
|                         | 34  | 85.1          | 17.0        | 68.1          | 0.200        | 0.981    | 4.322    | $3.19 \times 10^{-2}$ | 4120        | $4.61 \times 10^{-6}$   | 17              | 0.144 | 576          | 9.87  |
| ③<br>$d/h$<br>$=0.38$   | 16  | 88.0          | 32.7        | 55.3          | 0.372        | 0.930    | 3.892    | $3.82 \times 10^{-2}$ | 1410        | $4.39 \times 10^{-5}$   | 25              | 0.150 | 65           | 9.24  |
|                         | 28  | 88.7          | 33.5        | 55.2          | 0.378        | 0.921    | 3.859    | $3.27 \times 10^{-2}$ | 2830        | $9.32 \times 10^{-6}$   | 18              |       | 292          | 9.41  |
|                         | 37  | 86.5          | 33.5        | 53.0          | 0.387        | 0.923    | 3.834    | $3.35 \times 10^{-2}$ | 4120        | $4.36 \times 10^{-6}$   | 19              |       | 641          | 9.07  |
| ④<br>$d/h_0$<br>$=0.55$ | 20  | 89.5          | 48.5        | 41.0          | 0.548        | 0.838    | 3.190    | $3.90 \times 10^{-2}$ | 1410        | $3.74 \times 10^{-5}$   | 26              |       | 45           | 10.95 |
|                         | 31  | 84.7          | 50.3        | 34.4          | 0.594        | 0.806    | 2.923    | $3.43 \times 10^{-2}$ | 2830        | $7.07 \times 10^{-6}$   | 20              |       | 220          | 10.82 |
|                         | 40  | 85.5          | 48.3        | 37.2          | 0.565        | 0.826    | 3.070    | $3.03 \times 10^{-2}$ | 4120        | $3.12 \times 10^{-6}$   | 15              |       | 810          | 8.52  |
| ⑤<br>$d/h_0$<br>$=0.77$ | 23  | 84.5          | 68.4        | 16.1          | 0.810        | 0.589    | 1.561    | $3.59 \times 10^{-2}$ | 1410        | $1.59 \times 10^{-5}$   | 22              |       | 50           | 11.09 |
|                         | 33  | 89.3          | 68.5        | 20.8          | 0.767        | 0.644    | 1.866    | $3.51 \times 10^{-2}$ | 2830        | $4.87 \times 10^{-6}$   | 21              |       | 388          | 7.86  |
|                         | 42  | 85.5          | 63.3        | 22.2          | 0.740        | 0.675    | 2.050    | $3.11 \times 10^{-2}$ | 4120        | $2.14 \times 10^{-6}$   | 16              |       | 821          | 8.36  |

$$\left. \begin{array}{l} t=0, \quad h=h_0, \quad 0 \leq x \leq S/2, \\ t>0, \quad x=0, \quad h=d \\ x=S/2, \quad \partial h / \partial x=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

実験に際して  $t=0, h=h_0$  を  $t>0, x=0, h=d$  にするには、多少の時間がかかる。しかし、微小時間内(約 15 sec)であるから、その影響は無視できる。水位測定は、各時刻の水位の変動を写真撮影し、あとで読みとった。

実験の諸元は他の計算諸元とともに、Table 1 に示す。なお実験は、Table 1, 以外の Case についても行なったが整理の都合上 ( $d/h_0$  の値による) 省略した。

#### 3.4 実験結果

Table 1 の各 Case の実測値と、各 Case ごとの理論値を計算して、 $U$  対  $k\beta$  について plot すれば Fig. 2 のようである。理論値は各 Case ごとにおのおの異なる曲線をもつはずであるが、 $k\beta$  の値が小さいため、Fig. 2 では一つの曲線になる。

この結果をさらにわかりやすくするため、あらたに  $d/h_0=0, 0.2, 0.38, 0.55, 0.77$  の値の Groups を①, ②, ③, ④, ⑤とし、それらを parameter として、 $m/m_0$  対  $k\beta$  を plot してみると、Fig. 3 に示すように各点の実測値が Group ごとに分かれて分布し、その水位変化の傾向が明らかになる。この場合の Boussinesq の解は点線で示す。

#### 4. 検 討

Figs. 2, 3 に示されるように、理論値と実測値とにかなり隔たりがある。このことは、Baussinesq の解法が適切でないことを意味するののか、あるいは、計算に用いた諸定数値が実際の現象に合致した値を与えていないことを示すものか、理論、実験の両面にわたって検討する必要がある。もちろん、理論式誘導の過程に仮定を含むこと、また、実験過程、測定値などに絶対的の精度を保証できない点のあることを考慮すると、

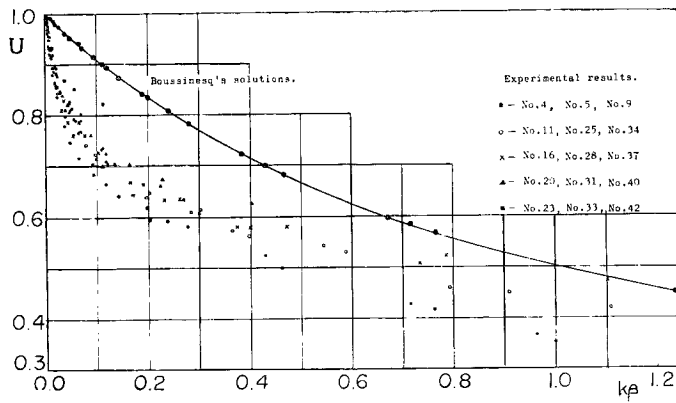


Fig. 2. Comparison between Boussinesq's solutions, and Experimental results.

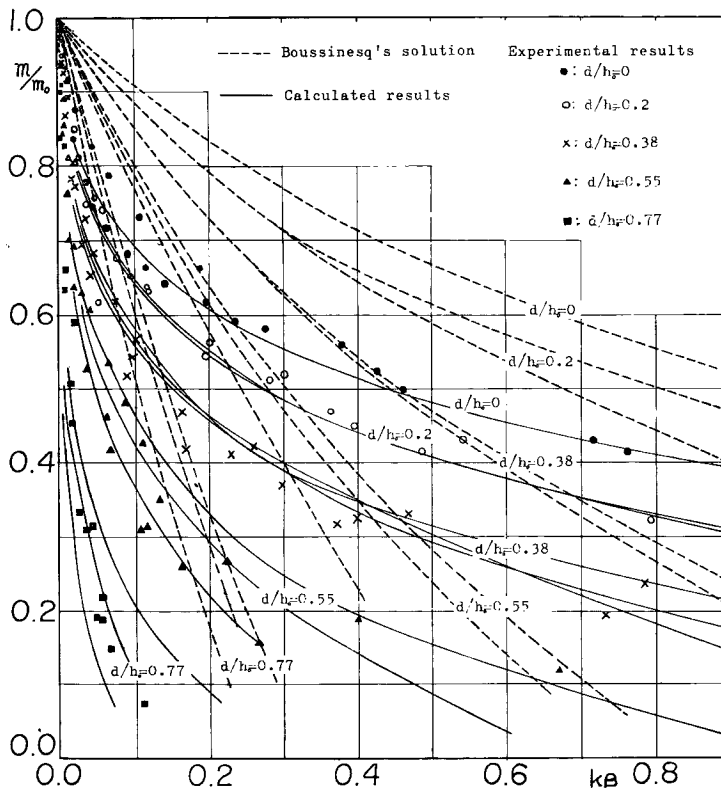


Fig. 3. Comparison with Boussinesq's solutions, Experimental results and Results calculated by Eqs. (22) and (24).

両者の全くの一致を望めないまでも、実用に寄与する程度の精度を得るべく究明すべきである。

#### 4.1 理論の検討

4.1.1 解の正否; Fig. 2 に示されるように、 $d > 0$  の場合、 $t \rightarrow \infty$  のとき、実測値は当然限りなく  $U = d/h_0$  の値に近づくはずであるが、(14) 式は  $d/h_0$  の値より小さくなり  $d/h_0 = 0$  に近づく。このことは、(14) 式が (3) 式の近似解であることを示す。さらに極言すれば、(14) 式は厳密には  $d = 0$  の場合にのみ適用可能といえる。しかし、一般に、物理現象の解を与える関数が、その変数領域全域にわたって満足されないとしても、一概に、その関数は全く意味がないと判定する必要はなく、その適用可能領域を明らかにする適用条件を示せば、実用上あまり支障はない。

ここに、(1) 式を差分式にして計算した値と、(14) 式の値、さらに厳密解との比較を R. Carravetta<sup>21)</sup> の研究を借りて示せば、Fig. 4 のようである。ただし parameters が少々異なるが解の本質には変りない。この一例より判断して、(14) 式は、後述する境界条件の矛盾とも関連するが、 $m/m_0$  のあまり小さい値について成立しないことは明らかである。しかし、実用上、 $m/m_0 = 0$  の近傍で明きよ排水を設計することはまずないと考えられるから、一応 (14) 式は近似解として有用である。ただ、(14) 式は  $S \gg h_0$  の場合、 $k\beta/t$  の値が極度に小さくなり、 $t$  による  $U$  の変化が顕著でなくなる。しかるに、理論的には (14) 式は  $h_0/S$  の値に無関係であるはずだが、実用上、なんらかの制限が必要であるのかもしれない。

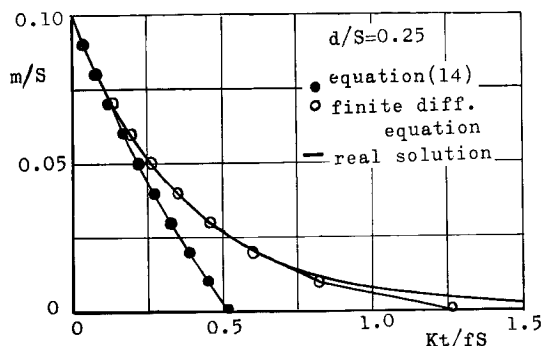


Fig. 4. Relation between  $m/S$  and  $Kt/fS$ , obtained by Eqs. (14) and the finite differential equation of Eq. (1). (from R. Carravetta)

4.1.2 境界条件; 解の場合と同様に、 $d > 0$  のとき、(4) の境界条件にも問題点がある。すなわち、(14) 式は  $x = 0, 1/2$  において、それぞれ次式となる。

$$U(0, \beta) = d/(1 + k\beta) \dots\dots\dots (19)$$

$$U(1/2, \beta) = 1/(1 + k\beta) \dots\dots\dots (20)$$

両式は、 $t \rightarrow \infty$  のとき、 $d$  の値にかかわらず、 $U = 0$  に近づくという矛盾をもつ。結局、(14) 式に  $m/m_0$  の値から  $t$  の適用範囲の規制を行なえば、解の近似度をも加味し、これらの矛盾は実際的に回避できると考えられる。

4.1.3 初期条件の水面形; (14) 式において、 $\beta = 0$  とすれば、 $U(a, 0) = W(a)$  となり、初期条件の水面形が次式のように表示できる。

$$h^2 = d^2 + \left[ \frac{4(h_0^2 - d^2)}{S^2} \right] (S - x) \cdot x \dots\dots\dots (21)$$

この式は定常流における長円型水面曲線である。したがって、(21) 式は  $x = 0$  で  $d = h$  となるが実際には浸出点は  $d$  より大きく、明きよ近くの土中の水位は  $d$  に等しくならない。また、(21) 式の [ ] 内は

既知の要素のみによって示されているが、この他に  $K$  の要素、土の特性などを考慮する必要がある。これら理論と現象との不一致に関しては今後実験的にその関係を明らかにしなければならない。暗きよ排水に関して、同様な不一致点の修正を行なうためとられた考え方は、暗きよ近くで流線が収束する事実を考慮し、なんらかの根拠に基づき、 $d$  の値に修正を加える方法である。このことは、 $d$  の修正にすべての不一致要素を集約する考え方であって、具体的にはその根拠を、定常流の流線収束実験結果におく方法<sup>15)</sup>であり、この考え方には一応肯定できるものがある。

#### 4.2 実験結果の検討

明きよ排水の浸透特性を明らかにするため、実験結果を検討してみる。まずその手法として、(14) 式を検討の基準に用いる。すなわち、(14) 式の変数に補正係数  $\varepsilon$  (無次元数) を乗じ、 $U(1/2, \beta)$  の値について考察する。つまり、

$$U(1/2, \beta) = \frac{1}{1 + \varepsilon k \beta} \dots\dots\dots (22)$$

この式と実測値より  $\varepsilon$  の値を求める。そして、 $\varepsilon$  の  $m/m_0$  の値に関する変化と、 $k\beta$  の値に関する変化とを検討してみる。このとき前者の  $\varepsilon$  を  $\varepsilon_h$ 、後者を  $\varepsilon_t$  とする。

4.2.1  $m/m_0$  に関する  $\varepsilon_h$  の変化；計算結果は Fig. 5 に示すようになる。つまり、 $S$  の値によって  $\varepsilon_h$  の絶対値は多少異なるが、①～⑤の間に一定の傾向を示すようである。すなわち、①～⑤それぞれの  $\varepsilon_h$  分布の平均値曲線をまとめ、それらの相対的变化を比較した Fig. 6 から判断すると、曲線は左へ歪んだ形状から、 $d/h_0$  の値の減少にともなって、正規分布曲線形状に近づく傾向がある。この傾向は Poisson 分布曲線群に類似した傾向といえる。したがって、 $d/h_0$  を parameter とし、Poisson 分布曲線によって近似すると次式となる。

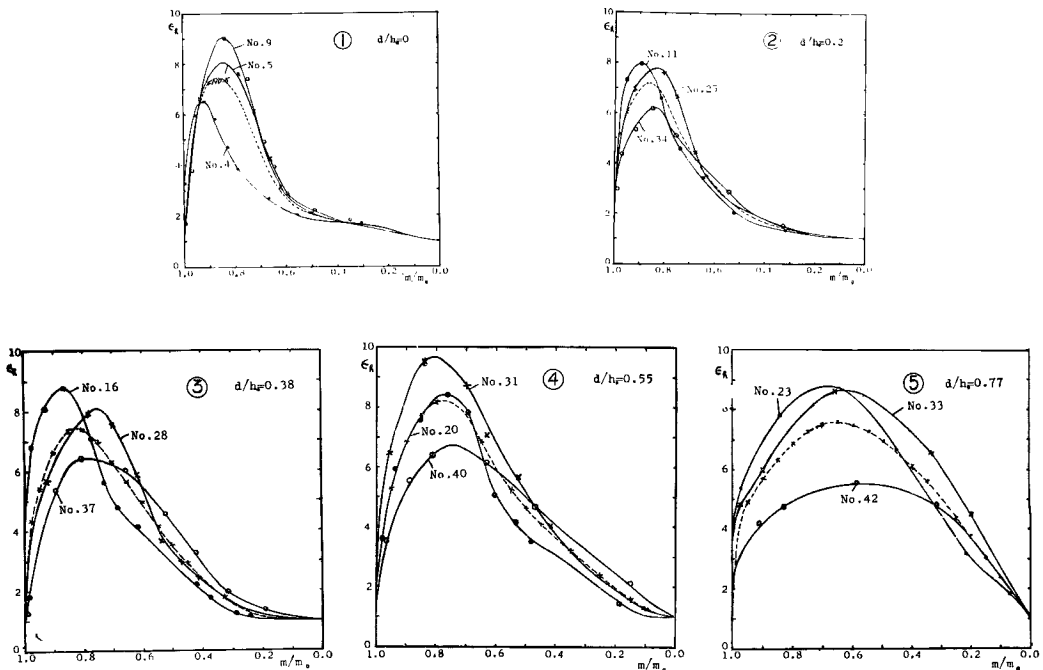


Fig. 5. Relations between  $\varepsilon_h$  and  $m/m_0$ .

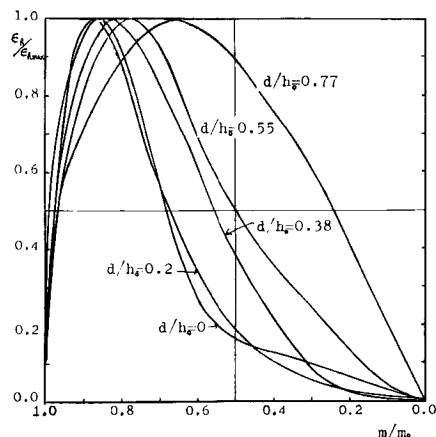


Fig. 6. Non-dimensional representation of the distribution curves with the mean value  $\bar{\epsilon}_h$ .

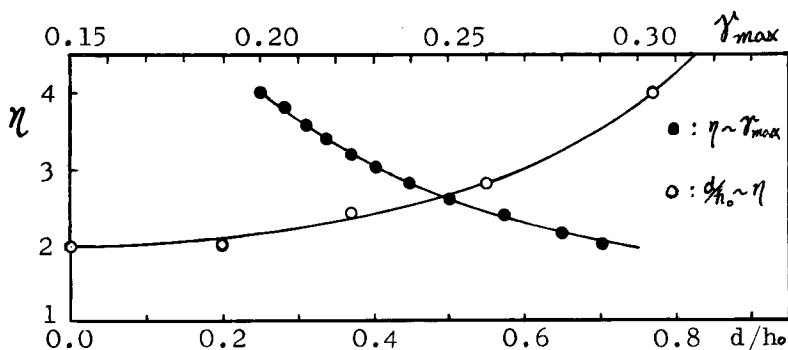


Fig. 7. Relations between  $d/h_0$  and  $\eta$ , and  $\eta$  and  $\gamma_{max}$ .

$$\epsilon_h = \frac{7.5 r}{\gamma_{max}} \dots\dots\dots (23)$$

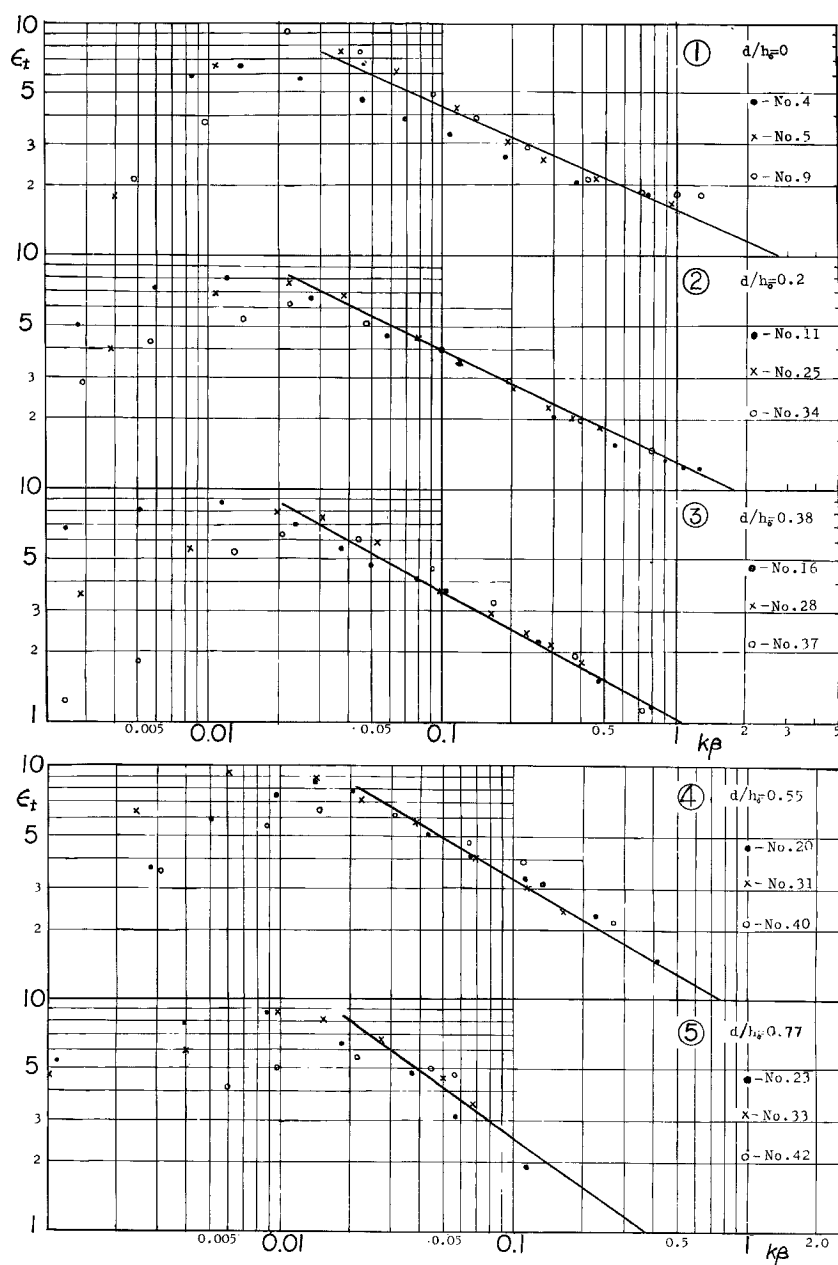
ここに  $r = e^{-\eta} \cdot \eta^j / j!$ ,  $j = 10(1 - m/m_0)$ ,  $j \leq 10$ .  $d/h_0 \sim \eta$ ,  $\eta \sim \gamma_{max}$  は Fig. 7 より決定する。

この  $\epsilon_h$  分布曲線の示す傾向について考察すると,  $d$  の値が 0 に近いほど,  $\epsilon_h$  の peak は  $m/m_0 = 1$  に近づき  $\epsilon_h$  分布は左方に歪む。つまり,  $d$  が小さい程, 実際の初期水位変化量が理論値より大きいこと, また,  $d$  の値が 1 に近くなるにしたがい  $m/m_0$  の値全域にわたって  $\epsilon_h$  が大きくなる。結局, これは  $d$  の値が 0 に近い程 (14) 式の精度がよいことを示している。

4.2.2  $k\beta$  に関する  $\epsilon_t$  の変化;  $\epsilon_t$  と  $k\beta$  とを両対数紙に plot すると Fig. 8 のように,  $\epsilon_t$  の減少部分は一直線で近似できることがわかる。さらに, ①~⑤の各直線のこう配は漸次急になる傾向がある。ここで, 4.2.1 と同様に  $d/h_0$  を parameter として  $\epsilon_t$  を表示すると,

$$\epsilon_t = N\{k\beta\}^M \dots\dots\dots (24)$$

ここに  $N = -1.40(d/h_0) + 1.59$ ,  $M = -0.446 \exp\{-0.118(d/h_0)\}$  となる。この  $\epsilon$  の時間的変化を表わす (24) 式は前述の理論の検討において考察した (14) 式の適用範囲を示す  $k\beta$  の一つの目安と考えることができる。すなわち, 逆説的であるが,  $\epsilon_t = 1$  のときの  $k\beta$  の値を (14) 式の適用限界時間と見なくてよい。なぜならば,  $\epsilon_h$  対  $m/m_0$  の Fig. 6 において, もし  $\epsilon_h$  がすべての  $m/m_0$  に対し 1 であれば, (14) 式が

Fig. 8. Time changes of  $\epsilon_t$ . (relations between  $\epsilon_t$  and  $k\beta$ )

正確に実測値と一致するが、実際には  $\varepsilon_h$  が1に近づくのは  $m/m_0$  が0に近づいてからである。したがって、 $m/m_0$  の値による規制から比べれば、むしろ  $t$  は大きすぎるが、 $k\beta_{\varepsilon=1}$  を適用限界値と考えてよい。一方、 $\varepsilon_t$  の上限値は、実験結果から  $\varepsilon=7.5$  とする。Fig. 8 から明らかなように、直線に沿うまでの  $\varepsilon_t$  の値に一定の傾向がないこと、また、直線表示できる部分は Fig. 5 の各  $\varepsilon_h$  曲線の peak から右辺の減少曲線部分に相当し、 $\varepsilon_h$  曲線の立上り部分が直線にならない  $\varepsilon_t$  であることがわかる。この  $\varepsilon_t$  部分は、Spacing 公式とも関連して、実用上さして重要でないと考える。

4.2.3 初期水面形の検討；すでに述べたように、本実験方法は (18) 式に示す条件で出発するから、 $t_0$  を計算し、各 Case の水面形状の相似性を検討する必要がある。 $t_0$  の計算値は実験結果とも一致し、かつ (17) 式の  $\zeta$  の値は同位の0であることが望ましい。この計算結果は Table 1 に示すが、 $\xi=10$  であり、ほぼ条件を満足する。つぎに水面形状の相似性の一例を示せば Fig. 9 のように、(21) 式の長円型曲線ではないが相似と見なしてよいであろう。

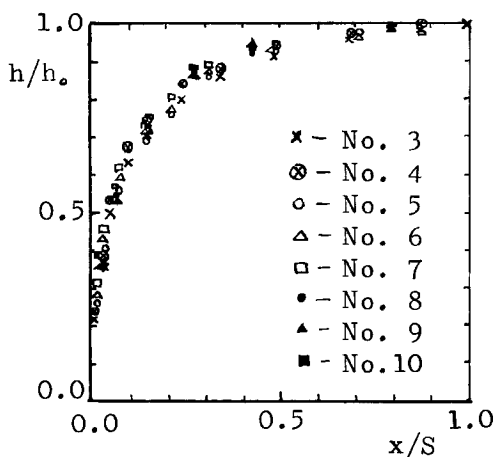


Fig. 9. Initial water table profile.

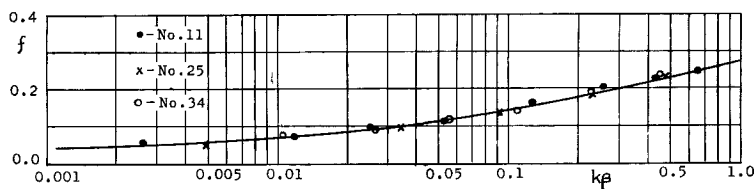


Fig. 10. Time change of  $f$ . (relation between  $f$  and  $k\beta$ )

#### 4.3 $f$ の検討

いままで  $f$  の値は定数として議論してきた。しかしながら、被排水土容積とその時間内の流出量とから、 $f$  を求める計算を、初期水面から実測最終水面に至るまでの数段階に分けて行なってみると、 $f$  の計算値が水面のとり方によって変わることがわかった。すなわち、 $f$  は見かけ上、時間経過とともに大きくなる。その一例を Fig. 10 に示す。このような現象は、実測において得られる水面が土中のある一定の水分含有状態を示す見かけの水面に過ぎず、土中ではこの水面より上の部分から引き続き不飽和状態で水分が降下し、水を供給していると考えれば説明できる。この現象は砂模型による非常浸透実験の盲点であると同時に、(1) 式の水位によってのみ表示する理論的取り扱いの現実と一致しない一要因であることを示し

ている。それでは、やはり  $f$  の値として、厳密に粒径から計算した間隙率の値を使用する方が適正であるかといえば、これにも大いに疑問がある。結局、 $f$  は一定であるとする従来の考え方に従う場合には、その定数とはなにかを非定常流の観点から明らかにすること、また、Capillary fringe を考慮するならば、 $K$  との相互関係を加味した基本的特性の解析に基づいて、基礎方程式から再検討しなくては意味がないといえる。

ここで、ただ単に実測値の検討という観点から、Fig. 10 の  $f_t$  を用いて  $\epsilon$  を計算すると、 $\epsilon$  の値は Fig. 5 のようにとがった分布を示さず、 $m/m_0$  全域にわたって扁平な分布となっており、 $\epsilon$  の絶対値は Fig. 5 の peak の約  $1/2$  となる。この傾向が、 $\epsilon$  は 1 に近づき、 $d/h_0$  にかかわらず一定値を与えるというこの問題点の望ましい解決の方向を暗示すると考えるならば、大いに意義深い。しかし、現状では、この  $f_t$  と  $K$  との関連が明らかでなく、研究不十分のため断言できる段階に達していない。

なお、実際の低湿地においては、 $K$  はこの実験の値よりさらに小さいと思われるので、ここに指摘したような水面より上の部分の水分移動の割合が増すものと考えられるから、これらの不飽和領域をどのように考え、どのように理論に結びつけるか重要な問題である。

## 5. Spacing を求める公式

理論的に導いた Spacing 公式は前述の (16) 式によって与えられる。しかし、すでに明らかのように、(16) 式は不適正であるから、実験公式ともいえるが、(16) 式に補正係数  $\epsilon$  を添加して次式のごとく修正する。

$$S = 3 \left[ \frac{\epsilon K (2d + m_0)(d + m)t}{2f(d + m_0)(m_0 - m)} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (25)$$

すなわち、 $\epsilon$  は (23) 式の  $\epsilon_h$  と、(24) 式の  $\epsilon_t$  からそれぞれ、 $m/m_0$   $k\beta$  に対して計算できるが、(24) 式は  $\beta$  の中にすでに  $S$  を含んでいる。しかるに、実際に Spacing を求める場合 ((25) 式の右辺は、所定の降下水位  $m_0 - m$ 、所定時間  $t$ 、 $d$ 、 $K$ 、 $f$  は既知数)、まず、所定の  $d/h_0$  に対する  $\epsilon_h$  を (23) 式と Fig. 7 から求める。その  $\epsilon_h$  を用い (25) 式から  $S_1$  を計算する。この  $S_1$  は、 $\epsilon_h$  の近似度が  $\epsilon_t$  のそれより低い第 1 近似と考えた方がよい。したがって、 $S_1$  を用いた  $k\beta$  の値から  $\epsilon_t$  を求め、さらに (22) 式によって  $U(1/2, \beta)$  を計算すれば、 $S_1$  の適正度が検討でき、よりよい  $S$  が求められる。そこで、(24) 式を用い  $U(1/2, \beta)$  の値を求めてそれらを Fig. 3 の実線曲線で示す。結果は割合良好である。

以上のように明きよ間かくを決定する実験公式を提示する。なお、 $t_0$  の値は (17) 式より計算する必要がある。

## 6. 結 論

1. 明きよ排水の水利の理論的取り扱い、検討のところでも述べたごとく問題点を伴うけれども、Boussinesq の解法によって一応表示できる。線型化方法も現在のところこの方法が他にまさる。また、 $d$  を明きよ内の水位とする拡張解釈もさして無理な考え方でない。

2. Figs. 2, 3 に示すごとく (14) の理論解は、実測値との間かなりの隔りがある。解の関数型としては適用範囲を制限すれば、たいして矛盾しないが、 $S \gg h_0$  の場合、 $k\beta/t$  の値が非常に小さくなるため、解の特性として、近似度が低くなり、実測値との隔りが出られる。

3. (14) 式は、(23)、(24)、(25) 式の Spacing 公式を導く理論的根拠として意義がある。

4. (23)、(24)、(25) 式は Fig. 3 に示すごとく実測値とかなり良好な一致を見るから、Spacing 決定の実験公式として有用である。もちろん、本実験の結果との対比のみから断定できないが、一応公式として認めうる。この公式の確証をうるためさらに異なった土、あるいは異なる scale の実験を行なう必要があり、今後、Hele-Shaw 実験装置などを用いてさらに検討し普遍性をもつ結果を得たい。

5.  $f$  の検討で述べたごとく、強く断定できるほどの確証はないが、非定常浸透の場合、定常流の  $f$  とは異なる特性を示すといえる。すなわち、非定常浸透は飽和領域のみを対象とする現在の理論では説明できない不飽和領域を伴う現象であり、今後この面の解析を試みたい。

最後に、本研究に使用した鋼製砂槽は昭和37年度機関研究費により作製されたものであることを附記し、関係各位に謝意を表わすものである。

### 参 考 文 献

- 1) Kirkham, D. and V. Bavel. : Theory of seepage into auger holes, Soil Sci. Amer. Proc. Vol. 13, 1949, pp. 75-82.
- 2) Kirkham, D. : Seepage into ditches in the case of a plane water table and an impervious substratum, Trans. A.G.U., Vol. 31, No. 3, June 1950.
- 3) Kirkham, D. : Seepage into ditches from a plane water table overlying a gravel sustratum, J. of Geophysical Research, Vol. 65, No. 4, April 1960.
- 4) Kirkham, D. : Seepage of steady rainfall through soil into drains., Trans. A.G.U. Vol. 39, No. 5, October 1958.
- 5) 田中宏平 : 排水路の近似計算について, 農業土木研究, Vol. 23, 1955.
- 6) 松原, 奥田 : 排水路の近似解について, 農業土木研究, Vol. 24, 1456.
- 8) Boussinesq, M.J. Mem., : Acad. Sci. France, Vol. 23, 1877, pp. 242-281.
- 8) Polubarinova-Kochina, P. YA., : Theory of ground water movement., Princeton Univ. Press, 1961.
- 9) Dumm, L. D., : New formula for determining depth and spacing of subsurface drains in irrigated lands., Agri. Engi., Vol. 35, 1954.
- 10) Haushild, W. and G. Kruse, : Unsteady flow of ground water into a surface reservoir., Proc. A.S.C.E., Vol. 86, HY. 7, 1960.
- 11) Sundara Raja Iyenger, K. T., : Discussion of "Unsteady flow of ground water into surface reservoir.", Proc. A.S.C.E. Vol. 87, HY1, 1961.
- 12) Maasland, M., : Water table fluctuations induced by intermittent recharge., J. of Geophysical Research, Vol. 64, No. 5, May 1959.
- 13) Maasland, M., : Water table fluctuations induced by irrigation., Proc. A.S.C.E., Vol. 87, IR 2, 1961.
- 14) Brooks, R.H., : Unsteady flow of ground water into drain tile., Proc. A.S.C.E., Vol. 87, IR 2, 1961.
- 15) Schilfgaade, J.V., : Design of tile for falling water table., Proc. A.S.C.E., Vol. 89, IR 2, 1963.
- 16) 田中宏平 : かんがい排水に関係ある浸透流の研究, 佐賀大学農学集報, No. 13, 1961.
- 17) Kirkham, D. and R. E. Gaskell, : The falling water table in tile and ditch drainage., Soil Sci. Society Proc., 1950.
- 18) Isherwood, J.D., : Water table recession in tile drained land., J. of Geophysical Reseach, Vol. 64, July 1959.
- 19) 大橋行三 : 浸透流の Boussinesq's problem について, 土木学会, 第19回年次学術講演会概要, 1964.
- 20) Dumm, L.D., H.Y. Hammad, G.O. Schwab, and M.S. Hantush, : Discussion of "Design of the drainage for falling water tables", Proc. A.S.C.E., Vol. 89, IR 4, December, 1963.

- 21) Brooks, R.H. and R. Carravetta, : Discussion of "Design of the drainage for falling water tables.", Proc. A.S.C.E., Vol. 90, IR1, March, 1964.
- 22) Schilfgaade, J.V., : Closure of "Design of the drainage for falling water tables", Proc. A.S. C.E., Vol. 90, IR3, September, 1964.
- 23) 野満, 中目 : 井戸理論の一進展（第3報）横井戸の揚水開始後および停止後の附近水位変化, 地球物理, 7-1.
- 24) Todd, D.K., : Unsteady flow in porous media by means of a Hele-Shaw viscous fluid model., Trans. A.G.U. Vol. 35, No. 6, 1954.
- 25) 本間仁, 石原藤次郎編 : 応用水理学, 上, 1957, p. 185.