

# 土石流に関する基礎的研究 (第5報)

大 同 淳 之

## FUNDAMENTAL STUDY ON MUD-FLOW (V)

By Atsuyudi DAIDO

### Synopsis

In this paper, the author discussed a turbulent flow of a non-Newtonian liquid. From the experimental results of the resistance law to a smooth pipes, the author thought that the mixing length theory make clear the Reynolds stress and derived a velocity distribution and a resistance law to a turbulent flow of a non-Newtonian liquid from the mixing length theory. The author showed that the universal constant  $K$  is function of  $\tau_y/\tau_0$  that the coefficient of eq. (1.10) of the resistance law is constant. The value of  $K$  was showed in Fig. 3. In the next, the author discussed the kinetic similitude in a Bingham flow. The kinetic similitude of a Bingham flow established when the Reynolds number of eq. (3.11) is equal for the prototype and the model.

### ま え が き

われわれは従来の研究<sup>1)</sup>において、土石流を非ニュートン流体として取り扱ってきた。しかし従来の取り扱い、せん断応力が粘性による応力だけという、いわゆる層流の場合について論じてきた。しかしながら、実際の土石流においては、必ずしも層流の領域に限られず、一般に乱流とよばれる領域の流れも起りうると考えられる。非ニュートン流体の乱流については、滑面円管の抵抗法則に関して、富田<sup>2)</sup>が広義の Reynolds 数を用いて、ニュートン流体と同様な対数法則が成立することを、また D.W. Dodge と A.B. Metzner<sup>3)</sup>も同じ問題について次元解析を用いて、対数法則の成り立つことをのべている。しかし抵抗法則以外については、たとえば粗面におよぼす非ニュートンの特性の影響、あるいは流速分布等については確固とした提案はいまのところないようである。

この論文は、滑面および粗面の円管を用いて、ビンガム流体の乱流の抵抗係数を測定し、抵抗法則が対数法則で表わされることを確かめ、その結果、ビンガム流体においても、ニュートン流体と同様に、Reynolds 応力として、混合長理論が成り立つものと考えて流速分布をみちびき、抵抗法則を求めて、さきの実験の結果、抵抗法則中の係数が、広義の Reynolds 数を用いたとき、ニュートン流体における係数と同じになることから、混合距離における universal const.  $K$ , 平均流速および流速分布式中の定数および層流底層の厚さが、ビンガム流体の場合に、せん断降伏値  $\tau_y$  と壁面せん断応力  $\tau_0$  の比、 $\tau_y/\tau_0 = a$  の値によって変化することをのべたものである。

### 1. 円管の抵抗法則に関する実験

非ニュートン流体の乱流特性を明らかにするために、泥漿を用いて、円管における滑面および粗面の抵抗係数をしらべた。

ビンガム流体の流動特性は、層流の場合、流動方程式は次式で表される。

$$\tau = \tau_y - \mu_B \frac{du}{dr} \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

ここに、 $\tau$  はせん断応力、 $\tau_y$  はせん断降伏値  $\mu_B$  は塑性粘度、 $u$  は管方向の流速、 $r$  は管中心よりの距離である。

定常な流れにおいては、圧力を  $p$ 、壁面まっつ力を  $\tau_0$ 、管の半径を  $R$  とすると、

$$\tau = r/2 \cdot dp/dx, \quad \tau/\tau_0 = r/R \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

の関係が成り立つから、速度分布、平均流速  $u_m$  および損失水頭  $h_f$  は、つぎのように表される。

$$u = \frac{\tau_y}{2r_y\mu_B} (R^2 - 2r_y + 2r_y r - r^2) \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

$$u_m = \frac{R\tau_y}{\mu_B} \alpha, \quad \alpha = \frac{a^2 - 4a + 3}{12a} \quad \dots\dots\dots (1.4)$$

$$h_f = \frac{2u_m\mu_B l}{\rho g a R^2} \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

ここに、 $r_y$  は  $\tau_y$  の生じた管中心よりの距離、 $a$  は  $\tau_y/\tau_0$ 、 $l$  は  $h_f$  の生じる長さ、 $\rho$  は流体の密度、 $g$  は重力の加速度である。

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{u_m^2}{2g} \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

で定義される抵抗係数  $f$  を、富田<sup>2)</sup>の提案にしたがって、実際にエネルギーの消費が行なわれている部分に着目して、 $u_m^2$  の代りに

$$U^2 = \frac{2\pi}{\pi R} \int_0^R u^2 dr = u_m^2 F(a) \quad \dots\dots\dots (1.7)$$

を用いることにすると、ビンガム流体に対して、

$$f_B = \frac{h_f \cdot D \cdot 2g}{l \cdot u_m^2 \cdot F(a)} \quad F(a) = \frac{9}{5} \frac{(5 + 6a - 11a^2)}{(3 + 2a + a^2)^2} \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

が得られる。この  $f_B$  が、 $f_B = 64/R_{eB}$  の関係をもつように、ビンガム流体に対する Reynolds 数  $R_{eB}$  をきめると、

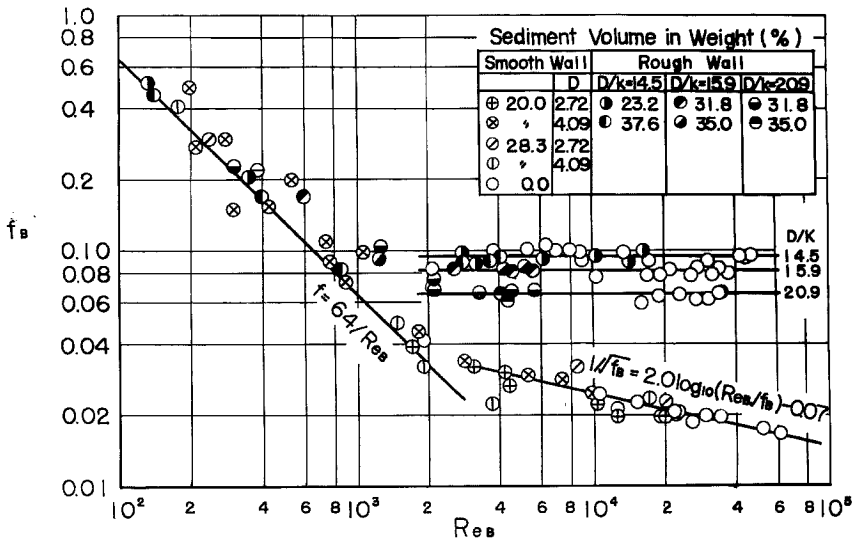
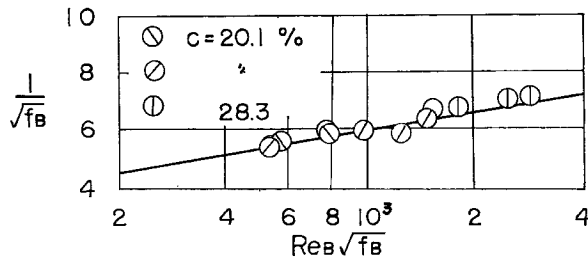
$$R_{eB} = \frac{4a\alpha\rho Du_m F(a)}{\mu_B} \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

の関係が得られる。この Reynolds 数が乱流のときにどの程度意義があるか問題であるが、**Fig. 1** に著者らによって行なわれた実験結果を示す。この実験は管径 4.09 cm および 2.72 cm の硬質プラスチックパイプを用いて、中央径  $0.34 \times 10^{-2}$  mm、粒径の標準偏差 2.92、粒子の比重 2.703 の粘土粒子を用いて作製した泥漿を流して行ったもので、平均流速、損失水頭、壁面せん断応力および泥漿の密度の測定値を、それぞれ層流の領域で得られた  $\mu_B$ 、 $\tau_y$  を用いて (1.8) および (1.9) の  $f_B$  および  $R_{eB}$  を求めたものである。 $R_{eB}$  が 2400 を境として、描点は二つの直線状に示される。**Fig. 1** 中の直線は、 $R_{eB} < 2400$  の領域については、 $f_B = 64/R_{eB}$  を、 $R_{eB} < 2400$  の領域については、**Fig. 2** から示される  $f_B$  と  $R_{eB}$  の関係

$$\frac{1}{\sqrt{f_B}} = B \log_{10} (R_{eB} \sqrt{f_B}) + A \quad \dots\dots\dots (2.20)$$

において、**Fig. 2** から得た  $B=2.0, A=-0.07$  を用いて示したものである。この実験に用いた円管の清澄な水に対する抵抗法則は

$$1/\sqrt{f} = 2.0 \log_{10} (R_e \sqrt{f}) - 0.07 \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

Fig. 1. Relation between  $f_B$  and  $Re_B$  for Bingham flow in pipes.Fig. 2. Relation between  $1/\sqrt{f_B}$  and  $Re_B \sqrt{f_B}$  for Bingham flow in pipe.

を示したことから、ビンガム流体の抵抗法則を (1.10) の型式で表わすときは、ニュートン流体に対する  $f$ ,  $Re$  を, (1.8) および (1.9) の  $f_B$ ,  $Re_B$  でおきかえて, 係数はそのまま同じ値をとればよいことになる。Nikuradse の実験によると  $A = -0.8$ ,  $B = 2.0$  で, 一般にこの値が用いられているから, ビンガム流体の滑面円管の抵抗法則は

$$\frac{1}{\sqrt{f_B}} = 2.0 \log(Re_B \sqrt{f_B}) - 0.8 \quad (1.12)$$

と表される。

つぎに, 管の内壁に砂をはりつけて粗面として行った実験結果は同じく Fig. 1 に  $D/k$  をパラメーターとして示されているが, Fig. 1 が示すように,  $Re_B > 2400$  の領域においては,  $f_B$  の値は,  $Re_B$  に無関係に相対粗度  $D/k$  の値だけによってきまるようである。

以上の円管における実験結果より, 広義の Reynolds 数が 2400 を越える流れにおいては, 従来ニュートン流体についていわれているように, 粘性による応力よりも, 乱れによる応力が卓越して, 流れを規制するものと考えられる。しかもこの乱れによる応力としては, さきの実験結果より混合長理論が十分成立することを示唆している。そこで, 混合長理論が成立するものと考えて, ビンガム流体の乱流における流速分布を求めることにする。

## 2. 円管におけるビンガム流体の乱流の流速分布および抵抗法則

(1.1) の粘性による応力に、乱れによる応力 ( $-\rho \overline{u'v'}$ ) を加えて、(1.1) はつぎのようにかきあらためられる。

$$\tau - \tau_y = \mu_B \frac{du}{dz} + (-\rho \overline{u'v'}) \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

ここに、 $z$  は壁面よりの距離、 $u'$ ,  $v'$  は変動速度成分、 $\bar{\phantom{x}}$  はその時間的平均値を示す。乱れによる応力としては、混合長理論がなりたつものと次式で表わされる。

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho l^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

$$l = k(z - \delta_L) \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

ここに、 $l$  は混合距離、 $K$  は universal const.,  $\delta_L$  は層流底層の厚さである。 $\tau \doteq \tau_0$  とすると (2.1) は

$$\frac{\tau_0}{\rho} \left( 1 - \frac{\tau_y}{\tau_0} \right) = \nu_B \frac{du}{dz} + l^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

となる。(2.3) は

$$\frac{du}{dz} = \frac{\nu_B \pm \sqrt{\nu_B^2 + 4lu_*^2(1-a)}}{2l^2} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

と変形される。(2.4) を、 $z = \delta_L$  で、 $u = \frac{u_*^2 \delta_L}{\nu_B}$  の条件で積分すると、

$$u = \frac{\nu_B}{Kl} \left\{ \frac{1}{2} - \sqrt{\left( \frac{lu_*^2 \sqrt{1-a}}{\nu_B} \right)^2 + \frac{1}{4}} + \frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} \ln \left\{ 2 \frac{lu_* \sqrt{1-a}}{\nu_B} \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \sqrt{\left( \frac{lu_* \sqrt{1-a}}{\nu_B} \right)^2 + \frac{1}{4}} \right\} + \frac{u_*^2 \delta_L}{\nu_B} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

$u_* l / \nu_B$  が大きいところでは、 $l = Kz$  とすると、

$$\frac{u}{u_*^2} = \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{zu_*}{\nu_B} + A_1 \quad A_1 = \frac{\sqrt{1-a}}{K} \{ \ln 4K\sqrt{1-a} - 1 \} + \frac{u_* \delta_L}{\nu_B} \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

として、流速分布式が得られる。(2.6) は  $a=0$  のとき、J. Rotta<sup>4)</sup> によって得られたニュートン流体に対する流速分布式と一致する。

ここで取り扱うような泥状の粘土のせん断降伏値は、せん断力の関数であるという考え方もあるが、これについてはまだ十分に明かでないので、ここではせん断降伏値はせん断応力に無関係にその物質固有のものであると考えると、 $z = z_y$  において、流速は最大になり、その値  $u_{\max}$  は (2.6) より

$$\frac{u_{\max}}{u_*^2} = A_1 + \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{z_y u_*}{\nu_B} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

となる。ここに  $z_y$  は  $\tau$  が  $\tau_y$  になる壁面からの距離である。

(2.6) と (2.7) より

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*^2} = \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{z}{z_y} \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

円管内の流れに対して、(2.8) を円管全体について積分すると、

$$\int_{r_y}^R (u_{\max} - u) 2\pi r \cdot dr + u_{\max} \pi r_y^2 = \int_{r_y}^R \frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{R(1-a)}{z} 2\pi r \cdot dr \\ + u_{\max} \pi r_y^2 \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

(2.9) の左辺は

$$\int_{r_y}^R (u_{\max} - u) 2\pi r \cdot dr + u_{\max} \pi r_y^2 = u_{\max} \pi (R^2 + r_y^2) - u_m \pi R^2 \quad \dots\dots\dots (a)$$

(2.9) の右辺は

$$\begin{aligned} \int_{r_y}^R \frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{R(1-a)}{z} 2\pi r \cdot dr + u_{\max} \pi r_y^2 \\ = -\frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} 2\pi R^2 \cdot (1-a) \left( \frac{1-a}{4} - 1 \right) + u_{\max} \pi r_y^2 \dots\dots\dots (b) \end{aligned}$$

(a) = (b) より

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{u_{\max}}{u_*} - \frac{\sqrt{1-a}}{K} (1-a) \left( \frac{3+a}{2} \right) \dots\dots\dots (2.10)$$

(2.10) に (2.7) を代入すると、

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{z_y u_*}{\nu_B} + A_1 - \frac{\sqrt{1-a}}{K} (1-a) \left( \frac{3+a}{2} \right) \dots\dots\dots (2.11)$$

かきなおすと、平均流速は

$$\begin{aligned} \frac{u_m}{u_*} = \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{R u_*}{\nu} + A_2 \\ A_2 = A_1 - \frac{\sqrt{1-a}}{K} (1-a) \left( \frac{3+a}{2} \right) + \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln(1-a) \dots\dots\dots (2.12) \end{aligned}$$

と表される。さらに

$$u_m / u_* = \sqrt{8/f} \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

の関係をを用いてかきなおすと、

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{8} K} \ln \left( \frac{D^* u_m u_*}{\nu_B u_m} \frac{1}{2} \right) + \frac{A_2}{\sqrt{8}} \quad \dots\dots\dots (2.14)$$

となる。そこでさきに定義した (1.8) より得られる

$$u_m \sqrt{F(a)} / u_* = \sqrt{8/f_B} \quad \dots\dots\dots (2.15)$$

と、(1.9) の  $R_{eB}$  を用いて (2.14) をかきなおすと、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f_B}} &= B_B \log_{10}(R_{eB} \cdot \sqrt{f_B}) + A_3 \\ B_B &= 2.303 \frac{\sqrt{F(a)} \cdot \sqrt{1-a}}{\sqrt{8} K} \\ A_3 &= \frac{A_2 \sqrt{F(a)}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{F(a)} \sqrt{1-a}}{\sqrt{8} K} \ln(4\sqrt{2} \sqrt{F(a)} \cdot 4aa) \dots\dots\dots (2.16) \end{aligned}$$

となる。さきの実験の結果得られた  $A, B$  の値は、(2.16) の  $A_3, B_B$  を示すものであるから、

$$\left. \begin{aligned} 2.303 \cdot \frac{\sqrt{F(a)} \sqrt{1-a}}{\sqrt{8} K} &= 2.03 \\ \frac{A_2 \sqrt{F(a)}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{F(a)} \sqrt{1-a}}{\sqrt{8} K} \ln(4K \sqrt{F(a)} \cdot 4aa) &= -0.8 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.17)$$

の値をもつことになる。(2.17) より  $K$  の値は  $a$  の値が与えられるときまることになり、このようにして定められた  $K$  の値を  $A_3$  に代入することによって、 $A_2, A_1$  および  $u_* \delta_L / \nu_B$  の値も  $a$  の関数としてきま

る。(2.17)に  $a$  の値を与えて、 $K$ ,  $A_2$ ,  $A_1$  および  $u_*\delta_L/\nu_B$  を求めた結果は Fig. 3 に示す通りであって、 $a$  の増加にしたがって、 $K$ ,  $A_1$  および  $A_2$  は減少し、 $u_*\delta_L/\nu_B$  は増加を示す。もちろん  $a=0$  のときには、ニュートン流対に相当し、従来いわれている  $K=0.4$ ,  $A_2=1.75$ ,  $A_1=5.5$ ,  $u_*\delta_L/\nu_B=6.83$  となる。ただしこの計算に用いた  $A_3$  の値  $-0.8$  は、Nikuradse の実験結果によるものであり、Prandtl の理論結果では  $-0.91$  であることから、 $A_3=-0.91$  を用いて計算した。以上の考えは、抵抗法則中の係数が一定値を保つ間は十分成立すると考えられる。

$K$  の値は、従来浮遊濃度の増加するにしたがって減少することが知られており、 $a$  の増加によって  $K$  の減少は傾向としては一致する。ただし、Fig. 3 の与えられた  $K$  と  $a$  の関係が、従来研究されている浮遊濃度  $K$  との関係とどのような関連にあるかはまだ調べていない。もとより  $K$  の値はこのように  $a$  の値を与えて定まるものではなく、乱れの現象より論ずるものであるが、少なくとも今後実験値の整理に大きな役割を果たすであろう。

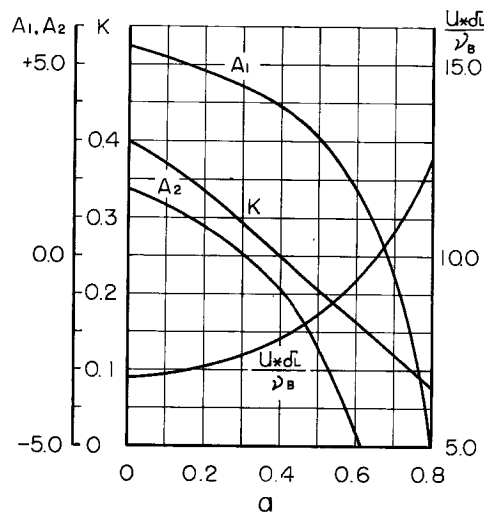


Fig. 3. Variation  $K$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  and  $u_*\delta_L/\nu_B$  with  $a$  for Bingham flow, in pipe.

### 3. 開水路におけるビンガム流体の流速分布および抵抗法則

開水路における層流に対して、等流の場合には、流れの深さを  $h$ , 勾配を  $I$  とすると、次式が成り立つ。

$$(1-z/h) = \tau/\tau_0 \dots \dots \dots (3.1)$$

$$\tau_0 = \rho gh I \dots \dots \dots (3.2)$$

この関係から、 $a' = z_y/h$ ,  $z_y$  を  $\tau_y$  の生じる底面よりの距離、 $\zeta = y/h$  とすると、

$$u = \frac{h\tau_y}{\mu_B} \left\{ \frac{\zeta \left( a' - \frac{\zeta}{2} \right)}{1-a'} \right\} \dots \dots \dots (3.3)$$

$$u_m = \frac{h\tau_y}{\mu_B} \beta, \quad \beta = \frac{a'^2}{2(1-a')} \dots \dots \dots (3.4)$$

この結果、勾配  $I$  として

$$I = \frac{\tau_0}{\rho gh} = \frac{3u_m \left\{ \frac{\mu_B}{3\beta(1-a')} \right\}}{\rho gh^2} \dots \dots \dots (3.5)$$

が得られる。円管のときと同じように  $f_B'$ ,  $R_{eB}'$  を求めると,

$$\begin{aligned} I &= f' \frac{1}{h} \frac{u^2}{2g} \\ U^2 &= \frac{1}{z_y} \int_0^{z_y} u^2 dz = u_m^2 F(a') \\ F(a') &= \frac{24}{5} \left( \frac{1}{a' - 6a' + a'^2} \right) \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

より

$$f_B' = \frac{2ghI}{u_m^2 F_2(a')}, \quad F_2(a') = \frac{F(a')}{1.2} \dots\dots\dots (3.7)$$

ここに1.2は、ニュートン流体の場合に  $F'(a)$  を求めると、ニュートン流体の流速分布は、

$$u = \frac{\tau_0}{\mu_B} \left( z - \frac{z^2}{2h} \right) \dots\dots\dots (3.8)$$

より

$$u^2 = \frac{1}{7.5} \left( \frac{\tau_0}{\mu_B} h \right)^2 \dots\dots\dots (3.9)$$

にたいして、

$$u_m^2 = \frac{1}{9} \left( \frac{\tau_0}{\mu} h \right)^2 \dots\dots\dots (3.10)$$

であることから、 $F(a')=1.2$  が得られたので、 $a'=0$  のときニュートン流体に対応するよう  $F(a')$  を1.2で除したものである。

そこで、開水路に対しては、 $f_B' = 6/R_{eB}$  の関係をみたすように  $R_{eB}$  をきめると、

$$R_{eB}' = \frac{\rho u_m F_2(a') h}{\frac{\mu_B}{3\beta(1-a')}} \dots\dots\dots (3.11)$$

をうる。さきに円管の抵抗法則は、ニュートン流体の抵抗法則を係数をそのままに、ただ  $f$  と  $R_e$  をおきかえたらよかったことから、開水路の場合にもこの関係は十分成り立つであろう。ニュートン流体に対する開水路の滑面の抵抗法則は

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 4.07 \log(R_e \cdot \sqrt{f'}) + 1.509 \dots\dots\dots (3.12)$$

であるから、ビンガム流体に対しては、(3.12) の  $f'$  および  $R_e$  を (3.7) および (3.11) の  $f_B'$ ,  $R_{eB}'$  で置きかえた

$$\frac{1}{\sqrt{f_B'}} = 4.07 \log(R_{eB}' \sqrt{f_B'}) + 1.509 \dots\dots\dots (3.13)$$

が成り立つものと考えられる。

そこで円管と同じように  $a'$  と  $K$  の関係をしらべる。(2.8)を開水路に対して、全断面について積分すると、

$$\int_0^{z_y} (u_{\max} - u) dz + u_{\max}(h - z_y) = \frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} \int_0^{z_y} \ln \frac{z_y}{z} dz + u_{\max}(h - z_y) \dots\dots (3.15)$$

(3.15) の左辺は

$$\int_0^{z_y} (u_{\max} - u) dz + u_{\max}(h - z_y) = u_{\max}(2h - z_y) - u_m h \dots\dots\dots (a)$$

(3.15) の右辺は

$$\frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} \left\{ \ln z_y \int_0^{z_y} dz - \int_0^{z_y} \ln z dz \right\} + u_{\max} (h - z_y) = \frac{u_* \sqrt{1-a}}{K} z_y + u_{\max} (h - z_y) \quad \dots\dots\dots (b)$$

(a)=(b) より

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{u_{\max}}{u_*} - \frac{\sqrt{1-a}}{K} a' \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

(2.7) の  $u_{\max}/u_*$  を代入して, 平均流速は,

$$\begin{aligned} \frac{u_m}{u_*} &= A'_2 + \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln \frac{hu_*}{\nu_B} \\ A'_2 &= A'_1 + \frac{\sqrt{1-a}}{K} \ln a' - \frac{\sqrt{1-a}}{K} a' \quad \dots\dots\dots (3.17) \end{aligned}$$

$u_m/u_* = \sqrt{2/f'}$  の関係を用いて, (3.17) をかきなおすと,

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = \frac{A'_2}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{2} K} \ln \frac{hu_*}{\nu_B} \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

さらに, (3.7), (3.12) の  $f'_B$ ,  $R_{eB}$  を用いて, (3.13) と同じ型式にすると

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{f'_B}} &= A'_3 + B' \log_{10} (R_{eB} \sqrt{f'_B}) \\ B' &= 2.303 \frac{\sqrt{1-a} \sqrt{F(a)}}{\sqrt{2} K} \\ A'_3 &= \frac{A_2 \sqrt{F(a')}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1-a} \sqrt{F(a')}}{\sqrt{2} K} \ln \{ 3\sqrt{2} \beta (1-a') \sqrt{F(a')} \} \quad \dots\dots\dots (3.19) \end{aligned}$$

が得られる。円管の場合と同様に

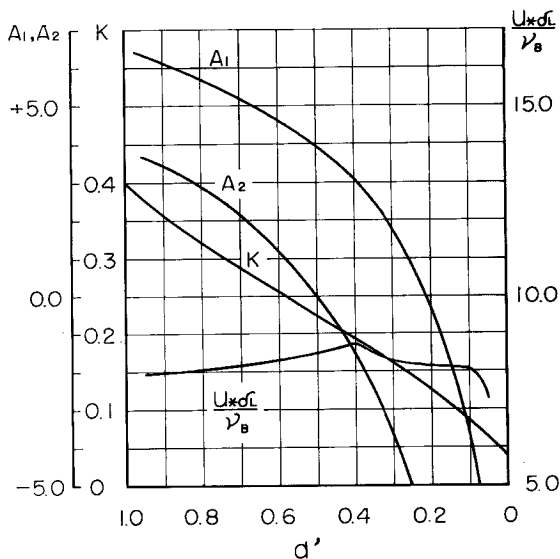


Fig. 4. Variation of  $K$ ,  $A_1$  and  $A_2$  with  $a'$  for Bingham flow in open channel.



$$2.303 \frac{\sqrt{1-a}\sqrt{F(a)}}{\sqrt{2}K} = 4.07 \dots\dots\dots(3.20)$$

$$\frac{A_2'\sqrt{F(a')}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1-a}\sqrt{F(a')}}{\sqrt{2}K} \ln\{3\sqrt{2\beta(1-a')}\sqrt{F(a')}\} = 1.509 \dots\dots\dots(3.21)$$

として、 $a'$  を与えて、 $K$ ,  $A_2'$ ,  $A_1'$ ,  $\frac{u_*\delta_L}{\nu}$  を求めた結果を **Fig. 4** に示す。

#### 4. 土石流の相似律

土石流の特性の究明においては、実物の土石流の測定は困難であるから、実験にたよる必要がある。その場合どの程度の性質の流体を取り扱えば実物に近いかを考える必要がある。

(2.1) を変形すると、

$$\tau_y - \mu_B \frac{du}{dz} + (-\rho \bar{u}'v') = \rho g(h-z)I \dots\dots\dots(4.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u_* u^+, \quad z = h\zeta \\ x &= h\xi, \quad u' = u_m u'', \quad v' = u_m v'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.2)$$

とおくと (4.1) は

$$\frac{\tau_y}{\rho u_m^2} - \frac{\mu_B}{\rho u_m h} \frac{du^+}{d\zeta} + (-u''v'') = \frac{gh}{u_m^2} (1-\zeta)I \dots\dots\dots(4.3)$$

となる。幾何学的に大きさのちがう二つの流れが相似であるためには、二つの流れにおいて、 $\tau_y/\rho u_m^2$ ,  $\mu_B/\rho u_m h$ ,  $gh/u_m^2$  の値が同じでないとはいえない。第 1 項は降伏値と慣性力の比、第 2 項は Reynolds 数、第 3 項は Frouds 数である。しかしこれらの諸量を同時にみたすことは、ニュートン流体のときにも示されたように、これは困難であろう。そこで、対象とする現象に主因となる力によって相似を考えなくてはならぬ。そこで流れのエネルギー損失が相似になればよいと考えて、いま乱流の場合においても乱流平均流速  $u_m$  をもった層流であると考え、(4.3) 式を層流の場合について、流動することによってエネルギーの消費を行っている流動層について積分すると、

$$\frac{\tau_y}{\rho u_m^2} \int_0^{a'} d\zeta - \frac{\mu_B}{\rho u_m h} \int_0^{a'} \frac{du^+}{d\zeta} d\zeta = \frac{ghI}{u_m^2} \int_0^{a'} (1-\zeta) d\zeta \dots\dots\dots(4.4)$$

ここに、 $u^+$  としては (3.3) より

$$u^+ = \frac{h\tau_y}{\mu_B u_m} \left\{ \frac{\zeta \left( a' - \frac{\zeta}{2} \right)}{1-a'} \right\} = \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\zeta \left( a' - \frac{\zeta}{2} \right)}{1-a'} \right\} \dots\dots\dots(4.5)$$

および層流のときは (3.4) より  $\tau_y/\rho u_m^2 = \mu_B/\rho u_m h\beta$  の関係があるから (4.4) は

$$\frac{\mu_B}{\rho u_m h\beta(1-a')} = \frac{ghI}{u_m^2} \dots\dots\dots(4.6)$$

となり、かきかえると

$$I = \frac{3u_m}{\rho gh^2} \frac{\mu_B}{3\beta(1-a')} \dots\dots\dots(4.7)$$

となって、これは (3.5) と同じものである。さきに (3.5) をもとにして、Reynolds 数 (3.11) を求めたが、以上の考えにしたがうと、この Reynolds 数がエネルギー損失の相似を示す物理量だと考えてよい。そこで二三の土石流の発生例についてこの  $R_{eB}$  の値を求めると表 1 のようになる。こんど実験を行うにあたっての指標となるであろう。表中の \* 印は、報告書その他から推定したものである。

Table 1. The Reynolds number of the mud flow in proto-type.

| Place                     | Velocity<br>$u_m$ | Slope<br>$I$ | Depth<br>$h$ | Specific<br>wight       | Yield<br>stress<br>$\tau_y$ | Viscosity<br>$\mu_B$                           | Reynolds<br>No. $R_{eB}$ |
|---------------------------|-------------------|--------------|--------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------|--------------------------|
| Otari <sup>5),6)</sup>    | m/sec<br>0.5      | 0.03         | m<br>0.5     | t/m <sup>3</sup><br>1.5 | g/cm <sup>2</sup><br>2      | g·sec/cm <sup>2</sup><br>$0.24 \times 10^{-2}$ | $6.6 \times 10^2$        |
| Kamitakara <sup>7)</sup>  | 4.0               | 0.3          | 0.5          | 1.5                     | 2*                          | " *                                            | $5.6 \times 10^4$        |
| Matsunoyama <sup>8)</sup> | 13.0              | 0.3*         | 1.0          | 1.8*                    | 2*                          | 1.00*                                          | $1.8 \times 10^4$        |

## む す び

以上のべたように、この論文においては、(1.10)式で表される抵抗法則中の係数が、定数をとるということを利用して、Reynolds 応力として混合長理論がなりたつものとして、流速分布、抵抗法則をみちびき、その結果、 $\tau_y/\tau_0=a$ の値によって  $K$ ,  $u_*\delta/\nu_B$  の値が変化することを見出した。実験によるこの理論結果の解明は十分ではないが、二三の実験より、この理論結果はほぼ妥当とみなせたので、ここに報告する次第である。実験結果については改めて報告する。御指導を賜った矢野勝正教授にあつく感謝いたします。

## 参 考 文 献

- 1) Yano, K. and Daido, A.; Fundamental Study on Mud-Flow, Bulletin of the Disaster Prevention Research, Vol. 14, Part. 2,
- 2) 富田幸雄; 非ニュートン流体の管内流れについて, 日本機械学会論文集, 24巻, 141号, 昭33, 5, p. 288.
- 3) Dodge, D.W. and Metzner, A.B.; Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems, Journal of A.I. Ch.E., Vol. 5, No. 2, p. 189.
- 4) Rotta, J.; Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Stömungen, Ingenieur Archiv, 18 Band, 1950, s. 277~780.
- 5) 長野県砂防課; 清水山地すべりについて, 昭36, 11.
- 6) 栃木省二; 土石流の分類について, 第1回災害科学総合講演会講演要旨, 昭39, 9, p. 167.
- 7) 建設省神通川水系砂防工事々務所; 神通川水系砂防調査報告(第二回)調査編, 昭38, 2.
- 8) 高野秀夫; 猪野山土石流について, 新砂防, 15, 1 (1962), p. 18.