

洪水流出過程の変換系について

石原藤次郎・高棹 琢馬

A STUDY ON THE TRANSFORMATION SYSTEM DURING FLOOD RUNOFF

by Dr. Eng. Tojiro ISHIHARA and Takuma TAKASAO

Synopsis

The runoff phenomena are essentially the stochastic process. In order to understand them, it is necessary to find out a macroscopic law on hydrologic transformation from rainfall to discharge and to study the statistical characteristics contained in the law. This paper describes, as the first step of the study, the quasi-deterministic analysis of the transformation system and the macroscopic law in the system.

Physically speaking, the transformation system in the runoff phenomena contains several different sequences such as the averaging of rainfall over time and space, the infiltration of rain-water to the deep soil stratum, the rain-water flow near basin surface, and so on. In order to construct a universally valid theory of runoff, we assume the space invariant of rainfall. Furthermore, we focus our attention on the behaviour of rain-water flow near the basin surface, because it is of most importance in flood runoff. In these respects, the various hydraulic mechanisms of rain-water flow and their relationships are described. As a result, the fundamental runoff patterns as unification of the interior mechanism are derived and these characteristics are discussed from a universal point of view.

1. はしがき

降雨から流量への移行を変換事象とする理念の最初の現われは Sherman の単位図法であったといえよう。単位図法が線型時間不変の仮説にたっていることは今日周知であるが、最近その仮説を根拠として Nash¹⁾あるいは Dooge²⁾らが出水理論の数学的な定式化を試みている。

しかし、本研究で述べるように現実の出水過程は線型でもなければ時間不変でもなく、むしろこうした性質を出水過程の本質として理解しなければならない。Nash らの理論は、その根拠の仮説が誤りであるばかりでなく、単位図法のもっとも重大な利点、すなわち出水に関与する複雑な諸因子を統合して実際の観測資料から演算子である単位図を求めようとする発想を過少視した点で方法論的に納得できない面がある。

線型仮説の欠陥が単なる誤差以上のものであることはわが国で始めて実証的に指摘されたといつてよいが、³⁾ その欠陥は、最近各国とくにアメリカでの小流域における出水の多くの観測研究によって一層明らかにされつつあり、また地表面流の抵抗則に関する実験結果をも合わせ考えれば、出水過程の本質を非線型としなければならないことは今日うたがいない事実になっている。

こうした事情から、わが国では非線型効果を考慮した修正単位図法が研究されるようになり、一方、貯留関数法やタンクモデルによる解析法が提案されてきた。しかし、貯留関数法は貯留量と流量とに 1 対 1 対応を基礎仮定としていて出水過程が雨水の流動であるという基本的な面が見逃されているし、タンクモデルの

考え方、とくに各流域によってさまざまにタンクを組み合わせるという解析手法は不自然であるといわざるを得ない。

このように、出水に関する解析法あるいはその基礎概念が今日までのあいまいであった基本的理由は出水過程の内部機構を十分考慮していない点にあった。本研究は、出水過程の本質が雨水の流動であるとする観点にたち、現在までに明らかにされている実験、観測結果を基礎としてできるだけ重要な因子を組み入れ、降雨から流量への変換系を統一的に表現し、さらに系の構造を明らかにしようとしたものである。多くの不備、欠陥があることは著者らもよく知るところであるが、しかしそうした難点は本研究結果が将来拡張され修正される場合本質的な障害とはならず、むしろさらに一般化された出水理論確立への効果的な道の発見の刺激にならう。

2. 山腹斜面における雨水の挙動

河川流域における山腹斜面は、その表面の性質に応じてつぎの二つの型に大別できる。一つは植成がよく発達し、透水性の高い表層(A層)をもつ斜面であり、他の一つは禿山におけるようにA層をもたない斜面である。こうした二つの型の斜面における雨水の挙動については、とくに中間流の機構を介在として本質的に異なることをすでに明らかにしてきている。^{3) 4)} 本章では後章で述べる雨水流出の変換系についての考察の基礎として、山腹斜面の雨水の挙動について簡単に説明しておこう。

(1) 中間流 (A層内の雨水流)

Fig. 1 はA層と雨水がA層内に浸透しA層底に沿って下流方向に流下する雨水流の模様と、A層底部への浸透の模様を模式的に示したものである。図で、 H はA層内飽和水深、 D はA層厚、 x は斜面上流端からの距離、 L は斜面長、 θ は斜面勾配、 r は降雨強度、 i はA層底部への浸透能である。

A層の浸透能は一般に数100 mm/hr以上であるから、A層表面に落下した雨水は後述の表面流発生まではすべてA層内に浸透するものと考えてよい。したがって、中間流に実質的に保給される降雨は、 $r_e = r - i$ によって定義される過剰降雨強度に等しい。

中間流の一次元基礎方程式は、流れがDarcy則に従うとすると連続方程式と合わせて

$$kH \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) \frac{\partial H}{\partial x} - \gamma \frac{\partial H}{\partial t} = -r_e \quad (1)$$

と表わせる。

ここに、 k は透水係数、 γ は非毛管空隙率(有効空隙率)である。(1)式の性質については前論文で詳しく検討したが、²⁾結果を述べればつぎのようである。

すなわち、条件

$$\left(1 + \sqrt{\frac{\pi}{2kr_{em}}} k \sin \theta \right) \gg 1$$

が満たされるとき (r_{em} : 十分大きな時間内の平均過剰降雨強度)、 H は十分の精度をもって、特性曲線

$$x - x' = f \cdot (t - t') \quad (3)$$

の上で

$$\gamma H = Re(t) - Re(t') + \gamma H(x', t') \quad (4)$$

で表わされる。ここに、 x', t' は $x \sim t$ 面で特性曲線の出発する場所的、時間的位置、 $H(x', t')$ は点 $(x',$

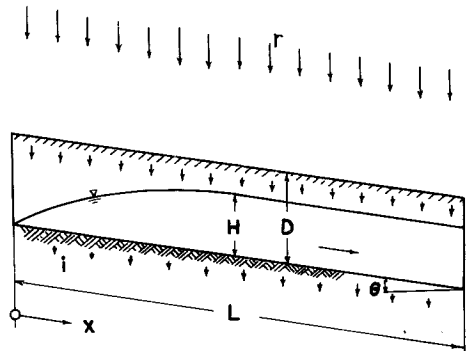


Fig. 1. Schematic representation of the lateral water flow in surface stratum.

t' における水深(普通は0と考えるよい), $f = (k/\gamma)\sin\theta$, $Re(t) = \int_0^t r_e(s)ds$ である。A層の非毛管空隙率 γ はわれわれおよびその他による人工降雨発生装置付の斜面を用いた実験によると、降雨強度および時間には影響されず、A層の土壌構造だけによって定まる値である。⁵⁾

なお、第二の型であるA層をもたない斜面においては中間流はほとんど発生しない。

(2) 有効降雨と出水現象の生起場

われわれは、有効降雨として地表面流に実質的に供給される雨水と定義する。こうした定義は水理学的に明確であるとともに、従来の有効降雨強度に関するあいまいな扱い、あるいは有効降雨強度と過剰降雨強度との混同等をさけることができる。また、出水現象の生起場としては、地表面流の発生域と定義する。このように定義すると以下に述べるように、機構の相違によって中間流出と表面流出の二つの生起場が考えられ、その間に遷移的な領域が存在する。⁶⁾ 上述した有効降雨と生起場とは出水過程におけるもっとも基本的な因子である。

A層をもたない山腹斜面では、有効降雨強度 r_f と過剰降雨強度 r_e とは等しく、かつ出水現象の生起場Fは流域面積に等しくその性状は表面流出の生起場のそれに等しい。これは中間流の不在から直ちに導かれることである。

A層をもつ山腹斜面では、出水現象は複雑であって、A層内の水面がA層表面に達しないか、達するかによって二つの相が現われる。その限界は、(3)および(4)式から

$$Re(t) - Re(t-L/f) = \gamma D \tag{5}$$

で与えられる。ここで、 $H(x', t')$ は0としているが、この仮定は一般性を失わない。この簡単な関係はつぎの章で述べるように極めて重要であって、 Δ 系変化の転移条件、と名づけておこう。

(5)式の左辺の項が出水期間中常に γD より小さければ、地表面流は山腹斜面に分布する一時的な水みちにし生じない。また、 r_f はA層内飽和部から地表面流に供給される雨水の浸出強度である。したがって、

r_f は一時的な水みちの分布に応じて線状に分布するが出水解析の便宜上、流域面積全体にわたって場所平均をとると、単位面積当りの r_f は

$$r_f = (A_e r_n + A_0 r_e) / A \tag{6}$$

で表わされる。ここに、 $A_e = 2NL_dH$ で、 N は一時間水みちの総数、 L_d は一時的な水みちの平均長、 r_n はA層飽和部から一時的な水みちへの雨水の浸出強度、 A_0 は一時的な水みちの総面積である。(6)式で定義した r_f については、生起場を流域面積に置き換えて平均化したということとともに、その強度はA層内水深 H に応じて場所的にも変化することに留意しなければならない。以上の出水過程を中間流出と称することにする。

つぎに、降雨強度あるいは降雨量が大きくなって、 $H \leq D$ が満足されなくなると、A層表面に表面流が発生する。その模様はFig. 2のようである。表面流出の生起場は、過剰降雨の変動に応じて時間的に変化する。斜面上流端と表面流生起場の発生点との間の距離 ξ_0 は、式(3)および(4)から

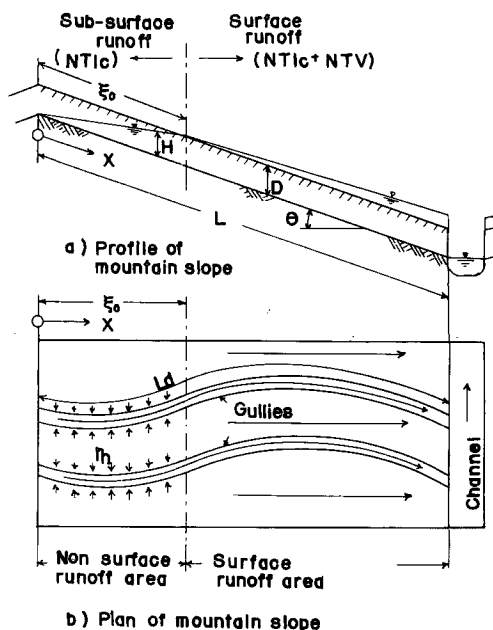


Fig. 2. Schematic representation showing the occurrence of surface runoff

$$Re(t) - Re(t - \xi_0/f) = \gamma D, \xi_0 < L \quad (7)$$

で与えられる。表面流生起場のA層は飽和されており、この領域では $r = r_e$ である。したがって、連続の関係考慮に入ると、表面流出の生起場は

$$F = (1 - L_r)A, \quad L_r = \xi_0/L \quad (8)$$

で表わされることになる。

以上のように、A層をもつ山腹斜面では、降雨条件に応じて、中間流出と表面流出の二つの生起場が現われる。とくに、後者が現われるときは中間流出の生起場をとまうから、両者が流出関係に同程度の影響を与える場合もあり、そのときは出水過程は遷移領域に入る。

(3) 地表面流

裸地表面、一時的水みちあるいはA層表面を流れる雨水流は地表面流であって、その機構は、特性曲線法理論からつぎのように表わされる。⁷⁾ すなわち、特性曲線、

$$x - \xi = \frac{1}{pK} \int_{\tau}^t ds \left(\int_{\tau}^s r_f dz / K + q(\xi, \tau) \right)^p \quad (9)$$

の上で、単位巾当りの地表面量 q は

$$\left. \begin{aligned} q &= \left(\int_{\tau}^t r_f dt / K + q(\xi, \tau) \right)^{\frac{1}{p}}, \\ \text{あるいは} \\ q &= \int_{\xi}^x r_f dx + q(\xi, \tau) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

で与えられる。ここに、 (ξ, τ) は $x \sim t$ 面で特性曲線の出発する場所的、時間的位置、 $q(\xi, \tau)$ は、点 (ξ, τ) における流量である。また、 K は流れが Manning の抵抗則に従うとすると

$$K = \left(n \cdot (\sin \theta)^{-\frac{1}{2}} K_1^{2/3} \right)^p \quad (11)$$

である。ここに、 n は Manning の粗度係数、 $p = 3/(2z + 3)$ 、 K_1 および z は径深 R と流水断面積 A_0 との関係 $R = K_1 A_0^z$ で与えられる係数および指数である。山腹地表面流のように、一次元的に考えてよい場合には簡単になって、

$$K = (n (\sin \theta)^{-1/2})^p, \quad p = 0.6 \quad (12)$$

粗面における降雨保給をうけた地表面流が Manning の抵抗則にほぼ従うことは、われわれその他による実験によって明らかにされている。ただ、 n が地表面の特性によって著しく変わることには留意する必要がある。たとえば、裸地斜面と同様な性状をもった砂面上の流れの n として $0.01 \sim 0.03 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{sec})$ 、A層表面とはほぼ同様な性状をもったガラス・ウール表面上の流れの n として $0.3 \sim 0.4 (\text{m}^{-1/3} \cdot \text{sec})$ の値が得られている。⁸⁾

3. 洪水流出過程における変換系とその特性

前章で概説した山腹斜面における雨水の機構を基礎として、出水過程を降雨から流量への変換系としてみる立場から説明しよう。なお、本章で得られる結果は、ある制約のもとでは直ちに実用的な出水解析の手段として用いることができる。

(1) 出水過程と変換系

出水現象は *stochastic* であり、降雨から流量への変換は確率変換の集団を構成する。したがって、この変換集団は非決定論的であるが、同時に時間、空間についての集団平均としてのある規則性あるいは巨視的な意味での法則をもっている。

さて、ある対象地点の直接流出の流量の時間変化 dQ_e/dt は、一般につきのような非線型非決定論的汎関数の形で表わされよう。

$$\frac{dQ_e}{dt} = g \left[\left\{ r_f(t) - \frac{d\tau}{dt} r_f(\tau) \right\} / K, \int_0^t P(Q_e, E, t; t') E(t') dt' \right] \quad (13)$$

汎関数 $g []$ の第1項は式(9)および(10)から導くことができるが、これは現時刻の流量の時間変化に及ぼすある有限時間 $(t-\tau)$ 内の有効降雨強度 r_f の影響を示している。有限時間間隔は、地表面流の非線型性と直接流出の生起場の変化特性によって時間とともに変動する。この時間間隔の時間変化特性は、後述するように出水過程の基本的な性状の解明に際して極めて重要である。その特性は、式(6)、(10)と生起場に関する考察からつぎのように表わされる。

$$d\tau/dt = 1 - \frac{d}{dt} \left\{ K(L - \xi_0(\tau))^p \left(\int_{\tau}^t r_f(t') dt' / (t-\tau)^{p-1} \right) \right\} \quad (14)$$

この関係、 $d\tau/dt$ を「おくれ変化関数」と各ずけておこう。

汎関数 $g []$ の第2項は、第1項によって定められる流量の時間変化と現実のそれとの偏差であって、ある確率分布を示すベクトルの効果を示す。その確率分布の特性は、現時刻までの出水過程に影響を受け、また統計値は相互に何らかの関係をもっている。このように考えて、第1項からの統計的偏差を表わす量を時間とともに変化する統計ベクトル量 E 、過去および現在の出水過程に影響を受ける確率分布 P で表現できるものとして、(13)式に第2項の形でつけ加えておいたのである。この第2項の性状については、将来統計学的見地から詳細に検討されるべきであり、出水過程が本質的には *stochastic* であることを考えればその重要性はいうまでもないことであろう。Fig. 3 は、上述した出水過程に関する基本的なわれわれの立場を模型的に示したものである。

さて、降雨から流量への変換系は *stochastic* であるけれども、系構造の明確化の第一段階は力学的に等価な系を見出すことであり、ついで系の機構と特性を明らかにすることである。それは(13)式の汎関数の第1項の解析によって可能である。第1項からの統計的偏差である第2項の定式化はこうした第一段階の逐行なしには無意味である。そうでなければ、統計母集団の性格があいまいとなり、たとえ数値的には(ある確率分布の想定のもとに)何らかの結果がでたとしても、その物理的な意味はないに等しい。

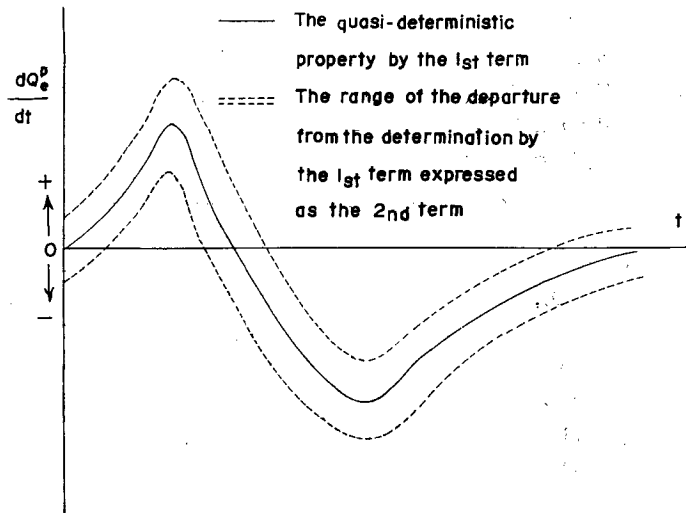


Fig. 3. Schematic illustration representing deterministic and statistical effects to the time change of discharge rate at a gauging station.

また、(13)式の第2項の効果は、それが物理的な不確かさを表わすという理由から、第1項の詳細な検討によってより小さくすることもできよう。その意味で以下の各節では、第2項を第1項に含ませ第1項の各量にある程度の変動を許すといういわば準決定論的な立場から出水過程をできるだけ普遍的な形で説明することにする。

(2) 等価変換系

数学的な表現を用いることにすると、ある状態または降雨 r_e のような量から他の状態または流量 Q_e のよ

うな量への交換系は、一般につきのような微差分方程式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^N a_i d^i Q_e / dt^i = g \left[\sum_{i=0}^{N-1} b_i d^i r_e / dt^i, \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^n c_i \frac{d^i r_e(t-t_j)}{dt^i}, t \right] \\ 0 \leq t_0 < t_1 \cdots \cdots < t_j < t_{j+1} \cdots \cdots < t_n \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに、 N と n は系のおくれの次数を示すものであり、 a_i , b_i および c_i は係数、 $t-t_j$ は時間区間である。交換系の主な性格は、係数 a_i , b_i および c_i と $t_{j+1}-t_j$ の性質に支配され、力学的な意味でつぎの四つの等価系に分類される。

(i) 線型時間不変系 (LTI)

$$a_i, b_i, c_i \quad \text{および} \quad t_{j+1}-t_j = \text{const.}$$

(ii) 線型時間変化系 (LTV)

$$a_i, b_i, c_i \quad \text{または} \quad t_{j+1}-t_j = f_n(t)$$

(iii) 非線型時間不変系 (NTI)

$$a_i, b_i, c_i \quad \text{または} \quad t_{j+1}-t_j = f_n(Q_e, d^m Q_e / dt^m)$$

(iv) 非線型時間変化系 (NTV)

$$a_i, b_i, c_i \quad \text{または} \quad t_{j+1}-t_j = f_n(Q_e, d^m Q_e / dt^m, t)$$

NTI および NTV における微係数の階数 m は 0 を含む常数である。

この分類は、出水過程における準決定論的扱いにおいても適当であり、物理的には系の構造が、(a) 時間とともに変化するか (LTV, NTV) しないか (LTI, NTI)。 (b) 降雨強度のような input に影響されるか (NTI, NTV) されないか (LTI, LTV) として理解できる。

上のよう分類された四つの等価交換系構造はそれぞれ本質的に異なるから、出水過程の力学的性状の把握は、流域特性と降雨条件によって定まる等価交換系の分類とその特性の解明から出発すべきである。

前章に述べたように、実山地流域における出水過程は流域表面の土壌構造と降雨条件によって異なる。すなわち、A 層のない流域では中間流が発生しないために出水現象の生起場は時間的に不変である。したがって、この場合の交換系は時間不変である。一方、A 層をもつ流域では中間流を媒介として出水現象の生起場は変動し、一流域でも降雨条件によって中間流出と表面流出の二つの系が現われてその転移条件は (5) 式で与えられ、かつその間に遷移領域が存在する。また、二つの系における有効降雨 r_f も性質を著しく異にする。

さらに、式(9)、(10)および(13)において地表面流の特性を表わす p はほぼ 0.6 であって 1 でないから上述の三つの系はすべて非線型である。なお、各系における粗度係数 n は前章(3)に述べたように土壌表面の性状によって大きく異なることに留意する必要がある。

以上を要約すると、出水過程は主として中間流と地表面流の二つの機構に支配され、その結果三つの等価な交換系が現われる。**Table 1** は、流出の等価交換系に関する以上の考察にもとずいて、A 層と交換系の関係をまとめたものである。

Table 1. Classification of equivalent transformation system in runoff process.

condition of surface stratum		transformation system
$D=0$	$\xi_0=0, \quad r_f=r_e$	NTI
$D>0$	$\xi_0=0, \quad r_f=\bar{r}_n = A_e r_n A^{-1}$	NTI _c
	$\xi_0=f_n(t, r), \quad r_f=r_e+\bar{r}_a$	NTV

Table 1 で、 r_n は A 層から一時的水みちへの浸出強度 r_n の面積平均、 $\bar{r}_a = (\bar{r}_n)_{\max}$ である。なお、NTI_c 系は中間流出の領域を示すものであって、添字“c”には r_f が場所的に変動することを意味させてい

る。

(3) 流出のパターン

Table 1 に示したように、三つの等価変換系の存在によって、出水過程には Table 2 に示す。

Table 2. Fundamental runoff patterns derived from transformation system.

transformation system		runoff pattern
NTI	$\xi_0(\tau) = 0, \quad F = A, \quad Q_e = Q_s$	NTI
N TI_e	$\xi_0(\tau) = 0, \quad F = A, \quad Q_e = Q_i$	N TI_e
N $TI_e \rightarrow (NTI_e + NTV)$ $\rightarrow NTV \dots \dots \rightarrow NTV$	$\left\{ \begin{array}{l} \xi_0(\tau) = 0, \quad F = A, \quad Q_e = Q_i \text{ (for } NTV) \\ \xi_0(\tau) = f_0(t, r), \quad F = (1 - L_r(\tau))A, \quad Q_e = Q_s \text{ (for } NTV) \end{array} \right.$	N $TI_e \sim NTV$

ような三つの基本的流出パターンが考えられる。Table 2 で Q の添字 “e”, “i”, および “s”. はそれぞれ直接流出, 中間流出および表面流出を意味する。NTV 系が現われるときには常に N TI_e 系をとともなうから、Table 2 にはそれを (N $TI_e + NTV$) の形で表現しておいた。なお、N TI_e と NTV の二つの系の構造は中間流を介在として相互に関連するが、その関連の仕方はほぼ線型と考えてよいから、二つの系の相互関係を留意するがぎり () 内の + の付号は数値的な意味をもつものと考えて差し支えない。

Fig. 4 は等価変換系と流出のパターンの関係を示したものである。出水過程はどのような降雨条件、流域条件でも常に図の実線で囲まれた領域にある。点線で囲まれた領域 (LTI) は、たとえば単位図法のように系が線型時間不変であるとする仮説にたつた出水解析法の成立範囲を示すが、前述したところからそのような系は現実には存在しない。

A 層をもたない流域 ($D=0$) のパターンは NTI であり、その力学的性状は比較的簡単である。しかし、通常の山地では $D>0$ であることは Dreibelbis の山腹表面付近の土壌の土湿変化の測定や、われわれの出水解析を通じて明らかである。⁶⁾

このような流域での出水過程は複雑であり、その解明に際して等価系の導入とパターン認識は大きな役割を果たす。もし、系の転移条件 (5) 式が満足されないときは、系もパターンも共に N TI_e である。しかし、転移条件が満足されるときは、パターンは N $TI_e \sim NTV$ となって、系は N $TI_e \rightarrow (NTI_e + NTV) \dots \rightarrow NTV$ と転移し、矢印は系転移を意味する (Fig. 4)。したがって、図の破線は、いわば “系転移の窓” といえよう。

“窓” の数、時間的位置、大きさ等は出水形態に大きく影響し、とくに大洪水の場合には重要である。また、“窓” の以上の因子は対象出水期間中の降雨条件だけでなく初期損失にもかなり強く影響されるから、対象出水が年間の季節的位置、もっと厳密にいえばどのような気象条件と植生条件のもとで生ずるのか、ある

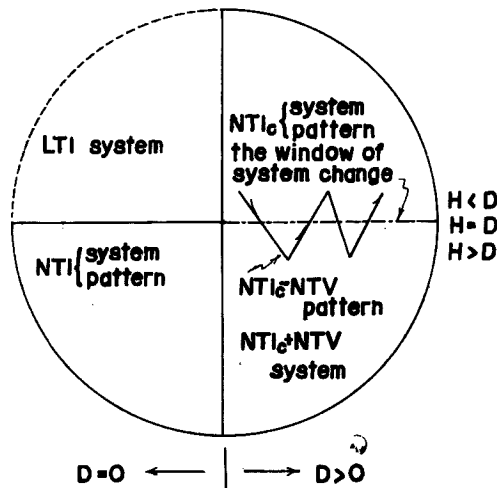


Fig. 4. Diagram representing the relation of equivalent transformation systems and runoff patterns.

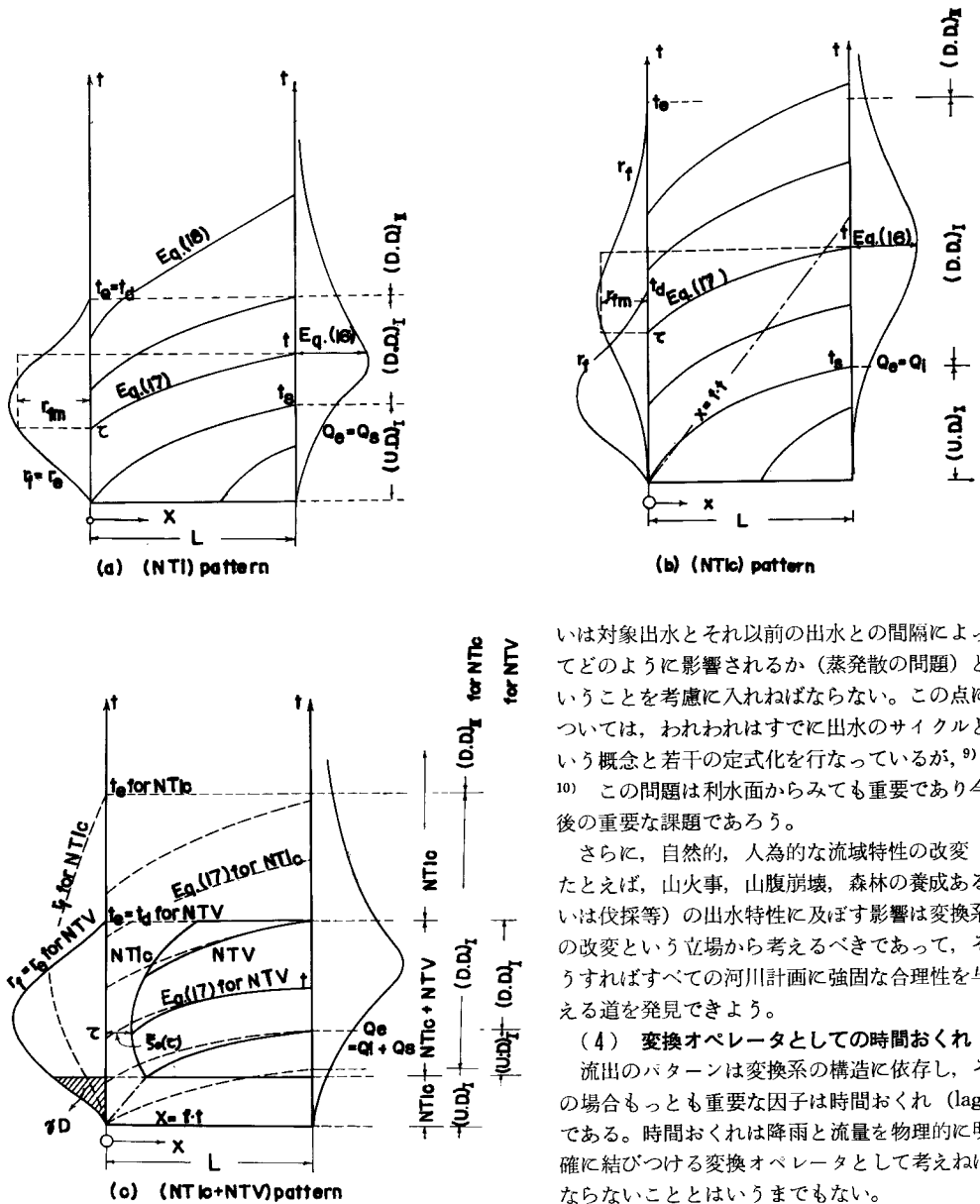


Fig. 5. Schematic representation showing the characteristics of transformation system in each pattern.

らある。すなわち、ある点の直接流出流量 Q_e は、 $T_e = t - \tau$ において、式 (9) および (10) または (13) から

いは対象出水とそれ以前の出水との間隔によってどのように影響されるか(蒸発散の問題)ということ考慮に入れねばならない。この点については、われわれはすでに出水のサイクルという概念と若干の定式化を行なっているが、⁹⁾
¹⁰⁾ この問題は利水面からみても重要であり今後の重要な課題であろう。

さらに、自然的、人為的な流域特性の改変(たとえば、山火事、山腹崩壊、森林の養成あるいは伐採等)の出水特性に及ぼす影響は変換系の改変という立場から考えるべきであって、そうすればすべての河川計画に強固な合理性を与える道を発見できよう。

(4) 変換オペレータとしての時間おくれ
流出のパターンは変換系の構造に依存し、その場合もっとも重要な因子は時間おくれ (lag) である。時間おくれは降雨と流量を物理的に明確に結びつける変換オペレータとして考えねばならないことはいうまでもない。

このように考えると、それぞれの系の雨水擾乱の伝播時間 ($t - \tau$) を変換オペレータとしての時間おくれとすることができる。なぜなら、 $r \sim l$ 特性面上における任意時刻、任意位置の流量が ($t - \tau$) によって r_f から算定できるから

$$Q_e = (F/T_0) \int_{T_0} r_f dt \quad (16)$$

と表現できる。したがって、 T_0 の変換オペレータとしての意義は明白である。

つぎに、時間おくれの性格についてくわしく説明しよう。流量（水位）観測点の経過時間は、斜面上流端からの雨水擾乱が観測点に到達するかしらないかでまず二つの時間区間に分けられる。前者を擾乱域 (D. D)，後者を非擾乱域 (U. D) と定義しよう。(U. D) と (D. D) は、 r_f が雨水擾乱中常に保給されるかされないかによって、それぞれさらに二つの時間区間に分割される。前者には添字 “I”，後者には添字 “II” をつけることにする。

(U. D) と (D. D) の境界時刻を t_0 とおき、 r_f の終了時刻を t_e とすると、 t とそれに対応する τ との関係はつぎのようになる。⁷⁾

$$t \leq t_0, \text{ (U. D)}_I \text{ または (U. D)}_{II}; \quad \tau = 0 \quad (17)$$

$$t_0 < t \leq t_e, \text{ (D. D)}_I; \quad t - \tau = K \{L - \xi_0(\tau)\}^p / r_{fm}^p \quad (18)$$

$$t_e < t, \text{ (D. D)}_{II}; \quad (t_e - \tau)^{1/p} \{(t - t_e) + p(t_e - \tau)\} = PK^{1/p} \{L - \xi_0(\tau)\} / r_{fm}^{1/p-1} \quad (19)$$

ここに、 $r_{tm} = \int_{\tau}^t r_f dt / (t - \tau)$ 、 $r_{fm} = \int_{\tau}^t r_f dt / (t_e - \tau)$ である。また、上の各式における時間原点は、各変換系の発生時刻にとらねばならない。**Fig. 5** は各パターンの変換過程を示したものである。

(5) 流域特性の代表値について

流域特性の代表値、とくに L と K の性質についてふれておこう。 L と K はそれぞれ流域の長さのスケール、および粗度と勾配を表わす指標であるが、少なくとも山腹斜面と河道において区別すべきであろう。 L と K は物理的内容を異にするから、その区別はそれぞれ独立に考えてよい。そこで山腹斜面と河道の値にそれぞれ添字 “b”，と “c” をつけることにする。 L_b, K_b および L_c, K_c は山腹斜面および河道の時間おくれを決定するだけでなく、(16)式に示したように観測点の流量をも決定する。したがって、流出過程に及ぼす山腹斜面と河道の効果はそれぞれの時間おくれの比較によって評価できよう。

簡単のために NTI 系の (D. D)_I の場合について検討する。その場合、**Fig. 6** に示したように、二つのおくれ t_b と t_c は降雨の同一部分に対応させなければならない。NTI 系の (D. D)_I に対応する (18) 式から、 t_b と t_c はつぎのように表わされる。

$$t_b = K_b L_b^p / r_{tm}^{1-p} \quad (20)$$

$$t_c = K_c L_c^p / q_m^{1-p} \quad (21)$$

ここに、 K_b と K_c はそれぞれ式(12)と(11)で表わされる値である。また q_m は t_c 時間内の山腹斜面から河道への単位巾当りの平均流入流量であって、降雨部分同一対応の必要から、この場合

$$q_m = r_{tm} L_b \quad (22)$$

でなければならない。

結局、出水過程に及ぼす山腹斜面と河道の効果の比較は、式(20)、(21)および(22)を用いて、 t_b と t_c の比であるつぎの S_i によって表現できる。

$$S_i \equiv t_c / t_b \approx K_c L_c^p / K_b L_b \quad (23)$$

S_i は流域特性によってのみ決まり、降雨条件が入っていないから流域の特性と流出との関係を表わす一つの重要な無次元指標と考えられる。また、上に得た S_i は NTI 系の (D. D)_I に対応するものであるが、類似の概念によって他の系にも拡張できよう。

S_i は、とくに山腹斜面および河道の流出過程に及ぼす効果の指標として重要であり、 S_i の値の大小によって出水解析の手法が異なってくる。すなわち、 S_i が 1 より十分小さい場合には流出過程への河道網の効果考慮を入れる必要がなく、流域代表値 L, K は山腹斜面の特性によって支配されるものと考えてよい。このような流域を単位流域と名づけることにする。通常、数 100 km² 以内の流域では S_i が 1 より十分小さいから、そのような流域では、山腹斜面特性がほぼ一様に分布していると仮定すれば前節までに述べた結

果を実際の出水解析に直ちに適用できる。本章の最初に述べた制約とは、 $S_i \ll 1$ のことである。

もし、 S_i が1より十分小さくなければ、流出過程に及ぼす河道網の効果を考慮に入れねばならなくなる。また、 S_i が1より十分小さくないということは一般に流域面積が大きくなることを意味するから、その場合降雨の場所的分布の不均一性も無視できなくなり、河道網の効果、降雨の場所的分布の不均一性の両面から一次元的な扱いは十分ではなくなる。

一般に、山地河川流域はいくつかの支川流域によって構成されているが、 S_i が1より十分小さくないときには、上述の考察から $S_i \ll 1$ のいくつかの単位流域が幹川の河道に配列されているものと考えて、河道、および降雨の場所的分布を組み入れた出水理論の確立に努める必要がある。

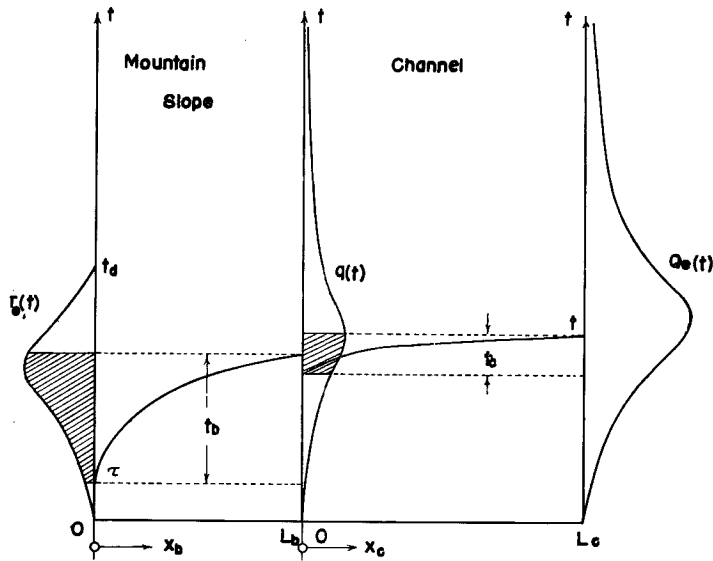


Fig. 6. Schematic representation showing propagation states of rainfall disturbance on mountain slope and channel, for NTI system.

(6) 流出パターンの特性と最大流量

変換系の構造を表現するもっとも重要な要素が時間おくれであることは前述したとおりである。したがって、各流出パターンの特性の把握はそれぞれの時間おくれの性格を検討することによって可能である。この観点から、本節では流出パターンの特性、とくに非線型特性と最大流量について概説し、若干の適用例を示すことにする。

1) 非線型特性

出水過程の非線型性は、変換演算子である T_0 の時間的変化の大きさに依存するが、それは(14)式によって定義したおくれ変化関数 $d\tau/dt$ の特性を検討すればよい。

対象地点での出水の全時間区間において、おくれ変化関数が常に0であれば、雨水の伝播速度は一定であって変換系は線型時間不変である。もしそうであれば、単位図法のように出水系が線型時間不変であるという仮定にたつ出水解析法は簡便さからいっても極めて有効である。しかし、現実の出水系は線型ではない。したがって、出水過程の非線型特性の把握は雨水流出の理解に際して基本的な意義をもつ。とくに、このことは河道での局所的な貯留効果やその他の原因による非線型特性の緩和が期待できない小流域（その指標の一つとして $S_L \ll 1$ ）では重要である。おくれ変化関数の時間的変化が大きくなればなるほど非線型性は大きくなり、その結果出水解析の方法も複雑にならざるを得ない。

NTI パターンの非線型特性は地表面流の非線型形性のみに依存する。この場合有効降雨 r_f は過剰降雨 r_e に等しいから系への Input は偏平化されず、その時間変動は NTI_e パターンのそれに比較して大きい。さらに変換系 NTI をもつような流域での地表面流の粗度は通常かなり小さいから、おくれ変化関数の時間変化は一層大きくなり、非線型特性は極めて強くなる。以上の理由によって、こうした出水が著しく激甚になるわけである。

A 層をもつ流域では、降雨条件に応じて NTI_e または $NTI_e \sim NTV$ パターンが生ずる。 NTI_e パターンの場合には、降雨が一旦 A 層に保留されるために、有効降雨の時間的変動が小さくなる。すなわち時間的に偏平化されるから出水の非線型特性はみかけ上弱くなる。

$NTI_e \sim NTV$ パターンに対応する変換系は、 NTI_e から $(NTI_e + NTV)$ またはその逆に転移する。したがって、 $NTI_e \sim NTV$ パターンの場合には地表面流の非線型性と系転移にもとづく非線型効果の二つの非線型特性を考慮しなければならない。 $(NTI_e + NTV)$ 系に対応する表面流生起場の指標 τ の変動は出水過程における非線型効果を一層助長するから出水の形態は系転移の窓で急激に変化する。このため、 $NTI_e \sim NTV$ パターンの出水では系転移による非線型特性がとくに重要である。

2) 最大流量

(a) 理論的考察

ここでは、最大流量とおくれおよび両者の関係について検討してみよう。

(4) 節に述べたところから、対象地点の最大流量の時刻 t_p は、時間区間 $(D, D)_I$ が生ずる場合にはその内部になければならないことが容易にわかる。 $(D, D)_I$ が生じない場合には、 t_p は $(U, D)_{II}$ 内にくるが、この場合は河道における雨水の位置のエネルギーが $(U, D)_{II}$ と $(D, D)_{II}$ の境界時刻で通常最大になるから、 t_p もこの境界時刻であると考えてよからう。

NTI_e または $NTI_e \sim NTV$ パターンでは r_f の性格によって常に $(D, D)_I$ が生ずるから、最大流量の時刻は前者の場合に属する。後者のような場合は、 NTI パターンでまれに生ずることがあり、Snyder 以前に定義されていた最大流量おくれの指標としての集中時間 (concentration time; 流域最遠点から対象地点までの雨水の到達時間) の意義はこの場合にしか適切でない。

さて、 $NTI_e \sim NTV$ パターンの t_p は $(NTI_e + NTV)$ 系の $(D, D)_I$ にくるが、表面流の生起場 F が時間とともに変化するため、このままでは一般的な形でそれ以上のことを記述できない。実際的な出水解析の立場からは、表面流の生起場を一定すなわち流域面積 A とし、有効降雨 r_f の一要素でありかつ一定値である \bar{r}_a を変動量 r_v に変換した方が便利である。この変換は、変動場 F と一定場 A の両者において同一時刻に同一流量を生じさせるという条件を満足しなければならないことはいうまでもない。

この条件は式(9)および(10)から最大流量の付近で r_v をつぎのようにおけば近似的に満足させることができる。

$$r_v = \bar{r}_a - L_r(r_e + \bar{r}_a) \quad (24)$$

$NTI_e \sim NTV$ パターンでは、有効降雨 r_f をつぎに示す置換有効降雨 r_f^* におきかえれば、 $F=A$ とおいて最大流量の時刻を容易に推定することができる。

$$r_f^* = r_e + r_v \quad (25)$$

こうした有効降雨の置き換えは、 NTI_e に対しても可能である。その理由は、 NTV 系における表面流生起

場の変動が、NTI_e系におけるA層内飽和部のそれと物理的に同等の意味をもつことによる。ただし、この場合の L_r は(8)式によって決められる量ではなくて、A層内飽和部の変動を示すものでなくてはならない。こうした考察から、 $D>0$ に対応する二つのパターンに適用できる L_r は、飽和部の形状に関する簡単な仮定と連続の条件からつぎのように近似的に表わすことができる。⁴⁾

$$L_r = \varphi(t)^{-1} \left(\int_0^t b \varphi(s) ds \right) \quad (26)$$

ここに、 $\varphi(t) = \exp \left(- \int_0^t a dt \right)$, $a = 2(1/\gamma D)(r + \bar{r}_a)$, $b = 2(1/\gamma D)(\bar{r}_a + i)$ である。

以上のような置換有効降雨 r_f^* に関する取り扱いが厳密ではないけれども、時間的に任意な分布をもつ降雨からの出水を解析する際に実用的であるという面とともに、その欠点がある程度理論的に指摘できて将来改良の方向が予測できるという点から有効であるといえよう。流域の特性値である \bar{r}_a と γD の値は、中間流出のてい減曲線の水理学的な解析によってつぎのように可観測量で表現することができる。⁶⁾

$$\left. \begin{aligned} \gamma D &= e^{\lambda_2 \cdot (t_2 - t_1)} i_c / \lambda_2 \\ \bar{r}_a &= (1 - \delta) \cdot \lambda_2 \gamma D \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ここに、 λ_2 は中間流出のてい減曲線の指数であって一流域ではほぼ一定値であり、 t_2 および t_1 はそれぞれ中間流出および表面流出の終了時刻である (NTI_e パターンの場合には $t_1 = t_d$, t_d は過剰降雨終了時刻)。 i_c は最終浸透能、 $\delta = A_0/A$ である。

NTI パターンでは、 $r_f^* = r_e$ であることはいうまでもない。

式(9)および(10)の r_f の代りに置換有効降雨 r_f^* を入れれば、(D.D)_I 内の最大流量の発生条件はつぎのようになる。⁷⁾

$$(dT_e/dt)_{t=t_p} = 0 \quad (28)$$

これから、最大流量を発生する特性曲線の出発時刻 τ_p と到達時刻 t_p の関係は

$$r_f^*(\tau_p) = r_f^*(t_p) \quad (29)$$

で与えられる。

式(24)~(28)の関係を用いれば、一コの降雨記録とそれに対応する流量曲線があれば最大流量の到達時間 T_{pc} は容易に求められる。また、これが求められれば、(18)式によって

$$\left. \begin{aligned} T_{pc} &= KL^p / r_{mp}^p \\ r_{mp} &= \int_{t_{pc}} r_f^* dt / T_{pc} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

であるから、他のどのような降雨条件 (ただし (D.D)_I を生起する) に対しても T_{pc} とその間の平均置換有効降雨強度 r_{mp} との関係が普遍的に表現できることになる。ただし、前述したように NTI_e 系と (NTI_e + NTV) 系に対応する L_r は異なるから、ある流域の $T_{pc} \sim r_{mp}$ 関係のすべてを知るためには、一コの流量てい減曲線と NTI_e 系および (NTI_e + NTV) 系の最大流量 (最大水位でもよい) の生起時刻 t_p が必要である。なお、ある出水が NTI_e と NTI_e ~ NTV のどちらのパターンに属するかの一つの判定法は r_{mp} と \bar{r}_a を比較すればよく

$$\left. \begin{aligned} r_{mp} < \bar{r}_a: & \text{ NTI}_e \text{ パターン} \\ r_{mp} > \bar{r}_a: & \text{ NTI}_e \sim \text{NTV} \text{ パターン} \end{aligned} \right\}$$

である。また、 $r_{mp} = \bar{r}_a$ 付近で $T_{pc} \sim r_{mp}$ 関係が不連続になることは容易に推察できよう。

直接流出の最大流量 Q_{ep} は

$$Q_{ep} = r_{mp} A \quad (31)$$

で与えられる。

系が NTI の流域でしかも最大流量が (U.D)_{II} にくる降雨条件のときには、(19)式で $\tau = 0$ および $\xi_0 = 0$ とおけば、 t_p は

$$t_p = pLK^{1/p} / R_e(t_d)^{1/p-1} + (1-p)t_d \quad (32)$$

で与えられ、ここに、 t_d は過剰降雨の終了時刻である。最大流量は、最終浸透能を無視すれば

$$Q_{ep} = AR_c(t_d)/t_d \tag{33}$$

である。

b) 適用例

ここでは、上述の最大流量に関する理論の適用例をあげる。例Ⅰは、一流域における多数の出水を整理したものであり、例Ⅱは流出パターンが等しいと考えられる多くの流域の出水を整理したものであって、結果は理論の実証ともなる。

i) 例Ⅰ (由良川流域大野地点における最大流量)

由良川大野地点上流流域は、面積 346 km²、河道長 40 km であって森相は良好である。こうした流域条件から、 S_t は 1 より十分小さくかつ流出のパターンは NTI_0 または $NTI_0 \sim NTV$ のどちらかに属すると推定できる。

本流域の r_a と γD は、(27) 式によってそれぞれ 6 mm/hr および 120 mm と推定された。⁹⁾ これらの値を式(26)と(24)に入れば、 r_p^* は(25)式によって算出できる。 r_p^* に最大流量の発生条件(29)式を適用することによって、 $T_{po} \sim r_{mp}$ および $Q_{ep} \sim r_{mp}$ のそれぞれの関係は **Fig. 7** および **Fig. 8** のようになる。

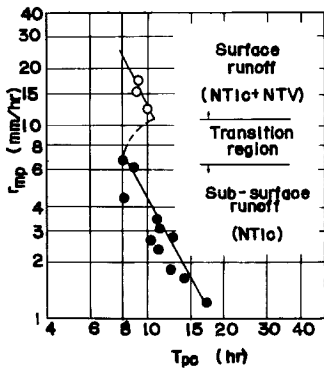


Fig. 7. Relation between the propagation time of peak flow and mean intensity of equivalent rainfall, at ONO in Yura River basin.

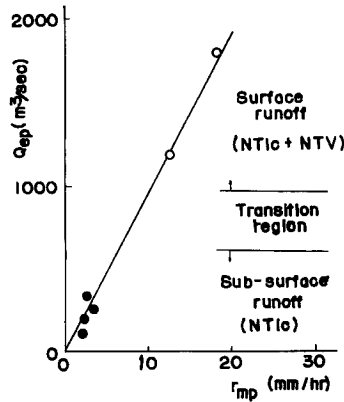


Fig. 8. Relation between the maximum discharge of direct runoff and the mean intensity of equivalent rainfall, at ONO in Yura River basin.

これから計算値は実線で示した理論的關係によく一致していることがわかる。とくに注意すべきことは、 $r_{mp} = r_a$ 付近で $T_{po} \sim r_{mp}$ 關係に不連続が生じていることであって、これは前述した系転移に関する理論的推定を実証していることになる。

ii) 例Ⅱ (Illinois 州の多数の流域での最大流量)

Morgan および Johnson は、面積が 10~101 square miles にわたる Illinois 州の 12 ヶの河川流域において、単位図を作製するために水文観測を行なっている (Table 3).¹¹⁾

Table 3. Characteristics of selected basins and runoffs (After Morgan and Johnson).

basin No.	Name	A, in square miles	L_c , in miles	t_d , in hours	t_p , in hours	Q_{ep} , in cubic feet per second
1.	Hickory Creek	10.1	4.9	1	2.0	1040
2.	Canteen Creek	22.5	10.1	1	3.0	2530
3.	Big Creek	32.2	15.6	2	10.0	1570
4.	Indian Creek	37.0	18.8	2	12.0	1700
5.	Bay Creek	39.6	11.7	1	5.0	4010
6.	Money Creek	45.0	23.8	2	16.0	1280
7.	Farm Creek	60.9	17.3	1	3.0	9350
8.	Mill Creek	62.5	19.9	1	8.0	4920
9.	W. Br. Salt Fork	71.4	16.8	2	12.0	2140
10.	Hadley Creek	72.7	16.8	1	4.0	9430
11.	W. Bureau Creek	83.3	19.6	2	4.0	5730
12.	E. Bureau Creek	101.0	23.3	2	4.0	5740

Table 3 に示した流域条件と観測資料からつぎのようなことがいえよう。① S_c は1より十分小さい。② 各流域は通常の山地流域におけるようにA層をもつ。③ 一般に γD の値は100~150 mm 程度であるから、**Table 3** に示した出水のパターンは NTI_c であって、かついずれも $ft_d \ll L$ である。

以上の仮定から、(18)式を若干変形することによって、 $t_p - t_d$ はつぎのように表わされる。

$$t_p - t_d = KL^p (Q_{ep} A^{-1})^{1-p} \quad (34)$$

さらに、山腹斜面特性の分布がほぼ等しいと仮定すれば、各流域の KL^p の値はそれほど変ってはないことになる。

Fig. 9 は、**Table 3** の値を用いて $t_p - t_d$ と $(Q_{ep} A^{-1})^{0.4}$ の関係をプロットしたものであるが、結果は上述の仮定と(34)式の妥当性をよく示しているといえよう。

4. 結 語

本研究は洪水時の出水過程を降雨から流量への変換系と考へて検討し、三つの等価変換系が存在することを明らかにするとともに、出水解析の際

には降雨条件および流域条件によって三つの基本的な流出パターンを考慮すべきことを指摘した。さらに、各パターンの主な特性についても詳しく説明した。とくに、変換演算子としての時間おくれの意義の明確化と出水過程における非線型特性の解明は重要である。本研究の結果は、数 100 km² 以内の流域 ($S_c \ll 1$) での出水解析には直接応用でき、また出水の予知、短期、長期の出水形態の変化の把握に際しても大きな役割を果

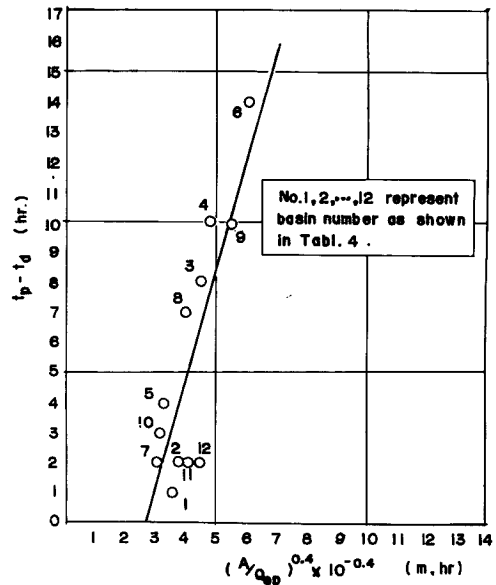


Fig. 9. Relation between the maximum discharge of direct runoff and its occurrence time, for twelve river basins in Illinois.

たすであろう。

S_L が 1 より十分小さくない流域では、準決定論的な意味でも河道網の影響を無視できなくなる。また、統計的にしか記述できない因子をも考慮した理論の構成も重要な課題である。こうした問題は、出水理論の一般化および出水に関連する工学的諸問題の解決を計るに際して極めて重要であり、現在検討を進めている。

参 考 文 献

- 1) Nash, J. E.: The form of the instantaneous unit hydrograph, C. R. et Rappports, Assn. Internat Hydrol. IUGG, Toronto, 1957.
- 2) Dooge, J. C. I.: A general theory of the unit hydrograph, Journal of Geophys. Res. Vol. 64, No. 2, 1959.
- 3) 石原藤次郎, 高棹琢馬: 中間流出現象とそれが流出過程におよぼす影響について, 土木学会論文集, 第79号 昭37. 3.
- 4) 高棹琢馬: 出水現象の生起場とその変化過程, 京大防災研究所年報, 第6号, 昭38. 7.
- 5) 高棹琢馬, 岸本貞男: 雨水流出の実験的研究, 京大防災研究所年報, 第4号, 昭36. 3.
- 6) 石原藤次郎, 石原安雄, 高棹琢馬, 頼千元: 由良川の出水特性に関する研究, 京大防災研究所年報, 第5号A, 昭37. 3.
- 7) 石原藤次郎, 高棹琢馬: 単位図法とその適用に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第60号別冊 (3-3)昭34. 3.
- 8) Dreibelbis, F. R.: Some aspects of watershed hydrology as determined from soil moisture data, Journal of Geophys. Vol. 67, No. 9, 1962.
- 9) 石原安雄, 高棹琢馬, 藤田哲夫: 出水生起時における雨水の挙動に関する研究, 昭和37年度土木学会関西支部講演会概要, 昭37. 11.
- 10) 高棹琢馬, 藤田哲夫, 三木常義: 雨水の損失機構について, 土木学会第18回年次学会講演会概要, 昭38. 5.)
- 11) Morgan, E. P. and Johnson, M. S. : Analysis of synthetic unit-graph methods. Proc. ASCE, HY5, 1962.