

多層弾塑性構造物の地震レスポンス

小堀 鐸二・南井良一郎

EARTHQUAKE RESPONSE OF ELASTO-PLASTIC MULTI-STORY BUILDING STRUCTURE

by Dr. Eng. Takuji KOBORI and Ryoichiro MINAI

Synopsis

Recently, earthquake response analyses of the elasto-plastic multi-story building structures have been studied by us using an analog computer. In this paper, the basic response diagrams for the five degrees of freedom structural system with the bi-linear hysteretic characteristics are presented for the basis of an aseismic design. Taking into consideration the effects of the wave shape function of earthquake excitations and the ratio of the rigidity of the second branch to that of the first branch in the bi-linear hysteretic characteristics to the earthquake responses and the optimum dynamic characteristics of the elasto-plastic multi-story structural system, the formulas of the base shear coefficient and the fundamental natural period are produced for the aseismic design of the tall building structure.

1. ま え が き

構造物の動的耐震設計法に関する基礎的考察と一般的な方法論については既に論じたところであり^{1)~4),7)~10)}, また特に高層弾塑性構造物の終局耐震設計法における第1段耐震設計資料の誘導を主目標として具体的な論議も行ってきた^{4),7),12)}。第1段耐震設計資料は最適ないし適正動力特性に関する基本応答図と地震外乱群を規定する外乱強度の周波数特性から求められるが, 前論文^{4),7)}における無次元応答解析に際しては次の如き設定があった。すなわち, 耐震安全性の尺度で測った第一義的な応答量は最大靱性率および最終履歴消費エネルギー率とし, 構造物系モデルは3質点完全弾塑性剪断型モデル, 無次元地震加速度外乱波形関数は El Centro NS, May 18, 1940 の加速度記録の波形関数, 解析の主な無次元パラメーター領域は, 無次元加速度外乱の強度パラメーター α と周波数パラメーター f^{-1} に関して最大靱性率応答の安定な主変動領域, $0.4 \leq \alpha \leq 1.2$, $1/50 \leq f^{-1} \leq 1/15$ であり, その外域は従来諸研究を参照して外挿推定して基本応答図を確定した。而して地盤と構造物の連成効果を無視し得るような比較的良好な地盤を対象として地震外乱強度の周波数特性を想定した。これ等から最適動力特性を規定する等価弾性限強度設計用ベース・シャー係数, 震度分布係数等の第1段耐震設計資料を導いた。その結果によると基本固有周期が2秒程度以上の高層弾塑性構造物を対象としては, 例えばベース・シャー係数は構造形式に応じて許容靱性率のみの減少関数として定められた。かくの如く高層長周期構造物に対しては基本固有周期を含まぬ定性的理由としては, 想定した El Centro 型波形関数のスペクトル密度が比較的鋭いピーク部と広い雑音帯域を含むものであり⁹⁾, 従ってある程度基本固有周期が大となると構造物系の低次振動成分に対するピーク部の影響は小さくなり主としてそれが低域雑音成分によって一様に励起されるとともに, 高次振動成分がピーク部によって発生する結果と説明され, 誘導過程においては基本応答図の周波数パラメーター f^{-1} の大きな領域で強度パラメーター α に応じて一様な最大靱性率応答を外挿したことに依存している^{4),7)}。本論文においては比較的固有周期の大きい高層弾塑性建築構造物のみを対象として, 前論文の検討と拡張を意図し, 構造物系モデルの質点数を

増加し5質点とするとともに、地震応答制御と安定化のための耐震部材の導入に対応して履歴特性を微量正值の第2分枝剛性と第1分枝剛性比を有する bi-linear hysteretic type とし^{1),3)}、また無次元地震加速度外乱波形関数に典型的な2種類を採用して基本応答図を作製し、これから得られる第1段耐震設計資料の整備を主目的とするものである。

2. 無次元応答解析の基本的諸仮定と基礎方程式

基本応答図を得るための無次元地震応答解析に際しては、構造物系モデル、無次元地震外乱波形関数および耐震安全性の尺度としての応答量が妥当に設定されねばならない。本論文では、構造物系モデルは bi-linear hysteretic type の履歴特性をもつ5質点弾塑性剪断型モデルとする。ここでは波動媒体地盤および周辺地盤の連成効果は、比較的良好な地盤条件と長周期構造物を想定することによって除外されている¹¹⁾。また曲げ成分の効果は第2段耐震設計における耐震安全性の再検討において行なうものとし、第1段耐震設計資料の基礎となる基本応答図の作製にあたっては無視する^{4),9)}。振り成分に関しては一応これを構造設計計画において除去する場合を想定し、避け得ざる効果は第2段で同様検討するものとし、第1段耐震設計資料の誘導にあたってはこれを無視する。無次元地震加速度外乱波形関数としては **Fig. 1** に示される如き比較的継続時間が長く加速度強度(振巾)が一樣で、かつ **Figs. 2, 3** に示される正規化波形関数の自己相関関数と振巾密度分布関数から推定されるように^{1),6)} スペクトル密度における卓越周期成分パワーに対する雑音成分パワーが大きく10程度であり比較的low域におよぶ広い雑音周波数帯域を有するもので、かつ比較的正規分布に近い振巾確率密度をもつ El Centro, May 18, 1940 の NS 成分の無次元波形関数と、**Fig. 4** に示すような比較的継続時間が短かく加速度が初期の数波のみ大きく直ちに減少し、かつ **Fig. 5 (a), (b), Fig. 6 (a), (b)** から判るように比較的広い雑音帯域を有するけれども卓越成分パワーに対する雑音成分パワーが5程度であり、かつ前者と同程度の正規分布性状を示す Vernon, Oct. 2, 1933 の S82°E 成分の無次元波形関数を、それぞれ二つの典型として採用する。これ等の設定の意図するところは主として、履歴特性の第2分枝の評価ないし積極的導入が、第2、第1分枝剛性比パラメーターの形でその微量正值領域で弾塑性応答の制御と安定化におよぼす影響と、同時に地震加速度外乱波形関数の地震応答性状への影響を量的に評価することにある。ここで設定した動力学系の無次元基礎方程式は次式で表わされる。

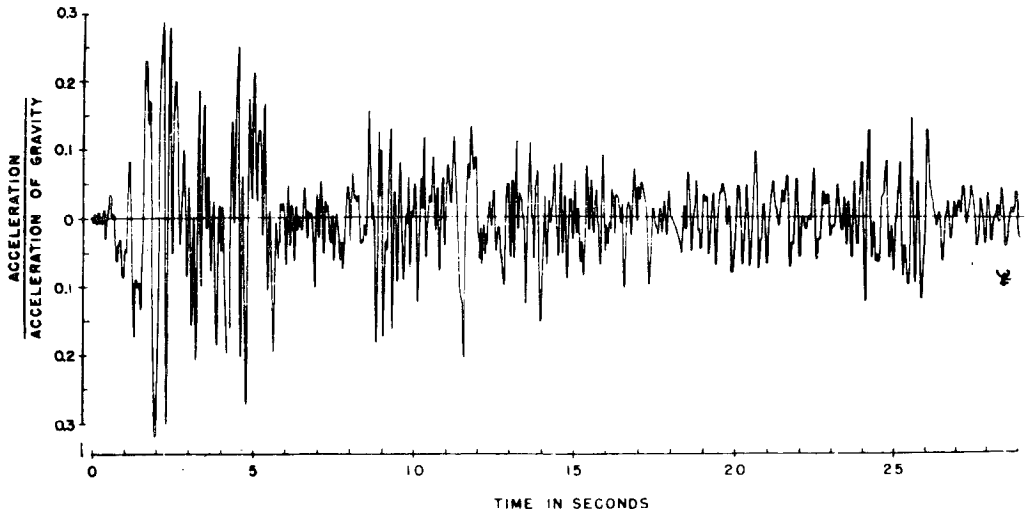


Fig. 1 Accelerogram for El Centro, California; earthquake of May 18, 1940, Component N-S.

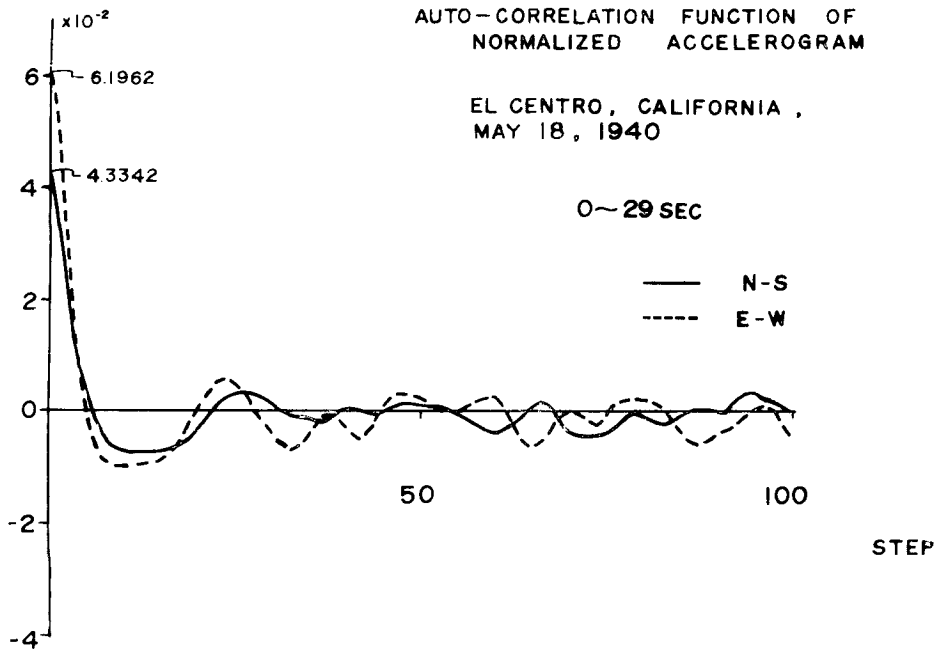


Fig. 2 Auto-correlation function of normalized accelerogram; El Centro, California, May 18, 1940.

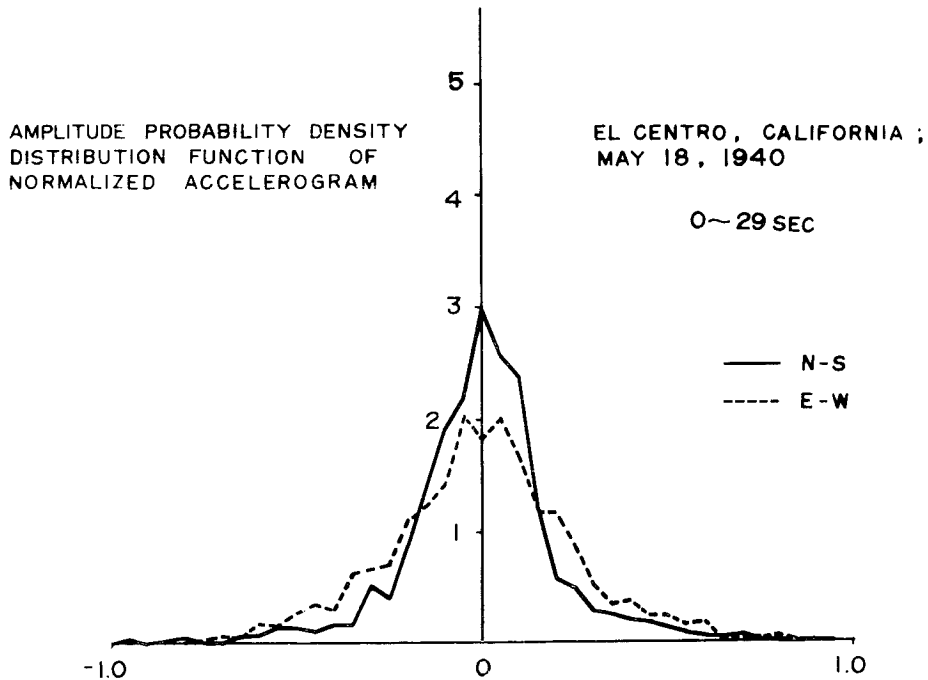


Fig. 3 Amplitude probability density distribution function of normalized accelerogram; El Centro, California, May 18, 1940.

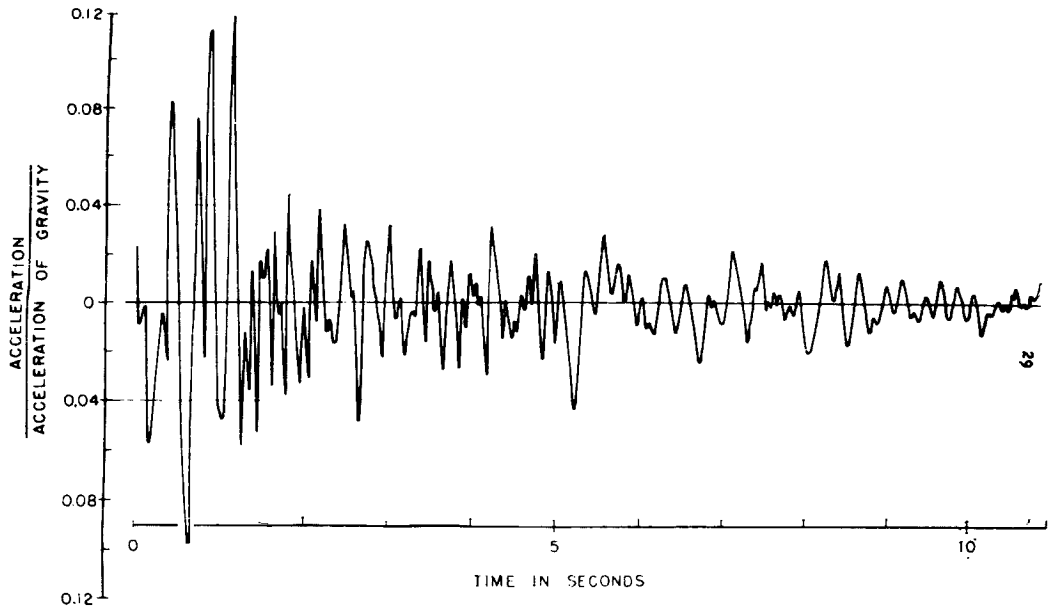


Fig. 4 Accelerogram for Vernon, California; earthquake of Oct. 2, 1933, Component S82°E.

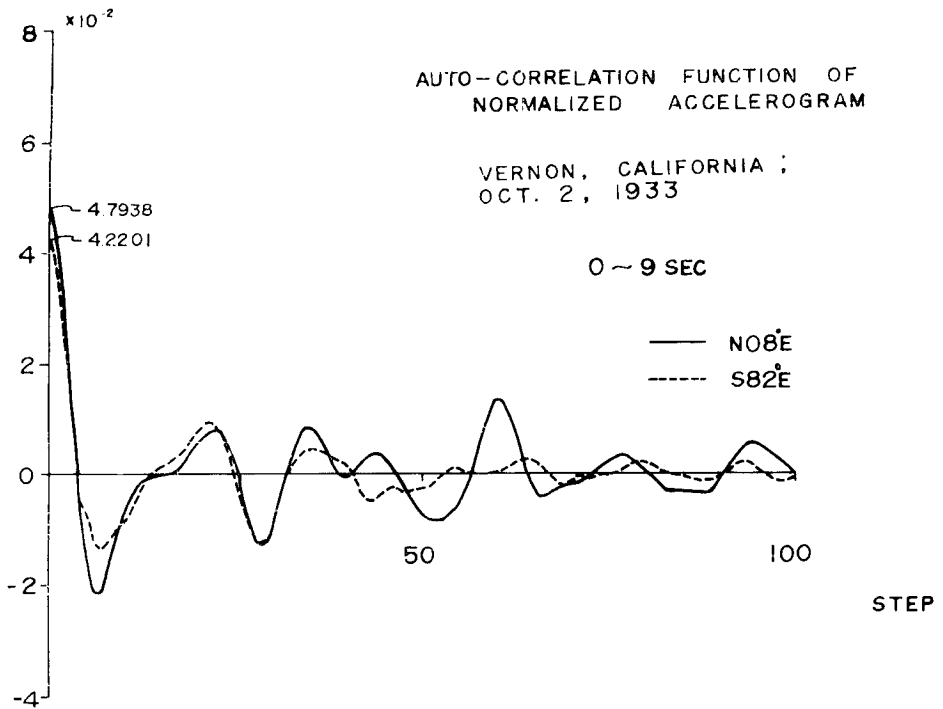


Fig. 5 (a) Auto-correlation function of normalized accelerogram; Vernon, California, Oct. 2, 1933.

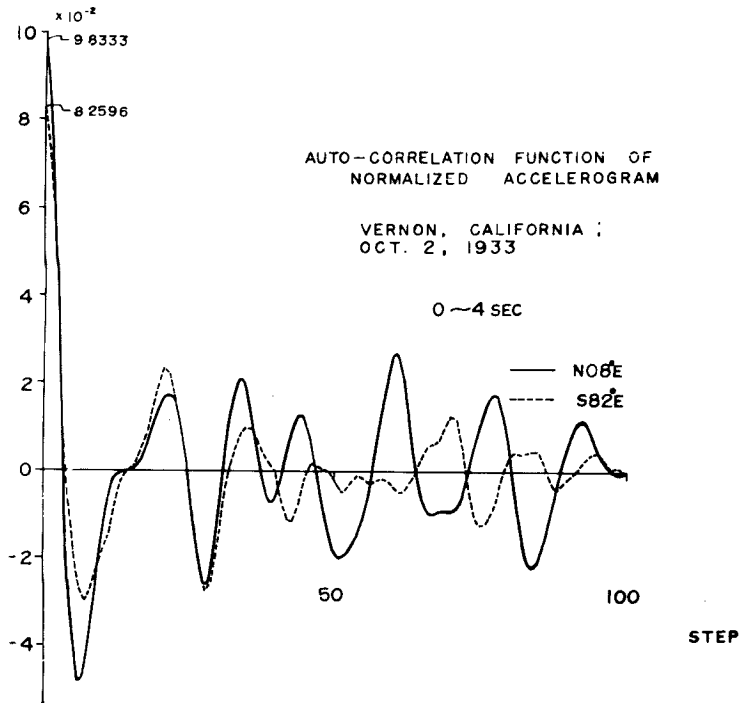


Fig. 5 (b) Auto-correlation function of normalized accelerogram; of normalized accelerogram; Vernon, California, Oct. 2, 1933.

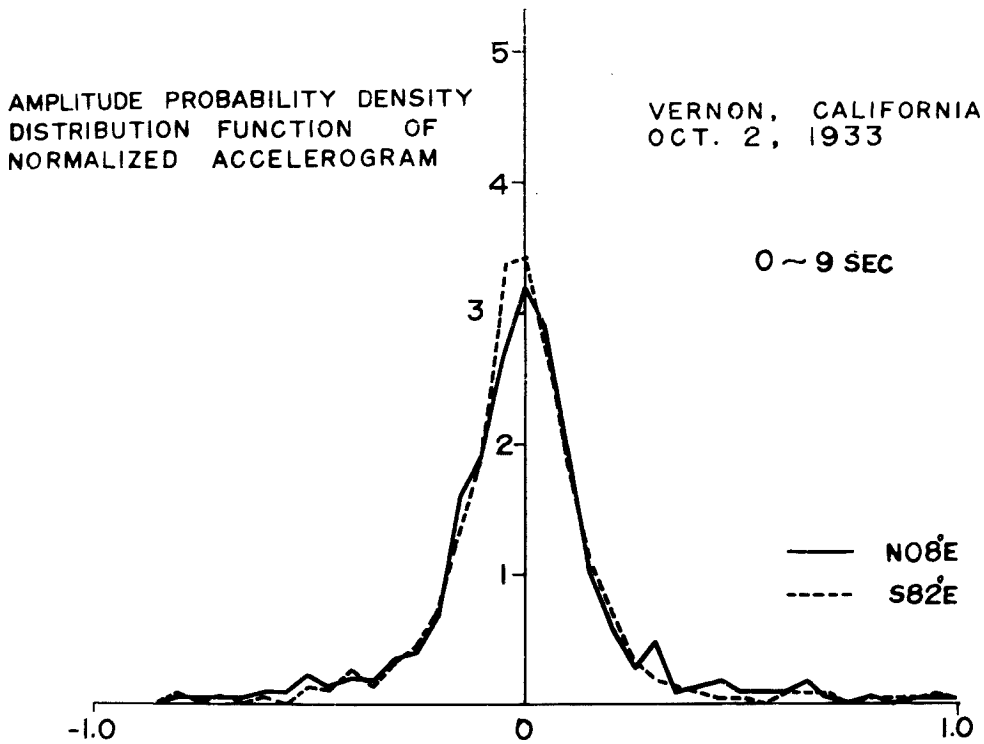


Fig. 6 (a) Amplitude probability density distribution function of normalized accelerogram; Vernon, California, Oct. 2, 1933.

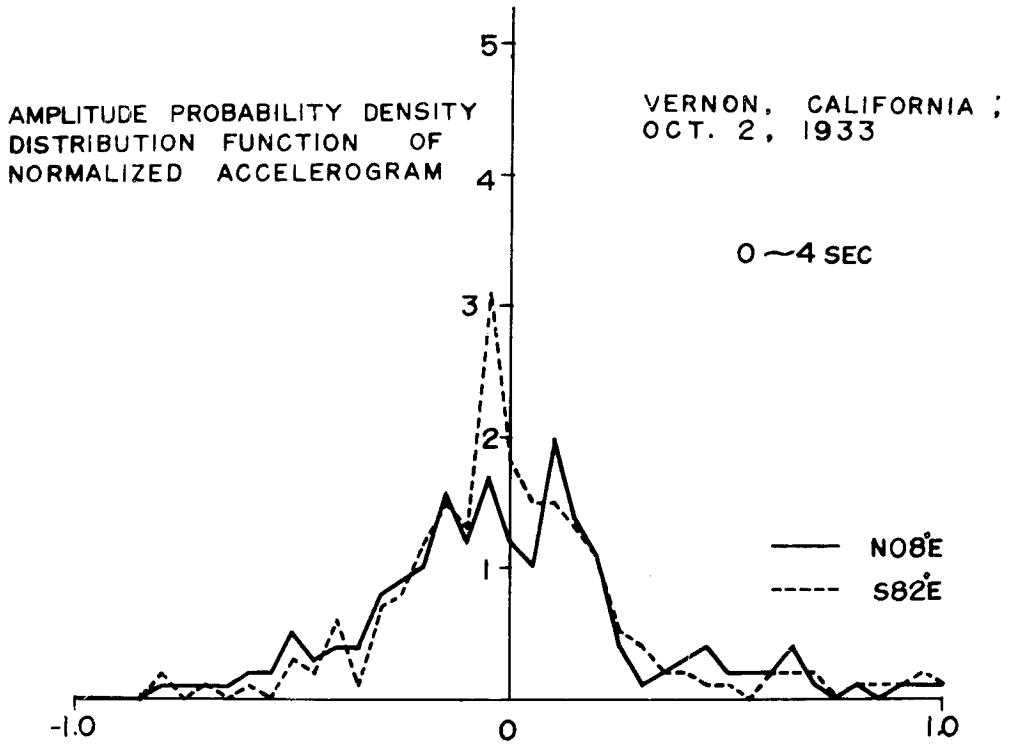


Fig. 6 (b) Amplitude probability distribution function of normalized accelerogram; Vernon, California, Oct. 2, 1933.

$$m_i \frac{d^2 \eta_i}{d\tau^2} + \kappa_i \varphi_i(\eta_i - \eta_{i-1}; r_i, \delta_i) - \kappa_{i+1} \varphi_{i+1}(\eta_{i+1} - \eta_i; r_{i+1}, \delta_{i+1}) = -m_i \alpha \cdot \alpha(\tau) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, 5, \quad \eta_0 = 0, \quad \eta_5 = \eta_6$

ここに,

$$\tau = \sqrt{K/M} \cdot t, \quad \eta_i = (Y_i - \bar{Y})/\bar{A} \quad (2)$$

$$m_i = M_i/\bar{M}, \quad \kappa_i = K_{1i}/\bar{K}, \quad r_i = K_{2i}/K_{1i}, \quad \delta_i = \Delta_i/\bar{A}, \quad \beta_i = \kappa_i \delta_i = B_i/\bar{B} = K_{1i} \Delta_i / \bar{K} \bar{A} \quad (3)$$

$$\varphi_i(\eta_i - \eta_{i-1}; r_i, \delta_i) = \phi_i(Y_i - Y_{i-1}; K_{1i}, K_{2i}, \Delta_i) / K_{1i} \bar{A}$$

$$\alpha = A \bar{M} / \bar{K} \bar{A} = A \bar{M} / \bar{B}, \quad \alpha(\tau) = a(\sqrt{M/K} \cdot \tau) = (d^2 Y / dt^2) / A |_{t = \sqrt{M/K} \cdot \tau} \quad (4)$$

$$\rho = \tau_d / \tau = T_d / T$$

ここで、 t : 時間、 Y_i : i 層絶対変位、 M_i : i 層質量、 ϕ_i : i 層弾塑性履歴特性 (bi-linear hysteretic type)、 K_{1i} 、 K_{2i} : ϕ_i の第 1、第 2 分枝剛性、 Δ_i : ϕ_i の弾性限変位、 B_i : ϕ_i の弾性限強度、 \bar{M} 、 \bar{K} 、 \bar{A} 、 \bar{B} : 質量、剛性、変位、強度の規準量、 A : 最大加速度振巾、 $a(t)$: 加速度波形関数、 $\bar{Y} = Y_0$: 地動変位、 T_d : 時定数(継続時間)、 T : 構造物系基本固有周期。

ここに考えられている構造物系の動力学特性を規定する独立な特性ベクトルは $\bar{M}\{\mu_i\}$ 、 $\bar{K}\{\kappa_i\}$ 、 $\bar{A}\{\delta_i\}$ または $\bar{B}\{\beta_i\}$ と無次元ベクトルとして与えられる第 2、第 1 分枝剛性比ベクトル、

$$\{r_i\} = r\{\mu_i\} \quad (5)$$

および、応答終局値を応答安全率で除して定められる無次元の許容応答値ベクトル、

$$\{\gamma_d \text{ allowable } i\} = \gamma_d \{\nu_i\} \dots\dots\dots (6)$$

によって定まり、同構造物系に属するその他の特性ベクトルならびに特性値はすべてこれ等から一意的に定まる^{4),7)}。ここで規準量は通常 $i=1$ に対応する量をとる。無次元応答解析に際してここで採用した構造物系の無次元動力学特性は前論文^{3),4)}において無次元パラメーター $0.4 \leq \alpha \leq 1.2, 15 \leq \rho \leq 50$ の領域でそれぞれ弾性限変位対第1分枝剛性の関係の異った構造形式に対応して種々の分布につき応答解析を行ない、夫々に対応して最適動力学特性分布と判断した次の二種である。

$$\begin{aligned} B_i : \quad & \{m_{0i}\} = \{1\}, \quad \{\kappa_{0i}\} = \{(53-6i)/47\}, \quad \{\delta_{0i}\} = \{1\} \\ & \omega = 0.2579, \quad \{n_r \varphi_i\}_m = \{0.136, 0.281, 0.426, 0.555, 0.643\} \\ & \quad \quad \quad \{n_r \varphi_i\}_r = \{0.136, 0.145, 0.145, 0.129, 0.088\} \\ C_{II} : \quad & \{m_{0i}\} = \{1\}, \quad \{\kappa_{0i}\} = \{(43-6i)/37\}, \quad \{\delta_{0i}\} = \{\kappa_{0i}^{-1/2}\} \dots\dots\dots (7) \\ & \omega = 0.2473, \quad \{n_r \varphi_i\}_m = \{0.118, 0.256, 0.406, 0.553, 0.671\} \\ & \quad \quad \quad \{n_r \varphi_i\}_r = \{0.118, 0.138, 0.150, 0.147, 0.118\} \\ & \quad \quad \quad i=1, 2, \dots, 5 \end{aligned}$$

ここで B, C, I, II はそれぞれ直線型第1分枝剛性分布および弾性限変位、第1分枝剛性、弾性限強度諸量間の関係の種別を示す。

$$\begin{aligned} B, C : \quad & \{\kappa_{0i}\} = \left\{ \frac{2N+p[2(N-i)+1]}{2N+p[2N-1]} \right\} \quad B : p=3/2, \quad C : p=3 \dots\dots\dots (8) \\ I, II : \quad & \{\beta_{0i}\} = \{\kappa_{0i}^c\}, \quad \{\delta_{0i}\} = \{\kappa_{0i}^{c+1}\}, \quad I : c=1, \quad II : c=1/2 \end{aligned}$$

また動力学特性分布の添字 0 は一様質量分布に関するものを示す。 $\{\omega\}, \{n_r \varphi_i\}_m, \{n_r \varphi_i\}_r$ はそれぞれ $\{m_i\}, \{\kappa_i\}$ のみから定まる無次元固有角振動数ベクトルと対応する正規固有ベクトルで添字 m, r はそれぞれ運動座標および相対座標に関するものであることを意味する。さらに (3), (4), (5) 式に定義された第2, 第1分枝剛性比ベクトルはここでは一様分布とし規準量は次の量を採用した。

$$\{\mu_i\} = \{1\}, \quad r=0, 0.1, 0.2, \quad i=1, 2, \dots, 5 \dots\dots\dots (9)$$

一方、耐震安全性の第一義的尺度としては靱性率のみを取り上げた。最終履歴消費エネルギー率に関しては前論文⁴⁾において El Centro 型波形関数に対してさえ高々 1 を超えないことを知ったからである。従って基本応答は最大靱性率で定義し、副次的な耐震安全性の判定量として靱性率で表わされた残留変形率および最大モーメント率を考慮する。第1層最大モーメント率はいわゆる転倒モーメントを規準弾性限層モーメントで除した転倒モーメント率となる。これ等の応答量はそれぞれ次式により定義される。

$$\gamma_{di} = |\eta_i - \eta_{i-1}|_{\max} / \delta_i = |Y_i - Y_{i-1}|_{\max} / d_i \dots\dots \text{最大靱性率} \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ri} = (1-r_i) & \left[\frac{(\eta_i - \eta_{i-1})_r}{\delta_i} - \text{sgn } \varphi_i((\eta_i - \eta_{i-1})_r; r_i, \delta_i) \right] \dots\dots\dots (11) \\ & - (1-r_i) \left[\frac{(Y_i - Y_{i-1})_r}{d_i} - \text{sgn } \theta_i((Y_i - Y_{i-1})_r; K_{1i}, K_{2i}, d_i) \right] \dots\dots \text{残留変形率} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{mi} & = \left| \sum_{j=i+1}^N L_j \kappa_j \varphi_j + \left(\sum_{j=1}^i L_j \right) \kappa_i \varphi_i \right|_{\max} / l_i \beta_i \dots\dots\dots (12) \\ & = \left| \sum_{j=i+1}^N L_j \theta_j + \left(\sum_{j=1}^i L_j \right) \theta_i \right|_{\max} / L_i B_i \dots\dots \text{最大モーメント率} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{m1} & = \left| \sum_{j=1}^N L_j \kappa_j \varphi_j \right|_{\max} / l_1 \beta_1 = \left| \sum_{j=1}^N L_j \theta_j \right|_{\max} / L_1 B_1 = \left| \sum_{j=1}^N L_j \theta_j \right|_{\max} / \bar{L} \bar{B} \dots\dots\dots (13) \\ & \dots\dots \text{最大転倒モーメント率} \end{aligned}$$

ここに,

$$(\eta_i - \eta_{i-1})_r = (Y_i - Y_{i-1})_r / \bar{L}, \quad l_i = L_i / \bar{L} \quad \dots \dots \dots (14)$$

ここで, $(Y_i - Y_{i-1})_r$: i 層最終第1分枝内側(絶対値の小なもの)相対変位, L_i : i 層階高, \bar{L} : 規準階高, N : 総層数とし, \max は(1)式の独立変数 τ に関する最大値を示す。

3. 応答図とその考察

前節で設定された2種の構造物系モデル B_I, C_{II} と互に異なる典型的な2種の加速度波形関数 El Centro 型と Vernon 型について, (10), (11), (13)式にそれぞれ定義された無次元応答量を低速間接型アナログ・コンピュータによって計算しその結果を Figs. 7~14 に示す。Figs. 7~9, Figs. 10~12 はそれぞれ B_I, C_{II} に関し, 第2, 第1分枝剛性比パラメーター r に応じた最大靱性率を示す基本応答図である。Figs. 13, 14 は C_{II} に関する副次的な応答量として定義された残留変形率と最大転倒モーメント率をそれぞれ示す。ここで便宜的に $\gamma_{di}, \gamma_{fi}, \gamma_{m1}$ をそれぞれ $\gamma_D, \gamma_E, \gamma_M$ で表わしている。本論文では無次元地震外乱の独立な2個のパラメーターは速度に関する強度パラメーター v と周波数パラメーター ρ^{-1} を選んでいる。ここで,

$$v = \alpha \rho \quad \dots \dots \dots (15)$$

無次元加速度の振巾を規定する強度パラメーター α の代わりに(15)式の v を採用したのは前論文⁴⁾において v をパラメーターとしたとき最大靱性率応答が周波数パラメーター ρ^{-1} の弱い関数になることを知ったからである。解析の対象とした無次元パラメーターの領域は, 構造物系の基本固有周期2~5秒の高層建築物を予想して周波数パラメーター ρ^{-1} の範囲をそれぞれ El Centro NS, Vernon S 82°E の波形関数の時定数に対して定め, 一方強度パラメーター v の範囲は許容靱性率規準量 γ_d の1~5程度に予想して定めた。

Figs. 7~14 に示された諸応答量に関する一般的傾向としては $\gamma_{di}, \gamma_{fi}, \gamma_{m1}$ ともに強度パラメーター v の増加関数であり, 特に γ_{di}, γ_{m1} は周波数パラメーター ρ^{-1} の弱い関数である。なお, γ_{di}, γ_{fi} の空間的分散は v の増加関数であり, また明らかに第2, 第1分枝剛性比パラメーター r の減少関数である。一般に γ_{di}, γ_{fi} とも v が增大すると下層部の応答量が卓越し, 特に v, ρ^{-1} ともに増大するとその傾向が強いが, r の微小正値の導入で大きく抑制される。一般的に, $\{r_i\}$ は γ_{di}, γ_{fi} の空間的最大値と分散を大きく制御するが, γ_{di} の空間的平均値に対しては弱い制御効果しかない。 γ_{di} に関しては r の微小正値範囲で制御効果は大きい r の増大とともにその効果は小さくなる。このことは r があまり大となると弾性応答に近づき履歴消費エネルギーによる応答制御効果が

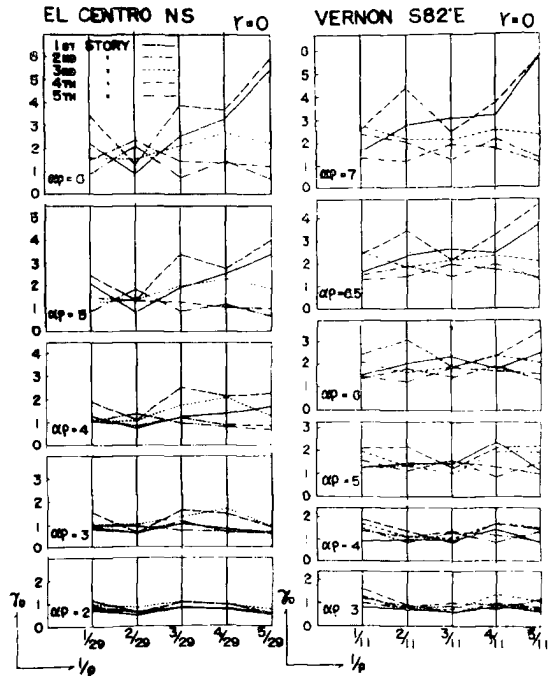


Fig. 7 Basic response diagram of maximum ductility factor, $B_I, r=0$.

うすれるからであろう。しかしながら γ_{fi} に関しては、

$$\gamma_{fi} \leq (1 - r_i) / r_i \quad \dots\dots\dots (16)$$

が成立つから Fig. 13 に示されるように、規準量 r が 0.2 程度になってもその制御効果は大である。 γ_{m1} に対しては r の効果は逆にそれを増大せしめる傾向があるとともに γ_{m1} の v に関する分散も大きくする。このことは (13) 式から判るように、 γ_{m1} には許容靱性率 $\gamma_d \{v_i\}$ の範囲内で次の制限があることから判らう。

$$\gamma_{m1} \leq \sum_{j=1}^N l_j \beta_j [1 + r_j (\gamma_d v_j - 1)] / l_1 \beta_1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

特に、 $\{l_i\} = \{1\}$, $\{\mu_i\} = \{1\}$, $\{v_i\} = \{1\}$ の場合には、

$$\gamma_{m1} \leq [1 + r (\gamma_d - 1)] \sum_{j=1}^N \beta_j, \quad \dots\dots (18)$$

$$l_1 = 1, \beta_1 = 1$$

が成立つから基本固有振動が卓越する領域では当然予期される結果である。(18)式は(7)式から B_I , C_{II} に対して次の如くなる。

$$B_I: \gamma_{m1} \leq 3.723 [1 + r (\gamma_d - 1)] \quad \dots (19)$$

$$C_{II}: \gamma_{m1} \leq 4.046 [1 + r (\gamma_d - 1)]$$

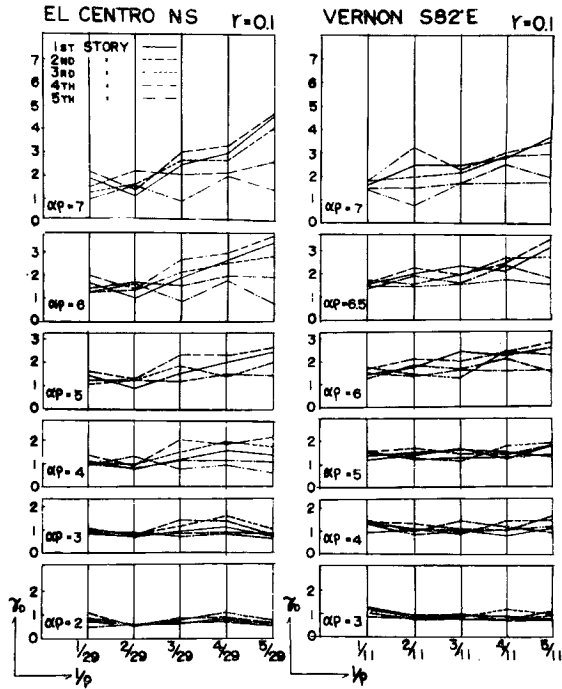


Fig. 8 Basic response diagram of maximum ductility factor, B_I , $r=0.1$.

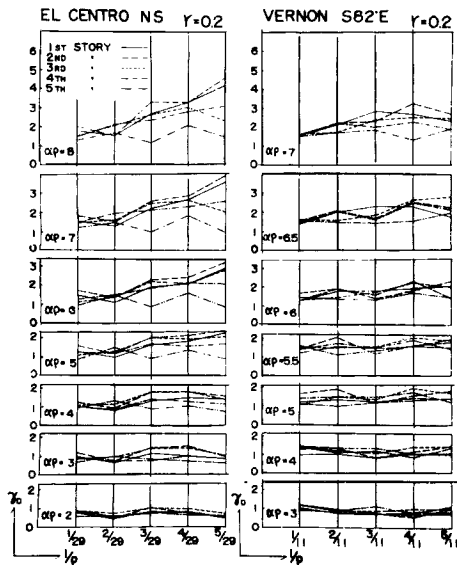


Fig. 9 Basic response diagram of maximum ductility factor, B_I , $r=0.2$.

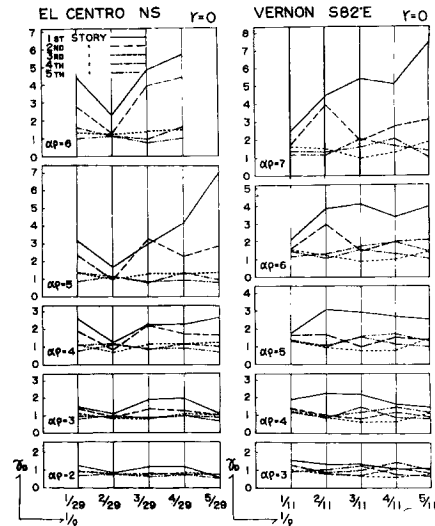


Fig. 10 Basic response diagram of maximum ductility factor, C_{II} , $r=0$.

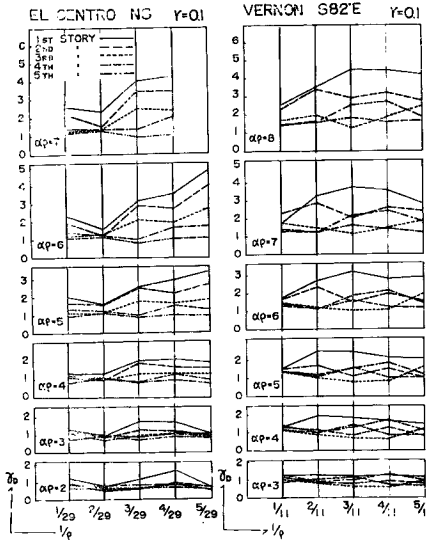


Fig. 11 Basic response diagram of maximum ductility factor, C_{II} , $r=0.1$.

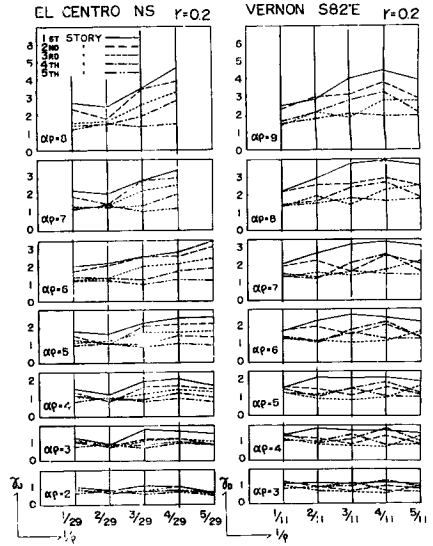


Fig. 12 Basic response diagram of maximum ductility factor, C_{II} , $r=0.2$.

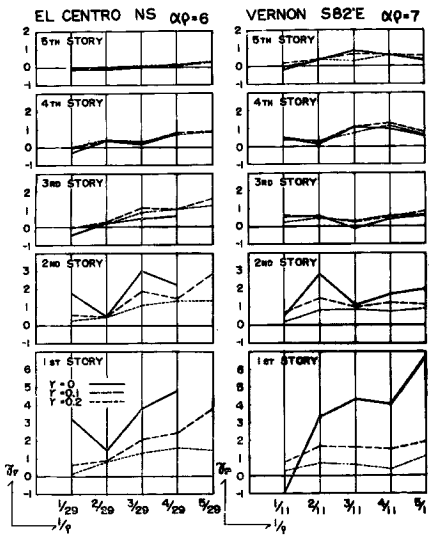


Fig. 13 Offset factor, C_{II} .

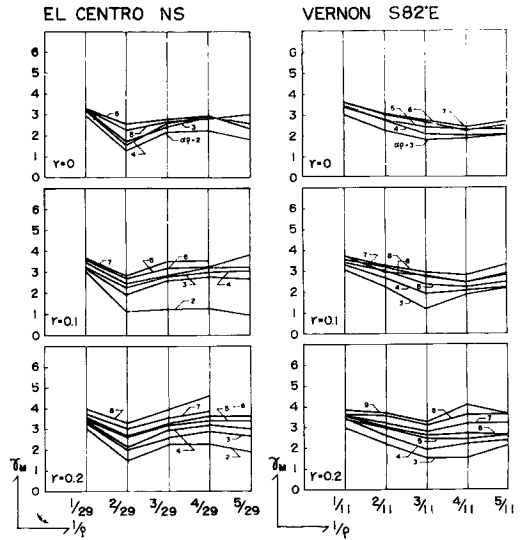


Fig. 14 Maximum overturning moment factor, C_{II} .

一般的に言えば ρ^{-1} が小さいと基本固有振動が卓越して従って γ_{m1} は大きく、 ρ^{-1} が大きくなると漸次高次振動成分が混入して γ_{m1} は減少する傾向があるが、ここで対象とした周波数パラメータ範囲では低次から高次にわたる固有振動成分が混合して γ_{m1} は殆んど ρ^{-1} の弱い関数である。 v に関しては r の増大とともに γ_{m1} を増加せしめがる、殆んど v, r についても弱い関数であり、この解析範囲では $r=0 \sim 0.2$ において、 $r=0$ の場合の γ_{m1} の上限 $\sum_{j=1}^5 \beta_j$ の75%~100%程度に収まる。

構造物系モデルの諸応答性状に対する影響は、ここで採り上げた B_i, C_i 程度の差異のものでは、諸応答量の空間的分布に関する定性的性状ならびに空間に関する平均値、分散等の確率統計的な量に関する限り殆んど両者の間に差異はないと言える。一方また波形関数の差異も、ここで選んだ El Centro 型、Vernon 型の如く極端な差があってもなおかつ大局的な定性的性質と確率統計的性状に関する限り殆んど影響を持たないと言える。しかしながら定量的には Fig. 7~12 に示される両波形関数に対する基本応答図を対照し、次に示されるパラメーター v の物理的意味から判断されるように大きな差異がある。

$$v = \alpha\rho = \frac{AT_d}{(\bar{B}/\bar{M})_1 T} = \frac{AT_d}{\sqrt{2} \cdot 1\tau \sqrt{\bar{E}/\bar{M}}} \dots\dots\dots (20)$$

$$\bar{E} = \bar{B}\bar{d}/2, \quad 1\tau = 2\pi/1\omega = 1T \sqrt{K/\bar{M}}$$

ここに、 \bar{E} は弾性限ポテンシャル・エネルギー規準量、 1τ は無次元基本固有周期。
すなわち、同じ有次元の規準周波数に対応する時定数 T_d は El Centro 型では Vernon 型の約 3 倍であるから、同じ v に対応する応答量が El Centro 型が僅か、Vernon 型より大な程度であることを考慮すれば、同じ特性の構造物系に対し同じ程度の応答量を生ずる有次元での地震外乱強度は Vernon 型では El Centro 型の 3 倍強にも及ぶことを示す。これらのことは、第 1 段耐震設計資料に関して、波形関数の差異は、専ら定性的性質と確率統計的な量に基づく最適動力学特性分布の決定等には殆んど影響をもたないが、専ら定量的な諸量に基づくベース・シャー係数等に対しては大きな影響を有することを意味する。

4. ベース・シャー係数と設計用基本固有周期

ある無次元での構造物系動力学特性分布と外乱波形関数に関する基本応答図と対象とする地震外乱群を規定する外乱強度の周波数特性が与えられると第 1 段耐震設計のための等価弾性限強度を規定するベース・シャー係数が、構造物の基本固有周期 $1T$ 、許容靱性率規準量 γ_d および部材の構成法を規定する設計パラメーターである第 2、第 1 分枝剛性比規準量 r の関数として前論文^{4),7)}と同様な方法で定まる。ここで地震外乱強度の周波数特性は次式で設定する。

$$A = C_u, \quad T_d < T_{du} \quad \dots\dots \text{同一最大加速度}$$

$$A = C_v/T_d, \quad T_{dt} \leq T_d \leq T_{du} \quad \dots\dots \text{同一最大速度} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$A = C_d/T_d^2, \quad T_{du} < T_d \quad \dots\dots \text{同一最大変位}$$

El Centro 型 : $C_u = 3.92 \times 10^2 \text{ cm/sec}^2 = 0.4 \text{ g}, \quad C_v = 10^4 \text{ cm/sec} \quad C_d = 7.65 \times 10^5 \text{ cm},$
 $T_{dt} = 25.5 \text{ sec}, \quad T_{du} = 76.5 \text{ sec.} \quad \dots\dots (22)$

Vernon 型 : $C_u = 3.92 \times 10^2 \text{ cm/sec}^2, \quad C_v = 4.30 \times 10^3 \text{ cm/sec} \quad C_d = 1.42 \times 10^5 \text{ cm},$
 $T_{dt} = 11.0 \text{ sec}, \quad T_{du} = 33.0 \text{ sec.}$

この設定は両波形関数に対して同程度の地震外乱群すなわち群としての最大加速度振巾、 $\max A = 0.4 \text{ g}$ 、最大速度振巾 $\max V = 35 \sim 40 \text{ cm/sec}$ 、最大変位振巾、 $\max D = 40 \sim 50 \text{ cm}$ 程度を前提したことを意味する。

一方(6)式に基づいて許容靱性率が与えられると耐震安全性から次式が要求される。

$$\max_i (\gamma_{di}/v_i) \leq \gamma_d, \quad \gamma_{di} = \gamma_{di}(v, \rho; r) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 γ_{di} は基本応答図から第 2 式のように表現出来る。一方、弾性限強度を規定するベース・シャー係数 s と無次元パラメーター v との関係は(20)式から次のように表わされる。

$$s = \frac{AT_d}{v g_1 T \sum_{j=1}^N m_j} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに g は重力加速度。
一般に最適ないし適正動力学特性分布に関する基本応答図から得られる $\max_i (\gamma_{di}/v_i)$ は v の増加関数と

なる。例えば、**Fig. 15** に C_{II} , $r=0.1$, $\{\mu_i\} = \{1\}$, $\{\nu_i\} = \{1\}$ の場合の $\max \gamma_{di}$ を示すが如くである。従って(2)式に設定される地震外乱群に対しては各部分とも許容靱性率以内に収まるような等価弾性限度強度を与えるベース・シヤール係数は次式によって決定される。

$$s = \max(s_a, s_v, s_d) \tag{25}$$

$$s_a = s_a({}_1T; \gamma_d, r) = \frac{C_a}{\min(v\rho^{-1})g \sum_{j=1}^N m_j}$$

$$s_v = s_v({}_1T; \gamma_d, r) = \frac{C_v}{\min(v)g {}_1T \sum_{j=1}^N m_j} \tag{26}$$

$$s_d = s_d({}_1T; \gamma_d, r) = \frac{C_d}{\min(v\rho)g {}_1T^2 \sum_{j=1}^N m_j}$$

ここに、

$$\min(v\rho^{-1}) = \min_{\rho < \rho_l} v(\rho; \gamma_d, r) \cdot \rho^{-1}$$

$$\min(v) = \min_{\rho_l \leq \rho \leq \rho_u} v(\rho; \gamma_d, r) \tag{27}$$

$$\min(v\rho) = \min_{\rho_u < \rho} v(\rho; \gamma_d, r) \cdot \rho$$

ここで、 $\rho_l = T_{dl}/{}_1T$, $\rho_u = T_{du}/{}_1T$, $\gamma_d = \max(\gamma_{di}/\nu_i)$

すなわち、 ${}_1T$ をパラメーターとして(2), (22)式と(27)式

の最後の式から ρ_l , ρ_u を定め、基本応答図から $\max(\gamma_{di}/\nu_i)$ の図を作製し、(28)式を満足する条件から $\max(\gamma_{di}/\nu_i) = \gamma_d$ を与えれば、(27)式に従って $\min(v\rho^{-1})$, $\min(v)$, $\min(v\rho)$ が ${}_1T$, γ_d , r の関数として定まり、これを(25), (26)式に代入すれば、始めに設定した構造物系モデルの動力学特性と地震外乱の波形関数に応じてベース・シヤール係数が ${}_1T$, γ_d および r の関数として確定する。例えば、 B_I , C_{II} と El Centro 型, Vernon 型波形関数に対応し、 $\{\mu_i\} = \{1\}$, $\{\nu_i\} = \{1\}$, $r=0, 0.1, 0.2$ の

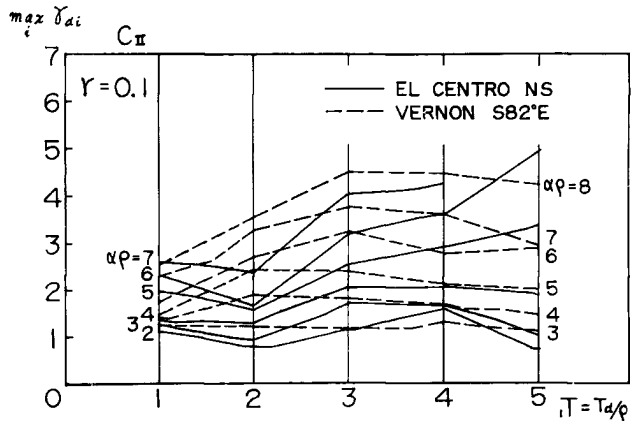


Fig. 15 Maximum with respect to space of maximum ductility factor, C_{II} , $r=0.1$.

場合、 ${}_1T$ が 2 ~ 5 秒の範囲でベース・シヤール係数 $s({}_1T; \gamma_d, r)$ は **Figs. 16, 17** に示す如く計算される。この場合、図に基づく計算の結果では s はすべて(26), (27)式の第2式による s_v によって定まり、 $\{m_i\} = \{1\}$, $N=5$ として(22)式を用いて各波形関数に対して下式から計算される。

El Centro 型 :

$$s({}_1T; \gamma_d, r) = \frac{2.04}{\min(v) {}_1T}$$

Vernon 型 :

$$s({}_1T; \gamma_d, r) = \frac{0.878}{\min(v) {}_1T} \tag{28}$$

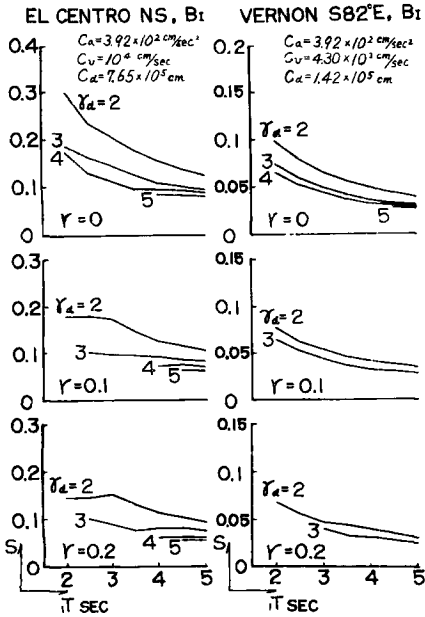


Fig. 16 Base shear coefficient calculated from basic response diagram and hypothetical group of earthquakes, B_I .

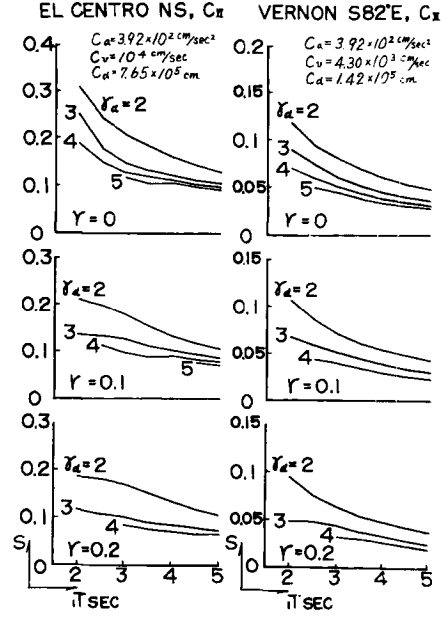


Fig. 17 Base shear coefficient calculated from basic response diagram and hypothetical group of earthquakes, C_{II} .

Figs. 16, 17 に得られた結果に基づいてそれぞれ B_I , C_{II} に対しベース・シャー係数の数式的表現を求めると、例えば次の如き式が得られる。先ず El Centro NS 成分のように比較的長い継続時間をもつ半定常的なランダム性加速度波形関数をもつ地震外乱群に対しては、少くとも $\{\mu_i\} = \{1\}$, $0 \leq r \leq 0.2$, $\{\nu_i\} = \{1\}$, $2 \leq \gamma_d \leq 5$, $2 \text{ sec} \leq T \leq 5 \text{ sec}$ の範囲で次式が適合する。

El Centro 型 :

$$s(iT; \gamma_d, r) = \frac{1-r}{\sqrt{(2\gamma_d-1)+r(\gamma_d-1)^2}} \cdot \frac{1+\{0.04(\gamma_d-1)+0.1\sqrt{r}\}(iT-b)}{iT} \dots\dots\dots (29)$$

$$B_I: b=4 \text{ sec}, \quad C_{II}: b=3 \text{ sec}$$

次に Vernon S82°E 成分のような比較的継続時間の短い非定常的なランダム性加速度波形関数をもつ地震外乱群に対しては少くとも同様な範囲で次式が適合する。

Vernon 型 :

$$s(iT; \gamma_d, r) = \frac{d(1-r)}{\sqrt{(2\gamma_d-1)+r(\gamma_d-1)^2}} \cdot \frac{1}{iT} \dots\dots\dots (30)$$

$$B_I: d=0.34 \text{ sec}, \quad C_{II}: d=0.40 \text{ sec}$$

Fig. 18 に②式に基づいて計算した構造形式 C_{II} の場合の $s(iT, \gamma_d, r)$ を示す。②, ③式には構造物系の基本固有周期 iT を含んでいるが、第1段耐震設計に際してこれを推定する必要がある。無次元での動力学特性分布のうち $\{m_i\}$, $\{\alpha_i\}$ が予め例えば最適ないし適正動力学特性分布の形で与えられているとすれば、基本固有周期 iT はベース・シャー係数 s , 層数(質点数) N , 等価弾性限変位規準値 \bar{d}_N によって次式で表わし得る⁴⁾。

$${}_1T^2 = \frac{{}_1\tau_N^2 \bar{d}_N}{sg \sum_{j=1}^N m_j}, \quad \bar{d}_N = \bar{d}_e = \theta_e \bar{L} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで、 C_e は構造材料、構造形式、部材寸法および概略の断面寸法等で比較的安定な予想の可能な等価的な意味での弾性限層回転角である。 \bar{L} は規準階高でこれと前者の積で規準弾性限変位 $\bar{d}_N = \bar{d}_e$ が予想出来る。 ${}_1\tau_N$ は $\{m_i\}$, $\{e_i\}$ のみで定まる N 質点系の無次元基本固有周期である。(29), (30)式に得られた s を(8)式に代入して解けば、設計用基本固有周期 ${}_1T$ が階数 N , 等価弾性限変位規準量 \bar{d}_e , 許容靱性率規準量 γ_d , および第2, 第1分枝剛性比規準量 r のような設計既知量ないし安定な予想が可能な量の関数として次式の如く表わされる¹²⁾。

El Centro 型 :

$${}_1T(\bar{d}_e; \gamma_d, r, N) = \frac{p(\gamma_d, r) - 1 + \sqrt{[bp(\gamma_d, r) - 1]^2 + 4p(\gamma_d, r) \frac{l(\bar{d}_e, N)}{k(\gamma_d, r)}}}{2p(\gamma_d, r)} \quad \dots\dots\dots (32)$$

但し, ${}_1T(\bar{d}_e; 1, 0, N) = \frac{l(\bar{d}_e, N)}{k(1, 0)} = l(\bar{d}_e, N)$
 $B_I: b=4, C_{II}: b=3$

Vernon 型 :

$${}_1T(\bar{d}_e; \gamma_d, r, N) = \frac{l(\bar{d}_e, N)}{dk(\gamma_d, r)} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$B_I: d=0.34, C_{II}: d=0.40$

ここに,

$$k(\gamma_d, r) = \frac{1-r}{\sqrt{(2\gamma_d-1)+r(\gamma_d-1)^2}}$$

$$p(\gamma_d, r) = 0.04(\gamma_d-1) + 0.1\sqrt{r} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$l(\bar{d}_e, N) = \frac{{}_1\tau_N^2 \bar{d}_e}{g \sum_{j=1}^N m_j}, \quad {}_1\tau_N = {}_1\tau_N(\{m_i\}, \{e_i\})$$

さらに、(29), (30)式と(32), (33)式から ${}_1T$ を消去すれば、ベース・シャー係数は次の如く表現される。

El Centro 型 :

$$s(\bar{d}_e; \gamma_d, r, N) = k(\gamma_d, r) [1 + p(\gamma_d, r)] \times \left[1 - \frac{2bp(\gamma_d, r)}{bp(\gamma_d, r) - 1 + \sqrt{[bp(\gamma_d, r) - 1]^2 + 4p(\gamma_d, r) \frac{l(\bar{d}_e, N)}{k(\gamma_d, r)}}} \right] \quad \dots\dots\dots (35)$$

但し, $s(\bar{d}_e; 1, 0, N) = \frac{k(1, 0)^2}{l(\bar{d}_e, N)} = \frac{1}{l(\bar{d}_e, N)}$

Vernon 型 :

$$s(\bar{d}_e; \gamma_d, r) = \frac{d^2 k(\gamma_d, r)^2}{l(\bar{d}_e, N)} \quad \dots\dots\dots (36)$$

また単位質量規準量あたりの弾性限ポテンシャル・エネルギー規準量, 単位質量規準量あたりの弾塑性ポテンシャル・エネルギー規準量, 対応する等価相対速度規準量, ならびに単位重量規準量あたりの弾塑性ポテンシャル・エネルギー規準量は次式で表わせる。

$$\frac{\bar{E}_N}{\bar{M}_N} = \frac{\bar{B}_N \bar{d}_N}{2\bar{M}_N} = \frac{\bar{B}_N^2}{2\bar{M}_N \bar{K}_N} = \frac{1}{2} \left(\frac{s_1 T g \sum_{j=1}^N m_j}{{}_1\tau_N} \right)^2$$

$$\frac{\bar{P}_N}{\bar{M}_N} = [(2\gamma_d - 1) + r(\gamma_d - 1)^2] \frac{\bar{E}_N}{\bar{M}_N} = \frac{1}{2} \bar{V}_{en}^2, \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\bar{V}_{ep} = \sqrt{(2\gamma_d - 1) + r(\gamma_d - 1)^2} \cdot \frac{s_1 T g \sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N}$$

$$\frac{\bar{P}_N}{\bar{W}_N} = \frac{\bar{P}_N}{g\bar{M}_N} = [(2\gamma_d - 1) + r(\gamma_d - 1)^2] \frac{\bar{E}_N}{\bar{W}_N} = \frac{[(2\gamma_d - 1) + r(\gamma_d - 1)^2]}{2} \cdot \left(\frac{s_1 T \sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \right)^2 \cdot g$$

ここで、 \bar{M}_N 、 \bar{W}_N 、 \bar{K}_N 、 \bar{d}_N 、 \bar{B}_N 、 \bar{E}_N 、 \bar{P}_N は N 質点系に関する質量、重量、剛性、弾性限変位、弾性限強度、弾性限ポテンシャル・エネルギー、蓄えられるべき弾塑性ポテンシャル・エネルギーの規準量を示す。 $1\tau_N$ は N 質点に関する無次元基本固有周期、 \bar{V}_{ep} は弾塑性ポテンシャル・エネルギーから換算した等価相対速度規準量である⁴⁾。②9)、③0式と③7式を用いれば、③7式で示される量は、 $1T$ 、 γ_d 、 r 、 N で表わし得るし、③2~③8式と③7式を用いれば、 \bar{d}_N 、 γ_d 、 r 、 N の関数としても表わせる。例えば、単位重量規準量あたりの弾塑性ポテンシャル・エネルギー規準量、あるいは等価相対速度規準量は $1T$ 、 γ_d 、 r の関数として次式で表わせる。

El Centro 型：

$$\frac{\bar{P}_N}{\bar{W}_N} = \frac{(1-r)^2}{2} [1 + \rho(\gamma_d, r)(1T-b)]^2 \left(\frac{\sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \right)^2 g$$

$$\bar{V}_{ep} = \frac{(1-r)[1 + \rho(\gamma_d, r)(1T-b)] g \sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \dots\dots\dots (38)$$

Vernon 型：

$$\frac{\bar{P}_N}{\bar{W}_N} = \frac{d^2(1-r)^2}{2} \left(\frac{\sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \right)^2 g$$

$$\bar{V}_{ep} = \frac{d(1-r) g \sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \dots\dots\dots (39)$$

③0~③9式に含まれる $1\tau_N$ は最適ないし適正動力学特性分布によって $\{m_i\}$ 、 $\{\kappa_i\}$ が与えられると確定するが、通常現われる最適ないし適正分布では、直線型第1次振動モードに対して成立つ次式と近似的に等しいとしてよい。

$$1\tau_N \cong 2\pi \left(\frac{\sum_{j=1}^N m_j j^2 / \sum_{j=1}^N \kappa_j}{\sum_{j=1}^N \kappa_j} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (40)$$

さらに、 $\{m_i\} = \{1\}$ のとき $\{\kappa_i\}$ が(8)式の如き直線型分布で規定されるときは、 N が小でないとき(40式はさらに次式で近似出来る⁴⁾。

$$1\tau_N \cong 2\pi [2(1+p)/3(2+p)]^{1/2} N \dots\dots\dots (41)$$

これを用いて、③2~③9式の各量は次式によって計算出来る。

$$l(\bar{d}_e, N) = 0.0268 \left(\frac{1+p}{2+p} \right) \bar{d}_e N$$

$$\left(\frac{\sum_{j=1}^N m_j}{1\tau_N} \right)^2 g = 37.4 \left(\frac{2+p}{1+p} \right) \dots\dots\dots (42)$$

EL CENTRO NS, C₁ VERNON SB2E, C₁

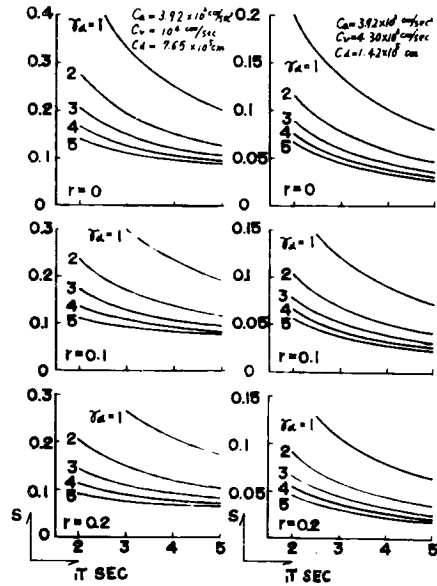


Fig. 18 Simplified base shear coefficient, C₁₁.

$$\frac{\sum_{j=1}^N m_j}{1 \tau_N} \cdot g = 191 \left(\frac{2+p}{1+p} \right)^{1/2}$$

(42)式の第1式を(28)~(34)式に代入し、 $\bar{A}_e = \bar{A}_N = 2\text{cm}$ として C_{II} の場合に設計用基本固有周期 ${}_1T$ を計算した結果を **Fig. 19** に示す。ここで、(29), (30), (32)~(34)式は少くとも $0 \leq r \leq 0.2, 2 \leq \gamma_d \leq 5, 2 \text{sec} \leq {}_1T \leq 5 \text{sec}$ においては成立するものであるが、その領域外への外挿の使用には制限があることは勿論である。この点では例えば **Fig. 19** の Vernon 型波形関数に対する設計用基本固有周期 ${}_1T$ において、 ${}_1T \geq 6 \text{sec}$ の領域には信頼性はない。設計用基本固有周期式(32)~(34)式に対する等価弾性限規準量 \bar{A}_e および階数 N の影響は、(42)式の第1式からも判るように Vernon 型波形関数に対しては、両者ともほぼ1次比例関係にあるが、El Centro 型波形関数に対しては、 \bar{A}_e, N の ${}_1T$ への影響は1次より少なく、またその指数は、 \bar{A}_e, N のうち他方が増す程、許容靱性率 γ_d が大きい程低減する。例えば、次の数値例に示す如きである。

C_{II} , El Centro 型, $\gamma_d = 3, r = 0.1$

$$\begin{aligned} N=24 \cdots \bar{A}_e = 1 \text{ cm} \sim {}_1T &= 1.59 \text{ sec}, \\ &\bar{A}_e = 2 \text{ cm} \sim {}_1T = 2.74 \text{ sec}, \\ &\bar{A}_e = 4 \text{ cm} \sim {}_1T = 4.56 \text{ sec}. \\ N=60 \cdots \bar{A}_e = 1 \text{ cm} \sim {}_1T &= 3.24 \text{ sec}, \\ &\bar{A}_e = 2 \text{ cm} \sim {}_1T = 5.31 \text{ sec}, \\ &\bar{A}_e = 4 \text{ cm} \sim {}_1T = 8.32 \text{ sec}. \end{aligned}$$

(42)式の第1式からは \bar{A}_e および N は近似的には $\bar{A}_e N$ の積の形で影響するとみてよい。従って(32)~(34)式の量は、同方向に等価弾性限変位を生じたときの頂部の運動座標に関する変位 D によって評価することも出来る。

$$\bar{A}_e N = D / \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_j \right) \dots\dots\dots (43)$$

ここで上式の分母は最適動力学特性分布が与えられると一意的に定まる。例えば、(31), (34), (42)式と(43)式を組合わせて ${}_1T$ は次式の如く得られる。

$${}_1T = 0.164 \left[\frac{(1+p)DN}{(2+p)s \sum_{j=1}^N \delta_j} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (44)$$

(44)式は B_I, C_{II} に対しては次のようになる。

$$\begin{aligned} B_I : {}_1T &= 0.139 \sqrt{D/s} . \\ C_{II} : {}_1T &= 0.130 \sqrt{D/s} \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

5. 最適動力学特性

最適動力学特性は各部の耐震安全性を保証し而もその空間的分布を一様ならしめる動力学特性として定義された。而して靱性率を耐震安全性の第一義的尺度とし、一様な構造材料、構造形式でかつ一様な応答安全

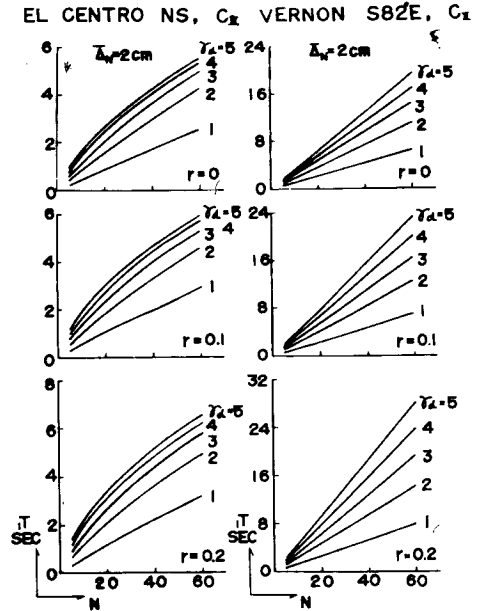


Fig. 19 Fundamental natural period of elastoplastic multi-story structure, C_{II} , $\bar{A}_e = \bar{A}_N = 2\text{cm}$.

率を設定した場合、すなわち許容靱性率の空間的分布を一樣とする時、最適動力学特性の定義は最大靱性率が許容靱性率以内でかつその空間的分布を一樣ならしめる動力学特性に帰着される^{1)~4),7)}。最適動力学特性を定める問題は一般的には次式によって規定される条件付最小値問題に帰着される。

$$I = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\gamma_d \text{ allowable } j - \tilde{\gamma}_{dj})^2$$

$$\gamma_d \text{ allowable } i - \tilde{\gamma}_{di} \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$\{\gamma_d \text{ allowable } i\} = \{\gamma_d \text{ ultimate } i / A_{Ri}\} = \gamma_d \{\nu_i\}$$

ここに、 I ：最小値問題の目的関数、 $\tilde{\gamma}_{di}$ ：地震外乱群に関する γ_{di} の最大値、 $\gamma_d \text{ allowable } i$ ： i 層許容靱性率、 $\gamma_d \text{ ultimate } i$ ： i 層終局靱性率、 A_{Ri} ： i 層応答安全率、 γ_d ：許容靱性率規準量、 ν_i ：許容靱性率分布係数。

(46)式は次式と同等である。

$$I = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \nu_j^2 \left(\gamma_d - \frac{\tilde{\gamma}_{dj}}{\nu_j} \right)^2$$

$$\max_i \frac{\tilde{\gamma}_{di}}{\nu_i} = \gamma_d, \quad i=1, 2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (47)$$

ここで、規準化最大靱性率 γ_{di}/ν_i の空間に関する平均値 γ_d^m 、偏差 γ_{di}^d 、分散 γ_d^s 、標準偏差 γ_d^s および正規化確率変数 $n\gamma_{di}$ を導入する。

$$\gamma_{di} = \gamma_d^m + \gamma_{di}^d, \quad \gamma_d^m = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma_{dj}$$

$$\gamma_d^s = \gamma_d^{s2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma_{dj}^2, \quad \gamma_d^s = \gamma_d^{s1/2} = \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma_{dj}^2 \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$n\gamma_{di} = \frac{\gamma_{di}^d}{\gamma_d^s}$$

(49)式を用いて、(47)式から次式が得られる。

$$I = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \nu_j^2 (\tilde{u} \tilde{\gamma}_d^s - \tilde{\gamma}_{dj}^d)^2 = \frac{\tilde{\gamma}_d^s}{N} \sum_{j=1}^N \nu_j^2 (\tilde{u} - n\tilde{\gamma}_{dj})^2$$

$$\leq \frac{(\tilde{u} + \tilde{l})^2}{N} \tilde{\gamma}_d^{s2} \sum_{j=1}^N \nu_j^2 \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$\tilde{\gamma}_d^m + \tilde{u} \tilde{\gamma}_d^s = \gamma_d$$

ここで、 $\tilde{}$ は地震外乱群に関する最大値 $\tilde{\gamma}_{di}$ に対応する量を示す。なお、ここで、

$$\tilde{u} = \max_i n\tilde{\gamma}_{di} = \left(\max_i \frac{\tilde{\gamma}_{di}}{\nu_i} - \tilde{\gamma}_d^m \right) / \tilde{\gamma}_d^s$$

$$\tilde{l} = -\min_i n\tilde{\gamma}_{di} = \left(\tilde{\gamma}_d^m - \min_i \frac{\tilde{\gamma}_{di}}{\nu_i} \right) / \tilde{\gamma}_d^s \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$\tilde{u} + \tilde{l} = \max_i n\tilde{\gamma}_{di} - \min_i n\tilde{\gamma}_{di} = \left(\max_i \tilde{\gamma}_{di}^d - \min_i \tilde{\gamma}_{di}^d \right) / \tilde{\gamma}_d^s$$

(46)、(47)、(49)式はある特定の耐震設計原理、換言すれば特定の地震外乱群と許容応答量を対象として最大応答量の条件付分散最小値問題を記述しているが、実際の耐震設計は地震規模に対応する発生頻度によって異った耐震安全性を要求する2種以上の耐震設計原理に従わねばならない¹⁾。すなわち、中ないし強震を対象とする確率統計的弾性ないし等価弾性設計法と激震に対応する終局弾塑性設計法を同時に適用されねばならない。さらにまた、地震外乱群の設定の不確定性、構造物系モデルならびに許容応答量の概括的把握による設定の粗雑さ、耐風等の他種外乱ならびに設計、施工上の諸条件による動力学特性への制約等を考慮すれば、単に最適動力学特性を一種の耐震設計原理に対して厳密に規定するよりむしろ比較的広範な無次元パラメー

ターでの最適ないし適正が要求されることになる。これに加えて、最適ないし適正度の安定性を保証する意味において(49), (50)式に代えて次式を対象とするのが妥当と考えられる。

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{N} \iint_R \sum_{j=1}^N \nu_j^2 \left(\max_i \frac{\gamma_{dj}}{\nu_j} - \frac{\gamma_{dj}}{\nu_j} \right)^2 ds / \iint_R ds \\
 &= \frac{1}{N} \iint_R \gamma_d^2 \sum_{j=1}^N \nu_j^2 (u - n\gamma_{dj})^2 ds / \iint_R ds \quad \dots\dots\dots (51) \\
 &\leq \frac{\sum_{j=1}^N \nu_j^2}{N} \iint_R (u+l)^2 \gamma_d^2 ds / \iint_R ds
 \end{aligned}$$

ここに、 $ds = dad\rho^{-1}$ あるいは $ds = dvd\rho^{-1}$

$$u = \max_i n\gamma_{di}, \quad l = -\min_i n\gamma_{di}.$$

ここで R は2種以上の耐震設計原理を対象とした広い意味での地震外乱群と概括的な構造物系動力特性の想定によって定め得る無次元地震外乱に属する独立な2種の無次元パラメーターの領域である。(50)式で規定するものは精確には有次元での最適ないし適正動力特性であるが、この形で論ずるのは与えられた構造物系の最適性の検討、すなわち analysis の意味では厳密であるが、第1段耐震設計資料としての最適ないし適正動力特性を得ること、すなわち synthesis の立場からは不可能ではないとしても便利な形ではない。しかしながら地震外乱群と許容靱性率規準量、基本固有周期等の概略の構造物系の特性を知れば、積分領域 R は大略推定可能であるから、(50)式において積分領域 R を既知とするならば、同式によってそのまま無次元領域での最適ないし適正動力特性分布を論ずることが可能となる。かくして最適動力特性を最適動力特性分布と規準量に分離し、専ら確率的な意味での最適性を分布によって論じ、耐震安全性の確保を規準量で論ずることによって、第1段耐震設計資料としての立場から非常に便利となる。最適動力特性分布に関しては、ここで設定したような bi-linear hysteretic type の構造物系モデルでは、動力特性分布ベクトル $\{m_i\}$, $\{k_i\}$, $\{d_i\}$ または $\{\beta_i\}$ および $\{\mu_i\}$ の最適な組合わせを許容靱性率分布ベクトル $\{\nu_i\}$ と第2, 第1分枝剛性比規準量 r に応じて、基本応答図の妥当な無次元パラメーター領域で(60)により決定することになるが、ここで $\{m_i\}$ は既知とし、さらに構造形式に対応して $\{k_i\}$ と $\{d_i\}$ または $\{\beta_i\}$ の関係を予め設定するときには、 $\{k_i\}$ と $\{\mu_i\}$ の組合わせについて論ずることになる。これに対し規準量に関しては、 \bar{M}_N が既知とするとき \bar{A}_N または $1T(\bar{K}_N)$ を構造材料、構造形式、規模、部材寸法、大略の部材断面寸法によって推定し、設計パラメーター r の評価または選定に対して \bar{B}_N をベース・シャー係数 s によって決定することになる。

ここで問題とした最適動力特性は単に条件付分散最小値問題として規定し、このことが構造設計の経済性にもつながるものと予期しているが、経済性を第1義とするときには、(49), (50)式よりむしろ次式による方が直接的である。(49)式に対応して、

$$I = s(\bar{A}_N; \gamma_d, r, N) \quad \dots\dots\dots (52)$$

但し、 $\max_i \frac{\tilde{\gamma}_{di}}{\nu_i} - \tilde{\gamma}_d^m + \tilde{u} \tilde{\gamma}_d^s = \gamma_d$

あるいは(50)式に対応して無次元領域で次式を考える。

$$\begin{aligned}
 I &= \iint_R \max_i \frac{\gamma_{di}}{\nu_i} ds / \iint_R ds = \iint_R (\gamma_d^m + u\gamma_d^s) ds / \iint_R ds \\
 &\quad = \iint_R \left(u + \frac{\gamma_d^m}{\gamma_d^s} \right) \gamma_d^s ds / \iint_R ds \quad \dots\dots\dots (53)
 \end{aligned}$$

ここに、 $ds = dad\rho^{-1}$ あるいは $ds = dvd\rho^{-1}$

ここに最適動力学特性ないし最適動力学特性分布を規定するものとしてあげた(49)～(53)式は、そのいずれも直接これを解くことは非常に困難であり、また各式の有する意味に多少の差異がある。しかしながら、これらに共通して言えることは、最大偏差 $u\gamma_d^s$ を比較的広い無次元パラメーターの領域で小さくすることである。(49)、(51)式に対し、(52)、(53)式には平均値 γ_d^m を含み、これを分布によって小とすることも加えた形であるが、 γ_d^m は後に示されるように通常問題となる領域では殆んど動力学特性分布の影響を受けず、ある外乱波形関数に対して、 α あるいは v 、 ρ^{-1} 、 r の関数として殆んど定まる。一方また正規確率変数で表わした最大、最小偏差 u 、 l は殆んど動力学特性分布の影響を受けない無次元パラメーター α 、 (v) 、 ρ^{-1} 、 r のランダム性関数となる。従って結局、最適動力学特性分布を検出する量としては標準偏差 γ_d^s が残る。これは分布の影響を強く受ける α 、 (v) 、 ρ^{-1} 、 r の関数である。従って、最適動力学特性を規定する(49)～(53)式は、単に最適動力学特性分布を対象とする標準偏差の平均値最小問題を示す次式に置換し得る。

$$I = \iint_R \gamma_d^s ds / \iint_R ds \quad \dots\dots\dots (54)$$

ここに、 $ds = d\alpha d\rho^{-1}$ あるいは $ds = dv d\rho^{-1}$

例えば、El Centro 型波形関数に対して構造物系モデル B_1 、 C_{11} に関する γ_d^m 、 γ_d^s をそれぞれ **Figs. 20, 21** に示すが、これ等から γ_d^m 、 γ_d^s の一般的な性質が判る。一般に γ_d^m 、 γ_d^s は α 、 (v) 、 ρ^{-1} 、 r について大局的には同様な傾向をもつが、特に r の微小正值領域で、 γ_d^m が r の弱い減少関数、 α 、 (v) 、 ρ^{-1} に関しては滑らかな関数であるに対して、 γ_d^s は r の比較的強い減少関数であるとともに、 r の微小正值の導入で、 v 、 ρ^{-1} に関して弱い関数になることが判る。 γ_d^s は γ_d^m の増大と共に必然的に増大することから分散状態は正規化変数で表現した方が妥当である事実と、最適分布が α 、 (v) 、 ρ^{-1} の比較的広い領域で適正であることが要求される関係上、適正度の判定量としてはむしろ α 、 (v) 、 ρ^{-1} のあまり強くない関数を採用するのが望ましいこ

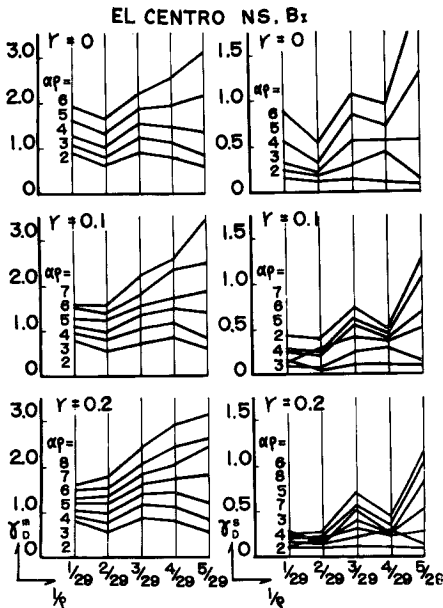


Fig. 20 Mean and standard deviation with respect to space of standardized maximum ductility factor, B_1 .

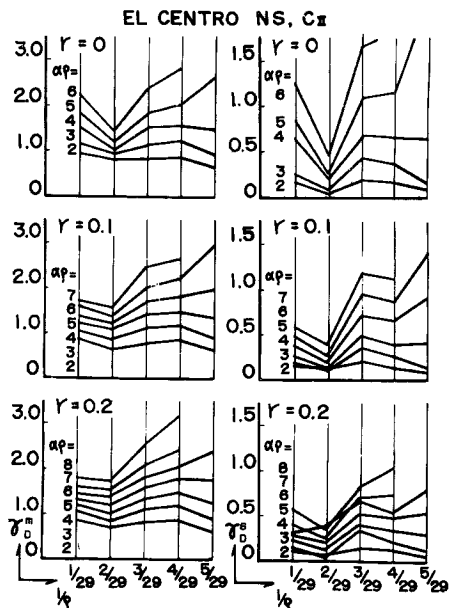


Fig. 21 Mean and standard deviation with respect to space of standardized maximum ductility factor, C_{11} .

とから、次式に示す量で適正度を判定するのが便利であろう。

$$\gamma_d^s/\gamma_d^m \text{ あるいは } \gamma_d^m/\gamma_d^s \dots\dots\dots (55)$$

これを用いて(51), (53), (54)式を次式に置換して考えるのが便利である。

$$I = \iint_R (\gamma_d^s/\gamma_d^m) ds / \iint_R ds \leq \max_R (\gamma_d^s/\gamma_d^m)$$

あるいは, $\dots\dots\dots (56)$

$$I = \iint_R (\gamma_d^m/\gamma_d^s) ds / \iint_R ds \geq \min_R (\gamma_d^m/\gamma_d^s)$$

ここに, $ds = da d\rho^{-1}$ あるいは $ds = dv d\rho^{-1}$

(50)第1式は(54)式で $(\gamma_d^m)^{-1}$ をweightとした平均値最小値問題を示す。(50)第2式は正規確率変数と同様な変数を用いて適正度を直接示すものとし最大値問題に置換した形である。**Figs. 20, 21**に示された値によると、正規確率変数の最大値 u は v, ρ^{-1}, r のランダム性関数で B_I, C_{II} に対しても $1 \sim 2$ の範囲に収まる。また γ_d^s/γ_d^m は $r=0$ の場合、大略 v の増加関数といえるが、 $r=0.1, 0.2$ になると単調でない v の弱い関数となる。 v を消去した形での γ_d^s/γ_d^m の ρ^{-1} に関する最大値は次の如きである。 B_I の場合、 $r=0$ で $0.185 \sim 0.696$, $r=0.1$ で $0.198 \sim 0.433$, $r=0.2$ で $0.179 \sim 0.422$, C_{II} の場合、 $r=0$ で $0.238 \sim 0.891$, $r=0.1$ で $0.268 \sim 0.480$, $r=0.2$ で $0.184 \sim 0.356$ となる。これによれば、 $r=0, 0.1$ では B_I の方が C_{II} より適正度は高いといえるが、 $r=0.2$ では同程度となる。一般に第2, 第1分枝剛性比パラメーター r の微小正値の導入は、特に適正度の小さな領域を急激に適正化して、無次元パラメーターに関する適正度の安定性を増大し、従って(51)~(56)での無次元パラメーターの広範囲において要求される最適性を大きく増大する効果がある。ここで(51)~(56)式における積分の評価は、被積分関数の数式的表現が困難なため必然的に数値積分によらねばならず非常な労力を伴うものである。この場合、被積分関数が、 $\alpha, (v), \rho^{-1}$ の比較的弱い関数となり得る(56)式によるときは、その量の最大値あるいは最小値を直接最適動力学特性分布の判定量とすることができよう。

$$I = \max_R (\gamma_d^s/\gamma_d^m) \text{ あるいは } I = \min_R (\gamma_d^m/\gamma_d^s) \dots\dots\dots (57)$$

あるいはまた(52), (53)式とより関連の深い量として、平均値に対する最大偏差量の無次元領域における最大値を最小とする形におくこともできる。

$$I = \max_R (u \gamma_d^s/\gamma_d^m) \dots\dots\dots (58)$$

原則的に最適動力学特性の決定は、ある妥当な地震外乱群と構造物系モデルの設定のもとに基本応答図に基づいて行なわれ得るが、厳密な意味で最適性を定義し決定することは困難であり、従って工学的な判断によって例えば(57), (58)式で与えられる量のある数値以内に収めるものを最適動力学特性分布と見なし、これを許容する立場にならざるを得ないであろう。この許容量を与えること自体は今後の問題であるが、ここで採用した動力学モデル B_I, C_{II} は、設定した地震外乱群と2sec以上の長周期構造物に対しては、許容応答量の小さい弾性ないし等価弾性設計に対しては適正分布と判断できるが、許容応答量の大きい例えば終局弾塑性設計に対しては、たとえ r を導入した場合でも適正であるとは見なし難い。基本応答図 **Figs. 7~12** から判断される如く、 r の導入によっても応答量の空間的バラツキに対する定性的性質が殆んど変化しない事実からみて、最適ないし適正動力学分布の検出のためには、先ず最初に $r=0$ とした完全弾塑性モデルを用いるのが判定量 γ_d^s/γ_d^m 等が分布を規定するパラメーター ρ に関する感度が高い点で妥当と思われる。ここで主として問題とした許容応答量が大きい場合には、I, II の構造形式に対する最適ないし適正動力学特性分布は共にそれぞれ B, C より更に直線型第1分枝剛性勾配パラメーター ρ の大きいものとなることが推定できる。最適ないし適正動力学特性分布に関する基本応答図について次の形の式を考えるのが便利である。

$$\begin{aligned} \gamma_{di} &= \gamma_d^m [1 + (\gamma_{di}^d / \gamma_d^m)] \leq \max_i \gamma_{di} = \gamma_d^m [1 + (u \gamma_d^s / \gamma_d^m)] \\ &\leq \gamma_d^m [1 + \max_R (u \gamma_d^s / \gamma_d^m)] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (59)$$

ここで、 γ_d^m は動力学特性分布に殆んど無関係な α , (v) , ρ^{-1} の関数、 r に関しては弱い関数として定まる。 γ_d^m は伝達エネルギーに主として関係し、従ってモデルの動力学特性分布や質点次数には殆んど無関係に定め得る量と推定出来る。一方、最適ないし適正動力学分布は γ_d^m に対する γ_{di}^d または $u \gamma_d^s$ を小とすることで表現されるが、(60)式の上限に含まれる $\max_R (u \gamma_d^s / \gamma_d^m)$ は動力学特性分布の影響を強く受けるとともに質点次数とともに増加し、適正分布においても質点次数 N の弱い増加関数と予期せねばならないであろう。

一般に経済的な耐震設計を行なうための第1段階耐震設計資料を得るには、先ずある妥当な波形関数と構造物系モデルに関する基本応答図が整備され、これからここで考察したような手順で最適ないし適正動力学特性分布が、構造形式に応じて定められる必要がある。普通用いられる構造形式では、構造材料と形式の同一性と一様質量を前提した場合、弾性限度強度、第1分枝剛性、弾性限度変位、弾性限度ポテンシャル・エネルギー、弾塑性ポテンシャル・エネルギーの分布係数 β_{0i} , κ_{0i} , δ_{0i} , e_{0i} , p_{0i} の間に次の関係を想定出来よう。

$$\begin{aligned} \beta_{0i} &= \kappa_{0i}^c, \quad \delta_{0i} = \kappa_{0i}^{c-1}, \quad e_{0i} = p_{0i} = \kappa_{0i}^{2c-1} \\ \frac{1}{2} &\leq c \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (60)$$

本論文で対象とした構造形式の種別 I, II は指数 c がそれぞれ 1, $1/2$ の場合の両極端に相当する。最適ないし適正分布は、構造形式に対応する指数 c に応じて、例えば f_{0N} を目安として妥当と予想される直線型第1分枝剛性勾配パラメーター p を選定し、その近傍で、例えば妥当と考えられる El Centro 型加速度波形関数と5質点完全弾塑性剪断型モデルに関する基本応答図を作製することにより、 γ_d^s / γ_d^m を判定量として定められる。而る後、主として耐震部材に関する設計パラメーターとしての r を導入した基本応答図を最適ないし適正分布に関して整備し、これからベース・シャー係数等の種々の設計資料が得られる。任意の質点次数と任意の質量分布を有する構造物系に対する最適ないし適正動力学特性分布は、基本応答図の作製された一様質量分布とそれ程遠く異ならないとの条件のもとで、適正剪断力係数分布を質量分布に係らず一定と前提すれば前論文^{4,7)}に示した如く定まる。ここに剪断力係数 $\{s_i\}$ および剪断力係数分布 $\{q_i\}$ は次式により定義される。

$$\begin{aligned} s_i &= \frac{B_i}{g \sum_{j=1}^N M_j} = \frac{\bar{B}_N}{g \bar{M}_N} \cdot \frac{\beta_i}{\sum_{j=1}^N m_j} \\ q_i &= \frac{s_i}{s_1} = \frac{s_i}{s} = \frac{\sum_{j=1}^N m_j}{\sum_{j=1}^N m_j} \beta_i \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (61)$$

従って、

$$q_i = q_{0i} = \frac{N}{N-j+1} \beta_{0i} \quad \dots\dots\dots (62)$$

と前論文に示した弾性限度強度分布 $\{\beta_i\}$ およびその換算係数 $\{f_i\}$ が次式で定まる。

$$\begin{aligned} \beta_i &= f_i \beta_{0i} \\ f_i &= \frac{\sum_{j=i}^N m_j}{\sum_{j=1}^N m_j} \cdot \frac{N}{N-i+1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (63)$$

上式から、構造形式に応じて(60)式と同様な分布間の関係を設定すれば、他の分布も確定する。指数 c に関して、 c が小さくなる程第1分枝剛性勾配パラメーター p による応答量空間分布の制御効果は応答量の大小

領域で減少すると考えられる。一方また工学的には、耐風設計との関連、設計、施工上の諸条件から p による適正化に制約が付けられることがある。この場合、第2、第1分枝剛性比ベクトル $\{r_i\} = r\{\mu_i\}$ を耐震部材によって導入するとき、その分布ベクトル $\{\mu_i\}$ は応答量の空間的分布の制御効果を有すると考えられるし、またその規準量 r は微小正值範囲で動力学特性の適正化とその安定化に大きな効果を有することを知った。

6. む す び

本論文では前論文⁴⁾に引き続き弾塑性高層構造物の耐震設計における第1段耐震設計資料としての最適ないし適正動力学特性分布、ベース・シャー係数、設計用基本固有周期式を基本応答図から導くことを主目的とし、それ等の誘導法と設計資料の表示法を示すとともに、耐震安全性に関係ある諸応答の定性的ならびに定量的性状を考察した。特にここでは、地震外乱波形関数および bi-linear 履歴特性における第2、第1分枝剛性比パラメーターの構造物地震応答性状と第1段耐震設計資料への影響の評価に主眼がおかれた。而して、波形関数の定性的応答性状への影響は少ないが、定量的影響は非常に大きいことを知った。また第2、第1分枝剛性比パラメーターはその微小正值の範囲で動力学特性の適正化と適正度の諸量の変動に対する安定化に大きな効果を有し、特に応答量の空間的最大偏差の制御に有効であり、耐震設計の安定化と経済化に重要な意味をもつことを知った。このことから、弾塑性不静定構造物系の履歴特性において、その許容応答値内での第2分枝の剛性評価が重要な意味をもつこと、あるいは壁ないし筋違等の耐震部材による第2分枝正值勾配の積極的導入が大いに効果を有することが指摘される。また第2分枝の設計導入によって、第一義的な靱性率の適正化が得られるのみならず、副次的な耐震安全性の判定基準となる有次元量としての最大層間変位、ベースに対する相対変位、残留変位および最大柱部材回転角を抑制することが可能となり、従って弾塑性構造物の重力ないし軸力による人振巾での不安定化を打消することができる。今後は上述の基本方針に従って第1段耐震設計資料を整備するとともに、それによって設計した具体的な構造物について第2段の詳細な耐震安全性の検討のための動的応答解析^{4),7),9)}を行ない、第1段耐震設計資料の妥当性を検討して行くつもりである。最後に、常に適切な御教示を戴く京都大学棚橋諒教授に感謝の意を捧げるとともに、応答図の作製にあたって御協力戴いた、井上豊、竹内吉弘両氏をはじめ研究室の諸氏に感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- 1) 棚橋 諒、小堀鏗二、南井良一郎：構造物の動的耐震設計法と地震レスホンス、京大防災研究所年報、第5号B、昭37.3、pp.1-32.
- 2) 小堀鏗二：動的設計の現段階、地震工学国内シンポジウム講演集、昭37.11、pp.305-310.
- 3) 小堀鏗二、南井良一郎、田川健吾：弾塑性構造物の耐震性に関する研究、地震工学国内シンポジウム講演集、昭37.11、pp.165-170.
- 4) 小堀鏗二、南井良一郎：スカイスクレーパーの弾塑性応答と耐震設計法、京大防災研究所年報、第6号、昭38.7、pp.44-62.
- 5) Tanabashi, R., Kobori, T., Kaneta, K. and Minai, R.: On Statistical Property of Earthquake Accelerograms, Geophysical Papers Dedicated to Prof. Kenzo SASSA, 1963, pp. 591-599.
- 6) Tanabashi, R., Kobori, T., Kaneta, K. and Minai, R.: Statistical Properties of Earthquake Accelerograms and Equivalent Earthquake Excitation Pattern, Proc. of the First Chilean Sessions on Seismology and Earthquake Engineering, July, 1963, pp. 1-19.
- 7) Kobori, T. and Minai, R.: Earthquake Response Analysis and Aseismic Design, Proc. of the First Chilean Sessions on Seismology and Earthquake Engineering, July, 1963, pp. 1-17.
- 8) 小堀鏗二：高層建築の構造設計に関して、日本建築学会論文報告集、第89号、昭38.9、p. 75.
- 9) 小堀鏗二、南井良一郎：耐震設計の方向について、日本建築学会論文報告集、第89号、昭38.9、p. 183.
- 10) 棚橋 諒、小堀鏗二：高層建築物の動的弾塑性設計、第10回橋梁・構造工学研究発表会、超高層および長大スパン構造に関する研究、昭38.10、pp.25-35.

- 11) 棚橋 諒, 小堀鐸二, 金多 潔, 南井良一郎, 井上豊: 構造物の耐震性に及ぼす地盤連成の効果 (アナログ・コンピューターによる非線型過渡振動解析・6), 日本建築学会論文報告集, 昭37.8, pp. 7-12.
- 12) 小堀鐸二: 高層建築物の耐震設計試案, 日本建築学会振動分科会資料, No. 200, 昭38.