

# 複合応力状態における土の挙動について

柴田 徹・軽部 大蔵

## INFLUENCE OF THE VARIATION OF THE INTERMEDIATE PRINCIPAL STRESS ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF CLAYS

By Dr. Eng. Toru SHIBATA and Daizoo KARUBE

### Synopsis

The results of experimental study of deformations, pore-water pressures and shearing strengths of normally-consolidated clays in three-dimensional stress space are presented. Triaxial tests of cubical specimen (6 cm in height, 2 cm in thickness and 3.5 cm in length), permitting variation of the intermediate principal stress, were used in addition to conventional triaxial compression tests of cylindrical specimen of remolded and reconsolidated clay.

The relative value of the intermediate principal stress affects the deformations, pore-water pressures and the shearing strengths expressed in terms of effective stresses to some degree, Figs. 6 and 10.

The failure strain decreases with increasing value of the difference between the intermediate principal stress and minor principal stress.

Behaviour of the pore-water pressure can be adequately expressed by the Henkel's equation (1960), Eq. (1), generalized by introducing stress invariants, and the critical value of the octahedral shear stress is existed, below which dilatancy is zero, Fig. 7.

The Mohr-Coulomb failure surface represents the lower limits of the shearing strength, and the actual failure surface for clays is a curved surface which circumscribes the Mohr-Coulomb hexagon, Fig. 9 ; hence the difference is on the safe side if our estimates of factor of safety are based on conventional cylindrical compression tests. In such cases, the method proposed by Johansen (1958), the stresses in a plane for which the direction cosines of the normal are  $(1, \alpha, 1)/\sqrt{2+\alpha^2}$  be used as variables, seeks an analytical extension of existing treatments of phenomena involving combined stress in clays. The weighted value of the intermediate principal stress  $\alpha$  is about 0.4 for normally-consolidated clays, Fig. 11.

### 1. ま え が き

構造物基礎の地盤内応力は、一般に三主応力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  がそれぞれ相異なる複合応力状態 ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) にあるが、設計や安定計算に用いる土の強度常数は、Mohr-Coulomb の破壊規準によるために、中間主応力  $\sigma_2$  は最小主応力  $\sigma_3$  に等しいと仮定して求めている。このように Mohr-Coulomb の規準によった結果、例えば連続基礎の実測支持力は支持力理論による計算値より10%程度大きくなるという報告<sup>1)</sup>にもみら

れるごとく、中間主応力の効果を見落とすと安全側ではあるが不経済な設計となる可能性が多い。しかし土試料に複合応力を与えて試験することは非常に困難であるために、中間主応力が変形、強度、間ゲキ水圧などに与える影響を調べたデータは少なく、殊に粘性土に関しては皆無に等しい現状である。

従来行なわれた数少ない研究は、主として砂を対象にしたものであり、しかもねじりせん断試験<sup>2)</sup>や中空円筒供試体による試験<sup>3),4)</sup>であって、いずれも塑性平衡状態に達した場合のみが解析可能で、破壊にいたる過程の有効応力径路や変形特性を明らかにしていない。

著者らは土供試体に任意の三主応力を与えることができ、しかも破壊にいたる過程での各種挙動を観察しうる中間主応力載荷装置を試作し、これを用いて土試料についての試験を実施しているが、本論文では中間主応力が最大主応力と最小主応力の中間値をとる場合の正規圧密粘土のせん断変形、強度、間ゲキ水圧特性について報告する。

## 2. 試験装置

試験は中間主応力載荷装置を N. G. I. 型三軸圧縮試験機の側圧室中に取り付けて行なっている。この中間主応力載荷装置は **Fig. 1** に示すように、内側にゴム膜をはった二枚のアルミニウム平板が供試体をその巾の方向にはさんでおり(供試体は高さ 6cm, 巾 3.5cm, 厚さ 2cm の直方体に成形したもの)、ゴム膜とアルミニウム板の間に水圧を加えると、この水圧がゴム膜を介して供試体にかかり、所定の中間主応力  $\sigma_2$  を作用せしめるものである。付属品としては試験中に中間主応力載荷装置が供試体の鉛直中心軸からはずれたり、装置の重量が供試体にかかるのを防ぐために、ガイド、ガイドローラーおよび平衡重錘がある(**Fig. 1**)。そして **Fig. 2** に示すように、最大主応力  $\sigma_1$  は供試体の高さ方向にピストンにより加えられ、最小主応力  $\sigma_3$  は厚さの方向に側圧室中の液圧により載荷される。

この装置を用いた際には種々の補正を必要とするが、その主なものは i) セン断に先立って行なう等方周圧による圧密中に、供試体の巾が縮小するために載荷用キャップ巾と寸法が一致しなくなり、そのために

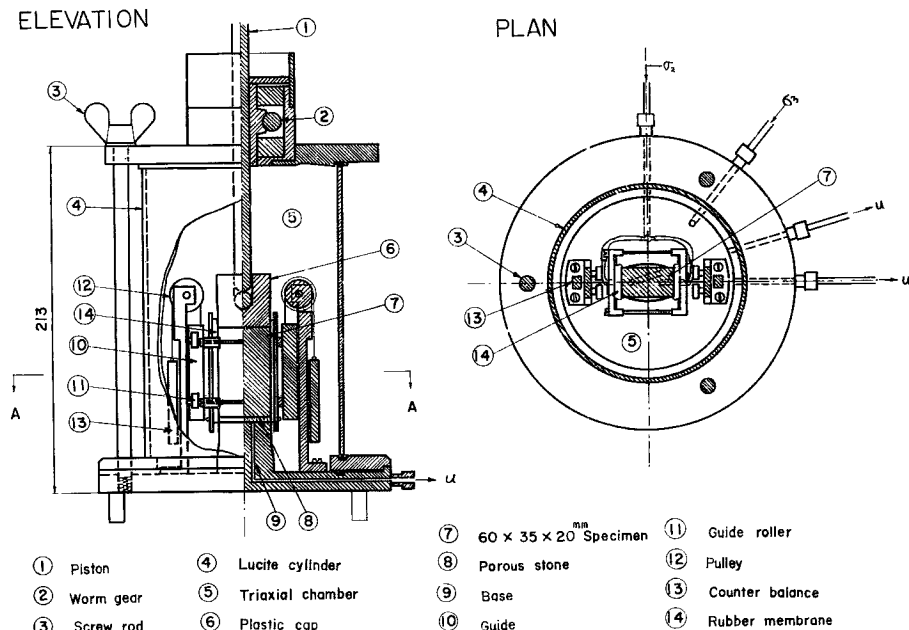


Fig. 1 Loading apparatus of the intermediate principal stress

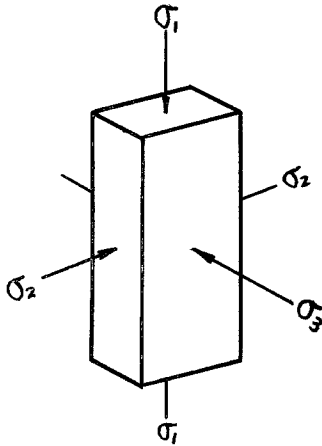


Fig. 2 Stress condition of the cubical specimen

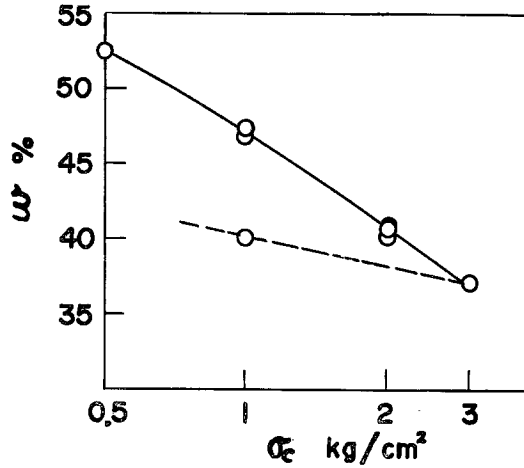


Fig. 3 Triaxial consolidation curve

$\sigma_2$ を加えると  $\sigma_1$ が減少することに対する補正, および ii) この装置と供試体やキャップ側面との摩擦が生じること (実際にはその間にシリコングリースを塗ったシートをはさんで摩擦の軽減をはかっている) に対する較正である。

### 3. 試料と試験法

試料は練り返して再圧密した粘土で, その物性は粘土含有量; 39%, LL; 59%, PL; 20%である。Fig. 3はこの試料の等方周圧  $\sigma_e$  による圧密曲線で, 再圧密による先行圧力; 0.45kg/cm<sup>2</sup>,  $C_c=0.58$  である。

試験の目的は中間主応力  $\sigma_2$  が最大主応力  $\sigma_1$  と最小主応力  $\sigma_3$  の中間値をとる場合に, セン断中に発生する間ゲキ水圧の挙動と破壊強度を調べることにあるので, セン断試験は圧密非排水・ヒズミ制御式で行なった。

ヒズミ速度については予備試験によって, 供試体底面で測定する間ゲキ水圧とヒズミ速度との関係を調べ正確な間ゲキ水圧の値が測定しうる速度として毎分 0.01 %とした。

試験法は i)  $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$  の等方周圧 ( $=\sigma_e$ ) のもとで圧密を完了したのち, ii) 側圧  $\sigma_3$  は一定に保ち ( $\sigma_1-\sigma_3)=(\sigma_2-\sigma_3)=$  所定値まで  $\sigma_1=\sigma_2$  を増加し, iii)  $\sigma_2, \sigma_3$  は一定のまま  $\sigma_1$  のみを増加させて破壊にいたらしめるものである。したがってこの試験の応力径路は, 有効主応力  $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$  を座標軸とする直角座標において,  $\sigma'_1=\sigma'_2=\sigma'_3$  の点から出発して ( $\sigma_1-\sigma_3)=(\sigma_2-\sigma_3)=$  所定値に達したのちは Rendulic の応力面に平行な面内を動くことになる。

## 4. 試験結果と考察

### 4.1 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ 試験

中間主応力の影響を比較検討するためには, 中間主応力が最小主応力に等しい条件で行なう普通の三軸圧密非排水セン断試験のデータを得る必要がある。等方圧密圧力を  $\sigma_e=0.5, 1.0, 2.0, 3.0$ kg/cm<sup>2</sup> の四種類に変えた場合の応力～ヒズミおよび間ゲキ水圧～ヒズミ関係は Fig. 4 に示すようであって, これより Rendulic 表示による応力径路を描くと Fig. 5 となり, 破壊強度を  $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{max}$  で定義したときの内部摩擦角は  $\phi_{cu}=35.8^\circ$  を得る。なお図は省略するが, Fig. 5 のかわりに  $\sigma'_1/\sigma_e \sim \sigma'_3/\sigma_e$  関係に描くと, 先行圧力の影響範囲にあると思われる  $\sigma_e=0.5$ kg/cm<sup>2</sup> の場合を除いて  $\sigma_e > 1.0$ kg/cm<sup>2</sup> の三本の曲線は完全に一致

した。

#### 4.2 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 試験

等方圧密圧力は  $\sigma_c = 1.0, 2.0 \text{ kg/cm}^2$  の二種類とし、 $\sigma_c = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  のものについては中間主応力  $\sigma_2 = 1.2, 1.4, 1.6 \text{ kg/cm}^2$  の三種類、また  $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$  のものは  $\sigma_2 = 2.2, 2.4, 2.6, 2.8 \text{ kg/cm}^2$  の四種類とした。その結果、 $(\sigma_1 - \sigma_3)$  および間ゲキ水圧  $u$  を  $\sigma_1$  方向のヒズミ  $\epsilon_1$  に対してプロットすると Fig. 6 となる。

Fig. 6 から、中間主応力の値あるいは  $(\sigma_2/\sigma_3)$  が大きくなるほど破壊ヒズミが小さくなることがわかる。したがって一般に、繰り返して再圧密した粘土の破壊ヒズミは乱さないものに較べて大きいといわれているが、これは中間主応力が最小主応力に等しい場合の現象であって、基礎構造物の設計や安定計算において地盤の破壊ヒズミを問題にするような場合には中間主応力の影響を考慮に入れる必要がある。なお Fig. 6 において応力、間ゲキ水圧曲線ともに曲線の初期部分が重なって一致しているのは、 $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $(\sigma_2 - \sigma_3) = 0.8 \text{ kg/cm}^2$  の場合を例にとると、3. で説明したように  $(\sigma_2 - \sigma_3) = 0.8 \text{ kg/cm}^2$  に達するまでは  $(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_2 - \sigma_3) = 0.2, 0.4, 0.6 \text{ kg/cm}^2$  の三段階を経ており、この過程では  $(\sigma_2 - \sigma_3) = 0.2, 0.4, 0.6 \text{ kg/cm}^2$  の場合と重複しているためである。

さてセン断中の間ゲキ水圧  $\Delta u$  の挙動に関しては、 $\Delta u$  は平均応力の増分に等しい間ゲキ水圧とセン断応力によって生じる間ゲキ水圧の和であるとして Henkel<sup>5)</sup> が提案した次式について考える。

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= \Delta \sigma_m + \frac{D}{C} \Delta \tau_{oct} \\ \Delta \sigma_m &= \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \\ \Delta \tau_{oct} &= \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_3 - \Delta \sigma_1)^2} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに  $D$ ; ダイレイタシー係数、 $C$ ; 圧縮係数である。

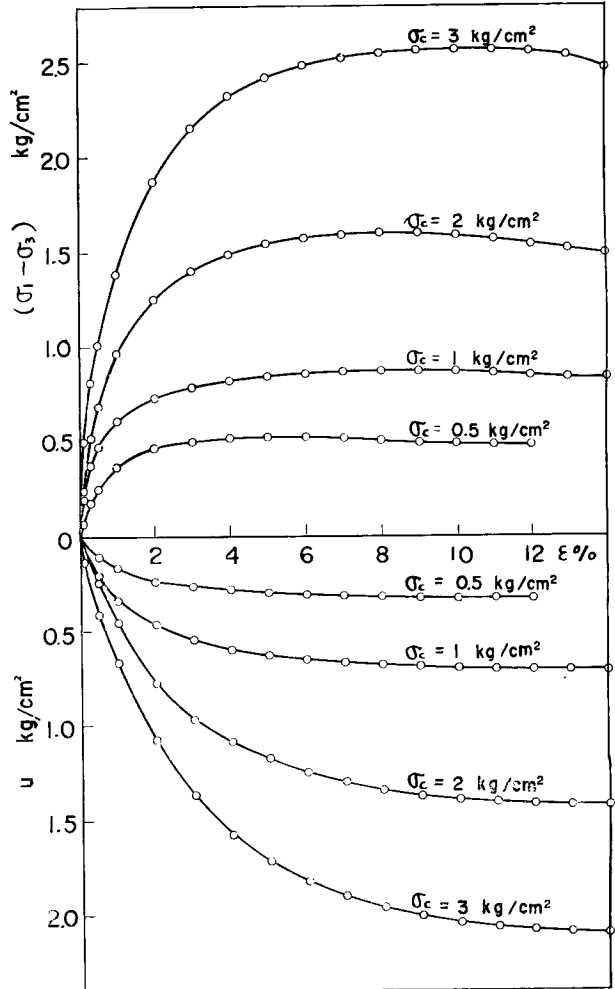


Fig. 4 (a) Stress - strain curves  
(b) Pore-water pressure - strain curves (conventional consolidated undrained compression tests)

(1)式の関係を見るために ( $\Delta u - \Delta \sigma_m$ ) を縦軸に、 $3\Delta\tau_{oct}$  を横軸にとって試験結果をプロットすると **Fig. 7** となる。この図によれば  $\sigma_2 = \sigma_3$  の試験結果にもとずいて従来報告されているのと同様に、 $3\Delta\tau_{oct}$  がある限界値 ( $\sigma_c = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  に対しては  $0.6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$  に対しては  $0.9 \text{ kg/cm}^2$ ) までは発生する間ゲキ水圧は平均主応力の増分  $\Delta\sigma_m$  に等しく、ダイレイタンスーはゼロであることが明瞭となる。また  $3\Delta\tau_{oct}$  がこれらの限界値よりも大きくなるとダイレイタンスーによって正の間ゲキ水圧が発生するが、式(1)の圧縮係数  $C$  の値は **Fig. 3** に示したように応力によって

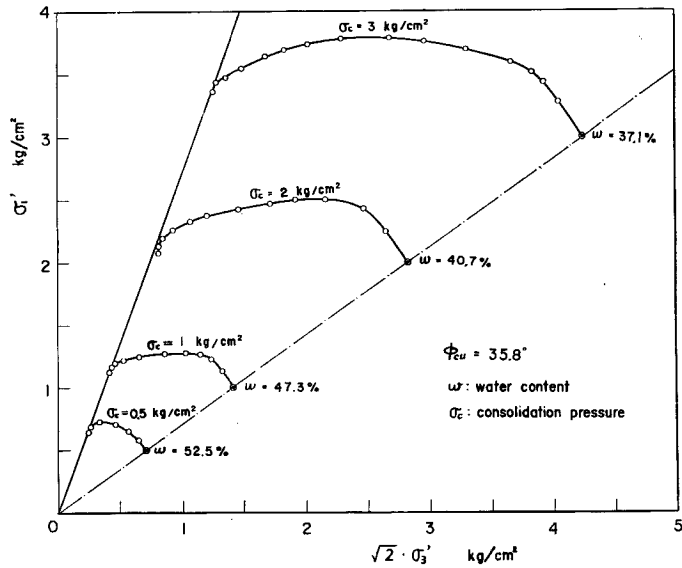


Fig. 5 Undrained stress-paths for normally-consolidated specimens

変化し、応力が大きくなるほど  $C$  は小さくなるので上方に凹の曲線になる。ただしダイレイタンスー係数  $D$  は応力には無関係にほぼ一定であることを既に報告した<sup>6)</sup>。

つぎにせん断強度特性をみるために **Fig. 8** のような表現法を用いた。 $(\sigma_2 - \sigma_3)$  を所定値に保ったまま  $\sigma_1$  を増加して破壊にいたらしめるので、その応力径路は Rendulic の応力面に平行な面内を移動することを前に述べたが、**Fig. 8** はこの応力径路を Rendulic の応力面に垂直に投影したものである。また図中に破線で示した直線群は  $(\sigma_2 - \sigma_3) = \text{const.}$  平面と、4.1 の  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  試験からえた Mohr-Coulomb の破壊包絡面 ( $\phi'_{cu} = 35.8^\circ$ ) との交線である。これによれば中間主応力が最大主応力と最小主応力の中間値をとる場合には、その応力径路はいずれも Mohr-Coulomb の破壊包絡線を越えて左側に出る傾向があるので、せん断強度が大きくなることが明らかである。

このように中間主応力を導入したときのせん断強度が Mohr-Coulomb の破壊包絡面から離れる量を見るためには **Fig. 9** に示した表示法によるのが便利である。この図は有効主応力  $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$  を座標軸とする直角座標において、その原点から

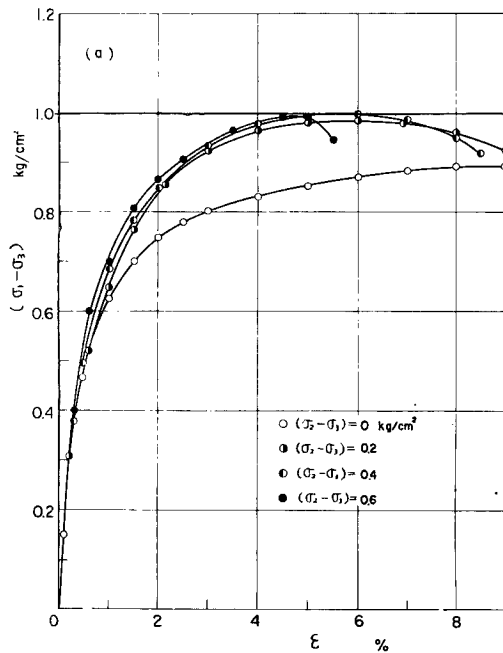


Fig. 6 (a) Stress-strain curves ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  tests ;  $\sigma_c = 1 \text{ kg/cm}^2$ )

$\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 = 1$  なる正八面体に強度座標を投影したものであって、六角形は  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  試験より求めた Mohr-Coulomb の破壊面 ( $\phi'_{cu} = 35.8^\circ$ ) と  $\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 = 1$  面との交線をあらわしている。図中のプロットは  $\sigma_e = 1.0, 2.0 \text{ kg/cm}^2$  に対する結果をまとめたもので、Lode の応力変数  $\mu$  であらわして  $-1 < \mu \leq 1$  の範囲の応力状態について示してある。Fig. 9 には von Mises と Tresca の破壊規準も併記してあるが、この図によれば粘土のせん断強度は Mohr-Coulomb の破壊面を示す六角形に外接する曲面(破線)であらわされ、したがって Mohr-Coulomb の破壊面はせん断強度の下限値を代表するものであるといえる。ゆえに Mohr-Coulomb の規準による強度常数を用いて実際の設計計算を行なえば安全側にあり、例えば連続基礎の支持力の測定値は理論的な極限支持力に較べて著しく大きくなるという報告<sup>7)</sup>にみられるおもな理由の一つには、中間主応力の効果が挙げられる。

Fig. 9 から判明したように Mohr-Coulomb の破壊規準は粘土に対しては特殊な応力状態、すなわち  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  あるいは  $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$  の場合にのみ適用可能で、一般の複合応力状態に拡張するのは無理であり、このような破壊規準を主応力、

正八面体応力あるいは応力不変量を用いて式示や図示することも困難である。そこで一つの方法として Johansen の提案<sup>7)</sup>を引用すれば、方向余弦が  $(1, \alpha, 1)/\sqrt{2+\alpha^2}$  であるような線に直交する平面内の応力を変数として用いることができる。

これらの応力は

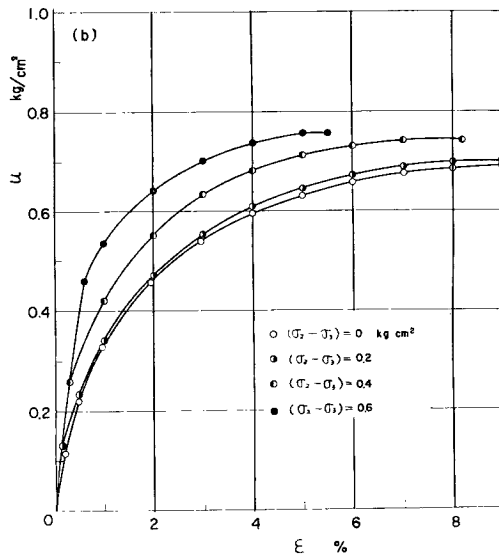


Fig. 6 (b) Pore-water pressure - strain curves ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  tests;  $\sigma_e = 1 \text{ kg/cm}^2$ )

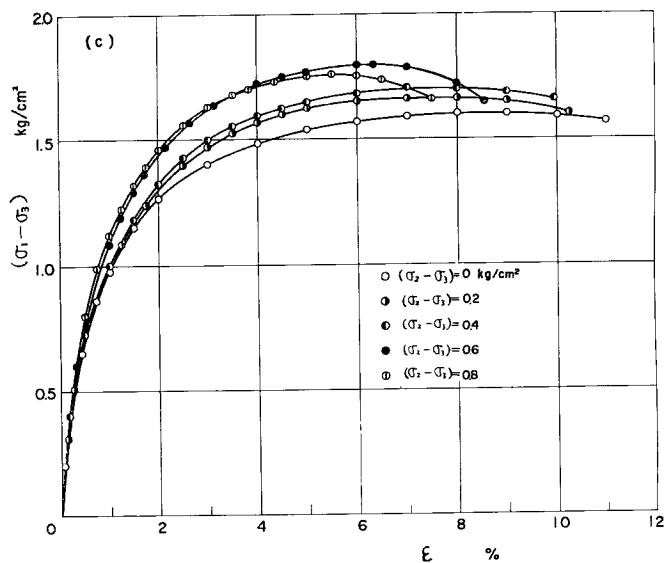


Fig. 6 (c) Stress - strain curves ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  tests;  $\sigma_e = 2 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_\alpha &= \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{2 + \alpha^2} \\ \tau_\alpha &= \sqrt{\frac{\alpha^2(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 + \alpha^2(\sigma'_2 - \sigma'_3)^2}{2 + \alpha^2}} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

であり、破壊条件は

$$F(\sigma'_\alpha, \tau_\alpha) = K \dots \dots \dots (3)$$

としている。(2)式には中間主応力 $\sigma'_2$ に軽重率(weighted value) $\alpha$ がかかっている点で従来の式とは異なっている。

(2)式において $\alpha=0$ とおけば $\sigma'_\alpha = (\sigma'_1 + \sigma'_2)/2$ ,  $\tau_\alpha = (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$ であり、Mohr-Coulombの規準と同形になる。**Fig. 10**はせん断強度を $(\sigma'_1/\sigma'_3)_{max}$ で定義したときの $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f/2 \sim (\sigma'_1 + \sigma'_3)_f/2$  関係をプロットしたものである。図中○印を結ぶ直線は $\phi'_{6u} = 35.8^\circ$ の破壊包絡線であり、これに対して●印で示した $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 試験の結果は

$\phi'_{6u} = 35.8^\circ$ 線より上側にプロットされ、せん断強度はわずかに大きくなっている。そこで(2)式の軽重率 $\alpha$ を適当に選ぶことによって**Fig. 10**中の○印と●印を同一の直線上にのせることができる筈である。 $\alpha$ に種々の数値を与えて試算したところ、**Fig. 11**に示すように $\alpha=0.4$ にとれば比較的よく一致することがわかった。したがってこの場合には $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ の直角座標系において、方向余弦が $(1, 0.4, 1)/\sqrt{2+0.16}$ であるような線に直交する平面内の応力 $\sigma_\alpha$

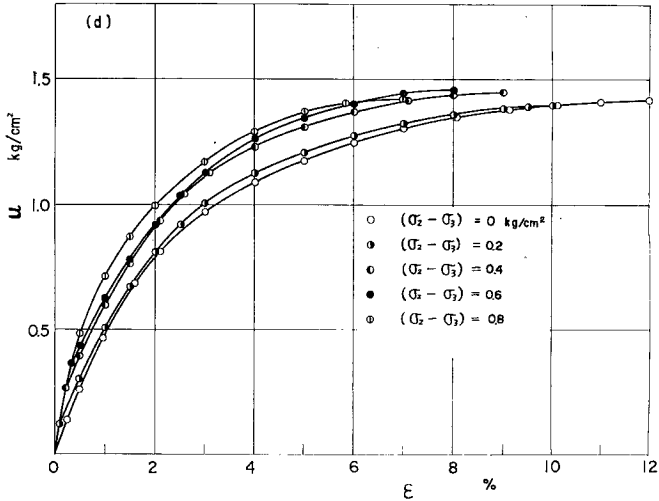


Fig. 6 (d) Pore-water pressure - strain curves ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  tests;  $\sigma_e = 2 \text{ kg/cm}^2$ )

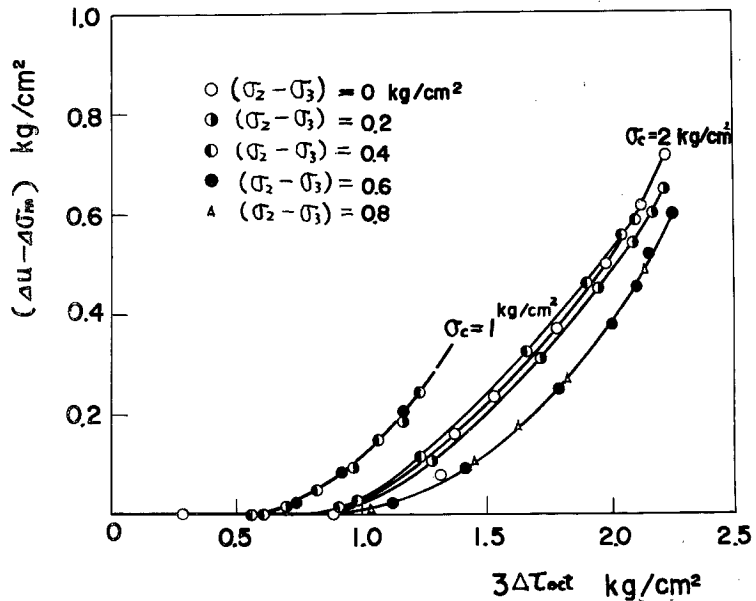


Fig. 7 Pore-water pressure change in the three dimensional principal stress space

0.4,  $\tau_{\alpha=0.4}$  を用いて粘土の破壊を表示することが可能となる。

5. 結 び

繰り返して再圧密した正規圧密粘土を対象に、中間主応力载荷装置 (Fig. 1) を用いて複合応力状態 ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) におけるせん断変形、強度、間ゲキ水圧特性を調べた。おもな結論を要約するとつぎのようである。

(1) 中間主応力  $\sigma_2$  が最大主応力  $\sigma_1$  と最小主応力  $\sigma_3$  の中間値をとる場合の破壊ヒズミは、 $(\sigma_2 - \sigma_3)$  の値が大きくなるほど小さくなる (Fig. 6 (a) (c))。したがって繰り返して再圧密した粘土の破壊ヒズミが乱さない粘土に比較すると一般に大きくなるといわれている現象は、 $\sigma_2 = \sigma_3$  の条件で行なう普通

の三軸圧縮試験の結果であって、特にサンドドレーンやサンドコンパクションパイルなどによる軟弱地盤の改良をとまなう基礎の設計や安定計算において、複合地盤の破壊ヒズミを問題にする際には中間主応力の影響を考慮に入れる必要がある。

(2) 複合応力状態における間ゲキ水圧の挙動は(1)式によっては説明できる。すなわち八面体せん断応力  $\tau_{oct}$  がある限界値までは発生する間ゲキ水圧  $\Delta u$  は平均主応力の増分  $\Delta \sigma_m$  に等しく、ダイレイタンスはゼロであるが、 $\tau_{oct}$  がその限界値を越えるとダイレイタンスによって正の間ゲキ水圧が発生し、(1)式で示されるような推移をする。ただし(1)式に含まれる圧縮係数  $C$  は応力の増大とともに減少し、ダイレイタンス係数  $D$  は一定である (Fig. 7)。

(3) 粘土のせん断強度は Mohr-Coulomb の破壊面を示す六角錐に外接する曲面であらわされ、したがって Mohr-Coulomb の破壊面はせん断強度の下限值を代表するといえる (Fig. 9)。ゆえに Mohr-Coulomb の規準による強度常数を用いて設計計算を行なえば、条件にもよるが、危険側に出ることは少なく、例えば連続基礎の支持力の測定値が理論的な極限支持力に較べて著しく大きく出ることがある現象の説明には中間主応力の効果を考えねばならない。

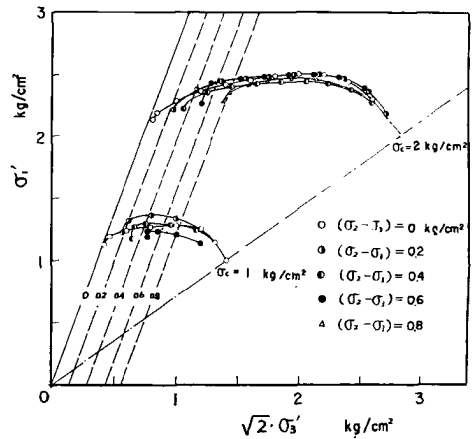


Fig. 8 Undrained stress-paths for normally-consolidated specimens projected on the Rendulic-plane

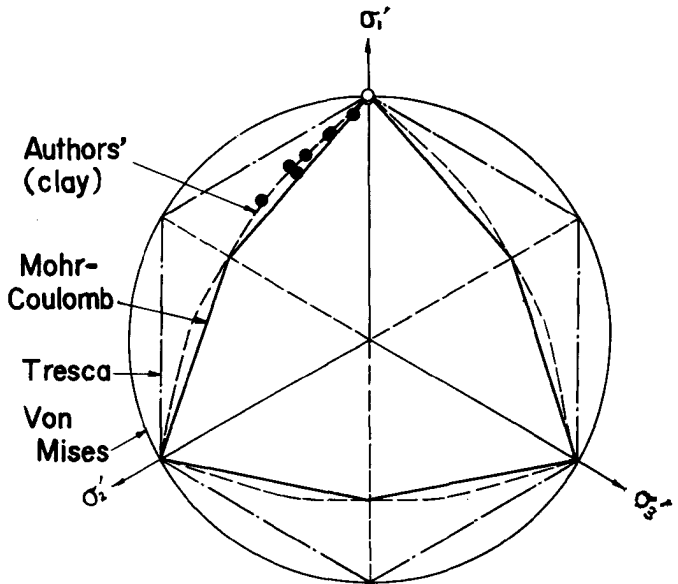


Fig. 9 Actual failure surface of clay in the principal stress space



(4) Mohr-Coulomb の破壊規準は粘土に対しては特殊な応力状態 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  あるいは  $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) にのみ適用可能で、一般の複合応力状態では中間主応力の軽重率  $\alpha$  を導入した Johansen の(2)式を用いて整理することができる (Fig. 11)。

本論文は昭和38年度文部省科学試験研究費によるものの一部であることを付記し、終始御指導を賜っている村山朗郎教授に謝意を表する次第である。

### 参考文献

- 1) 赤井 浩一：浅い基礎の支持力，基礎のための土質工学，土質工学会関西支部，1963，pp. 107—129.
- 2) M. P. Habib：Influence of the variation of the intermediate principal stress on the shearing strength of soils, Proc. 3rd. Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 1, 1953, pp. 131—136.
- 3) W. M. Kirkpatrick: The condition of failure for sands, Proc. 4th Int. Conf. S.M.F.E., Vol. 1, pp. 172—178.
- 4) T. H. Wu, A. K. Loh and L. E. Malvern：Study of failure envelope of soils, Proc. A.S.C.E., Vol. 89, No. SM1, 1963, pp. 145—182.
- 5) D. J. Henkel: The shear strength of saturated remoulded clays, A.S.C.E. Research Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, pp. 533—554.
- 6) 柴田 徹：粘土のダイラタンシーについて，京大防災研究所年報，第6号，1963，pp. 128—134.
- 7) M. J. Hvorslev：Physical components of the shear strength of saturated clays, A.S.C.E. Research Conf. Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, pp. 169—273.

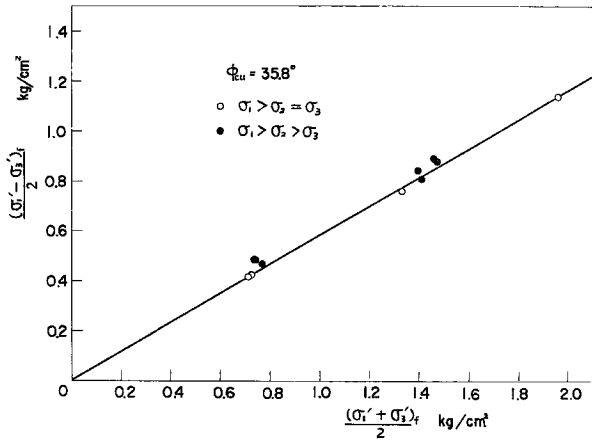


Fig. 10 Normal stress - shear stress relations at failure ( $\alpha=0$  in Eq. (2))

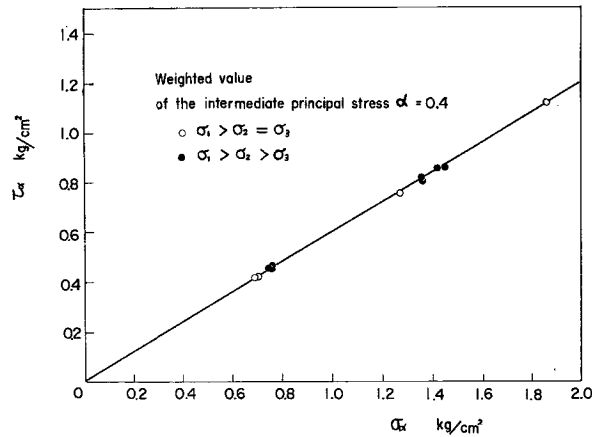


Fig. 11 Normal stress - shear stress relations at failure ( $\alpha=0.4$  in Eq. (2))