

出水解析に関する最近の進歩

—由良川を中心として—

石原藤次郎・石原安雄

RECENT DEVELOPMENT OF RUNOFF ANALYSIS

—Mainly in the Yura River—

by Dr. Eng. Tojiro ISHIHARA and Dr. Eng. Yasuo ISHIHARA

Synopsis

After the World War II, in addition to the poor social and economical conditions, Japan was suffered from the great flood disaster resulting from typhoons every year. Under these circumstances, the authors emphasized that the disaster prevention program including economical considerations must be established and that it is necessary to introduce the technique of hydrological statistics in determining this program. Moreover, in planning the reasonable flood protection project, it was our urgent problem to disclose the physical and hydrological characteristics of runoff phenomena during floods.

To achieve those ends, the hydrological observation program in the model basin of the Yura River has been continued since 1951 by the authors. As the result of this program, a great deal of hydrological data have been obtained and, by using those data, many successful analyses with respect to the flood runoff have been performed. These results of investigations have been presented to various publications.

In this paper, the outline of this hydrological observation program is historically explained, for past ten years, and the results obtained by the authors' studies with respect to runoff phenomena, especially during floods, are summarized. And this paper is written in memory of the tenth anniversary of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University.

1. ま え が き

長い第二次世界戦争で、あらゆる面で疲れ切つたわが国土は、容赦なく繰返えされる大自然の猛威の下に暴らされた。昭和22年のカスリン、昭和23年のアイオンの両台風は、関東および東北地方を襲つて未曾有の大水害を起こし、ついで、昭和24年にはデラ、ヘスター、ジュディス、キティ、昭和25年にはジェーン、キジャなどの台風が相次いで来襲し、北海道から九州までの全国各地に大水害をもたらした。当時、災害亡国とまでいわれて水害に対する世論が高まり、こうした災害の原因について安芸博士¹⁾らによつて盛んに論議された。しかし、われわれの眼前にあるものは荒廃した悲しむべき河川の様であり、水害の惨状は容易ならざるものがあつた。

こうした中であつてわれわれも、国情に応じた最善の防災対策を確立し、それをあくまでもやりとげていく熱意と努力が必要であることを力説したが、この場合何よりも大切なことは、生きものといわれる河川の実態を適確に把握し、その根底に横たわる法則を正しく洞察し、かつ生かしていくことであると考えた。こ

うした意味から、戦後直ちに、河川計画へ確率論ないしは統計学の手法を導入し、確率高水の概念を明確にするとともにその解析方法を展開し、わが国における水文統計学の基礎を確立することに努めた²⁾。さらに、河川の基礎的な調査観測を十分に行なつて、わが国河川の真の姿を科学的に把握し、とくに洪水の流出現象の究明が急務であると考え、昭和26年度から由良川を実験河川に選んで、詳細な水文観測を始めるとともに、出水解析の研究を行なつて現在に至っている。

さて、降雨の状況を知つて河川の流出量を推定しようとする試みはかなり古くから行なわれていたが、その大部分の研究は最大流出量の算定にとどまつていた。ところが、1932年 L.K. Sherman が単位図法³⁾を発表して以来、とくに米国において、降雨から直接 hydrograph を求めようとする研究が盛んに行なわれ、こうした分野の学問が急速に進歩し、1940年頃には単位図法、配分図法などが実用の段階にまで発展した。このような研究成果がわが国に紹介されたのは1943年⁴⁾がはじめのようであり、また実際の河川に適用され河川計画に取り入れられたのは、1950年の中安博士の研究⁵⁾が最初であろう。その間約10年の時差があるが、以来、単位図法は比較的理論的根拠は乏しいにしても、降雨と流出とを直結し実用的簡便さのために、わが国の河川計画に広く応用されるようになった。現在、大部分の河川計画は、単位図法的手法を利用して計算された hydrograph に基づいて樹立されているといつても過言ではないだろう。

しかしながら、米国で発達した単位図法をわが国の河川にそのまま適用することは危険であり、慎重な考慮が必要であることはいうまでもない。わが国における水文観測が充実し、次第に洪水の流出機構が明らかになるとともに、初期の単位図法の問題点が検討されて、わが国独自の新単位図法が考案されたのであるが、さらに新しい理論体系のもとに合理的な出水解析法が開発されてきている。われわれの由良川を中心とした出水の水文学研究は、こうした分野での先駆をなすものであると考えている。以下において、今日まで約10年間にわたつて、実施してきたわれわれの研究の過程とその成果を論述するつもりであるが、さらに、これらをもととして出水解析に関する将来の研究目標が見出されれば幸いである。

2. 由良川における水文観測

由良川は標高 959 m の三国岳に発し、丹波、丹後の地を西流し、福知山市付近で北に向きを変えて日本海に注ぐが、京都府北部の大部分を占め、総流域面積 1882 km²、福知山市付近における基本高水の最大流量 6500 m³/sec というかなり大きい河川である。昭和26年度に由良川を実験河川に選んだ理由は、木流域があまり荒廃しておらず安定した河川と考えられたことと、その上流部の大野地点に洪水調節を含む多目的ダムが計画されていたためである。

まず、水文量の観測としては、主として出水時の降雨量、水位および流量を対象とした。昭和26年度より28年度の3年間は大野ダム予定地点より上流の約 350 km² を対象とし、Fig. 2-1 に示すように、雨量計28コ(自記型4、積算型10、普通型14)であつて、流量観測は大野ダム予定地点で行なうこととし、自記水位計(近畿地方建設局所属)が設けられた。その後、昭和29年度よりは京都府からの委託研究をも加え、防災対象地点である福知山市まで調査地域を拡大した。その当時の観測所は Fig. 2-2 に示すとおりである。

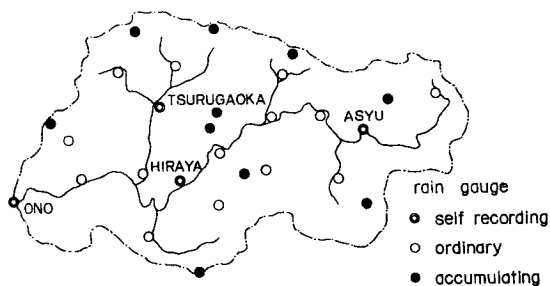


Fig. 2-1 The network of gaging stations in 1951

こうした観測設備によつて、昭和34年度まで観測を続行してきたが、これらの観測によつて本流域内での降雨特性がかなり明確になつたので、昭和35年度よりは観測所を若干整理し、かつ不足地域に観測所を増設

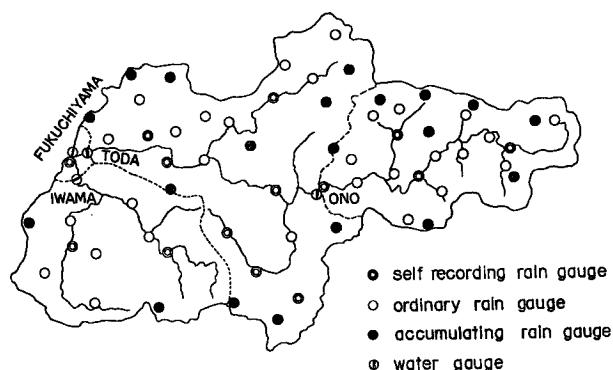


Fig. 2-2 The network of gaging stations in 1955

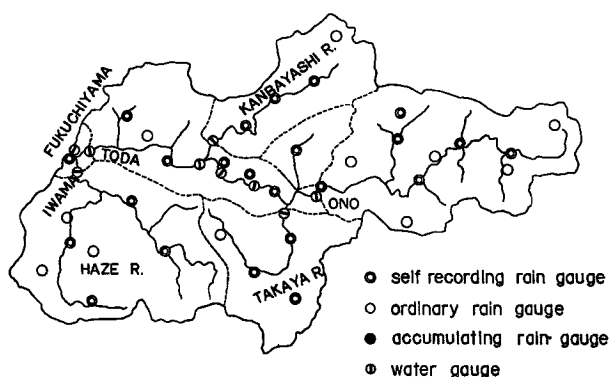


Fig. 2-3 The network of gaging stations in 1961

整備して、観測精度の向上を計ることにした。すなわち、Fig. 2-3 に示すように雨量計 34 コ（自記型 23、普通型 11）、水位計 9 コで、これらのものは建設省、気象庁、京都府および本研究所などのいずれかの所属である。

また、昭和26年度以来由良川の水文観測に従事した研究者並びに学生は Table 2-1 のとおりである。

3. 降雨特性

降雨はそれに引き続いて起こる流出現象の供給源であるから、その実態の把握が流出解析を進めていくうえで極めて重要であることはいうまでもない。しかし、その専門分野である気象学においてさえ、降雨現象の真因が十分に解明されていない現在では、降雨の時間的、地域的分布特性や総降雨量などについて、理論的研究を行なうことは非常に困難であろう。このため水文学で取り扱われるものは、主として経験的事実と降雨現象の定性的関係とに立脚し、確率論的、統計学的手法を用いて、いろいろの関係を見出すこと

Table 2-1 The staff of the hydrological observation program in the Yura River

Director : Prof. Dr. Eng. T. ISHIHARA

Year	Research staff	Graduate students	Undergraduate students
1951	K. UHEYAMA		T. NAGAMOTO
1952	K. UHEYAMA H. ISHIHARA		T. KATASE, K. MIYAKE M. KAMON
1953	A. KANAMARU Y. TANAKA		H. NAKAGAWA
1954	A. KANAMARU	H. NAKAGAWA	T. SEO
1955	A. KANAMARU	H. NAKAGAWA	H. KONDO N. DOI
1956	N. TAKASE S. KOBAYASHI		H. KINOSHITA M. SUWA
1957	K. SHIGA		S. UMEDA R. YAMASAKI
1958	K. SHIGA	T. TAKASAO, M. S. UMEDA	S. TANIMOTO T. YABUNAKA
1959		T. TAKASAO, M. S. UMEDA	M. ICHIKAWA N. TOKURA
1960	Y. ISHIHARA, Dr. T. TAKASAO, M.	C. RAI	T. KAMO

である。われわれの研究もこうした線に沿って実施したのであるが、1. 気象条件および地形要素と降雨特性との関係、2. 流域平均の総降雨量および時間雨量の算定法とその精度、の二つの課題に主眼をおいた⁶⁾。

(1) 気象および地形要素と降雨特性

Fig. 2・1 に示す流域面積 350 km² の由良川上流部における雨量資料を整理し、各降雨の気象原因を天気図から調べてみると、本流域に多量の雨をもたらすものは、台風、低気圧および停滞前線であることがわかった。そこで、これら三種類の原因別降雨について、一連降雨の総雨量の地域的分布特性を解析した。

まず、台風および低気圧ではその中心の進路別に、停滞前線では前線の位置別に、本流域内の降雨分布特性について調べたところ、各気象型ごとに多雨域と少雨域がほぼ一定して存在することが明らかになった。

つぎに、こうした降雨特性をさらに詳細に検討するために、地形要素との関係を調べたが、地形要素としてつぎの五つを考えた。

1. 海拔標高 (elevation): 本流域では高低差が 600 m 程度であつて、標高による降雨量の増加はわずかしき認められず、しかも雨量観測所の標高が大体三つのグループに分けられることから、各観測所の標高を T.P. で表わして、300 m 以下をⅠ群、300~550 m の範囲をⅡ群、550 m 以上をⅢ群とした。

2. 地形起伏 (rise): 本流域は比較的狭く、その地形が約 2 km の範囲ごとに変化していることから、観測点を中心として半径 1 km の円を描き、その円内の最高地点と観測点との高低差が 150 m 以下、150~260 m および 260 m 以上のものをそれぞれⅠ群、Ⅱ群およびⅢ群とした。

3. 方向性 (orientation): 観測点付近の谷の開けた方向を 5 万分の 1 の地形図から読みとつて、これを

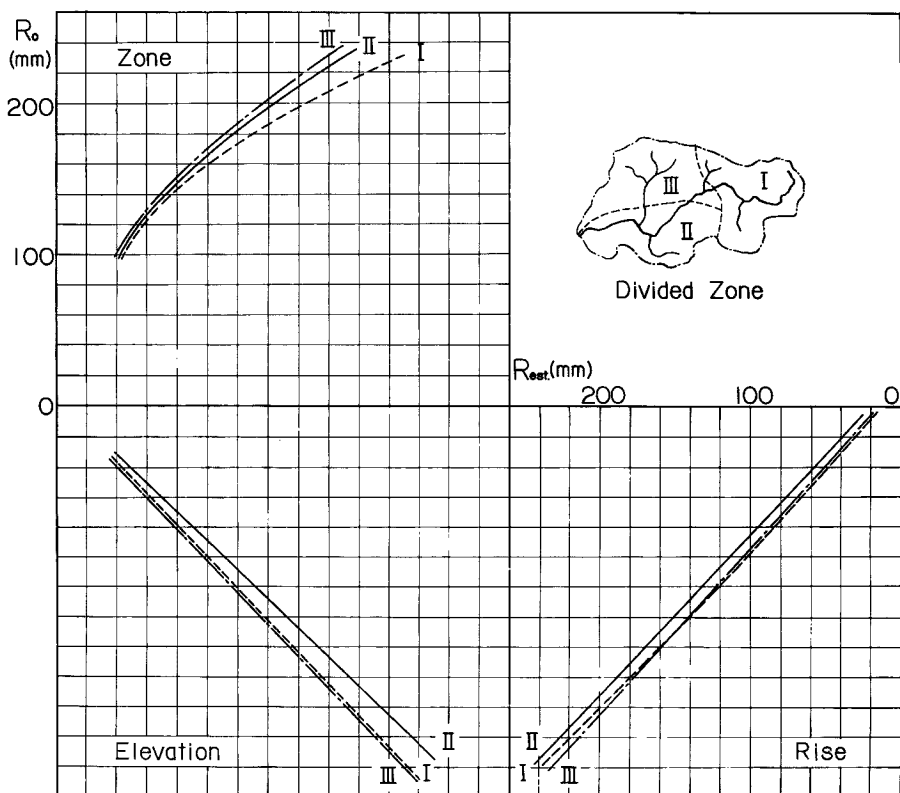


Fig. 3-1 An example of co-axial graph representing the relation between total rainfall and topographical factors in the Yura River basin

8方向の方位に分けて示した。

4. 開放性 (exposure)：地形起伏の場合と同様に、半径を 1 km として円を描き、観測地点より標高差で 100 m 以上高い部分を除いた円弧のはる中心角が 100° 以下、 $100^{\circ}\sim 200^{\circ}$ および 200° 以上のものをそれぞれⅠ群、Ⅱ群およびⅢ群とした。

5. 地帯性 (zone)：各降雨型ごとに、降雨量の地域的分布ないしは上記の諸要素に含まれないものの総合効果を考慮する要素として、本流域を三つの地帯に分割した。

各気象条件別の降雨型に属する降雨記録のうち、降雨回数が比較的多いものについて、上に述べた地形要素のうちで最も有意と考えられるもの三つを試算的に選んで、co-axial method によつて相関図を作製した。Fig. 3・1 はその一例であつて、低気圧が九州西方海上から主として本流域の北部を通つて東進する場合のものである。なお、同図では、大野観測所がその機能からみて将来基地観測所としての性格をもつと考えられるので、大野における雨量 R_0 を基準として描かれている。また、Fig. 3・2 はこのようにして求めた相関図による推定雨量 R_{est} と実測雨量 R_{obs} とを比較した一例で、Fig. 3・1 に対応するものである。降雨の型がいずれの場合においても、相関図による推定雨量は、実測雨量に較べて最大10%内外の差を生じるに過ぎない。

こうした解析の方法は、はじめ長期降雨を対象として米国において研究され⁷⁾、わが国でも筑後川⁸⁾などに適用されてかなりの成果をえたものであるが、上述した結果から考えて、小流域でしかも短期降雨に対して行なつたわれわれの解析も、十分実用的価値をもっているといえるであろう。

(2) 流域平均降雨

流域平均降雨には二つの意味があり、一つは平均総雨量であり、他の一つは各時間ごとの平均時間雨量である。前者はいわば流域内に降つた雨の全量の推定であつて、比較的長い期間の流出現象や水資源開発などに関連して重要である。後者は流域内の降雨の総量はもちろんのこと、その時間的分布の模様をも推定しようとするのであつて、比較的短期間の流出現象、とくに洪水流出に対して必須のものである。こうした研究分野は depth-duration-area analysis といわれており、流出現象の供給源である降雨の真の値を知ろうとするものである。すなわち、ある地点の雨量計で測定された値(点雨量)を用いて、ある面積内に供給された降雨量(面積雨量)を推定しようとするものである。われわれも由良川上流流域に対してこの解析を試みたのであるが、以下ではその概要を述べる。

(a) 流域平均総降雨量 流域平均総雨量を求める場合に比較的精度がよいと考えられているものは、等雨量線法および加重法である。等雨量線法は、個人誤差が介入しやすく、しかも作業が面倒であるが、多数の観測があつて流域の降雨特性が明らかな場合には、かなりの精度が期待され、今日のところ最も合理的方法とされている。そこで本研究においても、さきに求めた各種の気象原因別の降雨についての相関図を用いて、各地点の欠測雨量を推定したのち、それぞれの場合の降雨特性を勘案して合理的な等雨量線図を描き、流域平均総雨量を算定して以後の比較の基準値とした。

さて、流域平均総雨量を算定する場合、常に等雨量線法によれば合理的であることはいふまでもないが、

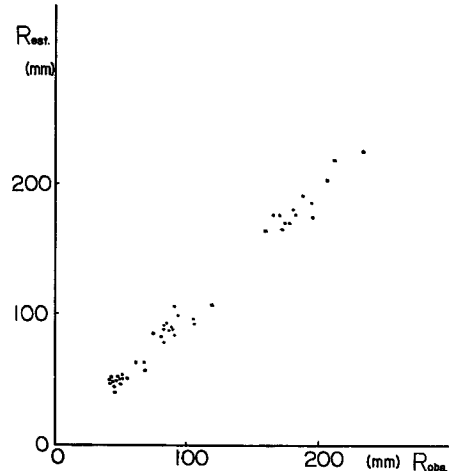


Fig. 3・2 The comparison between the observed value and the one estimated by the use of Fig. 3・1

多くの観測点が必要なうに作業がかなり面倒である。実際の場合には、必ずしも常に多くの観測点を期待することができず、また作業が比較的簡単な推定法も望まれるのであつて、こうした場合の算定方法の研究が必要なわけである。その方法には各種のものが提案されているが、そのうち加重法が比較的合理的であると考えられている。加重法にはさらに二つの取り扱い方法があり、その一つは主として地形による降雨分布の一般的性質を勘案して、一つの観測点が代表する面積を定めて加重平均をするものであり、他の一つはいわゆる Thiessen 法であつて、Thiessen の多角形を描いて一つの観測点が代表する面積を求めて加重平均をするものである。われわれは、昭和29年頃までは前者の加重法によつて、その推定精度を検討していたが、欠測や支配面積の決定に個人差が介入しやすいために、この方法に対する研究を中止し、一般によく用いられている Thiessen 法に対する検討を行なうことにした。

さて、Thiessen 法の精度を検討するために、1. 等雨量線図によるものを R_0 、2. すべての観測値 (15~23カ所) を用い Thiessen 法によるものを R_1 、3. 自記雨量計が設置されている基地観測所 (4~6カ所) の観測値を用い Thiessen 法によるものを R_2 、4. 本川および主要支川にできるだけ均等に12~14カ所の観測所を選び、その観測値を用いて Thiessen 法によるものを R_3 、5. 本川沿いに5カ所、北部および南部の主要支川流域の山岳部に5カ所、計10カ所の観測所をできるだけ均等に選び、その観測値を用い Thiessen 法によるものを R_4 とした。このようにして計算された $R_0, R_1, \dots, R_4$ を比較検討した結果つぎのような事実が明らかになった。すなわち、 R_1 は R_0 より多少小さくなる傾向があるが、その較差の平均は +2.1% であつて、降雨の原因にかかわらずほとんど変わらない。このことは、雨量計の配置密度が大きく、しかも流域に均等に設置されている場合には (いまの場合は 15~20 km² に1カ所の割合)、Thiessen 法で求めた流域平均総雨量は真の値と大差のないことを示すものと考えてよい。つぎに、 R_2 の R_1 に対する較差の範囲は -27.3~+7.4% であつて、かなり精度が落ちる。 R_3 および R_4 の R_1 に対する較差の範囲はそれぞれ -4.5~+4.5% および -5.6~+4.8% である。したがつて、観測所が必ず主要支川の流域にあるようにして、しかも全流域にわたり約 35 km² に1カ所の割合で均等に配置すれば、降雨原因のいかんを問わず、較差が±5% 程度の範囲で流域平均総降雨量を推定することができ、実用上差支えないといえよう。これらの結果は、菅谷博士が流域面積 250 km² の忠別川の研究で示した結果⁹⁾ とほぼ一致するものであつて、わが国河川の水文調査の基準として示唆に富むものといえよう。

(b) 流域平均時間雨量 出水解析を行なう場合、その基本となるのは降雨の時間的地域的分布の模様である。わが国では、気象条件の変動が急激なうに地形が急峻かつ複雑であるから、一連の降雨期間中においても分布状態が著しく変化する。したがつて、慎重かつ正確に分布状態を決定し、出水解析に用いるようにしなければならない。ここで問題となるのは、降雨を流出現象の供給源として考えたとき、どのような平均降雨を対象とするのが最も合理的であるかということである。しかし、今日の流出解析では、流域全体を一つの場合と考えて総括的に流出量を算定しようとするものが多く、したがつて、ある時間内に流域に供給された降雨の総量を知れば十分である。こうした観点から、流域内での降雨強度の分布状態そのものの把握を重要視せず、流域全体に一定時間内に供給される雨量を推定することに重点がおかれて、いわゆる流域平均時間降雨の概念が生れたものと考えられる。

前項で説明した方法によつて求められた流域平均総雨量 $\bar{R}$ から、各時間ごとの平均時間雨量 $\bar{r}_t$ を求めるためには、普通次式が用いられる。

$$\bar{r}_t = (\bar{R}/n) \sum_{i=1}^n (r_{ti}/R_i) \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに、 R_i は i 番目の基地観測所における総雨量、 r_{ti} は同じく時間雨量、 n は基地観測所の数である。上式は降雨の各時間ごとの地域的分布状態が考慮されておらず、各基地観測所における降雨の時間的分布の平均的なもので配分したものである。しかしながら、流出解析に必要なものは各時間内に供給される実際の雨量である。こうした意味において、加重法の考え方に基づく次式によつて流域平均降雨量を求める方が合理

的と考えられる。

$$\bar{r}_t = (\bar{R}/\bar{R}') \sum_{i=1}^n (r_{ti} a_i / A) \dots\dots\dots (3.2)$$

ここに、 A は流域面積、 a_i は Thiessen の多角形から求めた i 番目の基地観測所の支配面積、 $\bar{R}'$ は基地観測所のみで求めた流域平均総雨量である。もし、基地観測所だけの資料しかないときには、 $\bar{R}=\bar{R}'$ となるから、(3.2) 式はつぎのようになる。

$$\bar{r}_t = \sum_{i=1}^n (r_{ti} a_i / A) \dots\dots\dots (3.3)$$

(3.1) および (3.2) 式によつて、由良川上流部について 2 時間を時間単位として流域平均時間雨量を計算したところ、降雨の原因にかかわらず最大 1 mm/hr の差異しか生じなかつた。また、計算された雨量を用い、後述する修正流出関数を用いて hydrograph を求めたところ、(3.2) 式による方が hydrograph 全体を通じて推定精度が良好であつた。こうした事実と、(3.2) 式が各時間ごとの実際の降雨量を与えるものであることなどを勘案すると、(3.2) あるいは (3.3) 式によつて流域平均時間雨量を算定する方が (3.1) 式を用いるより合理的であるといえる。なお、こうした研究成果に基づいて、以下に述べる研究では、すべて (3.2) あるいは (3.3) 式によつて算出された流域平均時間雨量を用いている。

現在までの研究成果は以上のとおりであるが、雨水流出現象の解明が進むにつれて、とくに流域平均時間雨量についての考え方を再検討しなければならないように思われる。(3.2) 式によつて各時間ごとの雨水の供給量がわかるとしても、この場合あくまでその時間内に流域に供給される全雨量を表わすものであつて、実際に流域に降る雨の状態を示すものではない。実際にはこれだけの雨量が地域的に分布しているはずである。流域面積が小さいときにはほぼ様な分布と考えることもできようが、流域面積が大きい場合には、地域的に降雨強度がかなり変化するのが普通である。一般にこうした降雨強度の地域的な変動は、それが微小なときには流出過程における平均化の効果のために、出水解析に際して無視してよいと考えられるが、流域面積が大きく変動が著しいときには、その影響を無視することができなくなるだろう。すなわち、流出過程における平均化の効果の度合によつて、地域的な降雨強度の不均一さに許容すべき範囲があると考えられる。このような許容範囲は流出現象の解明とともに次第に明らかになつてくると思われるが、今後こうした意味において、流域平均時間雨量の算定に際して採るべき流域面積の大きさを、流出過程との関連において検討していくつもりである。

4. 降 雨 の 損 失

(1) 一 般 的 考 察

降雨特性についての研究が進めば、流出現象の場である河川流域に供給される雨水の時間的、地域的な分布の模様を知ることができるわけであるが、流域に供給された雨水の全量がそのまま河川の流出量とならないとは限らない。蒸発や蒸散によつて直接大気中に還元されたり、生物の生長のために消費されたりするものがある。厳密な意味での損失降雨とは、このような各種の原因によつて河川の流出量とならない降雨の部分の意味すると考えねばならない。しかしながら、次節以降で述べる流出解析と関連して、対象とすべき流出成分の把握の仕方によつて、その定義づけが違つてくる。すなわち、河川の全流出量を対象とするととき、大出水で表面流出と中間流出だけを対象としてよい場合とでは、おのずから損失降雨の定義が変わつてくる。しかしいずれにしても、降雨の損失過程は流出現象の一つの境界条件を与えるものであつて、出水解析の研究上重要な研究課題である。

さて、厳密な意味での純損失雨量を求めるには、対象としている一連降雨の総雨量から総流出量を差し引くことによつて容易に求めることができる。出水現象を対象とするときには、流出期間が比較的短かいので、蒸発や蒸散によつて失われる降雨分は非常に少なく無視してよいだろう。したがつて、こうした場合の純損失降雨分は、樹木による降雨遮断や凹地貯留などの形で流域内に一時貯留され、出水後蒸発などによつ

て大気中に還元されるものと考えてよいだろう。すなわち、比較的短期間の出水現象を対象とするときには、損失降雨は流域表面付近における貯留過程に伴なつて生じると考えることができる。このように考えると、出水解析において取り扱う純損失降雨分は、降雨直前における流域表面付近の保水量をも含めて、流域特有のある一定値以上にはならないように思われる。

しかるに、洪水時の hydrograph を解析しようとするときには、主として表面流出分と中間流出分を対象として差し支えないと考えられるから、普通の出水解析における境界条件を与えるいわゆる有効降雨の推定に当つては、上述の純損失降雨のみを考慮したのでは十分でない。出水期より多少遅れて河川に流出してくる地下水流出分となるべき降雨をも同時に考慮しなければならない。地下水帯への雨水の供給は流域表層からの浸透現象によつてもたらされると考えられるから、結局のところ、普通の出水解析でいう有効降雨は、実際の降雨から純損失降雨と土中への浸透分とを差し引いたものとして算出しなければならないことになる。しかしながら、降雨の純損失分と浸透分とを別々に観測ないしは推定を行ない、しかもその時間的変化の割合を合理的に知ることはかなり困難である。

こうした意味において、われわれは出水解析を対象とする限り、上述の純損失分と浸透分とを同時に考慮して、これを流域の平均浸透能または損失能と呼び、いわゆる Horton 型の浸透能曲線¹⁰⁾によつて損失降雨の分離を試みたのである¹¹⁾。

(2) 由良川流域における浸透能方程式

さて、上述したような意味での損失降雨、逆にいうと有効降雨を正確に推定するためには、まず第一に観測された hydrograph から表面流出および中間流出の各成分に相当する部分を分離する必要がある。流出成分の分離については Barnes の方法¹²⁾以来いろいろの方法が提案されているが、各成分を独立に測定したい関係上なかなか正確を期しにくく、単なる推定にすぎないことが多い。そこで、われわれは、特殊な方法を用いてもそれぞれの結果の間にはあまり大きな相違がないという事実と、個人差が入らない一貫した方法の適用ということを重要視して、いわゆる水平分離を用いて損失降雨の推定を行なつた。もちろん、水平分離は合理的なものとはいえないのであつて、将来の研究にまつべきものが少なくないことはいうまでもない。

いま、初期および最終の浸透能をそれぞれ f_0 および f_c とし、任意時刻 t における浸透能を f とすると、Horton 型の浸透能方程式は次式で与えられる。

$$f = (f_0 - f_c)e^{-\alpha_1 t} + f_c \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

上式を降雨のはじめから終了時刻 t_r まで積分すると、累加浸透量 F は次式で与えられる。

$$F = \int_0^{t_r} f dt = f_c t_r + \frac{f_0 - f_c}{\alpha_1} (1 - e^{-\alpha_1 t_r}) \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

一方、上述の hydrograph の分離によつて、累加損失雨量が求められるが、これは近似的に累加浸透量 F と等しいと考えることができるから、

$$F \doteq R - Q \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここに、 R は総降雨量、 Q は総直接流出高*である。

Fig. 4-1 は由良川上流部における実測資料に基づいて、(4.3) 式より累加損失雨量を算出し、降雨継続時間を横軸として図示したものである。図では無降雨日数によつてグループ別に点描されており、図中の曲線は各グループごとに (4.2) 式を適用した結果を示したものである。さらに詳細にみると、基底流量の大小によつて描点がこの曲線の上または下にわかれるようであるが、その区別はあまり明確ではない。しかしながら、図中の曲線は、少なくとも基底流量に対しては平均的な意味をもつものと考えねばならないだろう

* 本文では出水時の hydrograph の主要部分を占める表面流出と中間流出とを総称して、直接流出といい、地下水流出に相当するものを基底流出ということがある。

う。

さて、Fig. 4・1 の結果から最適の最終浸透能および減衰係数の値を求めると、それぞれ $f_e = 0.27 \text{ mm/hr}$, $\alpha_1 = 0.15 \text{ hr}^{-1}$ となる。したがって、初期浸透能を f_0 とすると、この場合の浸透方程式はつぎようになる。

$$f = 0.27 + (f_0 - 0.27)e^{-0.15t} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

つぎに、(4.2) 式の右辺第 2 項の係数 $(f_0 - f_e)/\alpha_1$ と Fig. 4・1 の結果から、 f_0 と無降雨日数との関係、すなわち初期浸透能の回復曲線として次式がえられる。

$$f_0 = 4.30 + (0.27 - 4.30)e^{-0.0152t} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

なお、(4.4) および (4.5) 式において、 f , f_0 は mm/hr, t は hr の単位である。

(3) 理論的考察

つぎに、このような現象が主として雨水の土中への不飽和浸透に基づくものとする、少なくとも (4.4) 式および (4.5) 式の妥当性ある程度理論的に検証することができる。すなわち、容積比で表わした土中の含水量を m , 圧力を p , 透水係数を k , 拡散係数を D とし、地上に沿って最急こう配の方向に x 軸、それに垂直下方に z 軸をとると、不飽和浸透の基礎式は次式で与えられる¹³⁾。

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial m}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial k}{\partial z} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

ここに、 θ は斜面と水平面とのなす角である。

さて、(4.6) 式はそのままでは取り扱いにくいので、 x 方向には変化がなく、しかも D および k が z 方向にはほぼ一定で、かつ圧力 p の z に関する微係数が 0 に近い場合を考え、浸透現象の特性を調べてみよう。この場合の基礎方程式は、

$$\frac{\partial m}{\partial t} = D \frac{\partial^2 m}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

となり、一次元の拡散方程式であつて、各種の条件の下でその解を求めることができる。いま、

$$\left. \begin{array}{l} \text{初期条件: } t=0 \text{ で } m=m_0 \\ \text{境界条件: } z=0 \text{ で } m=m_c \\ \quad \quad \quad z=a \text{ で } \partial m / \partial z = 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

とすると、その解は次式で与えられる。ただし、 m_0 は初期含水量、 m_c は毛管飽和時の含水量である。

$$m = m_c - (m_c - m_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi} \exp \left\{ -\frac{D(2n-1)^2 \pi^2 t}{4a^2} \right\} \sin \frac{(2n-1)\pi z}{2a} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

したがって、単位面積当りの浸透水量、すなわち浸透能は、

$$\begin{aligned} f &= -D \left| \frac{\partial m}{\partial z} \right|_{z=0} + k \cos \theta \\ &= \frac{2D(m_c - m_0)}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{D(2n-1)^2 \pi^2 t}{4a^2} \right\} + k \cos \theta \quad \dots\dots\dots (4.10) \end{aligned}$$

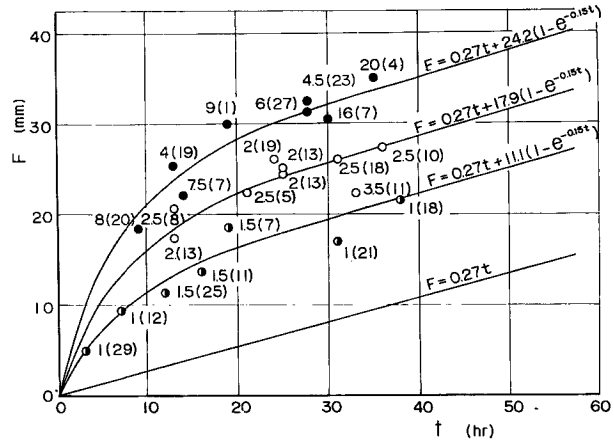


Fig. 4・1 The relation between the total lost rainfall amount and the duration time of rainfall : For each plotted point, the left number shows the time between antecedent and objective rainfalls in days, and the right one inside of parentheses the discharge of base flow in m^3/sec

となるが、時間が十分大きい場合には近似的に、

$$f = \frac{2D(m_c - m_0)}{a} \exp\left(-\frac{D\pi^2 t}{4a^2}\right) + k \cos \theta \quad \dots\dots\dots(4.11)$$

となる。上式は (4.1) 式と同型であるから、浸透能が Horton 型の方程式で表わされ、その低減係数 α_1 は不飽和浸透に関する拡散係数に比例的な関係にあることがわかる。

つぎに、

$$\left. \begin{array}{l} \text{初期条件: } t=0 \text{ で } m=m_c \\ \text{境界条件: } z=0 \text{ で } m=m_d \\ \quad \quad \quad z=a \text{ で } \partial m / \partial z = 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

の場合の解を求めると、

$$m = m_d - (m_d - m_c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi} \exp\left\{-\frac{D(2n-1)^2 \pi^2 t}{4a^2}\right\} \sin \frac{(2n-1)\pi z}{2a} \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

となる。ただし、 m_d は気乾状態時の含水量である。(4.11) 式の場合と同様な近似を用いると、ある適当な深さにおける含水量 m_0 は次式で表わされる。

$$m_0 = m_d - C(m_d - m_c) \exp\left(-\frac{D\pi^2 t}{4a^2}\right) \quad \dots\dots\dots(4.14)$$

ここに、 C はある常数である。一方、(4.1) 式と (4.11) 式において、右辺第 1 項を比較すると、含水量と浸透能との間には近似的に、 $f \propto K - m$ の関係が成立しているように思われる¹⁴⁾。こうした関係を (4.14) 式に用い、 m_0 、 m_c および m_d に対応する浸透能をそれぞれ f_0 、 f_c および f_d とすると、近似的につぎの関係がえられる。

$$f_0 = f_d + (f_c - f_d)e^{-\beta t} \quad \dots\dots\dots(4.15)$$

ただし、 β は低減係数であつて、拡散係数に比例する。上式は山良川上流部における初期浸透能の回復曲線 (4.5) 式と同型である。

また、(4.4) および (4.5) 式に含まれる低減係数は約 10 倍程度違っている。しかし、上述の考察から、これらの係数はともに不飽和浸透に関する拡散係数に比例し、しかも、(4.4) 式はほぼ毛管飽和に近い状態に対応し、(4.5) 式は逆に乾燥状態に対応すると考えられる。さらに、Moore の実験¹³⁾によると、これら二つの状態における拡散係数は約 10 倍程度異なっている。

こうした事実は上述の関係を説明するものであつて、浸透現象を雨水の土中への不飽和浸透として取り扱うことができることを示すものといえよう。しかし、初期損失、地被状態と浸透能の関係など未解明の問題が少なくなく、われわれも今後大いに研究を続けていく予定である。

5. 単位図的出水解析

(1) 単位図の特性

よく知られているように、経験的事実に基づいて Sherman によつて提案された単位図法は、流出現象をいわば純線型の現象と考えたものといえる。このような単位図の概念を、流域が比較的小さいうに、急こう配でかつ雨量強度の強いわが国河川の流出現象に、そのまま適用できるかどうかは大いに疑問とするところであつた。こうした意味から、われわれはまず第一に、山良川で実測した水文資料を用いて、従来の単位図の特性を詳細に検討した。

昭和 27 年度の研究においては、数少ない資料であつたが、Barnes の図解法によつて地下水流出、中間流出および表面流出の三つの流出成分の分離を試みた。その結果の一つとして、表面流出に対する単位図は各出水ごとにその形がかなり変化することを見出すとともに、単位図形を支配するピーク流量および遅れの時間が雨の強さおよび出水開始時の水位とある種の関係をもっていることを明らかにした¹⁵⁾。こうした特性は

単位図に関する従来の概念をそのまま受け入れにくいことを示唆したものであつて、以後のわれわれの研究の方向を示したものとして非常に意義が深い。

その後、水文資料の整備とともに、単位図の特性に関する詳細な研究が続けたわけであるが、昭和30年度までの研究によつて、つぎのような注目すべき成果をえたのである。すなわち、前節で述べた(4.4)および(4.5)式を用いて有効降雨を算出し、さらに各出水ごとに水平分離法によつてえられた有接流出に対する単位図を単位時間 2 hr, 単位降雨 20 mm/2 hr として求めたところ、Fig. 5・1 の結果をえた¹¹⁾。

Fig. 5・1 から明らかなように、出水の大小またはそのときの出水制御能力の変化によつて、求められた単位図がかなり異なつてゐる。このような事実は、当時盛んに論議されていたが、いずれにしても単位図法の基本仮定である“同一流域には単一の単位図”という仮定を根本からくつがえすものである。Fig. 5・1 をさらに詳細に検討すると、降雨量が多く大出水の場合ほど、単位図のピーク流量が大きいかつ早く現われて

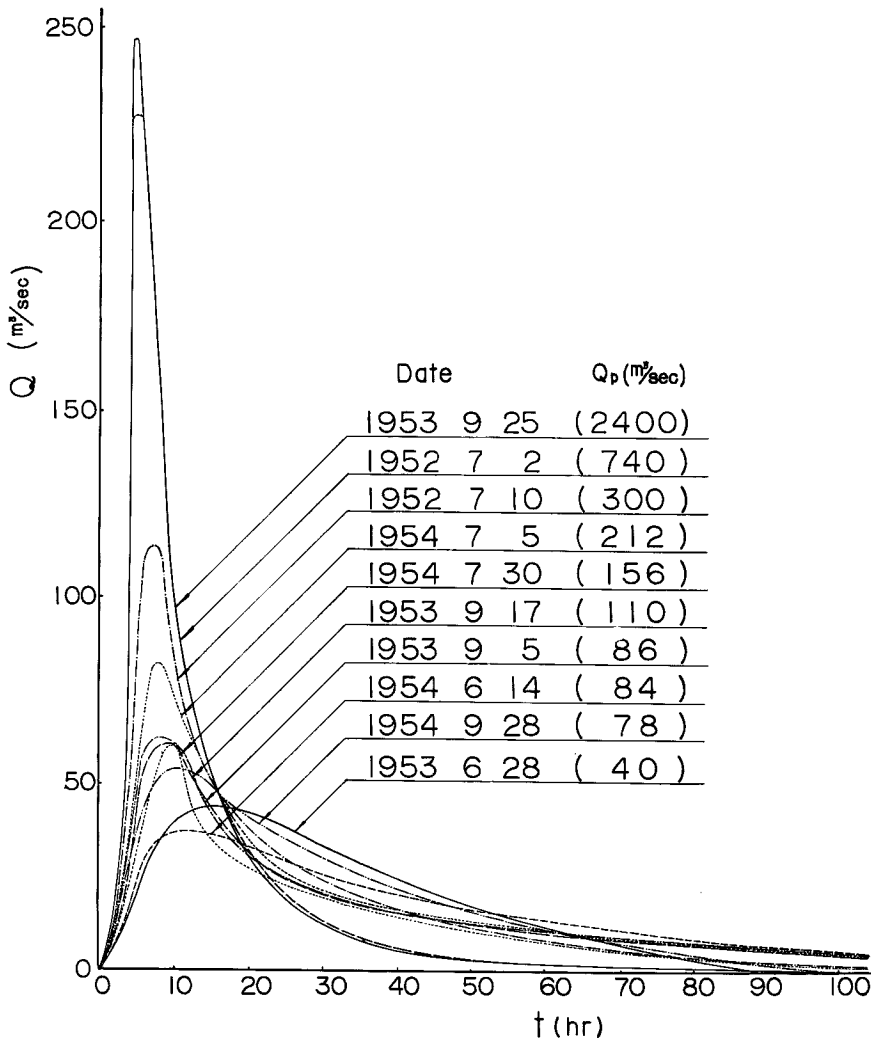


Fig. 5・1 Variation of unit hydrographs in the Yura River

いることがわかる。しかし、出水時のピーク流量が $100 \text{ m}^3/\text{sec}$ 前後までの出水に対する単位図はあまり変化していない。このような関係は、出水のピーク流量が $100 \text{ m}^3/\text{sec}$ 程度より小さいときは、ほとんど表面流出が現われず、中間流出がその主体であつて、しかも従来の単位図の概念をそのまま適用してよく、一方、大出水のときは表面流出が発生し、現象の非線型のために、従来の単位図法がそのまま適用しにくいことを示すものである。単位図に関するこのような特性は、最近、米国においても確認されており¹⁶⁾、こうした分野におけるわれわれの研究が一步先んじたことは注目してよいだろう。

以上のような研究によつて、われわれは出水解析に関する研究方向を見出したわけであるが、本節ではそのうち単位図の研究について述べるつもりである。

(2) 流出関数¹⁷⁾

流出関数は上述の単位図を、計算が便利のように解析的関数で表現したものといえるだろう。しかし理論的根拠が全くないわけではなく、Horton の貯留法¹⁸⁾に基づいている¹⁹⁾。

(a) 基礎的考察 さて、われわれは流出関数として、Edson²⁰⁾ と同様、Pearson 型類似の複合指数関数を用いた。すなわち、比流量と同様の単位 $\text{m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$ で表わし、

$$q = at^n e^{-at}, \quad n \geq 1 \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

を採用した。さらに、(5.1) 式の第二変曲点以後においては、表面流出が終り中間流出が支配的となると、低減曲線が指数曲線で表わされるという経験的事実を考慮して、(5.1) 式を次式で修正することにした。

$$q = q_0 e^{-At} \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

ここに、 q_0 は第二変曲点における流量である。

つきに、微小時間 dT の間強度 1 mm/hr の降雨があつたとすると、(5.1) 式より、

$$\int_0^\infty q dt = \int_0^\infty at^n e^{-at} dt = 1 \cdot dT$$

したがつて、 a を消去することができ、

$$q = \frac{0.2778a^{n+1}}{\Gamma(n+1)} t^n e^{-at} \cdot dT \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

の関係がえられる。よつて、 τ_0 時間の間 1 mm/hr の強度の降雨が継続した場合には、

$$q = \frac{0.2778a^{n+1}}{\Gamma(n+1)} \int_0^{\tau_0} (t-T)^n e^{-a(t-T)} dT \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

となる。しかし、上式を用いて単位図を計算することはかなり面倒であるので、近似法として、次式を用いることにした。

$$q = \frac{0.2778a^{n+1}}{\Gamma(n+1)} t^n e^{-at \cdot \tau_0} \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

上式の結果と(5.4)式の結果とを比較して、(5.5) 式の曲線を $\tau_0/2$ だけ時間軸の正の方向にずらせば、両者がほぼ一致することがわかつたので、(5.4) 式の代りに(5.5) 式を用いて hydrograph を計算したのち、それを $\tau_0/2$ だけ遅らせることにした。

(5.5) 式から、単位図の最大流量 q_m とその発生時刻 t_m との関係は、

$$q_m t_m = \frac{0.2778n^{n+1}\tau_0}{\Gamma(n+1)e^n} \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

となり、第二変曲点の現われる時間 t_f は次式で与えられる。

$$t_f = (n + \sqrt{n})/\alpha = t_m + \sqrt{n}/\alpha \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

つきに第二変曲点以降の(5.2) 式による修正の条件は、両者の総流出量が等しくならなければならないということから、

$$A = q_0 / (0.2778 \tau_0 y) \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

で与えられる。ここに、 y は (5.1) 式で与えられる hydrograph の総流出量と、同じ hydrograph の第二変曲点以後における総流出量の比であつて、

$$y = \frac{1}{n! e^{n+\sqrt{n}}} \{ (n+\sqrt{n})^n + n(n+\sqrt{n})^{n-1} + n(n-1)(n+\sqrt{n})^{n-2} + \dots + n! \} \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

で与えられ、Fig. 5.2 に示されている。

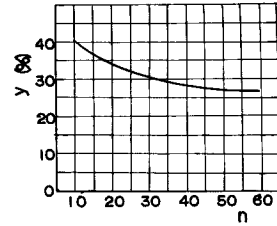


Fig. 5.2 Relation between y and n

(b) 由良川への適用 まず、前2節で述べた方法によつて、流域平

均時間雨量と有効雨量を算出し、単位時間を 2 hr、単位降雨量を 20 mm/2 hr として解析を進めることにした。したがつて、(5.6) 式の関係は、

$$q_m t_m = \frac{0.2778 n^{n+1}}{\Gamma(n+1) e^n} \times 2 \times \frac{20}{2} = M \times 20 \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

となる。つぎに、単位図の q_m と t_m との関係を求めるために、過去の洪水資料から Fig. 5.1 に示したような各出水ごとの単位図を推定して、両者の関係をプロットすると、Fig. 5.3 のようになる。この図において、 Q_m は q_m に本流域の流域面積 350.3 km² を乗じたものであるので、 q_m と t_m との関係はつぎのように与えられることになる。

$$q_m t_m = 20.89 / t_m^{1.13} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

この関係を (5.10) 式に用いると、 M と t_m との関係がつぎのように求められる。

$$M = \frac{0.2778 n^{n+1}}{n! e^n} = 1.0445 / t_m^{1.13} \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

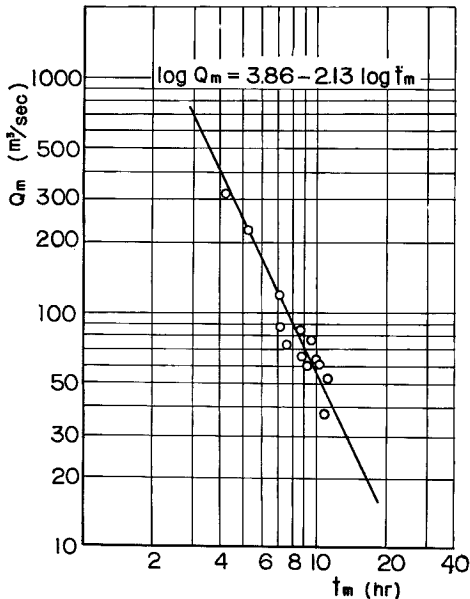


Fig. 5.3 Relation between Q_m and t_m of unit-graph for each flood runoff

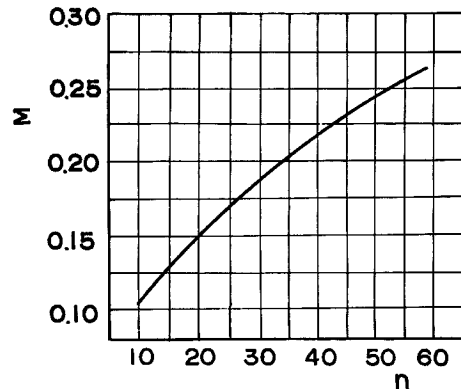


Fig. 5.4 Relation between M and n

なお、Fig. 5.4 は M と n との関係を示したものである。

つぎに、一般の降雨強度 r とそれに対する t_m の関係を知らなければならぬが、これを直接推定することは困難である。そこで実測の hydrograph から、最強雨量強度 r_p とピーク流量までの時間 t_m' の関係を代用することにした。Fig. 5.5 はその結果を示したもので、両者の間にはある関係があることが認められる。

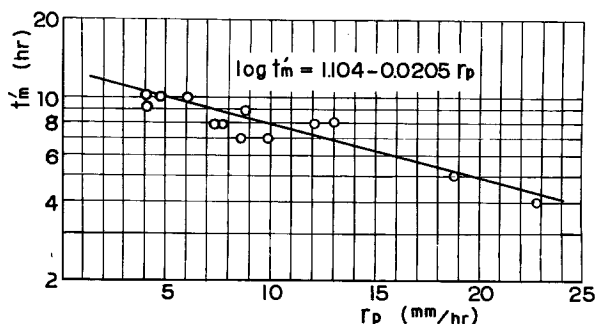


Fig. 5.5 Relation between r_p and t_m'

以上によつて、すべての関係がわかつたので、有効降雨が与えられれば、hydrograph を計算することができる。すなわち、2時間継続の有効降雨が与えられると、Fig. 5.5 より t_m を求め、つぎに、(5.12) 式から M を計算すると、Fig. 5.4 から n がわかる。 n がわかれば、(5.5) 式より対象としている降雨に対する hydrograph の前半がわかり、また、Fig. 5.2 および (5.8) 式より第二変曲点以後の hydrograph が計算されることになる。以上の計算を各有効降雨に対して実施し、その結果を加え合わせたのち、 $\tau_0/2$ 時間だけ遅らせれば所要の hydrograph がえられる。

Fig. 5.6 は計算例であるが、計算値の適合性はかなり良好である。

(2) 修正流出関数²¹⁾

降雨強度によつて単位図が変化するという特性を、Pearson 型類似の複合指数関数を用いて表現しようとした前項の研究では、計算結果の精度という点からはかなり良好であるが、その理論的根拠、とくにいわゆる総合化という点では最善のものとはいいいにくい。そこで、流域内における洪水流の特性をある程度考慮した修正流出関数ともいふべき方法によつて、出水の解析およびその総合化を試みた。

(a) 基礎的考察 流域に供給された雨水は、ごく常識的にいえば、まず山腹斜面を流下し、やがて河谷

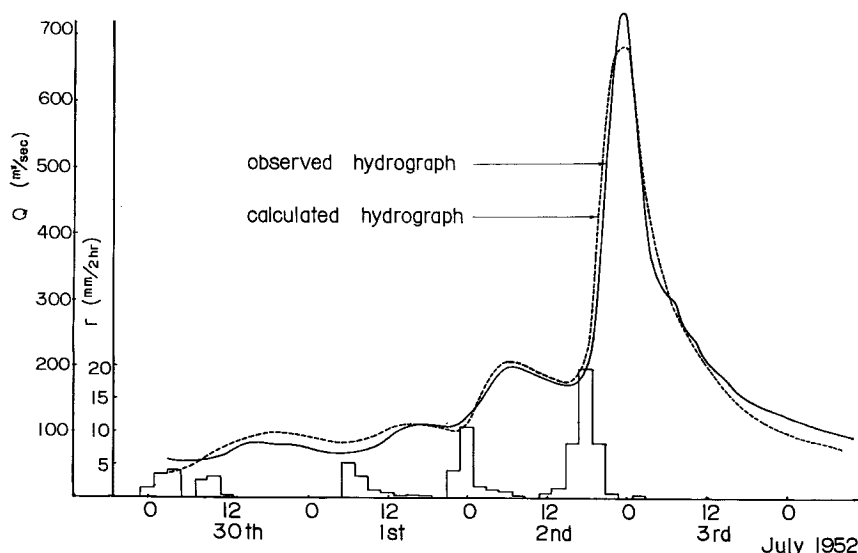


Fig. 5.6 An example of computation by means of runoff-function method

に流出して河川流出となる。その間における雨水の水理学的挙動はかなり複雑で、とくに山腹斜面における出水制御能力は、実測結果²²⁾からもわかるように、かなり大きいことは明らかである。しかし、こうした特性を明確に表現することができ、かつ比較的簡単な流出理論の構成がかなり困難であるところから、河道における洪水流の挙動に重点をおき、山腹斜面での効果をその中に含ませて考えることにした。

速水博士の洪水流の理論によると²³⁾、流路上流端の水位が急に h_0 だけ上昇し、時間 Δt だけ一定値に保たれて再びもとの水位まで低下したとき、それが x だけ流下した場合の水位変化 $(H-H_0)$ の時間的配分は次式で与えられる。

$$\frac{H-H_0}{h_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\mu}t}} \exp\left\{\frac{\omega x}{2\mu} - \xi^2 - \frac{(\omega/2\mu)^2 x^2}{4\xi^2}\right\} d\xi \quad \dots\dots\dots (5.13)$$

この場合、

$$\left. \begin{array}{l} t \leq 0 \text{ で } (H-H_0)/h_0 = 0 \\ t > 0 \text{ で } (H-H_0)/h_0 > 0 \end{array} \right\} \text{ および } \left. \begin{array}{l} t \leq \Delta t \text{ で } (H-H_0)/h_0 = 0 \\ t > \Delta t \text{ で } (H-H_0)/h_0 < 0 \end{array} \right\}$$

としてえられる上式の二つの計算結果を合成すると、所要の解となる。ここに、 μ は一種の拡散係数、 ω は洪水の伝播速度である。

さて、上のようにしてえられた解の水深を $3/2$ 乗して流量の形に変化し、それにある定数を乗じてえられる曲線で囲まれる面積（総流出量に相当する）が 1 となるようにしたもの、与えられた ω および x の下における単位面積当りの単位流出量曲線と考えたわけである。

(b) 流出計算法と由良川への適用 ま

ず、Fig. 5.7 に示すように、一つの地帯境界線上のどの点からも下流端までの流下距離が等しくなるように、流域全体をある巾の帯に分割し、ある地帯の両境界線からの流下距離の平均値を x_0 とする。この地帯に ω_0 を生ぜしめるような雨が単位時間継続したとすると、前項で述べた計算を x_0, ω_0 に対して行なつてその地帯の雨による hydrograph が求められ、さらにこうした各地帯からの hydrograph を合成することによつて所要の単位図がえられるわけである。

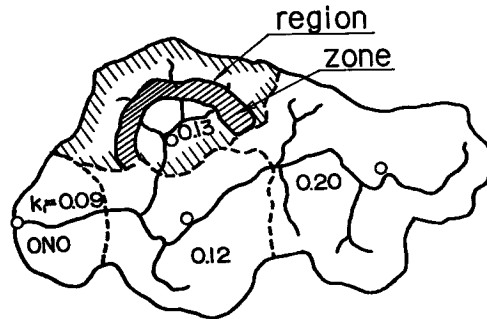


Fig. 5.7 Divided sub-basins in the Yura River

この場合、単位時間内の有効降雨 r の変化によつて ω が変化すると考えられる。そこで、ある地帯の単位面積からの流出量 q は単位時間内ではその地帯の降雨強度に比例し、流量は水深の $3/2$ 乗に比例すると仮定すると、結局つぎの関係がえられる。

$$\begin{aligned} r/r_0 &= q/q_0 = (h/h_0)^{3/2} = (\omega/\omega_0)^3 \\ \therefore \omega &= \omega_0 \alpha^{1/3}, \text{ ただし } \alpha = r/r_0 \quad \dots\dots\dots (5.14) \end{aligned}$$

ところで、形式的には ω_0 と r_0 はそれぞれ独立に定めることができるが、実際の河川ではその河川特有の基準降雨 r_0 に対応して伝播速度 ω_0 が存在するはずである。しかし、この場合には、 $k_1 = r_0'/r_0$ 、 $\beta = r/r_0'$ とおくと、 $\alpha = (r/r_0') \cdot (r_0'/r_0) = k_1 \beta$ および $\omega = \omega_0 (k_1 \beta)^{1/3}$ となる。よつて、任意に仮定した r_0, ω_0 に対して α および x を変えて諸関係を計算しておけば、特定の河川における特定の単位時間有効降雨に対しても、 k_1 の値さえわかれば簡単な変換によつて所要の解がえられることになる。

つぎに、最大単位時間雨量 r_p を生じた時刻から hydrograph のピークまでの時間を t_p とし、このピークに支配的な影響をおよぼした地帯から下流端までの距離を x_p とすると、(5.13) 式から最大値の発生条件としてえられる次式から、近似的に k_1 の値を決定することができる。

$$x_p^2 = \left\{ \omega^2 \cdot \Delta t - 6\mu \log \left(\frac{t_p - \Delta t}{t_p} \right) \right\} \cdot \frac{t_p(t_p - \Delta t)}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(5.15)$$

すなわち、(5.15) 式の関係を図示したものが **Fig. 5.8** であつて、 x_p, t_p を与えると図から α_p がわかり、 $\beta_p = r_p/r_0'$ であるから、 $k_1 = \alpha_p \beta_p$ として k_1 の近似値が与えられる。

われわれは、この方法を実河川に適用するに当つて、 $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$, $\mu = 10^7 \text{ cm}^2/\text{sec}$ の場合に、 x および α の値をいろいろ変化させて各種の図表を用意した。由良川流域に対する適用例では平均値として $k_1 = 0.1$ であり、上述した方法によつて降雨強度による単位図の変化の模様を調べたものが **Fig. 5.9** であつて、**Fig. 5.1** とその特性が非常によく一致している。

以上は表面流出に対する単位図に関する考案であるが、出水時には中間流出（二次流出）もかなりの量に達するといわれている。中間流出は地表近くの極めて多孔

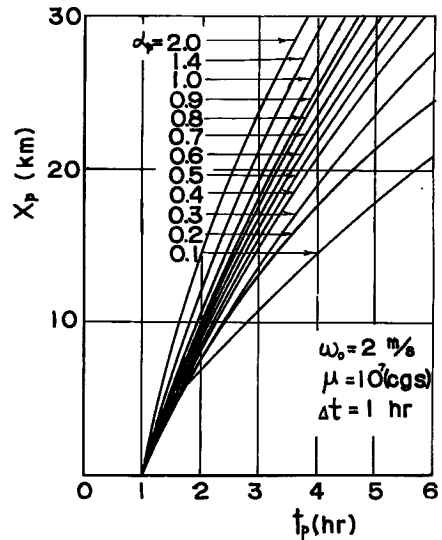


Fig. 5.8 Relation between α_p , t_p and x_p

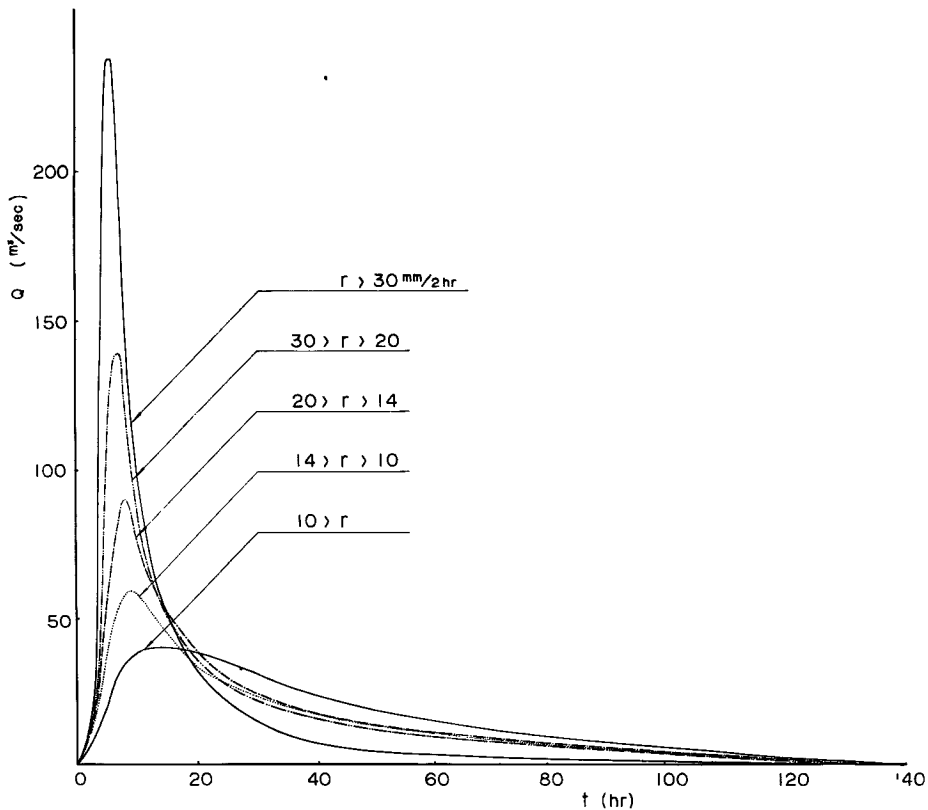


Fig. 5.9 Variation of unitgraphs resulted from various intensities of effective rainfalls

質な土層（以下では表層と呼ぶ）に浸入した雨水が流出する現象と考えられる。そこで近似的に、表層への雨水の供給の時間的割合を、Horton 型の浸透能方程式と同様な式で表わすことができると仮定して、由良川上流流域について求めた結果はつぎのようである。

$$\left. \begin{aligned} r_d &= 3.0 + (r_{d0} - 3.0)e^{-0.5t} \\ r_{d0} &= 3.0 + 34.7e^{-0.125Q_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.16)$$

ここに、 r_d は中間流出に対応する雨量強度 (mm/hr)， r_{d0} はその初期値 (mm/hr)， Q_0 は出水開始時の基底流量 (m³/sec)， t は時間 (hr) である²⁴⁾。

このようにして、中間流出に対応する降雨がわかつたので、表面流出の場合の k_1 の値に対応して、中間流出の場合について計算すると、 $k_2 = 0.007$ がえられた。

以上のようにして、由良川上流流域に対するすべての常数が定まつたので、出水解析を行なうことができるわけである。その結果を示したものが Fig. 5.7 および Fig. 5.10 であつて、ここで述べた出水解析の方法がかなりの精度をもつものであることがわかる。

(c) 単位図の総合化^{24), 25)} 総合単位図に関する研究は、F.F. Snyder²⁶⁾ 以来多数の人々によつて行なわれてきたが、われわれは上述の方法を適用してその総合化を図つた。普通、われわれが流域特性について簡単に求めうる関係は、流域面積、流路に沿つたその分布状態、流路延長、流路の区間平均こう配などである。これらのうち、流域面積とその分布状態および流路延長の効果は、上述の計算法の中に含まれる。したがつて、流路こう配の効果を何らかの形で計算中に含ませれば、この計算法の総合化が可能になると考えられる。

ところで、各河川についての基準降雨 r_0' をすべて等しくとつた場合を考えると、 $\omega = \omega_0 k_1^{1/3} \beta^{1/3}$ で $\beta = 1$ としたときに相当するから、

$$\omega = \omega_0 k_1^{1/3} \propto u_0 \propto \sqrt{i/n} \dots\dots\dots (5.17)$$

が近似的に成立する。換言すると、 k_1 の中にはこう配と粗度係数の効果が含まれていることがわかる。そ

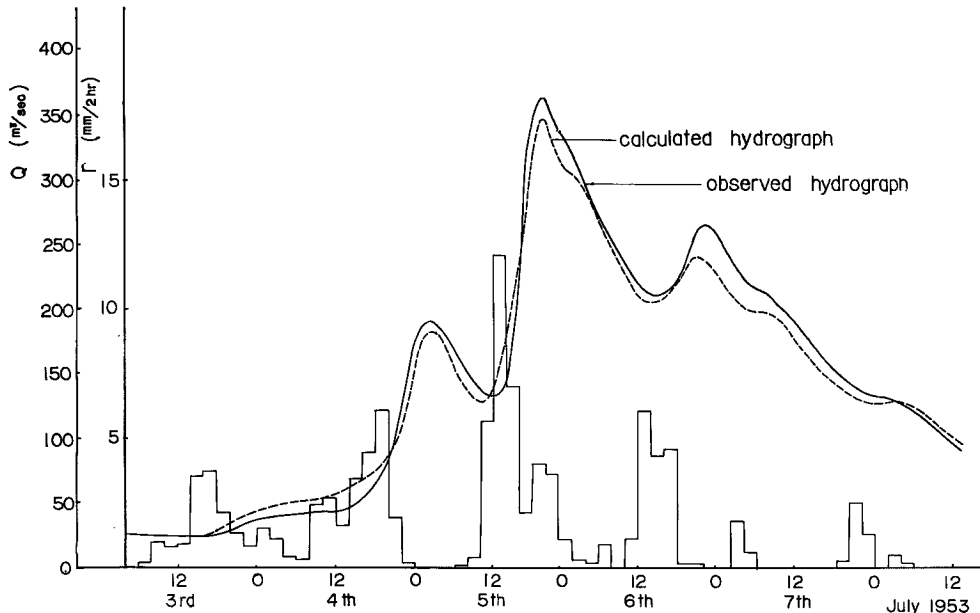
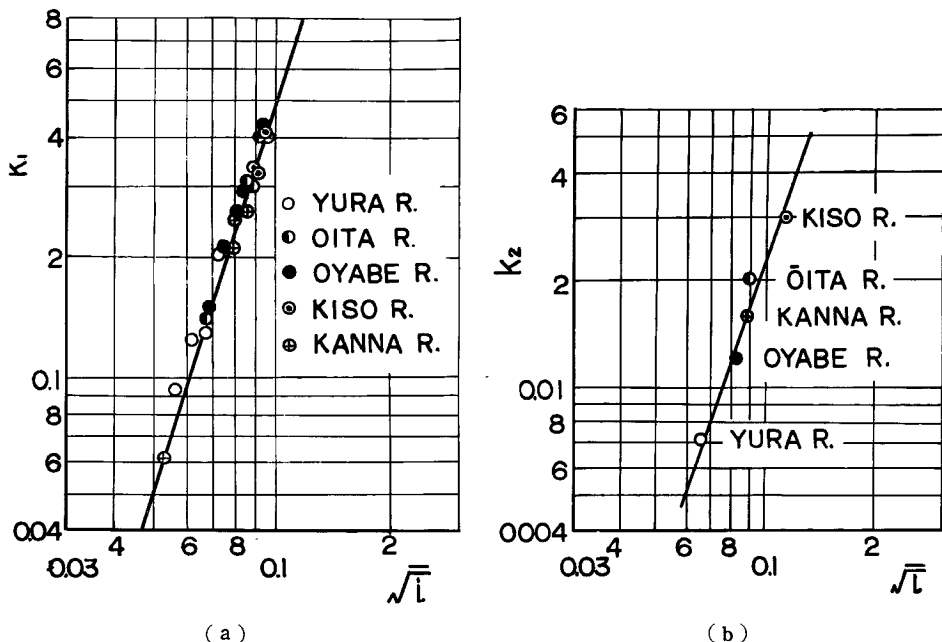


Fig. 5.10 Flood analysis in the Yura River

Fig. 5.11 Relation between $\sqrt{t_p}$ and k_1, k_2

ここで、ある流域におけるこの配の項を、各区分ごとのこの配の平方根の平均値 $\sqrt{t_p}$ で代表させることにした。わが国の数河川について試算的に求めた k_1 および k_2 と $\sqrt{t_p}$ との関係を調べた結果は Fig. 5.11 のようである。これらの図をみると、かなりきれいな関係が認められるので、 k_1 および k_2 の変化を $\sqrt{t_p}$ で代表させてよいように思われる。すなわち、

$$k_1 = 435(\sqrt{t_p})^3, \quad k_2 = 22.4(\sqrt{t_p})^3 \quad \dots\dots\dots (5.18)$$

以上のようにして、かなりの合理性をもつて、われわれの方法の総合化を行なうことができたが、こうした方法によつて、水文資料の少ない河川における流出解析法をも若干の実例をもつて具体的に示すことができた²⁷⁾。

6. 水理学的出水解析

すでに述べたように、出水解析における単位図的手法に関する研究は、古くから数多く行なわれ、かなりの成果を収めてきた。ところで、河川流域内における雨水の挙動は極めて複雑であつて、そのためこれらの研究の大部分のものは、流出現象を外側から眺めるという立場をとつており、経験への依存度が非常に強い。したがつて、工学的意味での貢献は十分認められても、研究成果に普遍性を欠いているおそれがある。したがつて、流出現象の中に内蔵する力学的な法則から出発して、その内部的な機構を明確にしたのちに、普遍性をもつ流出理論を組み立てることが必要である。こうした意味における研究は、すでに1930年頃からはじめられているが、中でも1939年の R.E. Horton の研究²⁸⁾は流出現象に対する正しい理解の上に立つたものとして極めて意義が深い。

さて、わが国の流出問題で対象とされる山間地流域における出水現象は、降雨を供給源とし、面的特性をもつ山腹斜面と線的特性をもつ河道とにおける雨水流と考えることができよう。しかし、この場合の境界条件を与える有効降雨や山腹斜面と河道の分布状態などがはなはだしく不均一であつて、普遍的な理論構成を

むずかしくしている。このような場合には、普通変量の平均値をもつて処理されており、速水博士の流出理論²⁹⁾もこのような立場に立つたもので、流出問題の解明上極めて意義が深い³⁾が、以下ではわれわれが行なってきた研究についてのみ説明する。

(1) 表面流出の水理学的機構

流域内における単位巾の斜面または 1 本の支川における雨水流は、降雨または斜面からの流出による水の供給を受けながら流下していく非定常流と考えることができる。このような水流に対する運動および連続の方程式は、通常の記号を用いるとつぎのようである³⁰⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} - (\alpha - 1) \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} \\ = g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{\alpha u q}{A} \end{aligned} \quad \text{..... (6.1)}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(t) \quad \text{..... (6.2)}$$

ここに、 $q(t)$ は単位長さ当りの横からの流入量である。さらに、山間地における流出問題では流れの場のこう配がかなり急であり、しかも横からの供給量の時間的変化が比較的緩慢であるから、流れが等流に近く、常に重力の分力と流れの抵抗力とがほぼ釣り合っていると仮定することができる。このような場合には、(6.1) 式は近似的に、

$$A = KQ^p \quad \text{..... (6.3)}$$

となり、Manning の抵抗則が成立する場合には、

$$K = \{n(\sin \theta)^{-1/2} K_1^{2/3}\}^p, \quad p = 3/(2z + 3) \quad \text{..... (6.4)}$$

である。ここに、 n は Manning の粗度係数、 K_1 および z は径深を $R = K_1 A^z$ とおいた場合の係数および指数である。

(6.2) および (6.3) 式から、特性方程式として、

$$\frac{dx}{1} = \frac{dt}{dA/dQ} = \frac{dQ}{q(t)} \quad \text{..... (6.5)}$$

が与えられる。したがって、特性曲線

$$x = \frac{1}{pK} \int_{\tau}^t ds \left[\int_{\tau}^s q(\zeta) d\zeta / K + \{Q(\xi, \tau)\}^p \right]^{\frac{1-p}{p}} + \xi \quad \text{..... (6.6)}$$

の上で、次式が成立することになる。

$$Q^p = \int_{\tau}^t q(t) dt / K + \{Q(\xi, \tau)\}^p, \quad Q = \int_{\xi}^x q(t) dx + Q(\xi, \tau) \quad \text{..... (6.7)}$$

ここに、 $Q(\xi, \tau)$ は流量の初期および境界の条件を示すもので、特性曲線の出発する場所 ξ 、時刻 τ における流量を表わす。

さらに、特性曲線が出発する点における流量が 0 の場合には、 $Q(\xi, \tau) = 0$ とおけばよく、また斜面流のように二次元流で単位巾当りの流れを考える場合には、 Q を単位巾当りの流量、 q を単位面積当りの水の供給量とし、さらに A および R を水深 h' で置きかえれば、上述の諸関係がそのまま成立する。すなわち、ダッシュで斜面上の水理量を表わし、 $r(t)$ を雨量強度とすると、つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} h' &= K' q^{p'} \\ \partial h' / \partial t + \partial q / \partial x' &= r(t) \\ q &= \left\{ \int_{\tau}^t r(t) dt / K' \right\}^{1/p'}, \quad q = \int_{\xi}^{x'} r(t) dx' \\ x' &= \frac{1}{p' K'^{1/p'}} \int_{\tau}^t ds \left\{ \int_{\tau}^s r(\zeta) d\zeta \right\}^{\frac{1-p'}{p'}} + \xi' \\ K' &= (n' / \sqrt{\sin \theta'})^{3/5}, \quad p' = 3/5 \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (6.8)}$$

上述の理論にしたがつて、表面流出過程を模型的に示すと **Fig. 6.1** および **Fig. 6.2** のようである。すなわち、**Fig. 6.1** のような一本の流路をもつ長方形流域における特性曲線と、斜面の下流端および流路の下流端における hydrograph は **Fig. 6.2** のようになる。これらの hydrograph の各時刻における流量は、図に斜線を施して示したように、それぞれの伝播時間内の降雨および斜面から流路への流入量が関与することがわかる。なお、斜面および流路の特性を示す四つの量 p, K , および p', K' は、それぞれの遅滞効果を表わす特性値と考えることができる。

(2) 表面流出の解析

このような解析法によつて、表面流出量の計算が可能になるわけであつて、以下われわれが行なつた研究の概要を説明しよう^{31), 32)}。

いま、(6.5) 式において、 q を一定値とし、境界および初期の条件を、 $x=0$ および $t=0$ で $A=0$ および $Q=0$ とすると、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dQ}{dA} \text{ 上にて, } A=qt, \quad Q=qx \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

が成立する。(6.3) と (6.9) 式の関係から、

$$\left. \begin{aligned} \log \frac{t}{K} &= p \log Q - \log q \\ \log \frac{t}{K} &= (p-1) \log Q + \log x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6.10)$$

がえられる。上式は $t \sim Q$ 面上の特性曲線を示し、面対数紙上では q および x をパラメーターとすると直線関係にある。こうした関係が対数図式の標準特性曲線と名付けたのであるが、任意の降雨がある場合にも、**Fig. 6.2** から予想されるように、適当な時間ごとの横からの平均流入量を用いることによつて、かなりの精度で計算できるものと期待される。

さて、実際の流域への適用に当つては、まず主な支川の合流点、平均こう配の急変する点、あるいは個々の流域の形などを考慮して、流路を適当に分割する。つぎに、分割した流路区間で横(山腹斜面)からの流入量が流路に沿つて一様であると仮定し、分割流路長 L でその流路に付随する流域の面積 F を除した値の半分 $B=(1/2) \cdot (F/L)$ をもつて斜面長として、分割された流域をすべて長方形流域に変換する。こうして流域が長方形流域の集まりとして表現されると、有効降雨が与えられれば、順次各地点の hydrograph が水理学的に求められることになる。

この方法を大戸川および由良川へ適用したのであるが、この際遅滞効果の指標の p, K, p', K' の値が問題となる。流路については直接実測したり、底質の特性などから推定できるが、モデル化された斜面については試算的に定めるしか方法がない。Manning の抵抗則が成立するものとして求めた等価粗度係数の値は、流域面積約 190 km² の大戸川では $0.3 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{sec}$ 、由良川上流域では $1.0 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{sec}$ の程度であつて、流路

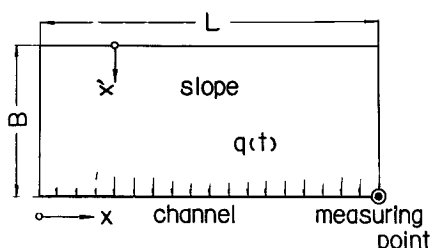


Fig. 6.1 Schematic diagram of a rectangular model basin

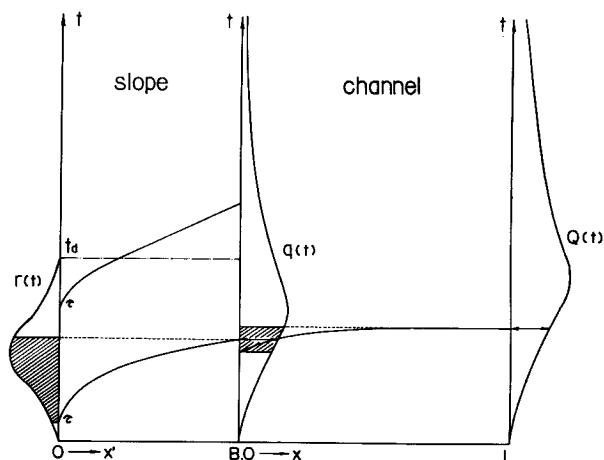


Fig. 6.2 Schematic diagram showing the propagation states of rainfall disturbance in the process of surface runoff

における粗度係数より 1 桁以上大きい値となつている。また、各地点でえられた hydrograph を比較することによつて、少なくともこの程度の流域面積の河川では、出水の遅滞現象は主として山腹斜面で起こり、流路の効果は微弱であることがわかつた。さらに、このような特性を明確にするために、種々の模型流域について特性曲線法による流出計算を行なつたが³³⁾、その結果、山腹斜面での遅滞効果が流路でのそれに比して著しく大きいことを明示することができた。こうした特性は、流出現象の解明上極めて有意義であつて、以後の研究における重要な指針となつた。

(3) 表面流出の水理学的特性³⁴⁾

厳密な意味で表面流出を取り扱う場合、斜面と流路とでは、雨水流の挙動がかなり異なつてゐるから、これらを区別しなければならない。しかし、前述したように、斜面と流路とにおける水理学的要素の間には相対応するものが多く、ことに表面流出を対象とするときには、流下距離、こう配、粗度係数などは全く同じ物理的意義をもつ要素と考えてよい。したがつて、前項で述べた表面流出の特性をも考慮すると、結果としては斜面と流路とを切り離して処理したときと同一の現象形態を与えるような総量として、単一の流域要素、すなわち等価な斜面のみを考えてよいだろう。こうした意味において等価な斜面を考えた場合には、(6.8) 式の関係がそのまま成立するはずである。以下において、(6.8) 式を基礎として説明するが、総量としての流下距離、こう配、粗度係数および流域要素をそれぞれ L_0 , $\sin \theta_0$, n_0 および K_0 で表わすこととする。

(a) 最大流量の発生条件 まず、時間的に降雨のどの部分が最大流量に関与するかという問題を考えてみよう。(6.8) の第 3 式の関係から、等価斜面の単位巾当りの流量 q は、

$$q(t) = \left\{ \int_{\tau}^t r(t) dt / K_0 \right\}^{1/p} \dots\dots\dots (6.11)$$

で与えられる。また、最大流量に関与する降雨の平均強度を r_{mp} とし、一定降雨強度の場合 (6.8) の第 4 式からえられる関係、 $t_p - \tau_p = K_0 L_0^p / r_{mp}^p$ を用いると、

$$q(t) = r_{mp} L_0 = \{ K_0 L_0 / (t_p - \tau_p) \}^{1/(1-p)} \dots\dots\dots (6.12)$$

がえられる。(6.11) および (6.12) 式を t について微分すると、最大流量の発生条件として、

$$r(t_p) - \frac{d}{dt} \int_0^{\tau_p} r(t) dt = 0, \quad \frac{d}{dt} (t_p - \tau_p) = 0 \dots\dots\dots (6.13)$$

がえられる。

(6.13) 式の第 2 式は最大流量を発生する降雨部分の伝播時間が極小であることを意味し、また第 1 式から最大流量を発生する特性曲線の出発時刻 τ_p と到達時刻 t_p とにおける降雨強度が相等しいことがわかる。このことは、Fig. 6.3 に示すように、降雨のピークをはさんで強度の等しい時間内の降雨が、最大流出量に関与することを意味し、このときの流量は (6.12) 式から、平均雨量強度 r_{mp} を用いて容易に求められる。

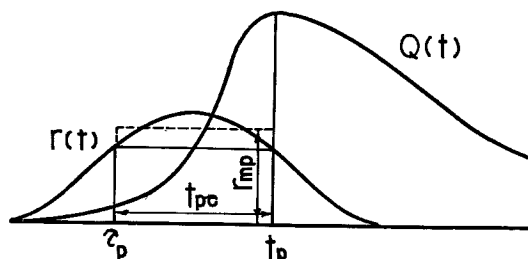


Fig. 6.3 Relation between the rainfall pattern and the peak of hydrograph

(b) 単位図の要素の力学的意義 単位図法における単位時間 t_u 、対象降雨の継続時間 t_d および特性曲線の到達時間 t_e の大小関係によつていろいろの場合が考えられが、われわれは各場合についての単位図法の力学的意義を明らかにした。ここでは紙面の都合上、流域のこう配が大きく、粗度および流下距離が小さく、したがつて、単位降雨の継続時間、すなわち単位時間中には、上流からの伝播が下流端に到着しないが、対象降雨の継続時間が到達時間より長い場合についてのみに述べることにする。このような場合は、わが

国の河川で単位図法を適用するときに考えられるほとんどすべての場合を包含していると考えてよいだろう。

さて、対象降雨による最大流量を q_{mn} とすれば、(6.11) 式より次式で表わされる。

$$q_{mn} = \frac{\alpha_{mn}}{K_0^{1/p}} \int_{\tau_p}^{t_p} r(t) dt \quad \dots\dots\dots (6.14)$$

ただし、

$$\alpha_{mn} = \left\{ \int_{\tau_p}^{t_p} r(t) dt \right\}^{(1/p)-1} \quad \dots\dots\dots (6.15)$$

つぎに、この場合の最大流量を単位図法で計算する方法を考えよう。いま適当に選ばれた単位降雨の雨量強度を r_u 、単位時間を t_u とすると、単位降雨に対する hydrograph、すなわち単位図は本節(2)で述べた方法によつて容易に計算できる。この場合、 $t_u < t_c$ であるから、対象降雨の最大流量を生じる伝播の平均速度は、単位降雨の場合の平均伝播速度より大きいと考えてよい。したがつて、単位流出量曲線は t_u から伝播が到達する時刻まで続くことになる。このような単位図を適用して求められる最大流量を q_{mu} とすると、次式で与えられる。

$$q_{mu} = \frac{\alpha_{mu}}{K_0^{1/p}} \left[m_1 \int_{\tau_p}^{t_{u1}} r_u dt + \sum_{i=2}^i \int_0^{t_u} r_u dt + m_{i+1} \int_{t_p - t_{ui}}^{t_p} r_u dt \right] \quad \dots\dots\dots (6.16)$$

ただし

$$\alpha_{mu} = \left\{ \int_0^{t_u} r_u dt \right\}^{(1/p)-1} \quad \dots\dots\dots (6.16)$$

$$m_i = \left[\int_0^{t_u} r(t) dt \right]_i / \int_0^{t_u} r_u dt \quad \dots\dots\dots (6.17)$$

なお i は Fig. 6.4 に示すように、対象降雨を単位時間 t_u で区切つたときの番号である。この場合、 $i=1$ 番目以前の降雨の最大流量への影響は小さいとして無視している。

(6.17) 式の関係を用い、さらに、 t_u が小さいと仮定すると、結局次式がえられる。

$$q_{mu} \doteq \frac{\alpha_{mu}}{K_0^{1/p}} \int_{\tau_p}^{t_p} r(t) dt \quad \dots\dots\dots (6.18)$$

すなわち、(6.14) 式の q_{mn} と上式の q_{mu}

とが量的にも時間的にも等しくなるためには、

$$\alpha_{mn} = \alpha_{mu} \quad \dots\dots\dots (6.19)$$

の関係が成立するような t_u および r_u を選ばねばならないことになる。

しかるに、 α_{mn} および α_{mu} は特性曲線上で変化するので、(6.19) 式の関係を検討する際には、その特性曲線の上における値の平均値を考えた方が都合がよい。そこで、(6.8) の第 4 式を考慮すると、一般に、

$$\bar{\alpha}_m = \int_{\tau_p'}^{t_p'} \alpha_m dt \Big/ \int_{\tau_p'}^{t_p'} dt = p L_0 K_0^{1/p} / (t_p' - \tau_p') \quad \dots\dots\dots (6.20)$$

で表わされる。(6.20) 式中の $(t_p' - \tau_p')$ の表現は t_p' が降雨時間中にあるか (α_{mn} の場合)、またはそれ以後にあるか (α_{mu} の場合) によつて異なってくる。前者の場合には (6.12) 式の関係があるので、結局、 $\bar{\alpha}_{mn}$ は次式で表わされる。

$$\bar{\alpha}_{mn} = (p L_0 K_0^{1/p})^{1-p} \cdot (p r_m^{(1/p)-1})^p \quad \dots\dots\dots (6.21)$$

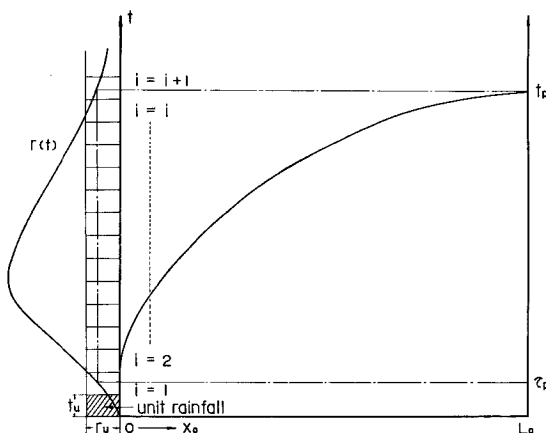


Fig. 6.4 Schematic diagram showing the meaning of number i in the case of $t_u < t_c$, $t_d > t_c$

後者の場合には,

$$t_p' - \tau_p' = \{pL_0K_0^{1/p} + (1-p)r_u^{(1-p)/p}/t_u^{1/p}\}/(r_u t_u)^{(1/p)-1} \quad (6.22)$$

であるから,

$$\alpha_{mu} = \{pL_0K^{1/p}(r_u t_u)^{(1-p)/p}\}/\{pL_0K_0^{1/p} + (1-p)r_u^{(1-p)/p}/t_u^{1/p}\} \quad (6.23)$$

となる。したがって,

$$B_c = pL_0K^{1/p}, \delta = \frac{1-p}{p}, \varepsilon = 1-p \quad (6.24)$$

とき, (6.20), (6.22) および (6.23) 式を (6.19) 式に用いると,

$$r_u \delta \left\{ \frac{t_u^\delta}{p^\delta (B_c r_{mp})^\varepsilon} - \frac{\varepsilon t_u^{\delta+1}}{B_c} \right\} = 1 \quad (6.25)$$

となるが, $B_c^\delta \gg \varepsilon p^\delta r_{mp}^\varepsilon t_u$ を考慮すると,

$$r_u = (p^{1/\delta} B_c r_{mp})^\delta / t_u \quad (6.26)$$

の関係がえられる。さらに, 対象降雨に対する伝播時間は, $t_{pc} = t_p - \tau_p = B_c^\delta / (p^\delta r_{mp}^\varepsilon)$ であるから,

$$t_u = p^{1/\delta} t_{pc} (r_{mp} / r_u) \quad (6.27)$$

となつて, 単位降雨の合理的な決定法とその力学的意義を明らかにできたわけである。

最大流量の遅れの時間 T_g と t_{pc} との関係は, Fig. 6.5 から一般に,

$$T_g = (1-\alpha)t_{pc}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.28)$$

で与えられる。一方, 単位図の上昇時間 t_g は

$$t_g = (1-\alpha')t_{uc} + \alpha't_u \quad (6.29)$$

ただし

$$t_{uc} = \{B_c / (r_u t_u)^\delta\} + \varepsilon t_u$$

とおけるが, (6.19) の条件から $t_{uc} = t_{pc}$ となら

ねばならない。よつて (6.28) 式を考慮すると次式をうる。

$$t_g = \frac{1-\alpha'}{1-\alpha} T_g + \alpha't_u \quad (6.30)$$

また, 単位図のピーク流量 q_{up} は (6.8) の第3式と (6.26) 式より,

$$q_{up} = p^{1/\varepsilon} L_0 r_{mp} \quad (6.31)$$

で与えられる。

(4) 中間流出機構と新単位図法³⁵⁾

以上は表面流出の水利機構についての研究成果の要点であるが, 第5節(2)(b)で説明したように, 洪水出現象における中間流出の役割はかなり重要である。流域の等価斜面はかなり多孔質な表層でおおわれ, しかも多くの水みちが存在している。中間流出はこのような表層に一度浸透した雨水が再び表面に浸出して流下する現象と考えられる。しかもそのような領域は流域全体ではなくて, 水みち付近に限られるだろう。しかし, そうした域内の一部份の現象を取り扱うのは実際上不便であるし, またこれまでの出水解析法が流域面積全体を考えていることなどを考慮すると, 上述した中間流の供給源を流域の単位面積, 単位時間当りの供給量に変換して取り扱うのが便利である。すなわち, 実際の降雨強度を r , 浸透能をも考慮した中間流出に対応する浸出強度を r_0 とし, 変換された供給量を r_e^* で表わすと,

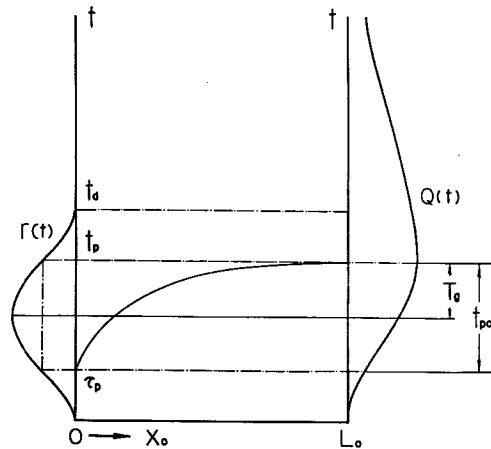


Fig. 6.5 Schematic diagram showing the lag time and the characteristic curve

$$r_e^* = r + r_v \dots\dots\dots(6.32)$$

となる。上式中の r_v の計算法については本論文集の別項で詳論されているので省略する。上式から流域の全面積において表面流出が発生していると仮定したときの有効な供給量 r_e^* が与えられることになるから、前項で述べた理論をそのまま適用することができる。

その場合、第一に問題になるのは(6.3)式中の p の値であるが、本節(2)で述べた実例や Palmer³⁶⁾ の実測値などから、Manning 式の場合の $p=0.6$ を採用してよいと思われる。したがって、前節で述べた単位図の要素は次式で与えられることとなる。ただし、式中の降雨に関する諸量は、(6.32)式によつて変換された有効降雨 r_e^* に対応するものを用いねばならない。

1) 最大流量の伝播時間と降雨および流域特性との関係は、(6.12)式より、

$$t_{pc} = 1.36 B_c^{0.6} / r_{mp}^{0.4} \dots\dots(6.33)$$

2) 単位図のおくれ t_g は、(6.30)式で表わされるが、 α および α' はほぼ0.5と考えてよいから、(6.28)式を考慮し、 t_u が小さいとすると、

$$t_g = 0.5 t_{pc} \dots\dots\dots(6.34)$$

3) 単位図のピーク流量 q_{up} は(6.31)式より、

$$q_{up} = 0.28 L_0 r_{mp} \dots\dots\dots(6.35)$$

4) 単位時間 t_u とその強度 r_u との関係は、(6.27)式より、

$$r_u = 0.4 \frac{t_{pc}}{t_u} r_{mp} \dots\dots\dots(6.36)$$

5) 最後に、単位図の基長の長さは、単位図のおくれの時間 t_g に、降雨終了時から直接流出の終了時までの時間を加えたものをとる。

以上によつて、例えば、単位時間 t_u をあらかじめ定めておけば、単位図の諸要素が定まるので、上昇部および下降部を実測の hydrograph および連続の条件を考慮して適当に定めてやれば、合理的な単位図がえられることになる。

Fig. 6.6 は(6.33)式の関係、Fig. 6.7 は(6.12)式関係を由良川上流流域で検照した結果であつて、上述した諸関係の妥当性を示すものである。

7. む す び

以上過去約10年間にわたつて、われわれが由良川を中心として行なつてきた水文観測事業と出水解析に関

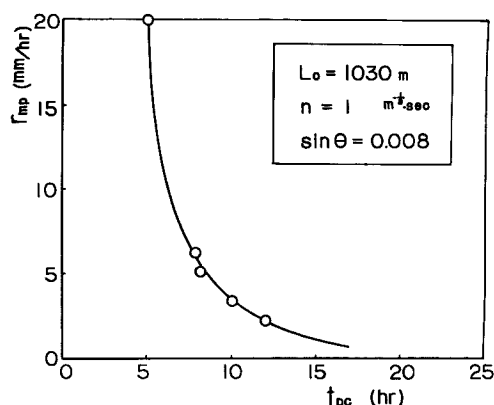


Fig. 6.6 Relation between r_{mp} and t_{pc} in the Yura River

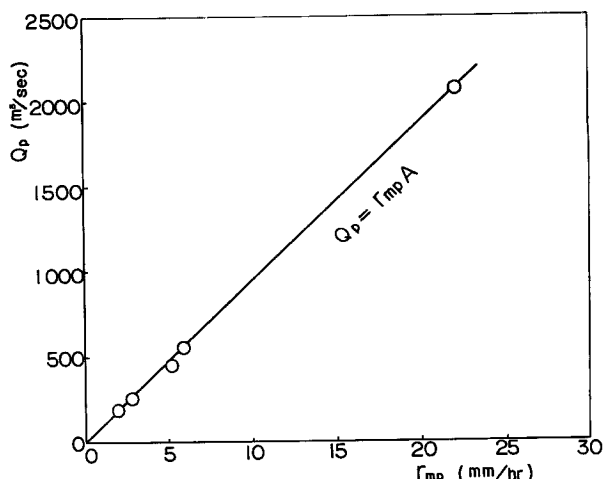


Fig. 6.7 Relation between Q_p and r_{mp} in the Yura River

する研究成果の要点を述べたつもりであるが、この他にも、例えば流出演算器³⁷⁾など多くの研究を行ない、期界に多大の貢献をなしたものと考えている。

しかしながら、出水現象は極めて複雑であつて未解明の点が少なくない。例えば、降雨の損失現象についていえば、初期損失と浸透能の関係や、流域の初期条件が損失におよぼす効果などが未解明である。また、降雨の時間的および場所的分布と流出解析法で取り扱う面積および時間の単位のとり方などは全く不明である。このように、現在までに行なつたわれわれの研究は、工学的にはかなりの意義をもつとしても、複雑な出水という自然現象の一部を解明したのみで、未だ研究すべき多くの問題が残されている。今後ともわれわれはこうした問題を究明していくつもりである。

本文は防災研究所創立十周年に当り、過去のわれわれの研究をかえりみ、将来の飛躍的発展の足掛りにすべく起稿したものである。終りに、本研究は文部省科学研究費や京都府からの委託研究費などを受け、前述した多数の方々の協力によつて実施されたものであり、また、観測や資料の蒐集には建設省や京都府の関係諸機関の多大の援助を受けたことを明記して深謝の意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 安芸皎一：水害の日本，岩波新書，昭27.
- 2) 石原藤次郎，岩井重久：水文統計学上より見た本邦河川計画の合理化について，防災研究所報告，第2号，昭24，pp. 68-75.
- 3) Sherman, L.K. : Streamflow from Rainfall by Unit Hydrograph Method, ENR, Apr., 1932.
- 4) 野満隆治：河川学，地人書館，昭18，pp. 147-150.
- 5) 中安米蔵：治水計画における洪水流量について，昭25.
- 6) 志賀是文：降雨特性に関する二，三の考察，土木学会論文集，第59号，昭33.11，pp. 43-48.
- 7) Spren, W.C. : A Determination of the Effect of Topography upon Precipitation, Trans. AGU, Vol. 28, 1947, pp. 285-290.
- 8) 総理府資源調査会事務局：筑後川流域面積雨量調査，資源調査会資料，第43号，昭30.3.
- 9) 菅谷重二：流域内の総雨量の算定法と雨量計の配置密度について，北海道土木部河川課，水害の総合的研究，第2輯，昭25.3，pp. 143-159.
- 10) Horton, R.E. : The Role of Infiltration in the Hydrologic Cycle, Trans. AGU, Vol. 14, 1933, pp. 446-460.
- 11) 石原藤次郎，田中要三，金丸昭治：わが国における単位図の特性について，土木学会誌，第41巻，第3号，昭31.3，pp. 18-23.
- 12) Barnes, B.S. : Structure of Discharge Recession Curves, Trans, AGU, Vol. 20, 1939, pp. 721-725.
- 13) Philip, J.R. : The Theory of Infiltration : 1. The infiltration equation and its solution, Soil Science, Vol. 83, No. 5, 1957, pp. 345-358.
- 14) Linsley, R.K., Kohler, M.A. and Paulhus, J.L.H. : Applied Hydrology, Mc Graw-Hill, N.Y., 1949, p. 313.
- 15) 石原藤次郎，上山惟康，石原寿：水文学から見た由良川流域の二，三の特性について，第9回土木学会年次学術講演会講演概要，昭28，pp. 29-30.
- 16) Minshall, N.E. : Predicting Storm Runoff on Small Experimental Watersheds, Proc. ASCE, Vol. 86, No. HY 8, 1960.
- 17) 石原藤次郎，高瀬信忠：流出函数による由良川洪水の解析，土木学会論文集，第57号，昭33，pp. 1-6.

- 18) Horton, R.E. : Natural Stream Channel Storage, Trans. AGU, Vol. 17, 1936, pp. 406~415, および Vol. 18, 1937, pp. 440-456.
- 19) 佐藤清一, 吉川秀夫, 木村俊晃 : 降雨から流出量を推定する方法, 建設省土木研究所報告, 第87号の2, 昭29.
- 20) Edson, C.G. : Parameters for Relating Unit Hydrographs to Watershed Characteristics, Trans. AGU, Vol. 32, 1951, pp. 591-596.
- 21) 石原藤次郎, 金丸昭治 : 降雨条件の変動による単位図の変化について, 土木学会論文集, 第32号, 昭31, pp. 50-56.
- 22) Sinclair, J.D. and Hamilton, E.L. : Stream-flow Reaction of a Fire-damaged Watershed, Proc. ASCE, Vol. 81, No. 629, 1955.
- 23) Hayami, S. : On the Propagation of Flood Waves, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., Bulletin No. 1, 1951,
- 24) 石原藤次郎, 金丸昭治, 中川博次 : わが国河川の総合単位図の研究, 京大防災研究所創立5周年記念論文集, 昭31, pp. 181-190.
- 25) Ishihara, T. and Kanamaru, A. : On the Application of the Unit Hydrograph Method to Runoff Analysis for Rivers in Japan, Disa. Prev. Resear. Inst., Kyoto Univ., Bulletin No. 19, 1953.
- 26) Snyder, F.F. : Synthetic Unit-graphs, Trans. AGU, Vol. 19, 1938, pp. 447-454.
- 27) 高瀬信忠, 志賀是文 : 水文資料の少ない河川の流出解析例について, 土木学会論文集, 第64号, 昭34, pp. 28-38.
- 28) Horton, R.E. : Analysis of Runoff Plot Experiments with Varying Infiltration Capacity, Trans. AGU, Vol. 20, 1939, pp. 693-711.
- 29) 速水頌一郎 : 降雨の流出解析について, 京大防災研究所創立5周年記念論文集, 昭31, pp. 168-180.
- 30) 岩垣雄一, 末石富太郎 : 横から一様な流入のある開水路の不定流について一雨水の流出現象に関する水理学的研究 (第1報)一, 土木学会誌, 第39巻, 第11号, 昭29, pp. 575-583.
- 31) 末石富太郎 : 特性曲線法による出水解析について一雨水の流出現象に関する水理学的研究 (第2報)一, 土木学会論文集, 第29号, 昭30, pp. 74-87.
- 32) Iwagaki, Y. : Fundamental Studies on the Runoff Analysis by Characteristics, Dis. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Bulletin No. 10, 1955.
- 33) 岩垣雄一, 高樺琢馬 : 降雨および流域特性が流出関係におよぼす影響について, 京大防災研究所創立5周年記念論文集, 昭31, pp. 191-200.
- 34) 石原藤次郎, 高樺琢馬 : 単位図法とその適用に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第60号, 別冊(3-3), 昭34.
- 35) 石原藤次郎, 高樺琢馬, 梅田貞夫 : 単位図法の新しい計算法, 第5回水理研究会講演会前刷, 土木学会水理研究会, 昭35, pp. 39-42.
- 36) Palmer, V.J. : Retardance Coefficients for Low Flow in Channels Lined with Vegetation, Trans. AGU, Vol. 27, 1946, pp. 187-197.
- 37) 石原安雄 : 雨水流出用演算器について, 土木学会論文集, 第60号, 昭24, pp. 37-45.