

構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス

棚 橋 諒・小 堀 鐸 二・南井良一郎

ASEISMIC DESIGN AND EARTHQUAKE RESPONSE OF STRUCTURE

*by Dr. Eng. Ryo TANABASHI, Dr. Eng. Takuji KOBORI
and Ryoichiro MINAI*

Synopsis

In this paper, the basic problems in aseismic design methods and earthquake response analysis are considered and it is pointed out that there exist several kinds of aseismic design methods and corresponding methods of analysis one or two of which are to be selected appropriately for the combination of type of structure, soil conditions and characteristics of ground motion. Especially, detailed discussions are given to ultimate state aseismic design and elasto-plastic analysis necessary for the ductile structure subjected to strong ground motion and to stochastic aseismic design and random excitation analysis particularly important for the essentially elastic structure and generally adoptable to the structure subjected to moderate ground motion.

1. ま え が き

地震応答解析に基づく動的耐震設計法は米国において1930年代から U.S.C.G.S. によつて集録された強震記録と1940年代の M.A. Biot 氏¹⁾等の方法論的研究の上に戦後 G.W. Housner 氏等によつて発展せしめられ、所謂地震強度のスペクトラム表示²⁾と modal analysis³⁾の結合によつて弾性構造物に対しては具体化した如くであつた。しかしながら適当な粘性減衰を考慮して、なお現実の低横力設計構造物が地震被害をよく逃れ得た事実と背反して過大な断面を要求する結果となり、研究の主方向は構造材料の靱性に着目した弾塑性領域における復元力特性の非線型性と履歴減衰の評価に向つている^{4),5),6)}。わが国においてはすでに1930年代著者の中の一人は地震の破壊力と構造物の耐震安全性に関して、速度・ポテンシャル・エネルギー説を提唱し^{7),8),9)}、耐震工学の本道を示したが、以後この線に沿つて構造物の非線型非定常振動解析が数多くなされるとともに応答解析及び耐震設計法に関する基礎的な研究が行なわれた^{10),11),12),13),14)}。一方、近年計算機の発達には複雑な構造物の非線型応答解析をも広範なパラメーター領域において可能⁶⁾ならしめ、直接地震応答解析に基づく動的耐震設計法が原理的に可能となるに至つた¹⁵⁾。しかしながらその具体的な方法が確立するにはいまだ多くの耐震工学的な知見を必要とするのもちろんであるが、現段階における知見に基づいて動的耐震設計法と地震応答解析を総合的に考察する必要があると考えられる。一般に構造物の動的耐震設計法は耐震安全性の問題となる構造物の構造材料、構造形式、建築物としての機能、建設さるべき地盤性状及び対象とすべき地震動の規模、統計的諸性質、発生頻度等によつて異なり、おのおのの組合わせに対して妥当な設計法が存在すると言える。最も一般的な普通の機能をもつ鋼、鉄筋コンクリート構造等の所謂靱性材料からなる構造物の世紀的な強震に対する耐震安全性は、その終極状態に至るまでの必然的非線型化過程を評価した終局耐震設計法¹⁵⁾、機能的に特に構造物系のある部分に厳しい安全性が要求される特殊構造物には、特

に人為的な制震機構を設置した制震設計法¹⁶⁾、あるいは構造材料的にまたは機能的に弾性範囲内に留まるべき構造物に対しては弾性設計法を必要とする。さらにまた同一の構造物を対象として、頻度の極めて低い世紀的な強震と比較的高い中震に対しては異なつた耐震安全性が要求されるべきであり、G.W. Housner 氏の論議¹⁷⁾に従つて前者に対して弾塑性終局設計法を後者に対して弾性設計法を適用することも原則的に妥当と考えられる。かくの如く動的耐震設計法は単一に規定されるべきものではなく、したがつてその全貌を明らかにすることは困難であるが、本論文においては、動的耐震設計法とそれに附随する応答解析における基本的な諸問題に概括的な考察を加えた後、特に変位に関する尺度で終局状態の規定される靱性構造物に対する終局耐震設計法と対応する弾塑性応答解析及び弾性状態の応力または歪で終局状態の規定される脆性構造物、あるいは発生頻度の高い中震に対して一般的に適用され得る統計的耐震設計法と対応するランダム応答解析を中心として考察する。

2. 動的耐震設計法における諸問題

地震応答計算に基づく動的耐震設計法が確立されるには、対象とすべき地震波外乱のパターンの設定、構造物及び地盤のモデルの設定とともに、応答として問題とすべき構造物の耐震安全性を示す尺度とそれによって表わされた抑制すべき限界値が定められねばならない。これらは一般に構造材料、構造形式、構造物の機能、地盤、地震外乱の性格によつて異なり、これらの組合わせに対し選定されるべき耐震設計法の原理に関連して有機的、総合的に設定されるべきであり、したがつてまた個々の設計法の適用性と限界が存在するものである。以下順次これらの諸問題について考察を加える。

2.1 地震波外乱の設定

特定の地点における一個の地震波は、その強度と波形関数によつて決まるが、それらは地震発生機構、規模、波動伝播媒体としての地盤性状、構成、震源からの距離等に応じて異なり、種々の要素の複合の結果時系列として極めて不規則であり、したがつて設計に予想すべき地震波としては本質的に確率統計的に把握されるべき性格をもっているが、かかる意味では、地震記録、就中耐震工学上最も関心のある世紀的な強震記録の信頼すべき資料はほとんどなくまた近き将来出揃うはずもない。したがつて現段階における地震波パターンの設定には次の三つの方法が採用されている。第1は米国において採られる如き、ある特定の強震記録を対象とするか、あるいは地震性状、地震規模などの影響を無視して多くの地震記録を何んらかの手段、たとえば、スペクトラム表示で平均化する方法である^{4),5),6),17),18)}。この平均化の方法は特に地盤性状、構成を無視している点に疑問があるが、個々の地下階で記録された強震記録自体が、構造物と周辺地盤のフィルター作用を受けた一個の応答にはかならない点においても妥当性と一般性を欠く疑問がある^{19),20)}。この点を否定した D.E. Hudson 氏の Alexander Building の振動実験資料と1957年3月22日の San Francisco 地震の実測記録からのスペクトラムを基礎とした所論⁹⁾も、全く同じ資料から逆の解釈も可能である。すなわちこれらの記録はいずれも大略弾性域で得られていることを考慮しても、共振実験から得られた実測周期が高次ほど純剪断型に比べ伸長していること、大略スペクトラムのピークが周期に近く、特に高次振動に対してピークが共振実測時よりも地盤の並進連成度の高い地震記録で右側に出ていること、大略実測高次固有周期がスペクトラムの谷に相当することなどは記録が構造物及び地盤の連成系の応答であると推定する方を妥当とする。また後節示される如く、しばしば典型的強震記録として採用される El Centro May 18, 1940, N-S Component が約0.5秒の周期成分を有することが自個相関関数から示されるが、これは構造物または地盤の特性を示すものと考えられ、いずれにしても第一の方法は、その一般性を喪失するものと考えられる。第2の方法は著者等によつて採用してきた如く、地震波の不規則性、非定常性と、構造物のフィルター作用に注目して地震波と構造物系の周波数帯域の同一性を認識し、ある尺度たとえば地動速度に関して一定の強度の要素波形群から構造物に最も破壊的な地震波を選出するという立場である^{9)-15),19),22)}。すなわち強震は予想され難い種々の要素を含むが、わが国における従来の加速度地震波に関する研究結果は耐震工学的に興味ある定性的

知見を提供している。地震波の周期頻度曲線からは地盤に応じて卓越周期が存在すること、周期帯域は大概 0.1~1.5 秒で普通の構造物の低次固有周期帯域と一致すること、振巾（ピーク）頻度曲線は大略指数曲線型で大振巾の波の数は急激に減少すること、振巾は周波数に関して長周期のものは小で短周期のものが大であること、すなわち地震波要素波の周波数に関する振巾特性が存在し、それは地震の性格、地盤の特性で一般には異なるが、長周期になるに従って、加速度、速度、変位の限界値を導入し得ることなどが判つている。一方構造物の安全性の尺度が変位関係の尺度であるならば、振動計測器の類似性から判るように最も安全性に重要な相関のある物理量は、系と外乱の周期比が大きくなるに従って加速度、速度、変位と移行するであろう。かくの如き定性的性質に基づいて最も構造物に破壊的な地震波の想定がなされる。すなわち構造物と地盤の周期比の小さなときは同一地動加速度、1 近傍のときは同一地動速度、大きなときは同一地動変位で規制される一群の要素波から最も不利なパターンをたとえば加速度波形関数として cosine 波、矩形波一波として見出し、さらに最も不利な周期を有する波を設計対象とするのである。このとき波数の問題は強震波の中特定の構造物に破壊的な波の数は振巾頻度分布の指数特性からも判るように高々数波を越えないと推定されるほか、特に弾塑性構造物において変位関係の耐震安全性の尺度が第 1 義的ならば、その非共振性と大きな減衰性からはほとんど最大応答に波数の影響はなく一波と見做して十分妥当であるとの結論を得ている^{13),15)}。しかしながら弾塑性設計でも変位系統以外の耐震安全性の尺度たとえば消費エネルギー、あるいはあるレベルに達する応答の繰返し回数などが問題となる場合、あるいは一般に比較的減衰の小さい弾性設計法が採用されるべき場合には、一波の想定は勿論妥当でないことには注意すべきである。第 3 の立場は地震波の非予測性とランダム性に注目して、これを確率統計的に把握しようとする立場である。G.W. Housner 氏等が強震スペクトラムと理想化されたランダムパルス列によるスペクトラムの類似性を指適し^{23),24)}、W.T. Thomson 氏はこれにスペクトル密度の概念を導入して拡張した²⁵⁾。最近 G.N. Bycroft 氏はレベル 0.75 ft²/sec⁴/cps、継続時間 30 sec、の white noise が強震記録による弾性及び弾塑性応答とよく一致することを指適し、これを標準強震として採用すべきことを提案している²⁶⁾。わが国でも田治見氏は金井氏の white noise による粘性減衰を有する一質点系のスペクトル密度²⁷⁾を地動スペクトル密度とするのが卓越周期の概念を含み得て妥当であるとしている²⁸⁾。かくの如き確率統計的な地震波パターンの想定法は、比較的減衰性に乏しく、地震時に選択非定常共振が問題となる弾性設計法において特に重要であり、かような線型問題においてすでに完成されている確率統計的な解析法の充分な応用性が発揮されることはすでに示したところである²⁰⁾。

2.2 構造物系モデルの設定

構造物系モデルの設定は前項の地震波パターンの設定と関連して総合的有機的に定められねばならないが、ここで構造物と地盤が総合してフィードバック系を形成すること¹⁹⁾と地盤がエネルギー消散に重要な役割を果たす事実、特にわが国における如き劣悪な地盤性状においては境界面からの拡散現象の他にも周辺地盤の塑性挙動が重要な役割を果たすことを認める必要がある^{13),14)}。したがって地盤と構造物を一体として動力学系を設定する必要がある、一般にモデルは上部構造の構造材料、構造形式、下部構造を形成する構造物地下部分と地盤条件等に対応し、実体の本質を把み、かつ耐震設計の自由度に拘束を加えることのないよう考慮を払いながら、通常多質点系^{15),29)}または連続体と質点系の複合系^{13),16)}として抽象されてきた。モデルの設定は構造物系の動的性状にあらかじめ規制を加えることであり、したがってこれが地震応答に決定的な性格を与えるものであるが、それ自身決定すべき設計対象であるから、各設計原理に対応して十分妥当性を有するとともに量的設計に適用し得る具体性と自由性をかね備えねばならない。

2.3 耐震安全性の尺度の決定

耐震安全性の尺度は構造物系の構造材料、構造形式、構造物の機能などに応じて構造物系各部の動的破壊または機能障害を規定する限界値を示す尺度であり、一般には単一な量で規定されるものではなく数種の複合量またはその関数の不変量として規定されるものと考えられるが、厳密な意味でこれらが明確になるには、

いまだ多くの実験的理論的研究にまたねばならない。しかしながら、動的耐震設計のための応答解析の出力には、まさにこの耐震安全性の尺度を採用しなければならないから現段階においては第 1 義的に重要と見做される尺度を選出しなければならない。弾性構造物においては耐震安全性の尺度は各部の応力または一対一に対応する歪を採用できるが、弾塑性構造物にあつては応力-歪関係は一対一に対応せず履歴に関係して複雑であるが、ある座標軸に関する弾塑性変位または歪と弾性限変位または歪の比で表わした弾塑性率または靱性率^{5),15)}が重要な要素と考えられる。応答解析には弾塑性履歴特性が関与する以上最初の釣合状態を原点とした変位の尺度は、準静的に構造物に蓄わえ得るポテンシャル・エネルギーを尺度とするのと動的には同義である^{8),9),15)}。重力場による柱の軸圧等に伴う不安定化現象は予め復元力特性の劣化現象として評価されねばならぬが、かかる上で得られた斉次系から定まる変位ベクトルの不安定領域^{11),15),30)}は耐震工学的には避けられるべきであり、また隣接する高層建築物の接触の問題などでは、破壊現象を規準とした弾塑性率とは別に変位自体が耐震安全性の尺度となり、適当な長さの規準量を選んだ無次元変位あるいは地震動最大変位に対する比で定義された変位増巾率等が選ばれる。また大巾な弾塑性域における動的破壊を規定する量には、変位関係の尺度がある限界値内に存在しても履歴の繰返し回数あるいは構造物の履歴消費エネルギー能力に限界値が存在すると考えられ、弾塑性率と共に繰返し回数あるいは履歴消費エネルギーと弾性限ポテンシャル・エネルギーの比で定義された履歴消費エネルギー率¹⁵⁾などが耐震安全性を規定する一つの要素となり得る場合もある。いずれにしても一般には種々の要素を複合して耐震安全性の尺度となるであろうが、各構造物系の設計原理に対応して最も重要な要素を採用し、これを応答出力に採用して行かねばならない。ここで、応答解析の結果の量的応用の便宜上、可及的耐震安全性の尺度は無次元量であることが望ましいのは当然である。

2.4 応答解析

地震波のパターンと構造物系モデルが設定されれば、耐震安全性の尺度を応答出力として解析がなされる。基礎方程式は一般に非斉次非線型連立常微分方程式、非斉次非線型連立常及び偏微積分系などとなり、応答解析は非線型非定常振動問題となる。解法としては図解法^{10),31)}または一般に階差法系列の数値積分法^{4),6),32)}が適用され得るが、非線型復元力及び減衰特性をたとえば折線で近似し、poly-linear 系に抽象することによって任意線型分枝の一般解を求めて有限区間ごとに解析的に接続する方法が可能である^{13),16),29),33)}。特に後の二者は digital computer によつて広範なパラメーター領域で解析することが可能である。一方また、非線型項を simulator で置換した模擬演算回路を作り analog computer を用いて解析する方法は digital computer によるよりも容易にパラメトリック・サーベイが可能である点ですぐれていると言える^{11),15),34),35)}。本論文においては解析的接続法に限つて扱うが、この方法は誤差が比較的小数個の接続点における接続誤差と連続体を含む系での高次成分の省略に基づく誤差のみから成立し、これらを或る定められた限度以内に収めることが比較的容易であるのが利点であるが、digital computer に一般的に適用され得るに充分統一的に表現することが必要である。

2.5 動的耐震設計法

動的耐震設計法には種々の設計原理、例えば終局設計法、制震設計法、あるいは弾塑性設計法、弾性設計法、統計的設計法等が、構造材料、形式、地盤性状、構造物の機能、地震波の性格などの組合せに対応して単一型あるいは複合型として存在することを述べたが、いずれにしても動的耐震設計法とは、地震外乱による構造物系主要部分への伝達エネルギーを可及的抑制すること、伝達されたエネルギーは安全に消散し尽すことの二原理に基づいて、構造物各部の耐震安全性の尺度を示す地震応答が、各部固有の破壊または機能障害を規定する限界量以内に収るように、最も合理的かつ経済的に構造物系の動力学特性の分布及び規準量を設計することにはかならない。もつとも構造物は、地震外乱の他に重力、風外乱などをも対象として総合的に設計され、動力学特性もひとり地震外乱のみを対象として規定され得るものでないことは当然である。一般に構造物は確度度及び頻度の異なる複合外乱または荷重形式として設計され、耐震設計においても、荷重と

して比較的確定した重力場による応力、歪状態と比較的不確定な地震外乱による応力歪状態の複合として地震応答が規定される。設計における安全率はそれぞれの荷重の不確定性に対応する荷重安全率と、荷重の頻度及び限界応答値の不確定性に関する応答安全率の二種類の形式が導入される。単一外乱または荷重形式に対する弾性設計法にあつては、荷重安全率と応答安全率は同等であり、両者の積としていずれか一方の安全率で表現可能であるが、確定度の異なる複合外乱または荷重形式、または一般に弾塑性設計法にあつては両者は異なつた意義を有し本質的に区別されねばならない。構造物の動的終局応答値や、予想すべき地震動の最大レベルは明確に規定することはできぬ以上、動的耐震設計法では原則的に荷重安全率と応答安全率を併用して導入するのが妥当と考えられる。次に個々の設計法について考察を加える。終局設計法は終局状態を規準とする設計法で原則的には弾性、弾塑性ともにあり得るが、特に必然的な非線型化過程を評価した弾塑性設計と結合して、終局状態における安全性の明確化の上で非線型性の故に本質的に重要である。弾塑性率、履歴消費エネルギー率等で示される耐震安全性の尺度の終局値とその確率分布の分散から応答安全率を定めて許容値を規定し、予想される破壊的地震波パターンの強度に荷重安全率を導入して設計するのが原則である。復元力特性の中に荷重安全率1として重力場の影響が含まれているならば、応答解析の結果設計せられた構造物は、地震の強度に関して与えた倍率の安全率を有する。制震設計法は特に構造物系の主要部分に着目して人為的に線型または非線型制震機構を構造物系の一部に設定して主要部分の応答値を主として機能的制約から厳しく要求される許容値内に制御すると同時に、制震機構部及びその他の構造物系各部の応答も許容値内に収めるように、外乱周波数帯域から系の主要周波数帯域の isolation、主要部への伝達エネルギーの遮断、エネルギー伝達前後における減衰機構の適当な設置等を計つて、系の動力学特性分布及び規準量を積極的に設計する方法で、特に構造の材料、形式、機能したがって耐震安全性の尺度が各部で異なる複雑な構造物の耐震設計法として有効である¹⁶⁾。弾塑性設計法は靱性材料の構造物の終局設計法または非線型制震機構を設置した制震設計法に適用されるが、弾塑性率等の変位系統の尺度が採用される限り、動的特性の非線型性と大きな履歴減衰性の故に非定常共振は問題とならず、複雑な地震波形のうち、強度の大なる要素波一波のみがほとんど決定的な影響を及ぼす。したがつてこの場合は時間の関数として確定した単純な cosine または矩形波一波を地震波のパターンに想定しても一般性を失わない。これに対して弾性設計法は弾性材料の構造物または機能的に弾性域に制限せられる構造物の耐震設計法、線型制震機構のみを設置した制震設計法及び一般に発生頻度の高い中震を対象として採用されるが、動的特性の線型性と弱い減衰性の故に非定常共振が問題となり、したがつて地震波パターンの振巾特性、周波数特性、継続時間等が大きな意味を有するとともに、時系列を規定する波形関数自体が大きな影響を有する。このためには弾塑性設計法におけるよりも地震波パターンに一層の具体性と現実性を与える必要があり、斯かる見地からは地盤性状を無視して特定の強震記録または平均化したパターンを与えるよりも、地盤特性を考慮して更に妥当性と普遍性を備えた確率統計的なパターンを想定した統計的設計法を適用するのが妥当と考えられる。

以上の如く動的耐震設計法は構造物系及び地震外乱の性格に適應してそれぞれに妥当な設計原理に従つて選ばれねばならないが、本論文では特に時系列として確定した外乱パターンに対する弾塑性構造物の終局耐震設計法と、確率統計的外乱パターンに対する弾性構造物の統計的耐震設計法とそれに随伴する応答計算法を述べる。

3. 確定外乱パターンに対する弾塑性構造物の地震応答解析と終局耐震設計法

3.1 基礎方程式

外乱パターンは時間の確定関数、構造物モデルは poly-linear 型の復元力及び減衰特性を有する弾塑性質点系またはそれと弾性連続体との複合系とする。ここで系の動力学特性を規定する任意の線型分枝上の慣性分布、剛性分布、塑性強度分布または弾性限変位分布、等価内、外部減衰係数分布、軸方向力分布などはたがいに独立なものと前提する。何故ならば動力学特性自身設計量であるとともに、系の弾塑性挙動を通じて、剛性分布、等価減衰係数分布などは時間的にも空間的にも変動すると考えねばならぬからである。なお

基礎方程式はパラメトリックな応答解析とその結果の動的耐震設計法への量的応用の便宜のために無次元表示とする。

弾塑性質点系モデル：一般に元の系の性質，座標系のいかんにかかわらず，変位に関する無次元基礎方程式は，次の vector-matrix 表示で表わされる連立二階非線型常微分方程式となる。

$$[a](d^2/d\tau^2)\{\eta\} + [b](d/d\tau)\{\eta\} + [k]\{\varphi\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに， $[a]$ ；慣性分布， $[b]$ ；等価粘性減衰係数分布， $[k]$ ；剛性分布， $\{\eta\}$ ；無次元変位， $\{\varphi\}$ ；無次元履歴特性， $\{f\}$ ；無次元外乱， τ ；無次元時間，特に，剪断型弾塑性 n 質点系の上部構造と，並進及び回転成分を有する弾塑性質点系下部構造からなるモデルに対し動座標を採用すれば，次の如くである。

$$[a] = \begin{pmatrix} m_{h0} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & m_{hn} \\ 0 & & \lambda_0^2 \sum_{j=0}^n m_{rj} \end{pmatrix} \quad [b] = \begin{pmatrix} d_{i0} + d_{i1} + d_{e0}, & -d_{i1}, & \cdot & \lambda_0 d_{i1} l_1 \\ -d_{i1}, & d_{i1} + d_{i2} + d_{e1}, & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ \lambda_0 d_{i1} l_1, & \lambda_0 (d_{i2} l_2 - d_{i1} l_1) & \cdot & \lambda_0^2 \sum_{j=1}^n d_{ij} l_j^2 + d_{ir} + d_{er} \end{pmatrix}$$

$$[k] = \begin{pmatrix} \kappa_0, & -\kappa_1 & & 0 \\ 0, & \kappa_1, & -\kappa_2 & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & 0, & \kappa_n & 0 \\ \lambda_0 l_1 \kappa_1, & \cdot & \lambda_0 l_n \kappa_n, & \lambda_0^2 \kappa_r \end{pmatrix} \quad \{\eta\} = \begin{pmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \cdot \\ \eta_n \\ \theta \end{pmatrix} \quad \{\varphi\} = \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ \cdot \\ \varphi_n \\ \varphi_r \end{pmatrix} \quad \{f\} = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \cdot \\ f_n \\ f_r \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

また特に bi-linear hysteretic type では，

$$\varphi_i = \varphi_i(\varsigma_i; r_i, \delta_i), \quad (i=0, \dots, n, r) \quad \varsigma_i = \eta_i - \eta_{i-1} - \lambda_0 l_i \theta, \quad \varsigma_r = \lambda_0 \theta \quad (i=0, \dots, n), \quad \eta_{-1} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

となる。ここに， ς_i ；無次元相対変位， r_i ；第2，第1分枝剛性比， δ_i ；弾性限無次元変位，また外乱は次式で与えられる。

$$f_i(\tau) = -m_{hi} \alpha_Y \alpha_Y(\tau) - m_{hi} h_i \alpha_\theta \alpha_\theta(\tau) - d_{ei} \nu_Y \nu_Y(\tau) - d_{ei} h_i \nu_\theta \nu_\theta(\tau) \quad i=0, \dots, n$$

$$f_r(\tau) = -\lambda_0 \sum_{j=0}^n m_{rj} \alpha_\theta \alpha_\theta(\tau) - \lambda_0 d_{er} \nu_\theta \nu_\theta(\tau) \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

弾塑性質点系モデルの任意線型分枝においては(3.1)式及びそのラプラス変換方程式は次の如く書ける。

$$([a](d^2/d\tau^2) + [b](d/d\tau) + [c])\{\eta\} = \{f\} \quad \dots\dots\dots (3.5), \quad ([a]s^2 + [b]s + [c])\{\phi\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

ただし，

$$\{\phi\} \subset \{\eta\}, \quad \{\bar{F}\} \subset \{f\}, \quad \{F\} = \{\bar{F}\} + [a]\{\eta\}_0 s + [a](d\eta/d\tau)_0 + [b]\{\eta\}_0 \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

ここに， s ；ラプラス変換複素パラメーター， $\{\eta\}_0, \{d\eta/d\tau\}_0$ ；初期条件，動的特性 $[a], [b], [c]$ は一般に real square symmetric matrix である。

$$[c] = \begin{pmatrix} \kappa_0 + \kappa_1, & -\kappa_1 & \cdot & \cdot & \lambda_0 \kappa_1 l_1 \\ -\kappa_1, & \kappa_1 + \kappa_2, & -\kappa_2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ddots & \cdot \\ \lambda_0 \kappa_1 l_1, & \lambda_0 (\kappa_2 l_2 - \kappa_1 l_1) & \cdot & \lambda_0 (\sum_{j=1}^n \kappa_j l_j^2 + \kappa_r) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

また $\{f\}$ は一般には外乱ベクトルの他に接続に伴う定数ベクトルを含む。

無次元変数及び無次元パラメーターは次の如くである。

$$\tau = \sqrt{R/\bar{M}} t = \bar{\lambda} \cdot t, \quad \eta_i = (\bar{Y}_i - Y - H_i \bar{\theta})/\bar{L}, \quad \theta = (\bar{\theta} - \bar{\theta})/\lambda_0 \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

ここに， $\bar{M}, \bar{R}, \bar{L}, \lambda_0$ はそれぞれ慣性，剛性，長さ及び適当に選ばれる角度の規準量である。

$$m_{hi} = M_{hi}/\bar{M}, \quad m_{ri} = M_{ri}/(\bar{L}^2 \bar{M}), \quad d_{ii} = D_{ii}/\sqrt{\bar{M} \bar{K}}, \quad d_{ei} = D_{ei}/\sqrt{\bar{M} \bar{K}} \\ d_{ir} = D_{ir}/\bar{L}^2 \sqrt{\bar{M} \bar{K}}, \quad d_{er} = D_{er}/(\bar{L}^2 \sqrt{\bar{M} \bar{K}}), \quad \kappa_i = K_{i1}/\bar{K}, \quad K_r = K_{r1}/(\bar{L}^2 \bar{K}) \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

$$r_i = K_{i2}/K_{i1}, \quad \delta_i = d_i/\bar{L}, \quad r_r = K_{r2}/K_{r1}, \quad \delta_r = d_r/\lambda_0, \quad l_i = L_i/\bar{L}, \quad h_i = H_i/\bar{L} \\ \alpha_Y = \bar{M} A_Y/(\bar{K} \bar{L}), \quad \alpha_\Theta = \bar{M} A_\Theta/\bar{K}, \quad \nu_Y = V_Y/(\bar{L} \bar{\lambda}), \quad \nu_\Theta = V_\Theta/\bar{\lambda} \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

外乱無次元波形関数は次式で得られる。

$$\alpha_Y(\tau) = a_Y(\tau/\bar{\lambda}), \quad \alpha_\Theta(\tau) = a_\Theta(\tau/\bar{\lambda}), \quad \nu_Y(\tau) = v_Y(\tau/\bar{\lambda}), \quad \nu_\Theta(\tau) = v_\Theta(\tau/\bar{\lambda}) \\ |\alpha_Y(\tau)|_{\max.} = 1 \text{ etc.} \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

ここで、 (Y, Θ) ；静止座標， $(\bar{Y}, \bar{\Theta})$ ；並進及回転地動変位， t ；時間， M_h, M_r ；質量，回転慣性， D_i, D_e ；等価内，外部減衰係数， K_1, K_2 ；bi-linear hysteretic characteristics の第 1，第 2 分枝剛性， d ；弾性限変位， L ；階高， H ；層高 ($H_i = \sum_{j=1}^i L_j$) なお suffix i は上部構造層番号，0, r は下部構造並進及び回転成分を示す。また地動外乱の変位，速度，加速度パターンはそれぞれ

$$\bar{Y} = D_Y d_Y(t), \quad \bar{\Theta} = D_\Theta d_\Theta(t) \quad \text{地動変位パターン} \\ (d/dt)\bar{Y} = V_Y v_Y(t), \quad (d/dt)\bar{\Theta} = V_\Theta v_\Theta(t) \quad \text{地動速度パターン} \quad \dots\dots\dots(3.13) \\ (d^2/dt^2)\bar{Y} = A_Y a_Y(t), \quad (d^2/dt^2)\bar{\Theta} = A_\Theta a_\Theta(t) \quad \text{地動加速度パターン}$$

で与えられるが，ここで， D_Y, D_Θ ； V_Y, V_Θ ； A_Y, A_Θ を外乱強度， $d_Y(t), d_\Theta(t)$ ； $v_Y(t), v_\Theta(t)$ ； $a_Y(t), a_\Theta(t)$ を波形関数と定義し絶対値の最大値を 1 とする。すなわち

$$A_Y = |(d^2/dt^2)\bar{Y}|_{\max.}, \quad |a_Y(t)|_{\max.} = 1 \text{ etc.} \quad \dots\dots\dots(3.14)$$

なお，変位，速度，加速度パターンは (3.13) 式で規定される如く強度，波形関数は互に独立でない。

たとえば，

$$V_Y = A_Y q_{Ya}^v(T_{Y\theta}), \quad V_\Theta = A_\Theta q_{\Theta a}^v(T_{\Theta\theta}) \quad \dots\dots\dots(3.15)$$

が成立する。これで， $T_{Y\theta}, T_{\Theta\theta}$ はそれぞれ水平，回転外乱成分の基準周期， q は確定関数である。したがって，(3.12) 式において次式が成立する。

$$\nu_Y = \alpha_Y \bar{\lambda} q_{Ya}^v(\lambda_{Y\theta} \tau/\bar{\lambda}) = \alpha_Y q_{Ya}^v(\lambda_{Y\theta} \tau) \\ \nu_\Theta = \alpha_\Theta \bar{\lambda} q_{\Theta a}^v(\lambda_{\Theta\theta} \tau/\bar{\lambda}) = \alpha_\Theta q_{\Theta a}^v(\lambda_{\Theta\theta} \tau) \quad \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\lambda_{Y\theta} = \frac{T_{Y\theta}}{1T}, \quad \lambda_{\Theta\theta} = \frac{T_{\Theta\theta}}{1T}, \quad 1T = \frac{1}{\bar{\lambda}}, \quad 1\tau = 1\tau([a], [b], [c])$$

ここに， $1T$ は構造物系の基本周期である。

弾性一次元連続体と弾塑性質点系の複合モデル：一般に一次元弾性連続体と弾塑性質点系の複合系の任意線型分枝の無次元基礎微積分系及びラプラス変換基礎微積分系は系の性格，座標系のいかにかわらず，次の如く示される。

$$pL(\eta, \eta_s, \theta_s) = f(\xi, \tau), \quad L_H(\eta, \eta_s, \theta_s) = f_H(\tau) \quad \dots\dots\dots(3.17) \\ pW_i(\eta, \eta_s, \theta_s) = f^i(\tau), \quad L_R(\eta, \eta_s, \theta_s) = f_R(\tau)$$

$$L(\phi) = F(\xi, s), \quad U_H = V_H(\phi; F^i, F_H, F_R) \\ W_i(\phi) = F^i(s), \quad U_R = V_R(\phi; F^i, F_H, F_R) \quad \dots\dots\dots(3.18)$$

ただし，

$$\phi \subset \eta, \quad U_H \subset \eta_s, \quad U_R \subset \theta_s \\ F \subset f(\xi, \tau), \quad F^i \subset f^i(\tau), \quad F_H \subset f_H(\tau), \quad F_R \subset f_R(\tau) \\ F = \bar{F} + {}^iF, \quad F^i = \bar{F}^i + {}^iF^i, \quad F_H = \bar{F}_H + {}^iF_H, \quad F_R = \bar{F}_R + {}^iF_R \quad \dots\dots\dots(3.19)$$

ここに，第 2 項は初期条件に関するものである。(3.17) 式において，

$\eta(\xi, \tau)$ ；上部連続体無次元変位， η_s, θ_s ；下部質点並進及回転無次元変位， $f(\xi, \tau), f^i(\tau), f_H(\tau), f_R(\tau)$ ；

方程式及び境界条件非斉次項で、一般に外乱関数、接続に伴う既知定数、収束性改良のために導入された境界斉次化関数等よりなる。 ξ ：上部連続体軸方向独立変数， τ ：無次元時間， pL ， pW_i ， L_H ， L_R は系の動的特性を含む線型微積分演算子で suffix i は境界条件の番号である。

たとえば、剪断型弾性連続体と並進及び回転成分を有する弾塑性質点系及び並進弾塑性バネとクーロン摩擦をもつ接合部からなる系に対して動座標を採用すれば(3.17)式は次式の如くなる。

$$\begin{aligned} pL(\eta) &= \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ s(\xi) - p_0 p(\xi) + \gamma_i d_i(\xi) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} - \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \right\} - \left\{ a(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \gamma_e d_e(\xi) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ r_0 \frac{dr(\xi)}{d\xi} \frac{d^2}{d\tau^2} - p_0 \frac{dp(\xi)}{d\xi} \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \right\} \eta = f(\xi, \tau) \right. \\ pW_1(\eta, \theta_s) &= \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \eta - \theta_s = f^1(\tau) \\ pW_2(\eta, \eta_s) &= \varepsilon_F \left\{ \left\{ s(0) - p_0 p(0) + \gamma_i d_i(0) \frac{d}{d\tau} \right\} \left\{ \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right|_0 - \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \right\} \eta \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \varepsilon_{H1} \kappa_{H1} + \varepsilon_F c_{H1} \frac{d}{d\tau} \right\} \{ |1|_0 \eta - \eta_s \} = f^2(\tau) \right. \end{aligned} \quad \dots\dots(3.20)$$

$$\begin{aligned} L_H(\eta, \eta_s) &= \left\{ m_H \frac{d^2}{d\tau^2} + c_{H2} \frac{d}{d\tau} + \varepsilon_{H2} \kappa_{H2} - \kappa_{H3} \right\} \eta_s + m_H l_G \frac{d^2}{d\tau^2} \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \eta \\ &\quad - \left\{ s(0) - p_0 p(0) + \gamma_i d_i(0) \frac{d}{d\tau} \right\} \left\{ \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right|_0 - \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \right\} \eta = f_H(\tau) \\ L_R(\eta, \eta_s) &= \left\{ m_R \frac{d^2}{d\tau^2} + c_{R2} \frac{d}{d\tau} + \varepsilon_{R2} \kappa_{R2} \right\} \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \eta + m_H l_G \frac{d^2}{d\tau^2} \eta_s \\ &\quad - \left\{ \left\{ s(\xi) + \gamma_i d_i(\xi) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} - \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \right\} \eta d\xi = f_R(\tau) \right. \\ f(\xi, \tau) &= \left\{ a(\xi) \frac{d^2}{d\tau^2} + \gamma_e d_e(\xi) \frac{d}{d\tau} \right\} q_H(\tau) \\ f^1(\tau) &= q_R(\tau) \\ f^2(\tau) &= \varepsilon_F \{ (1 - \varepsilon_{H1}) \beta_{H1} + \mu p_0 p(0) \} sgn \left[\frac{d}{d\tau} \{ |1|_0 \eta - \eta_s \} \right] \\ f_H(\tau) &= -m_H \frac{d^2}{d\tau^2} q_H(\tau) + \left\{ c_{H2} \frac{d}{d\tau} + \varepsilon_{H2} \kappa_{H2} - \kappa_{H3} \right\} l_H q_R(\tau) \\ &\quad - (1 - \varepsilon_{H2}) \beta_{H2} sgn \left[\frac{d}{d\tau} \{ \eta_s - l_H q_R(\tau) \} \right] \\ f_R(\tau) &= -m_H l_G \frac{d^2}{d\tau^2} q_H(\tau) + \left\{ c_{R2} \frac{d}{d\tau} + \varepsilon_{R2} \kappa_{R2} \right\} q_R(\tau) \\ &\quad - (1 - \varepsilon_R) \beta_{R2} sgn \left[\frac{d}{d\tau} \left\{ \left| \frac{\partial}{\partial \xi} \right| \eta - q_R(\tau) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(3.21)$$

ここに無次元変数，無次元分布関数，無次元パラメーターは次の如くである。

$$\tau = (1/H) \sqrt{S_0 / (\rho A_0)} t = \lambda t, \quad \eta = (Y - \bar{Y}) / H, \quad \eta_s = Y_s / H, \quad \theta_s = \Theta_s, \quad \xi = x / H \quad \dots\dots(3.22)$$

$$\begin{aligned} a(\xi) &= A(H\xi) / A_0, \quad r(\xi) = R(H\xi) / R_0; \text{慣性分布}, \quad d_i(\xi) = D_i(H\xi) / D_{i0} \\ d_e(\xi) &= D_e(H\xi) / D_{e0}; \text{等価内, 外部減衰分布}, \quad s(\xi) = S(H\xi) / S_0; \text{剪断剛性分布} \quad \dots\dots(3.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(\xi) &= P(H\xi) / P_0; \text{軸方向力分布}, \quad A_0, R_0, D_{i0}, D_{e0}, S_0, P_0; \text{規準量} \\ p_0 &= P_0 / S_0, \quad r_0 = R_0 / (H^2 \rho A_0), \quad \gamma_i = D_{i0} / (H \sqrt{\rho A_0 S_0}), \quad \gamma_e = H D_{e0} / \sqrt{\rho A_0 S_0} \\ c_{H1} &= C_{H1} / \sqrt{\rho A_0 S_0}, \quad \kappa_{H1} = H K_{H1} / S_0, \quad \beta_{H1} = B_{H1} / S_0, \quad \kappa_{H3} = H \{ P(0) + g M_H \} / \\ &\quad (L_H S_0), \quad l_G = L_G / H, \quad l_H = L_H / H, \quad m_H = M_H / (H \rho A_0), \quad c_{H2} = C_{H2} / \sqrt{\rho A_0 S_0} \quad \dots\dots(3.24) \\ \kappa_{H2} &= H K_{H2} / S_0, \quad \beta_{H2} = B_{H2} / S_0, \quad m_R = \{ M_R / (H^3 \rho A_0) \} + m_H l_G^2 \\ c_R &= C_R / (H^2 \sqrt{\rho A_0 S_0}), \quad \kappa_R = K_R / (H S_0), \quad \beta_R = B_R / (H S_0) \end{aligned}$$

ε_F ; 0.1 は静止及び動摩擦に対応, ε_i ; 0.1 は完全塑性降伏, 非完全降伏すなわち $\kappa_i=0$, $\kappa_i \neq 0$ に対応, μ ; クーロン摩擦係数, 尚

$$\begin{aligned} q_H(\tau) &= \bar{Y}(\tau/\lambda)/H = \delta_Y \delta_Y(\tau), \quad q_R(\tau) = \bar{\Theta}(\tau/\lambda) = \delta_\Theta \delta_\Theta(\tau) \\ (d/d\tau)q_H(\tau) &= \nu_Y \nu_Y(\tau), \quad (d/d\tau)q_R(\tau) = \nu_\Theta \nu_\Theta(\tau) \\ (d^2/d\tau^2)q_H(\tau) &= \alpha_Y \alpha_Y(\tau), \quad (d^2/d\tau^2)q_R(\tau) = \alpha_\Theta \alpha_\Theta(\tau) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\alpha_Y = H\rho A_0 A_Y / S_0, \quad \alpha_\Theta = H^2 \rho A_0 A_\Theta / S_0, \quad \nu_Y = V_Y / H\lambda, \quad \nu_\Theta = V_\Theta / \lambda, \quad \delta_Y = D_Y / H, \quad \delta_\Theta = D_\Theta \quad (3.26)$$

$$\alpha_Y(\tau) = a_Y(\tau/\lambda), \quad |\alpha_Y(\tau)|_{\max} = 1 \text{ etc.} \quad (3.27)$$

$$\nu_Y = \alpha_Y q_{Y\alpha}^Y(\lambda_Y g_1 \tau), \quad \delta_Y = \alpha_Y q_{Y\alpha}^Y(\lambda_Y g_1 \tau) \text{ etc.} \quad (3.28)$$

などが (3.11)~(3.16) 式に対応して成立する。

ここに, $(x, Y; Y_s, \Theta_s)$; 静止座標, $(\bar{Y}, \bar{\Theta})$ 並進及回転, 地動変位, t ; 時間, g ; 重力加速度; 上部構造; H ; 高さ, ρ ; 等価密度, $\rho A(x)$, $R(x)$; 質量, 回転慣性分布, $P(x)$; 軸方向力分布, $S(x)$; 剪断剛性分布, $D_i(x)$, $D_e(x)$; 等価内, 外部減衰係数分布, 結合部; K_{H1} , C_{H1} , μ B_{H1} , 結合バネ剛性, 等価粘性減衰係数, クーロン摩擦係数, 降伏強度, 下部構造; M_H , M_R ; 質量, 重心に関する回転慣性, K_{H2} , C_{H2} , B_{H2} ; 並進バネ剛性, 等価粘性減衰係数, 降伏強度, K_R , C_R , B_R ; 回転バネ剛性, 等価粘性減衰係数, 降伏強度, L_H ; 鉛直バネ長さ, L_G ; 接合部を原点としての重心高さである。

3.2 地震応答解析

任意線型分枝上の一般解の表現を定め, 解析的接続法によつて弾塑性非定常解が求められる。ここで任意線型分枝上の一般解を求めることは, ラプラス変換系の固有値問題に帰せられるが, 動的特性を規定する分布マトリックス, 分布関数及び無次元パラメータと復元力の完全塑性降伏の存在の故に一般には零固有値も含む複素非完全非線型一般化直交固有値問題に帰せられる。

弾塑性質点系モデル: ラプラス変換系 (3.6) 式の解を逆変換することにより, 単位衝撃マトリックスと一般化外乱ベクトルの合成型として表現できる。(3.6) 式の解は次の如く得られる。

$$\begin{aligned} \{\phi\} &= [w]^{-1} \{F\} = [^{(1)}\mathcal{A}_s^* / \mathcal{A}_e] \{F\} = [G] \{F\} \\ [w] &= [a]s^2 + [b]s + [c], \quad \mathcal{A}_e = \mathcal{A}_e(s) = \text{Det. } [w] \end{aligned} \quad (3.29)$$

(3.29) 式を逆変換すれば, 一般解が得られる。

$$\{\eta\} = [g] * \{\bar{f}\}, \quad [g] = [P][D][P]^T \quad (3.30)$$

$$[P] = [[M_i], \cdot, [M_l]], \quad [D] = \begin{pmatrix} [K_1] & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & [K_l] \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$[M_v] = [[^{(1)}\mathcal{A}_v] \mathcal{A}_r, [^{(1)}\mathcal{A}_e^{(m_v'+1)}]_r, [^{(1)}\mathcal{A}_e^{(-r\nu-1)}]_r] \quad (3.32)$$

$$[K_v] = \sum_{r=0}^{m_v-m_v'-1} \frac{e^{\delta_v \tau}}{(m_v' + r)!} \sum_{\mu=1}^{m_v-m_v'-r} \frac{\tau^{\mu-1}}{(\mu-1)! (m_v-m_v'-\mu-r)!} \left(\frac{1}{\mathcal{A}_e} \right)_{s=s_v}^{(m_v-m_v'-\mu-r)} \frac{[k_v, r]}{[^{(1)}\mathcal{A}_v] \mathcal{A}_r} \quad (3.33)$$

$$[k_{v,r}] = \begin{pmatrix} [D^{(m_v'+r)}] & [0] \\ [0] & [0] \end{pmatrix}$$

ここに,

$$[D^{(m_v'+1)}] = \begin{pmatrix} -[I'] [c^{(m_v'+1)}] [I'], [I'] \\ [I'], [0] \end{pmatrix}, \quad [I'] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$[D^{(m_{v'}+2)}] = \begin{pmatrix} -[I][c^{(m_{v'}+2)}][I] \\ +\left(\frac{m_{v'}+2}{m_{v'}+1}\right)[I][c^{(m_{v'}+1)}][c^{(m_{v'})}]^{-1}[c^{(m_{v'}+1)}][I], \\ -\left(\frac{m_{v'}+2}{m_{v'}+1}\right)[I][c^{(m_{v'}+1)}][c^{(m_{v'})}]^{-1}, [I] \\ -\left(\frac{m_{v'}+2}{m_{v'}+1}\right)[c^{(m_{v'})}]^{-1}[c^{(m_{v'}+1)}][I], \left(\frac{m_{v'}+2}{m_{v'}+1}\right)[c^{(m_{v'})}]^{-1}, [0] \\ [I], [0], [0] \end{pmatrix} \text{ etc.}$$

$$[c^{(m_{v'}+\kappa)}] = \frac{1}{[d_v]A} \begin{pmatrix} (1)A_s^{(m_{v'}+\kappa)}\mu_1, & \dots, (1)A_s^{(m_{v'}+\kappa)}\mu_1 \\ & \dots & \dots \\ (1)A_s^{(m_{v'}+\kappa)}\mu_{d_v}, & \dots, (1)A_s^{(m_{v'}+\kappa)}\mu_{d_v} \end{pmatrix} \dots (3.35)$$

$$[d_v]A_r = [d_v]A_{\lambda_1}^{\mu_1} \dots \lambda_{d_v}^{\mu_{d_v}}, \dots [d_v]A_{\lambda_1}^{\mu_1} \dots \lambda_{d_v}^{\mu_{d_v}}$$

$$[(1)A^{(q)}]_r = [(1)A_{s=s_v}^{(q)}]_i, \dots [(1)A_{s=s_v}^{(q)}]_i$$

$$A_q = A_q(s) = (s-s_v)^{-m_v} A_c(s) \dots (3.36)$$

ここに, (j) は s に関する j 階微分を示し, $(j)_{s=s_v}$ は s_v における値を示す。 $[D^{(m_{v'}+r)}]$ は一般に $m_{v'}$ と $[c^{(m_{v'}+\kappa)}]$ $0 \leq \kappa \leq r$ で示され, $(1/d_q)_{s=s_v}^{(\lambda)}$ は $A_{s=s_v}^{(\kappa)}$, $m_v \leq \kappa \leq 2n$ で表現することができる²⁹⁾。ここに n は改めて (3.5) 式のマトリックスの次数である。

結局ラプラス変換系で, 固有値問題が解けて絶対値または等価絶対値²⁹⁾の小さい順に並べた固有値列 $\{s_v\}$, 対応する固有値マトリックス $[w(s_v)]$ の degeneracy の数列 $\{d_v\}$, multiplicity の数列 $\{m_v\}$ 零ならざる最低次の derived adjoint matrix の次数の数列 $\{m_{v'}\}$, $\{d_v\}$ に対応して定まる零ならざる d_v th minor determinant $[d_v]A$ とその行及び列の数列, $\{\lambda_1, \dots, \lambda_{d_v}\}$, $\{\mu_1, \dots, \mu_{d_v}\}$ が求まれば機械的に impulsive response $[g]$ が n 次の real square symmetric matrix, 一方 $\{\bar{f}\}$ は n 次の column vector として外乱関数, 初期条件に関する演算子及び接続に伴う定数項を含んで容易に得られ, 一般解は両者の合成関数として統一的に表現できる。

弾性一次元連続体と弾塑性質点系の複合モデル: ラプラス変換系 (3.18) 式の解を逆変換して, 単位衝撃関数と一般化外乱関数の合成関数の和として表現される。主に興味のある上部構造の解は次の如く得られる。(3.20) および (3.21) 式のラプラス変換系である非斉次常微積分系 $L(\phi) = F$, $W_i(\phi) = F^i$ の解は, 次の如くグリーン関数を用いて表わされる。

$$\phi(\xi; s) = - \int_0^1 G(\xi, \varsigma; s) F(\xi; \varsigma; s) - G_i(\xi; \varsigma; s) F^i(s) \dots (3.37)$$

ただし G は一般化グリーン関数, suffix i は summation convention に従うとする。以下上下に表われる同種の suffix は同様な規約に従うとする。(3.37) 式を逆変換すれば一般解が得られる。

$$\eta(\xi; \tau) = - \int_0^1 g(\xi, \varsigma; \tau) * \bar{f}(\varsigma; \tau) d\varsigma - g_i(\xi; \tau) * \bar{f}^i(\tau) \dots (3.38)$$

$$g(\xi, \varsigma; \tau) = g(\xi, \varsigma; \tau) - \int_0^\varsigma \delta(\xi, \lambda, \varsigma; \tau) d\lambda$$

$$g(\xi, \varsigma; \tau) = \sum_v^{m_v} \sum_{r=0}^{m_{v'}-1} \frac{1}{(m_{v'}+r)!} V_s^{(m_{v'}+r)}(\xi, \varsigma; s_v) \sum_{\mu=1}^{m_v-m_{v'}-r} \frac{\tau^{\mu-1} e^{s_v \tau}}{(\mu-1)! (m_v-m_{v'}-\mu-r)!} \left(\frac{1}{A_q} \right)_{s=s_v}^{(m_v-m_{v'}-\mu-r)}$$

$$V_s^{(\lambda)}(\xi, \varsigma; s_v) = \sum_{\kappa=m_{v'}}^{\lambda} \frac{\lambda!}{\kappa! (\lambda-\kappa)!} N_s^{(\kappa)}(\xi, \varsigma; s_v) \left(\frac{1}{g_m(\varsigma; s) A_w(\varsigma; s)} \right)_{s=s_v}^{(\lambda-\kappa)} \dots (3.39)$$

$$N(\xi, \varsigma; s) = \begin{vmatrix} [\phi_\lambda(\xi; s)]_r & \bar{N}(\xi, \varsigma; s) \\ [d_c(s)] & [W^i(\bar{N})]_c \end{vmatrix} = -[\phi_\lambda]_r [{}^{(1)}d_{ci}^\lambda] [W^i(\bar{N})]_c + \bar{N} d_c \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

$$\bar{N}(\xi, \varsigma; s) = \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\varsigma - \xi) \phi_\lambda(\xi; s) [{}^{(1)}d_{w1}^\lambda(\varsigma; s)]$$

$$[d_c(s)] = [w_j^i(s)], \quad w_j^i(s) = W_i(\phi_j); \quad d_c(s) = \operatorname{Det}.[d_c(s)], \quad d_w(\varsigma, s) = \operatorname{Det}.[\phi_j^{\langle 2m-i \rangle}] \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

$$g_i(\xi; \tau) = \sum_{\nu} \sum_{r=0}^{m_\nu - m_{\nu'} - 1} \frac{1}{(m_{\nu'} + 1)!} V_{is}^{(m_{\nu'} + r)}(\xi, \varsigma; s_\nu) \sum_{\mu=1}^{m_\nu - m_{\nu'} - r} \frac{\tau^{\mu-1} e^{s_\nu \tau}}{(\mu-1)! (m_\nu - m_{\nu'} - \mu - r)} \left(\frac{1}{d_q} \right)_{s=s_\nu}^{(m_\nu - m_{\nu'} - \mu - r)} \\ V_i(\xi; s) = -[\phi_\lambda]_r [{}^{(1)}d_{ci}^\lambda]_c \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

$$\delta(\xi, \zeta, \lambda; \tau) = \sum_{\nu} \sum_{r=0}^{m_\nu - m_{\nu'} - 1} \frac{1}{(m_{\nu'} + 1)!} V_s^{(m_{\nu'} + r)}(\xi, \zeta; s_\nu) \sum_{r=1}^{m_\nu - m_{\nu'} - r} \sum_{n_1 + n_2 = \mu - 1} \frac{\tau^{n_1} \Gamma_s^{(n_2)}(\varsigma, \lambda; s_\nu) e^{s_\nu \tau}}{n_1! n_2! (m_\nu - m_{\nu'} - \mu - r)!} \\ \times \left(\frac{1}{d_q} \right)_{s=s_\nu}^{(m_\nu - m_{\nu'} - \mu - r)} \\ \Gamma(\varsigma, \lambda; s) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i K(\zeta, \lambda; s) \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

ここで、 $K, *$ は基礎微積分系により異なるが、たとえば、上部構造剪断型に対し静止または運動座標を適用すれば次の如くなる。

$$K(\varsigma, \lambda; s) = \frac{b_1(\xi; s) \begin{vmatrix} \phi_{1\lambda}^{(1)}(1; s) & \phi_{2\lambda}^{(1)}(1; s) \\ \phi_{1\lambda}(\lambda; s) & \phi_{2\lambda}(\lambda; s) \end{vmatrix}}{g_1(\lambda; s) d_w(\lambda; s)} \quad \dots\dots\dots (3.44)$$

$$K(\zeta, \lambda; s) = \int_{\lambda}^{\xi} \int_{\tau_1}^{\zeta} \dots \int_{\tau_1}^{\zeta} K(\zeta, \tau_1; s) K(\tau_1, \tau_2; s) \dots K(\tau_i, \lambda; s) d\tau_1 \dots d\tau_i \quad \dots\dots\dots (3.45)$$

ここで、 $-b_1(\xi; s), g_1(\xi; s)$ は $L(\phi)$ 中の境界演算子、 $(d/d\xi)_1$ 及び最高階微分演算子の係数である。またこのとき一般化グリーン関数 G は Γ を用い、

$$G(\xi, \zeta; s) = G(\xi, \zeta; s) - \int_0^\xi G(\xi, \lambda; s) \Gamma(\lambda, \zeta; s) d\lambda \quad \dots\dots\dots (3.46)$$

で表わされ、 ξ, ζ に関して対称となる。

一般に Γ は下部構造の回転に伴ない上部構造剪断型の基礎微積分系の方程式に含まれる境界演算子または定積分項から由来するものであり、第2種 Volterra 型積分方程式の解核である。これに対し上部構造曲げ型の場合には、 $K=0, \Gamma=0, G=G$ が普通成立する^{16), 33)}。(3.38)~(3.43) 式において、 $[\phi_\lambda(\xi; s)]_r$ はラプラス変換系齊次微積分方程式 $L=0$ の解の基本系を示す row vector であり、 $d_c(s)$ は固有値方程式である。また $\{s_\nu\}$ は絶対値または等価絶対値の小さな順に並べた複素非完全非線型一般化直交固有値列、 $\{m_\nu\}$ は multiplicity の列、 $\{m_{\nu'}\}, \{m_{\nu''}\}$ は固有値マトリックス $[W_j^i]$ の零ならざる最低次の derived adjoint matrix の次数の列、及び特定の column i に関してのみの同様な最低次数の列、 $g_m(\xi; s)$ は、 L の最高階微分演算子の係数で $2m$ はその最高次数である。 d_q は (3.36) と同様に定義され、 $(1/d_q)_{s=s_\nu}^{(2)}_{s=s_\nu}$ は質点系と同様 $d_{\xi s=s_\nu}^{(2)}_{s=s_\nu}, m_\nu \leq \kappa$ で表現できる。結局この場合も質点系と同様、ラプラス変換系の解の基本系が求まり、固有値問題が解決できれば、方程式及び境界に関する単位衝撃関数 $g(\xi, \zeta; \tau), g_i(g; \tau)$ は実関数として統一的な表現から得られ、一般化外乱関数 $\tilde{f}(\xi; \tau), \tilde{f}^i(\tau)$ は地震外乱関数、初期条件に関する演算子、接続に伴う定数などを含んで、 $F(\xi; s), F^i(s)$ の逆変換として容易に定まるから一般解はそれらの合成関数の和として統一的に表現されることになる。なお、下部構造に関する解は、 U_H, U_R の逆変換として、上部構造の一般解、外乱関数、初期条件を用いて定められる。

かくして、質点系、連続体と質点系の複合系共、任意線型分枝上の一般解の表現が得られたから、弾塑性

非定常振動の解は、隣接線型分枝上の解を解析的に接続して得られる。(k-1)分枝から k 分枝への遷移条件には次の二つの型が存在する。

$$(1) \quad \eta_r^{k-1} = \delta^{k-1}, \quad (2) \quad (d/d\tau^{k-1})\eta_r^{k-1} = 0 \quad \text{at} \quad \tau_t^{k-1,k} \dots\dots\dots (3.47)$$

ここに、 η_r^k は k 分枝における任意の質点間の無次元相対変位であり δ^k は k 分枝で予め定まる限界量であり、(3.47) 式から遷移点 $\tau_t^{k-1,k}$ が定まる。しかして、k 分枝における無次元時間は、次式で定められる。

$$\tau^k = \tau^{k-1} - \tau_t^{k-1,k} \dots\dots\dots (3.48)$$

しかして、(k-1)分枝の解の $\tau_t^{k-1,k}$ における応答値と k 分枝の特性から、k 分枝における初期条件と一般に遷移に伴って発生する非齊次項を含めて一般化外乱ベクトルまたは関数が確定するから、R 分枝の解が定まることになる。

一般解の表現は便宜上、特に運動座標に関する無次元変位応答について記述したが、他の座標系に関する無次元変位応答、及び一般に変位系以外の無次元応力応答、無次元速度応答、無次元エネルギー応答等も、すでに求めた一般解から直ちに定めることができる。あるいはまた基礎方程式を問題とする座標、量に関して立てて同様な表現に一般解を導くこともできよう。

3.3 終局耐震設計法と地震応答

便宜上ここでは弾塑性質点系モデルに限定して述べる。無次元弾塑性応答解析に基づく終局耐震設計法は次の如き手順でなされる。まず、無次元応答解析の前提として、基礎方程式に含まれる構造物系、外乱の性格を規定する無次元パラメーター、波形関数と応答として採るべき従属変数を耐震安全性を示す無次元尺度で示さねばならない。

構造物系無次元パラメーター；履歴特性を bi-linear hystretic type とすれば、任意の線型分枝上の動的特性を規定する無次元パラメーターは、

$$\{m_{hj}\}, \{m_{rj}\}, \{l_j\} (\{h_j\}), \{d_{ij}\}, \{d_{oi}\}, \{\kappa_j\}; \{r_j\}, \{\delta_j\} (\{\beta_j\} = \{\kappa_j \delta_j\}) \\ j=0, 1, \dots, n, r, \dots\dots\dots (3.49)$$

で規定され、 $\{r_j\}, \{\delta_j\}$ を除いた弾性領域のパラメーターから無次元固有周期 ($\tau_1, \dots, \tau_{n+2}$) が定まる。規準量は、 $\bar{M}, \bar{K}, \bar{L}, \lambda_0$ である。

外乱無次元パラメーターと波形関数：微分可能な確定関数の場合は、(3.25)～(3.28) 式により

$$(\delta_Y, \delta_\Theta) (\delta_Y(\tau), \delta_\Theta(\tau)) \quad \text{または} \quad (\alpha_Y, \alpha_\Theta) (\delta_Y(\tau), \delta_\Theta(\tau)) \dots\dots\dots (3.50)$$

によつて定まる。ここで、波形関数を無次元周期 τ_G を規定するパラメーター λ_G を含んで、たとえば次のように選び得る。

$$\delta_X(\tau) = \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\tau_{XG}} \tau\right) \{1 - s(\tau - n_X \tau_{XG})\} \\ \nu_X(\tau) = \left(\frac{\tau_{XG}}{2\pi}\right) \frac{d}{d\tau} \delta_Y(\tau) = \sin \frac{2\pi}{\tau_{XG}} \tau \{1 - s(\tau - n_X \tau_{XG})\} \\ \alpha_X(\tau) = \left(\frac{\tau_{XG}}{2\pi}\right)^2 \frac{d^2}{d\tau^2} \delta_X(\tau) = \cos \frac{2\pi}{\tau_{XG}} \tau \{1 - s(\tau - n_X \tau_{XG})\} \dots\dots\dots (3.51)$$

$$\tau_{XG} = \lambda_{XG} \tau; n_X; \text{波数, } X; Y, \Theta$$

かくして、(3.28) 式より、

$$\nu_Y = \frac{\tau_{YG}}{2\pi} \alpha_Y, \quad \delta_Y = \left(\frac{\tau_{YG}}{2\pi}\right)^2 \alpha_Y, \quad \nu_\Theta = \frac{\tau_{\Theta G}}{2\pi} \alpha_\Theta, \quad \delta_\Theta = \left(\frac{\tau_{\Theta G}}{2\pi}\right)^2 \alpha_\Theta \dots\dots\dots (3.52)$$

が得られる。

(3.20) および (3.21) 式において回転成分が存在するときには、 $\bar{L}$ のほかにさらに他の規準量 L_0 (たと

えば階高規準量)を導入する必要がある。このことは耐震安全性の尺度の選定により $\bar{L}$ が規定されるときに方程式の諸係数を確定する上に必要である。しかるとき、 $\lambda_0 = \bar{L}/L_0$ と選んで、係数を確定することができる。

耐震安全性の尺度と終局値：一般には数種の応答の複合量で規定さるべきであるが、ここでは最も第1義的な単一尺度とその終局値が存在すると前提する。

(i) 最大弾塑性性率 γ_{dj} , γ_{dj}^k ; 元の平衡点からの変位に関するものと弾塑性履歴に応ずる各平衡点からの変位に関するものと定義できる。 $\bar{A}$ を規準弾性限度位とし $\bar{L} = \bar{A}$ として採用し、

$$\xi_j = \eta_j - \eta_{j-1} - \lambda_0 l_j \theta, \quad \xi_r = \lambda_0 \theta, \quad \lambda_0 = \bar{A}/L_0 \quad \dots\dots\dots (3.53)$$

で履歴の argument を定義すれば、

$$\gamma_{dj} = |\xi_j|_{\max} \bar{A}/A_j, \quad \gamma_{dr} = |\xi_r|_{\max}, \quad \lambda_0/A_r = |\xi_r|_{\max}, \quad \bar{A}/(L_0 A_r) \quad \dots\dots\dots (3.54)$$

$$\gamma_{dj}^k = |\xi_j^k|_{\max} \bar{A}/A_j, \quad \gamma_{dr}^k = |\xi_r^k|_{\max} \bar{A}/(L_0 A_r) \quad \dots\dots\dots (3.55)$$

でそれぞれ定義される。しかしてこれらの終局値が存在し、

$$(\gamma_{djult.}, \gamma_{drult.}), \quad (\gamma_{djult.}^k, \gamma_{drult.}^k) \quad \dots\dots\dots (3.56)$$

で示されとする。

(ii) 最大履歴消費エネルギー率; 弾塑性履歴によつて、この非減少関数として定まるからその最大値は最後の履歴において応答速度が零なるときに生ずる。その無次元時間を τ_u とすれば、次式で定義される。

$$\gamma_{ej} = 2 \int_0^{\tau_u} \varphi_j(\xi_j; r_j, \delta_j) d\xi_j / \delta_j^2 = 2 \int_0^{\tau_u} \varphi_j(\xi_j) (d/d\tau) \xi_j d\tau / \delta_j^2 \quad \dots\dots\dots (3.57)$$

$$\gamma_{er} = 2 \int_0^{\tau_u} \varphi_r(\xi_r; r_r, \delta_r) d\xi_r / \delta_r^2 = 2 \int_0^{\tau_u} \varphi_r(\xi_r) (d/d\tau) \xi_r d\tau / \delta_r^2$$

しかして終局値が次の如く定められる。

$$(\gamma_{ejult.}, \gamma_{erult.}) \quad \dots\dots\dots (3.58)$$

その他種々の耐震安全性を規定する尺度とその最終値が与えられるが省略する¹⁵⁾。 γ_{dj} , γ_{dj}^k は瞬間の状態において破壊を規定する要素であるが、 γ_{ej} は履歴によるエネルギー消散能力の限界を示すものでそれまでの状態の積分値をもつて破壊を規定するものである。実際は数種の量の関数値の不変量として破壊が規定されるのが妥当であるが、領域に応じて何れかが主尺度となり、他は従と考えられよう。

かくして、弾塑性構造物の動的終局耐震設計法は次の如き手順で行なわれ得る。ここで簡単のため地動の回転成分 $\bar{\theta}$ は省略する。通常 $\bar{\theta}$ に比し $\bar{Y}$ が有勢である。

まず構造物系の無次元分布と地震波の無次元パラメーターを与へ基本応答図を画く。これは種々の妥当な構造物系分布の組合わせに対して、外乱無次元パラメーター λ_G , n_Y を媒介変数として耐震安全性の尺度について非定常応答解析を行ない、構造物系の各部分に関して α_Y を横軸として表示した最大応答曲線である¹⁵⁾。ここで、分布 $\{m_{hj}\}\{m_{rj}\}$, $\{l_j\}$ は設計既知量とみなし、 $\{d_{ij}\}$, $\{d_{ej}\}$ は地盤及び構造物の性格に応じてあらかじめ $\{\kappa_j\}$, $\{m_{hj}\}$, $\{m_{rj}\}$, $\{l_j\}$ または $\{\kappa_j\}$ の変動に応じてその規準量 d_i , d_e と共に従属的に定まると考えてよい^{6), 31)}。また外乱強度パラメーター α_Y の代りに、

$$c_i = \alpha_Y \sum_{j=i}^n m_{hj} / \beta_i = A_Y \sum_{j=i}^n M_{hj} / B_i, \quad i=0, 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots (3.59)$$

を選ぶ方が便利なることもある。たとえば特に、

$$c_{Yi} = A_Y M_i / B_i, \quad M_i = \sum_{j=i}^n M_{hj}, \quad i=0, 1 \quad \dots\dots\dots (3.60)$$

によつて、加速度最大値 A_Y と全構造物系の質量、または上部構造の質量から、弾塑性構造物において最

も重要な設計量の一つである下部構造の降伏強度 B_0 , または上部構造最下層の降伏強度 B_1 を直接規定できるからである。これは base shear の概念と直結して慣用的^{3),6)}である。

次に周波数に関する外乱振布の特性を想定する。すなわち次式を得る。

$$\begin{aligned} A_Y &= A_Y(T_{YG}) = A_{sY} k_Y(T_{YG}), \quad \alpha_Y = \alpha_{sY} k_Y(\lambda_{YG} \tau / \bar{\lambda}) \quad \cdots \cdots (3.61) \\ \bar{\lambda} &= \sqrt{K/\bar{M}}, \quad \alpha_{sY} = A_{sY} \bar{M} / (K \bar{\lambda}) = A_{sY} \bar{M} / \bar{B} \end{aligned}$$

また

$$c_{Yi} = \alpha_Y \sum_{j=i}^n m_{hj} / \beta_i = (\sum_{j=i}^n m_{hj} / \kappa_i \delta_i) \alpha_{sY} k_Y(\lambda_{YG} \tau / \bar{\lambda}) \quad i=0, 1 \quad \cdots \cdots (3.62)$$

このとき、

$$\bar{B} = K \bar{\lambda}, \quad \bar{\lambda} = \bar{\lambda}(K), \quad \bar{B} = \bar{B}(K) \quad \cdots \cdots (3.63)$$

において、一般には $\partial \bar{\lambda} / \partial K < 0$, $\partial \bar{B} / \partial K > 0$ が成立し K と $\bar{\lambda}$ は独立ではないが、ある程度、材料、構造形式を選択することで、(3.63) 式の第2および第3式の関数関係は変化させ得るし、また鉄筋コンクリートなどの複合構造物で整調可能な如く、耐震部材³⁶⁾の縦横の活用は K と $\bar{\lambda}$, $\bar{B}$ をある程度独立ならしめ得ると考えられる。

構造物の $\{m_{hj}\}$, $\{m_{rj}\}$, $\{\kappa_j\}$ が定まれば、動的耐震安全性の尺度の絶対値の最大値 γ は、 $\{d_{ij}\}$, $\{d_{ej}\}$ の規準量 d_i , d_e を含み、外乱パラメーター (α_Y , λ_{YG}) に関して一意的に定まる。したがって、

$$\alpha_Y = \alpha_Y(\gamma; \lambda_{YG}, d_i, d_e) \text{ または, } f(\gamma, \alpha_Y; \lambda_{YG}, d_i, d_e) = 0 \quad \cdots \cdots (3.64)$$

が成立つ。通常 $\partial \gamma / \partial \alpha_Y > 0$, が成立し, α_Y は、それぞれ γ , λ_{YG} につき一価関数と考えることができる¹⁵⁾。

一方耐震安全性の尺度の許容量は、構造材料、構造形式等に応じて定まるが、終局値の分散から応答安全率 A_r により

$$\gamma_{\text{allow.}} = (1/A_r) \bar{\gamma}_{\text{ult.}} \quad \cdots \cdots (3.65)$$

によつて平均終局値から定義される。

したがって動的終局耐震設計とは、妥当なる分布関数の組合せを選出し、且つ構造物系各部で、(3.61) 式によつて特性が与えられる一群の外乱パターンに対して、

$$\gamma_j \leq \gamma_{\text{allow.}} \quad j=0, 1, \dots, r \quad \cdots \cdots (3.66)$$

が可及的一様に満足されるように、規準量 K 及び $\bar{B}$ を選定することとなる。このことは、 K , $\bar{B}$ の独立性に応じて解析的には次のように表現される。 K と $\bar{B}$ が従属するとき、即ち (3.63) が成立するときには、(3.61) 式を $\alpha_Y(\lambda_{YG}, K)$ と表わして、

$$\alpha_Y(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) - \alpha_Y(\lambda_{YG}, K) = 0 \quad \cdots \cdots (3.67)$$

$$\alpha_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) - \alpha_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\lambda_{YG}, K) = 0 \quad \cdots \cdots (3.68)$$

を $d^2 K / d\lambda_{YG}^2 < 0$ の条件の下に連立に解き、すべての j につき最大の K を定める。このときは、 $\partial \gamma / \partial \alpha_Y > 0$, $\partial \alpha_Y / \partial K < 0$ から、 $\partial \gamma / \partial K < 0$ の成立を前提としている。次に K と $\bar{B}$ の独立なときには、(3.61) を $\alpha_Y(\lambda_{YG}, K, \bar{B})$ と表わし、

$$\alpha_Y(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) - \alpha_Y(\lambda_{YG}, K, \bar{B}) = 0 \quad \cdots \cdots (3.69)$$

$$\alpha_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) - \alpha_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\lambda_{YG}, K, \bar{B}) = 0 \quad \cdots \cdots (3.70)$$

から K , $\bar{B}$ のいずれか一方をあらかじめ妥当に与えて他方を従属の場合と同様に定むればよい。たとえば K を与えるとき、(3.69), (3.70) は、

$$\begin{aligned} \alpha_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) k_Y(\lambda_{YG} \tau \sqrt{\bar{M}/K}) \\ - \alpha_Y(\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}, d_i, d_e) k_{Y\lambda_{YG}}^{(1)}(\lambda_{YG} \tau \sqrt{\bar{M}/K}) = 0 \end{aligned} \quad \cdots \cdots (3.71)$$

から与えられた $\bar{K}$ に対して λ_{YG}^0 を解き、

$$\bar{B}_j = A_{sY} \bar{M} k_Y (\lambda_{YG}^0)^{-1} \sqrt{\bar{M}/K} / \alpha_Y (\gamma_{\text{allow.}}; \lambda_{YG}^0, d_i, d_e) \quad \dots\dots\dots (3.72)$$

から $\bar{B}_j$ を j に関して定め

$$\bar{B} = \max. \bar{B}_j \quad \dots\dots\dots (3.73)$$

として確定すればよい。(3.71) および (3.72) 式から判る如く、これらの操作は、(3.69) および (3.70) 式から連立に求められる λ_{YG} に関して最小の α_Y に対して $\bar{B}$ を定めることになる。たとえば、外乱の特性が、同一地動加速度、同一地動速度、同一地動変位で与えられるならば、それぞれ次式による。

$$A = C_a, \bar{B} = C_a \bar{M} / \alpha_Y, \alpha_Y = \alpha_Y (\gamma_{\text{allow.}}, \lambda_{YG}, d_i, d_e) \quad \dots\dots\dots (3.74)$$

$$A = C_v / T_g, \bar{B} = C_v \sqrt{\bar{M} K} / \alpha_Y \lambda_{YG}, \alpha_Y \lambda_{YG} = \alpha_Y (\gamma_{\text{allow.}}, \lambda_{YG}, d_i, d_e) \lambda_{YG} \quad \dots\dots\dots (3.75)$$

$$A = C_d / T_g^2, \bar{B} = C_d \bar{K} / \alpha_Y, \alpha_Y \lambda_{YG}^2 = \alpha_Y (\gamma_{\text{allow.}}, \lambda_{YG}, d_i, d_e) \lambda_{YG}^2 \quad \dots\dots\dots (3.76)$$

ここで与えられた $\gamma_{\text{allow.}}, d_i, d_e$ に対して第3が大々最小となる λ_{YG}^0, α_Y に対して $\bar{B}_j$ が定められ、(3.73) 式で $\bar{B}$ が決定される。たとえば、(3.71) 式は (3.75) 式に対しては、

$$\alpha_Y \lambda_{YG}^{(1)} (\gamma_{\text{allow.}}, \lambda_{YG}, d_i, d_e) \lambda_{YG} + \alpha_Y (\gamma_{\text{allow.}}, \lambda_{YG}, d_i, d_e) = 0 \quad \dots\dots\dots (3.77)$$

となるが、これらの式は基本応答図から図式的に解ける。すなわち、 $\gamma_{\text{allow.}} = \text{const.}$ 上の (α_Y, λ_{YG}) を定め (3.74)～(3.76) 式などの第3式の関数値の最小を定めればよい。しかしながら、これらは極値の存在を前提としているが、たとえば (3.74) 式では $\gamma_{\text{allow.}}$ がある程度大きくなると λ_{YG}^0 は存在しなくなる。すなわち、このような同一地動加速度を外乱尺度とする領域では高度の弾塑性設計は不適当となる。同一地動速度、変位に関しては普通解が存在し、 λ_{YG}^0 は1近傍に存在することが判っている³¹⁾。分布 $\{\kappa_j\}, \{\beta_j\}$ の選定乃至設計は、他の設計既知分布に応じて、たとえば耐震安全性の尺度を示す最大応答が、構造物各部分で様にその許容量内に収まる、すなわち各部の耐震安全性を一様化する指針で最適分布が定め得られる。しかしながら、これは他の重力または風等に対する構造設計にも関連し総合的に定めねばならぬし、又一方制震設計法における如く、構造物系の一部の動的特性を積極的に制震化することもできる。一般に、平面的に拡がる建築構造物の弾塑性質点系表示では、分布ベクトル $\{\kappa_j\}, \{\beta_j\}$ は分布マトリックス $[\kappa_j], [\beta_j]$ となるが、たとえば与えられた $[\kappa_j]$ の不均一分布に伴う振り振動問題において、 $[\kappa_j]$ に応じて $[\beta_j]$ を設計することにより、振り振動を大きく抑制し、各部の耐震安全性を一様化ならしめることが可能となる¹⁵⁾。弾性限変位は、分布 $\{\delta_j\} = \{\beta_j / \kappa_j\}$ 、 $\bar{A} = \bar{B} / R$ として規定されるが、かように剛性、弾性限変位、塑性強度の中独立な二つの量の規準量、分布を設計するためには、構造材料、構造形式の選定と構造設計法が重要であるとともに、壁、筋違として耐震部材が自由に活用されることが必要である。分布 $\{r_j\}$ は主として地震応答の安定性に関連がある。一般に $r_j \geq 0$ において所謂不安定現象は存在しない³⁰⁾のであるが、耐震設計の安定上、設計パラメーターに関する最大応答の導関数の絶対値をある程度小さく抑えることが必要である。かかる意味において、 α_Y に関する急激な応答の増加、振り不安定現象、一方向の塑性ドリフトの発生による応答の局所的集中を防ぐには、 $r_j > 0$ としてその分布も妥当に選ばねばならない^{6), 15)}。少なくとも重力の影響を考慮した上で r_j のほとんどすべてが負にならないことが必要である。

本節で記述した弾塑性構造物の終局設計法は、構造物の性格で定まる $\gamma_{\text{allow.}}$ と他の設計既知量に対し主として、剛性 $R\{\kappa_j\}$ 、塑性降伏強度 $B\{\beta_j\}$ の基本応答図からの動的設計法であるが、一般に動的応答 γ が $\partial \gamma / \partial K, \partial \gamma / \partial B, \partial \gamma / \partial \bar{A} < 0$ であることは、耐震安全性の尺度の許容値 $\gamma_{\text{allow.}}$ が大なる程、すなわち靱性構造物ほど経済的設計の可能性があること、つまり R, B などが小さくて済むことを示し、このことは、構造物に準静的に破壊までに蓄わえ得るポテンシャル・エネルギーの許容基準量

$$\bar{E} = \bar{B} \bar{A} \left(\frac{1}{2} + \gamma_{\text{allow.}} \right) = \bar{B} \bar{A} \left\{ \frac{1}{2} + (\gamma_{\text{ult.}} / A_r) \right\} \quad \dots\dots\dots (3.78)$$

と、その分布を与えることが、耐震設計法の普遍的な指針になるであろうことを示している^{8),9),10)}。また動的な応答基本図から得られた $\{\beta_j\}$, $\bar{B}=K\bar{A}$ を構造物系に与えるには、静的な極限設計法が適用できる。すなわち横力分布係数 w_j を、

$$\{w_j\} = \left\{ \frac{\beta_j - \beta_{j+1}}{m_{hj}} \right\} \frac{\bar{B}}{\bar{M}} \quad j=1, \dots, n \quad \beta_{n+1}=0 \quad \dots\dots\dots (3.79)$$

で定義し、これを所謂震度と考えて、横力を定め、極限設計法を適用すればよい。

4. 統計的外乱パターンに対する弾性構造物の地震応答解析と統計的耐震設計法

4.1 基礎方程式

外乱パターンが、時間に関する独立変数の確定関数でなく確率統計的関数として定義される。構造物モデルは減衰性が比較的少く特に非定常共振の問題となる線型モデルに限定して考える。したがって3.1の任意の線型分枝における基礎方程式(3.5)及び(3.17)式をそれぞれ弾性質点系モデル及び弾性連続体と弾性質点系の複合モデルに対して採用できる。

4.2 地震応答解析

定常確率過程としての統計的応答解析は、相関関数、スペクトル密度の概念を用いた系統的な方法論が情報理論、自動制御理論において確立されていて^{37),38)}、すでに耐震工学の問題にも応用されている^{20),28),39)}。これらで地震波外乱波が定常確率過程に従い且つエルゴード原理に従う時系列とみなすことにも問題は存するが、さらに応答自身も同様な過程にあると前提することは、ある程度以上の系の減衰性を認め、非定常過程における挙動を考慮の外に置き得る場合である。耐震問題としては一般的に取り扱うには非定常過程として取り扱うことが望ましい。かかる見地からの解析的研究も全く別の方法で行なわれてきたが^{23),24),40)}、最近定常確率過程の理論を擬定常過程に modify し、非定常応答として V.V. Bolotin 氏は扱っている⁴¹⁾。すなわち、外乱をエルゴード原理に従う関数と、envelope を与える確定関数の積の形で与え、非定常応答の確率量としてアンサンブル的な相関係数を導入する方法である。耐震工学的に応答も定常確率過程かつエルゴディックとする前者の方法が、比較的大きな減衰性と外乱継続時間にその妥当性を与えられるに比し、この応答を非定常過程とする方法は、減衰の有無、継続時間の大小にかかわらず一般性を持つと言える。本節においては、弾性構造物系モデルにつき任意の統計確率的外乱をうける際の統計的応答解析を応答が定常過程と非定常過程に従う場合に分けて解析する。共通して統計確率の量として相関関数または任意時間の相関係数として評価し、前節に導いた単位衝撃関数を用いて統一的な表現を求める。

4.2.1 定常確率過程

ここでは外乱、応答ともに定常かつエルゴディックとする。したがって、相関関数とスペクトル密度がフーリエ変換の対である性質が用いられる。また前節で扱ったラプラス変換系と逆変換の類似が適用できる。

弾性質点系モデル：フーリエ変換系で(3.29)式の類似で、

$$\{\phi(j\omega)\} = [G(j\omega)]\{F(j\omega)\}, \{\phi(j\omega)\} < \{\eta\}, [G(j\omega)] < [g] \{F(j\omega)\} < \{f\} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

が成立する。ここで、伝達関数 $[G(j\omega)]$ は $[G(s)]$ と同等で前者は単に後者で $s=j\omega$ と置いたものである。このとき次式が導かれる。

$$\begin{aligned} [{}_0S(\omega)] &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \{\phi_T(j\omega)\}\{\phi_T(j\omega)\}^* = [G(j\omega)][{}_rS(\omega)][G(j\omega)]^* \\ &= [G(j\omega)][{}_rS(\omega)][G(-j\omega)] \quad \dots\dots\dots (4.2) \end{aligned}$$

ただし、(*)は transposed conjugate matrix を示し、 $\phi_T(j\omega) = \int_{-T}^T \eta e^{-j\omega\tau} d\tau$ を示す。また動的特性 $[a]$, $[b]$, $[c]$ の対称性から(3.30)式におけるような単位衝撃マトリックスの対称性 $[G]=[G]^T$ が使われている。またここで $[{}_0S(\omega)]$, $[{}_rS(\omega)]$ はそれぞれ出入力としての応答 $\{\eta\}$ と外乱 $\{f\}$ のスペクトル

密度マトリックスであり、次式が成立つ。

$$[{}_o S(\omega)] = [{}_o S(-\omega)]^T = [{}_o S(\omega)]^{(*)}, [{}_r S(\omega)] = [{}_r S(-\omega)]^T = [{}_r S(\omega)]^{(*)} \quad (4.3)$$

したがって $\{\eta\}$ の相関関数マトリックスは (4.2) 式を逆変換して得られる。

$$[{}_o R(\tau)] = [g(\tau)] * [{}_r R(\tau)] * [g(-\tau)], [g(\tau)] \equiv [0], \tau < 0 \quad (4.4)$$

ただし $*$ は本節では下限 $-\infty$ 、上限 $+\infty$ の合成を示す。また $[g(\tau)]$ は (3.30) で求められた単位衝撃マトリックスで $\tau \geq 0$ においてのみ定義されている実関数である。 $[{}_o R(\tau)]$ 、 $[{}_r R(\tau)]$ はそれぞれ出、入力 $\{\eta\}$ 、 $\{f\}$ の相関関数マトリックスで、その diagonal element が所謂自個相関関数、その他の要素は相互相関関数である。なお、

$$[{}_o R(\tau)] = [{}_o R(-\tau)]^T, [{}_r R(\tau)] = [{}_r R(-\tau)]^T \quad (4.5)$$

が成立する。次に出入力間の相互相関関数マトリックスに関して次式が導かれる。

$$[{}_o {}_r S(\omega)] = [G(j\omega)][{}_r S(\omega)], [{}_o {}_r R(\tau)] = [g(\tau)] * [{}_r R(\tau)] \quad (4.6)$$

$$[{}_o {}_r S(\omega)] = [{}_r S(\omega)][G(-j\omega)] = [{}_o {}_r S(\omega)]^{(*)} = [{}_o {}_r S(-\omega)]^T \quad (4.7)$$

$$[{}_r {}_o R(\tau)] = [{}_o {}_r R(-\tau)]^T = [{}_r R(\tau)] * [g(-\tau)] \quad (4.8)$$

弾性一次元連続体と弾性質点系の複合モデル：フーリエ変換系で (3.37) 式と類似で、

$$\phi(\xi; j\omega) = - \int_0^1 G(\xi, \zeta; j\omega) F(\zeta; j\omega) d\zeta - G_i(\xi; j\omega) F^i(j\omega) \quad (4.9)$$

が成立する。したがって定義から、 ϕ のスペクトル密度は次の如く得られる。

$$\begin{aligned} {}_o S(\xi_1, \xi_2; \omega) &= \int_0^1 G(\xi_1, \lambda; j\omega) d\lambda \int_0^1 {}_r S(\lambda, \mu; \omega) G(\xi_2, \mu; -j\omega) d\mu \\ &\quad + G_\lambda(\xi_1; j\omega) \int_0^1 {}_r S^\lambda(\mu; -\omega) G(\xi_2, \mu; -j\omega) d\mu \\ &\quad + G_\lambda(\xi_2; -j\omega) \int_0^1 {}_r S^\lambda(\mu; -\omega) G(\xi_1, \mu; -j\omega) d\mu \\ &\quad + G_\lambda(\xi_1; j\omega) {}_r S^{\lambda\mu}(\omega) G_\mu(\xi_2; -j\omega) \end{aligned} \quad (4.10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} {}_o S(\xi_1, \xi_2; \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \phi_T(\xi_1; j\omega) \phi_T(\xi_2; -j\omega) \\ {}_r S(\lambda, \mu; \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} F_T(\lambda; j\omega) F_T(\mu; -j\omega) \\ {}_r S(\mu; \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} F_T(\mu; j\omega) F_T^\lambda(-j\omega) \\ {}_r S^{\lambda\mu}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} F_T^\lambda(j\omega) F_T^\mu(-j\omega) \end{aligned} \quad (4.11)$$

であり、上、下に表われる同じ suffix は summation convention に従うとする。またここで、

$$\begin{aligned} {}_o S(\xi_1, \xi_2; \omega) &= \overline{{}_o S(\xi_1, \xi_2; -\omega)} = \overline{{}_o S(\xi_2, \xi_1; \omega)} \\ {}_r S(\lambda, \mu; \omega) &= \overline{{}_r S(\lambda, \mu; -\omega)} = \overline{{}_r S(\mu, \lambda; \omega)} = {}_r S(\mu, \lambda; -\omega) \\ {}_r S^\lambda(\mu; \omega) &= \overline{{}_r S^\lambda(\mu; -\omega)} \\ {}_r S^{\lambda\mu}(\omega) &= \overline{{}_r S^{\lambda\mu}(-\omega)} = \overline{{}_r S^{\mu\lambda}(\omega)} = {}_r S^{\mu\lambda}(-\omega) \end{aligned} \quad (4.12)$$

が成立する。——は Conjugate を示す。

したがって、応答の相関関数として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
{}_oR(\xi_1, \xi_2; \tau) = & \int_0^1 g(\xi_1, \lambda; \tau) d\lambda * \int_0^1 {}_IR(\lambda, \mu, \tau) * g(\xi_2, \mu; -\tau) d\mu \\
& + g_\lambda(\xi_1; \tau) * \int_0^1 {}_IR^\lambda(\mu; -\tau) * g(\xi_2, \mu; -\tau) d\mu \\
& + g_\lambda(\xi_2; \tau) * \int_0^1 {}_IR^\lambda(\mu; \tau) * g(\xi_1, \mu; \tau) d\mu \\
& + g_\lambda(\xi_1; \tau) * {}_IR^{\lambda\mu}(\tau) * g_\mu(\xi_2; -\tau)
\end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

ここで、次式が成立する。

$${}_oR(\xi_1, \xi_2; \tau) = {}_oR(\xi_2, \xi_1; -\tau), \quad {}_IR(\lambda, \mu; \tau) = {}_IR(\mu, \lambda; -\tau), \quad {}_IR^{\lambda\mu}(\tau) = {}_IR^{\mu\lambda}(-\tau) \quad \dots\dots\dots(4.14)$$

なお、出入力の相互相関関数に関して次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
{}_oIS(\xi_0, \xi_I; \omega) = & - \int_0^1 G(\xi_0, \xi; j\omega) {}_IS(\xi, \xi_I; \omega) d\xi - G_\lambda(\xi_0; j\omega) {}_IS^\lambda(\xi_I; -\omega) \\
{}_oIS^m(\xi_0; \omega) = & - \int_0^1 G(\xi_0, \xi; j\omega) {}_IS^m(\xi; \omega) d\xi - G_\lambda(\xi_0; j\omega) {}_IS^{\lambda m}(\omega) \quad \dots\dots\dots(4.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_oIR(\xi_0, \xi_I; \tau) = & - \int_0^1 g(\xi_0, \xi; \tau) {}_IR(\xi, \xi_I; \tau) d\xi - g_\lambda(\xi_0; \tau) * {}_IR^\lambda(\xi_I; -\tau) \\
{}_oIR^m(\xi_0; \tau) = & - \int_0^1 g(\xi_0, \xi; \tau) {}_IR^m(\xi; \tau) d\xi - g_\lambda(\xi_0; \tau) * {}_IR^{\lambda m}(\tau) \quad \dots\dots\dots(4.16)
\end{aligned}$$

$${}_oIR(\xi_0, \xi_I; \tau) = {}_oIR(\xi_I, \xi_0; -\tau), \quad {}_cIR^m(\xi_0; \tau) = {}_oIR^m(\xi_0; -\tau) \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

最後に、前節3.1で扱った基礎方程式の最も普通な型に **white noise** で抽象される加速度外乱を受ける系の応答を例題として示す。

例題Ⅰ. 弾性質点系モデルで外乱ベクトルが質量分布に比例する場合、このとき次式が得られる。

$$\{f\} = -\{m\}f(\tau), \quad [{}_IS(\omega)] = \{m\}\{m\}^T S(\omega), \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

$$S(\omega) = c \quad \text{から}, \quad R(\tau) = c\delta(\tau), \quad S(\omega) < R(\tau) \quad \dots\dots\dots(4.19)$$

したがって、

$$[{}_oR(\tau)] = c[g(\tau)]\{m\} * \{m\}^T [g(-\tau)] \quad \dots\dots\dots(4.20)$$

例題Ⅱ. 弾性連続体と弾性質点系の複合モデルで系が線型一般化直交系^{13),16)}で外乱が質量分布に比例する場合、このとき次式が得られる。

$$f(\xi; \tau) = a(\xi)f(\tau), \quad f^i(\tau) = \mu^i f(\tau) \quad S(\omega) = c, \quad R(\tau) = c\delta(\tau) \quad \dots\dots\dots(4.21)$$

$$\begin{aligned}
{}_oR(\xi_1, \xi_2; \tau) = & c \left\{ \int_0^1 g(\xi_1, \lambda; \tau) a(\lambda) d\lambda + \mu^\lambda g_\lambda(\xi_1; \tau) \right\} \\
& * \left\{ \int_0^1 g(\xi_2, \mu; -\tau) d\mu + \mu^\mu g_\mu(\xi_2; -\tau) \right\} \\
= & c[g(\xi_1, \xi; \tau), 1] * [g(\xi_2, \xi; -\tau), 1] \quad \dots\dots\dots(4.22)
\end{aligned}$$

ここで、 $[\ , \]$ は **linear modified orthogonal operator** である。

4.2.2 非定常確率過程

ここでは、外乱はエルゴード原理に従う定常確率過程の関数と **envelope** を与える確定関数の積とし、応答は非定常過程に従うものとする。したがって出力応答には、相関関数、スペクトル密度の概念は適用できないが、外乱母集団に対して各時点ごとに定義される応答母集団の任意の二時点に関するアンサンブル平均としての相関係数を適用することができ、さらにまた **V.V. Bolotin** 氏の指摘するように定常確率過程で相関関数とスペクトル密度との関係と類似な関係を導き、相関係数を合成型として表現することができる。

弾性質点系モデル : (3.30) 式の表現の非定常解から相関係数は直接求められる。すなわち、次の如くである。

$$\{\eta\}_{\tau_1} = ([g] * \{\tilde{f}\})_{\tau_1}, \quad \{\eta\}_{\tau_2} = ([g] * \{\tilde{f}\})_{\tau_2} \dots\dots\dots (4.23)$$

$$\begin{aligned} E_s(\{\eta\}_{\tau_1} \{\eta\}_{\tau_2}^T) &= [oK(\tau_1, \tau_2)] \\ &= \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} [g(\tau_1 - \mu_1)] E_s(\{\tilde{f}(\mu_1)\} \{\tilde{f}(\mu_2)\}^T) [g(\tau_2 - \mu_2)] d\mu_1 d\mu_2 \\ &= \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} [g(\tau_1 - \mu_1)] [IK(\mu_1, \mu_2)] [g(\tau_2 - \mu_2)] d\mu_1 d\mu_2 \dots\dots\dots (4.24) \end{aligned}$$

$$\{\tilde{f}(\tau)\} = \{a(\tau)\psi(\tau)\} \dots\dots\dots (4.25)$$

ここに、 $\{a(\tau)\}$; $\tau \geq 0$ で定義された確定関数ベクトル、 $\{\psi(\tau)\}$; エルゴディクな定常確率過程に従う関数ベクトルである。ここで、初期条件は零とする。したがって、

$$[oK(\tau_1, \tau_2)] = \int_0^{\tau_1} \int_0^{\tau_2} [g(\tau_1 - \mu_1)] [a(\mu_1)]_D [Ir(\mu_1 - \mu_2)] [a(\mu_2)]_D [g(\tau_2 - \mu_2)] d\mu_1 d\mu_2 \dots\dots (4.26)$$

ただし、

$$[a(\tau)]_D = \begin{bmatrix} a^1(\tau) & [0] \\ [0] & a^n(\tau) \end{bmatrix}, \quad [Ir(\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{\psi(\mu + \tau)\} \{\psi(\mu)\}^T d\mu \dots\dots\dots (4.27)$$

これを次の如く、スペクトル密度と相関関数との類似の関係に表現し、したがって、また合成型の表現にも書ける。

$$\begin{aligned} [oK(\tau_1, \tau_2)] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [X(\omega, \tau_1)] [Is(\omega)] [X(\omega, \tau_2)]^{(*)} d\omega \\ [X(\omega, \tau_1)] &= \int_0^{\tau_1} [g(\tau_1 - \mu)] [a(\mu)]_D e^{j\omega\mu} d\mu \dots\dots\dots (4.28) \end{aligned}$$

$$[X(\omega, \tau_2)]^{(*)} = \int_0^{\tau_2} [a(\mu)]_D [g(\tau_2 - \mu)]^T e^{-j\omega\mu} d\mu \dots\dots\dots (4.29)$$

$$[Is(\omega)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \{\Psi(j\omega)\} \{\Psi(j\omega)\}^{(*)} = \int_{-\infty}^{\infty} [Ir(\tau)] e^{-j\omega\tau} d\tau$$

したがって、

$$[oK(\tau_1, \tau_2)] = [g(\tau_1 + \tau)] [a(-\tau)]_D * [Ir(\tau)] * [a(\tau)]_D [g(\tau_2 - \tau)] |_{\tau=0} \dots\dots\dots (4.30)$$

ただし、

$$[g(\tau)] = [0], \quad \{a(\tau)\} = \{0\} \quad \tau < 0$$

弾性一次元連続体と弾性質点系の複合モデル：(3.38) 式の表現の非定常解から前項と同様にして直接相関係数が次の如く求められる。

$$\begin{aligned} \eta(\xi_1; \tau_1) &= - \int_0^1 [g(\xi_1, \xi_1; \tau)] * \tilde{f}(\xi_1; \tau)]_{\tau_1} d\xi_1 - [g_i(\xi_1; \tau)] * \tilde{f}^i(\tau)]_{\tau_1} \dots\dots\dots (4.31) \\ \eta(\xi_2; \tau_2) &= - \int_0^1 [g(\xi_2, \xi_2; \tau)] * \tilde{f}(\xi_2; \tau)]_{\tau_2} d\xi_2 - [g_i(\xi_2; \tau)] * \tilde{f}^i(\tau)]_{\tau_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_s(\eta(\xi_1; \tau_1) \eta(\xi_2; \tau_2)) &= oK(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2) \\ &= \int_0^1 \int_0^{\tau_1} g(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) d\xi_1 d\mu_1 \int_0^1 \int_0^{\tau_2} g(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) E_s(\tilde{f}(\xi_1; \mu_1) \tilde{f}(\xi_2, \mu_2)) d\xi_2 d\mu_2 \\ &\quad + \int_0^{\tau_1} g\lambda(\xi_1, \tau_1 - \mu_1) d\mu_1 \int_0^1 \int_0^{\tau_2} g(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) E_s(\tilde{f}^\lambda(\mu_1) \tilde{f}(\xi_2; \mu_2)) d\xi_2 d\mu_2 \\ &\quad + \int_0^{\tau_2} g\lambda(\xi_2, \tau_2 - \mu_2) d\mu_2 \int_0^1 \int_0^{\tau_1} g(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) E_s(\tilde{f}(\xi_1; \mu_1) \tilde{f}^\lambda(\mu_2)) d\xi_1 d\mu_1 \\ &\quad + \int_0^{\tau_1} g\lambda(\xi_1; \tau_1 - \mu_1) d\mu_1 \int_0^{\tau_2} g\mu(\xi_2; \tau_2 - \mu_2) E_s(\tilde{f}^\lambda(\mu_1) \tilde{f}^\mu(\mu_2)) d\mu_2 \dots\dots (4.32) \\ &= \int_0^1 \int_0^{\tau_1} g(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) d\xi_1 d\mu_1 \int_0^1 \int_0^{\tau_2} g(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) IK(\xi_1, \xi_2; \mu_1, \mu_2) d\xi_2 d\mu_2 \\ &\quad + \int_0^{\tau_1} g\lambda(\xi_1, \tau_1 - \mu_1) d\mu_1 \int_0^1 \int_0^{\tau_2} g(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) IK^\lambda(\xi_2; \mu_2, \mu_1) d\xi_2 d\mu_2 \\ &\quad + \int_0^{\tau_2} g\lambda(\xi_2, \tau_2 - \mu_2) d\mu_2 \int_0^1 \int_0^{\tau_1} g(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) IK^\lambda(\xi_1; \mu_1, \mu_2) d\xi_1 d\mu_1 \\ &\quad + \int_0^{\tau_1} g\lambda(\xi_1; \tau_1 - \mu_1) d\mu_1 \int_0^{\tau_2} g\mu(\xi_2; \tau_2 - \mu_2) IK^{\lambda\mu}(\mu_1, \mu_2) d\mu_2 \end{aligned}$$

ここに,

$$\tilde{f}(\xi; \tau) = a(\xi, \tau)\psi(\xi, \tau), \quad f^i(\tau) = a^i(\tau)\psi^i(\tau) \quad \dots\dots\dots(4.33)$$

$a(\xi, \tau), \{a^i(\tau)\}; \tau \geq 0$ で定義された確定関数及びベクトル; $\psi(\xi, \tau), \{\psi^i(\tau)\}$; エルゴディクな定常確率過程に従う関数及びベクトルである。ここで、初期条件は零とする。

したがって、(4.32) 式は次の如く表わされる。

$$\begin{aligned} oK(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2) = & \int_0^1 \int_0^{\tau_1} \mathbf{g}(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) a(\xi_1, \mu_1) d\xi_1 d\mu_1 \\ & \int_0^1 \int_0^{\tau_2} \mathbf{g}(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) a(\xi_2, \mu_2) {}_I r(\xi_1, \xi_2; \mu_1 - \mu_2) d\xi_2 d\mu_2 \\ & + \int_0^{\tau_1} g_\lambda(\xi_1, \tau_1 - \mu_1) a_\lambda(\mu_1) d\mu_1 \int_0^1 \int_0^{\tau_2} \mathbf{g}(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \mu_2) a(\xi_2; \mu_2) {}_I r^\lambda(\xi_2; \mu_2 - \mu_1) d\xi_2 d\mu_2 \\ & + \int_0^{\tau_2} g_\lambda(\xi_2, \tau_2 - \mu_2) a_\lambda(\mu_2) d\mu_2 \int_0^1 \int_0^{\tau_1} \mathbf{g}(\xi_1, \xi_1; \tau_1 - \mu_1) a(\xi_1; \mu_1) {}_I r^\lambda(\xi_1; \mu_1 - \mu_2) d\xi_1 d\mu_1 \\ & + \int_0^{\tau_1} g_\lambda(\xi_1; \tau_1 - \mu_1) a_\lambda(\mu_1) d\mu_1 \int_0^{\tau_2} g_\mu(\xi_2; \tau_2 - \mu_2) a_\mu(\mu_2) {}_I r^{\lambda\mu}(\mu_1 - \mu_2) d\mu_2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

ただし,

$$\begin{aligned} a_i(\tau) = a^i(\tau), \quad {}_I r(\xi_1, \xi_2; \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \psi(\xi_1, \mu + \tau) \psi(\xi_2, \mu) d\mu \\ {}_I r^\lambda(\xi; \tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \psi(\xi, \mu + \tau) \psi^\lambda(\mu) d\mu \quad \dots\dots\dots(4.35) \\ {}_I r^{\lambda\mu}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \psi^\lambda(\mu + \tau) \psi^\mu(\mu) d\mu \end{aligned}$$

またこれは次のようにスペクトル密度と相関関数の関係と類似の関係に表わされ、相関係数は合成型に表現することができる。

$$\begin{aligned} oK(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^1 \int_0^1 X(\xi_1, \xi_1, \omega, \tau_1) {}_I S(\xi_1, \xi_2; \omega) X(\xi_2, \xi_2, \omega, \tau_2) d\xi_1 d\xi_2 \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^1 X_\lambda(\xi_1, \omega, \tau_1) {}_I S^\lambda(\xi_2, -\omega) \overline{X(\xi_2, \xi_2, \omega, \tau_2)} d\xi_2 \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^1 \overline{X_\lambda(\xi_2, \omega, \tau_2)} {}_I S^\lambda(\xi_1, \omega) X(\xi_1, \xi_1, \omega, \tau_1) d\xi_1 \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int X_\lambda(\xi_1, \omega, \tau_1) {}_I S^{\lambda\mu}(\omega) \overline{X_\mu(\xi_2, \omega)} \end{aligned} \quad \dots\dots(4.36)$$

ただし,

$$X(\xi, \xi, \omega, \tau) = \int_0^\tau \mathbf{g}(\xi, \xi; \tau - \mu) a(\xi, \mu) e^{j\omega\mu} d\mu \quad \dots\dots\dots(4.37)$$

$$X_\lambda(\xi, \omega, \tau) = \int_0^\tau g_\lambda(\xi, \tau - \mu) a_\lambda(\mu) e^{j\omega\mu} d\mu$$

$$\begin{aligned} {}_I S(\xi_1, \xi_2; \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \Psi_T(\xi_1; j\omega) \Psi_T(\xi_2; -j\omega) < {}_I r(\xi_1, \xi_2; \tau) \\ {}_I S^\lambda(\xi; \omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \Psi_T(\xi; j\omega) \Psi_T^\lambda(-j\omega) < {}_I r^\lambda(\xi; \tau) \quad \dots\dots\dots(4.38) \end{aligned}$$

$${}_I S^{\lambda\mu}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \Psi_T^\lambda(j\omega) \Psi_T^\mu(-j\omega) < {}_I r^{\lambda\mu}(\tau)$$

したがって,

$$\begin{aligned} oK(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2) = & \int_0^1 \mathbf{g}(\xi_1, \xi_1, \tau_1 + \tau) a(\xi_1, -\tau) d\xi_1 * \int_0^1 {}_I r(\xi_1, \xi_2; \tau) \\ & * \mathbf{g}(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \tau) a(\xi_2, \tau) d\xi_2 |_{\tau=0} \\ & + g_\lambda(\xi_1; \tau_1 + \tau) a_\lambda(-\tau) * \int_0^1 {}_I r^\lambda(\xi_2; -\tau) * g_\mu(\xi_2, \xi_2; \tau_2 - \tau) a(\xi_2; \tau) d\xi_2 |_{\tau=0} \quad \dots\dots(4.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+g_{\lambda}(\xi_2; \tau_2-\tau) a_{\lambda}(\tau) * \int_0^1 I r^{\lambda}(\xi_1; \tau) * g_{\lambda}(\xi_1, \xi_1; \tau_1+\tau) a(\xi_1; -\tau) d\xi_1|_{\tau=0} \\
 &+g_{\lambda}(\xi_1; \tau_1+\tau) a_{\lambda}(-\tau) * I r^{\lambda}(\tau) * g_{\mu}(\xi_2; \tau_2-\tau) a_{\mu}(\tau)|_{\tau=0}
 \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 g(\xi, \xi; \tau) &= 0, \quad g_i(\xi; \tau) = 0 \quad \tau < 0 \\
 a(\xi, \tau) &= 0, \quad a_i(\tau) = a^i(\tau) = 0 \quad \tau < 0
 \end{aligned} \quad (4.40)$$

以上、弾性質点系、弾性一次元連続体と弾性質点系の複合モデルの統計的応答量として、相関関数及び相関係数がそれぞれ定常、非定常過程について、単位衝撃マトリックス、単位衝撃関数を用いて合成型として統一的に表現された。ここで、これらの表現は原則として、応答として採用した動的量や座標系には無関係であり、それに相当した単位衝撃マトリックスまたは関数及び外乱を採用すればよい。無次元変位に関するものが既知ならば、無次元速度に関しては単に独立変数についての1階偏微分を採ればよい。

$$[g]_{\tau}^{(1)}, g_{\tau}^{(1)}(\xi, \xi; \tau), g_{i\tau}^{(1)}(\xi; \tau) \quad (4.41)$$

また運動座標系の無次元変位に関するものが既知ならば、質点系での相対座標に関するもの、または連続体での剪断歪または曲げ歪等に関しては、次式で得られる。

$$\begin{aligned}
 [g_j^i] - [g_j^{i-1}] - \lambda_0 [I^i]_c [g_j^i]_r, \quad [g_j^{-1}]_r &= [0], \quad [I^i]_c = \{I_i\}, \quad I_0 = I_r = 0 \\
 g_{\xi}^{(1)}(\xi, \xi; \tau), g_{i\xi}^{(1)}(\xi; \tau), g_{\xi}^{(2)}(\xi, \xi; \tau), g_{i\xi}^{(2)}(\xi; \tau)
 \end{aligned} \quad (4.42)$$

したがって(3.41)および(3.42)式を新しい単位衝撃ベクトルまたは関数として採用してよい。特に速度に関して、(4.41)式と(4.4)、(4.13)、(4.30)および(4.39)式から、

$$\begin{aligned}
 [oR_v(\tau)] &= -[oR_d(\tau)]_{\tau}^{(2)}, \quad oR_v(\xi_1, \xi_2; \tau) = -oR_{d\tau}^{(2)}(\xi_1, \xi_2; \tau) \\
 [oK_v(\tau_1, \tau_2)] &= [oK_d(\tau_1, \tau_2)]_{\tau_1\tau_2}^{(1)(1)}, \quad oK_v(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2) = oK_{d\tau_1\tau_2}^{(1)(1)}(\xi_1, \xi_2; \tau_1, \tau_2)
 \end{aligned} \quad (4.43)$$

などが得られる。

4.3 統計的耐震設計法と地震応答

ここでは弾性質点系及び弾性連続体及び弾性質点系の複合系について述べるが、いずれも線型系であり、したがってこの意味では応答解析及びその結果の利用は前節の弾塑性系より単純である。以下順次前提条件の考察から述べて行く。

構造物無次元分布及びパラメーター：前節3.1の任意の線型分枝上を対象とすればよい。質点系モデルでは、分布ベクトル及びパラメーターは次の如く考えてよい。

$$\begin{aligned}
 \text{分布ベクトル} &: \{m_{hj}\}, \{m_{rj}\}, \{l_j\}, \{d_{ij}\}, \{d_{ej}\}, \{\kappa_j\} \\
 \text{パラメーター} &: m_r, d_i, d_e
 \end{aligned} \quad (4.44)$$

すなわち導入された規準量は M, K, L, λ_0 であるが、さらに回転慣性、減数係数の規準値を導入すれば、分布ベクトルとパラメーターに分離できる。連続体と質点系の複合系では次の如くである。

$$\begin{aligned}
 \text{分布関数} &: a(\xi), r(\xi), d_i(\xi), d_e(\xi), s(\xi), p(\xi) \\
 \text{パラメーター} &: r_0, \gamma_i, \gamma_e, p_0; c_{H1}, \kappa_{H1}, \kappa_{H3}, l_G, l_H, \\
 &\quad m_H, c_{H2}, \kappa_{H2}, m_R, c_R, \kappa_R
 \end{aligned} \quad (4.45)$$

ここで規準量は、 $A_0, R_0, D_{i0}, D_{e0}, S_0, P_0, H$ である。

外乱無次元パラメーターと波形関数の統計的パターン：正規化された波形関数はそれがエルゴディクな定常確率過程に従うと見做し得るときには、相関関数 $R(\tau)$ または対応するスペクトル密度 $S(\omega)$ でその確率統計的な性質の一部が把握できる。また非定常過程で取り扱った如く、外乱を擬定常過程として、envelopeを与える確定関数とエルゴディクな定常過程に従う関数の積として与える方法は、波形関数の性格をより一般的に把握し得る。この場合も後者は相関関数またはスペクトル密度の形で与え得ることは当然である。しかしながら、一般に定常関数であつても、その確率統計的な性質は相関関数またはスペクトル密度だけでは完

ACCELEROGRAM FOR EL CENTRO, CALIFORNIA
COMPONENT N-S EARTHQUAKE OF MAY 18, 1940

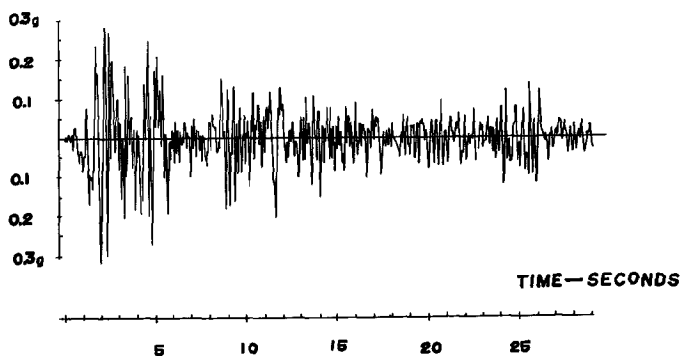


Fig. 1

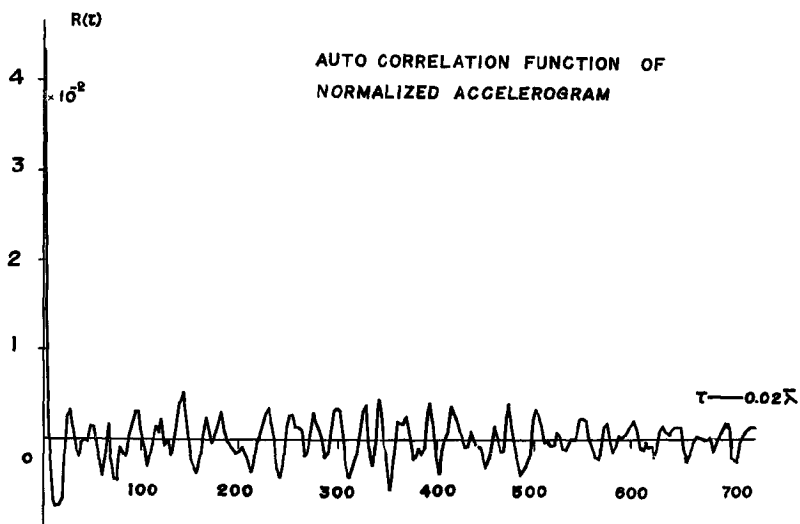


Fig. 2

AMPLITUDE PROBABILITY DENSITY
DISTRIBUTION OF NORMALIZED
ACCELEROGRAM

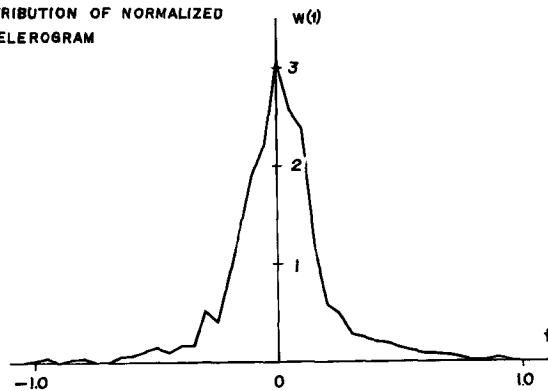


Fig. 3

全に確定せずその振巾確率密度関数を与えねばならない。エルゴディクな定常確率過程では振巾確率密度関数 $W(f)$ は振巾の時間率として定義できる。すなわち、無次元化された正規波形関数の確率統計的量は $R(\tau)$ または $S(\omega)$ および $W(f)$ で与えられる。

地動加速度波形を random な関数と見做すことの妥当性については数種の論文が発表されているが^{(20), (23) - (28)}、いずれも間接的な方法によつてゐる。ここでは、Fig. 1 に示す著名な El Centro, California, May 18, 1940 地震の南北加速度成分を最大値で除し、0~29 sec を1450箇の分割点で分けて、折線近似した後、終熄後の速度成分を零ならしめるよう修正して得られた正規波形関数を、比較的振巾一様と見做せる強震部 0~29 sec をそのままエルゴディクな定常関数として、その自個相関関数および振巾確率密度関数を K.D.C.-I によつて計算した結果を Fig. 2 および Fig. 3 に示す。

Fig. 2 に無次元量として示される正規波形関数の自個相関関数 $R(\tau)$ は明らかに原波形がランダム成分とほぼ一様な強度の周期成分から成立つことを示している。 $R(\tau)$ を次の如く近似的に表現する。

$$R(\tau) = \frac{c_1 \bar{\lambda}}{\pi} \frac{\sin \omega_1 \tau}{\tau} + \frac{c_2}{\pi} \cos \omega_2 \tau, \quad \bar{\lambda} = \tau/t \quad \dots\dots\dots (4.46)$$

これに対応して、フーリエ変換をとることによりスペクトル密度が得られる。

$$S(\omega) = c_1 \bar{\lambda} \{s(\omega + \omega_1) - s(\omega - \omega_1)\} + c_2 \bar{\lambda} \delta(|\omega| - \omega_2) \quad \dots\dots\dots (4.47)$$

s は step function, δ は delta function を示し、第1項は band limited white noise, 第2項は周期成分に対応している。これらを元の時間 t に関して表示するには、それぞれ次の如くして得られる。

$$\bar{R}(t) = R(\bar{\lambda}t), \quad \bar{S}(\Omega) = (1/\bar{\lambda})S(\Omega/\bar{\lambda}), \quad \omega = \Omega/\bar{\lambda} \quad \dots\dots\dots (4.48)$$

なお、El Centro に関しては、

$$\left. \begin{aligned} c_1 A^2 &= 485 \text{ cm}^2/\text{sec}^3 & c_2 A^2 &= 1038 \text{ cm}^2/\text{sec}^4, & A &= 0.32 g \\ \omega_1 \bar{\lambda} &= 25.5 \text{ rad/sec} = \Omega_1, & \omega_2 \bar{\lambda} &= 13.7 \text{ rad/sec} = \Omega_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.49)$$

程度である。ここに、 $c_1 \bar{\lambda}$, c_2 , ω_1 , ω_2 はそれぞれ無次元量である。一方 Fig. 3 に示される振巾確率密度関数 $W(f)$ は $|f| > 1$ と $f = 0$ の近傍を除いてほとんど正規分布と見做し得るが、 $|f|_{\max} = 1$ の存在と Fig. 2 から得られる $\bar{f}^2 = R(0) = 4.33 \times 10^{-2}$ から正規分布と仮定して得られる $W(0) = 1.92$ の点では異なつてゐる。しかしながら、大略正規分布であることは波形関数へ独立な多くの要因が複雑に影響していることを示し、自個相関関数の white noise 成分とともに波形関数の random 性を裏付けていると言える。一方、地震波自体、震源外乱による地盤の応答に他ならず、応答絶対値に上限が存在するとともに、震源の性格、媒体地盤の性状、構成などに起因する諸種の特性パラメーターが含まれると考えるのが自然である。たとえば、自個相関関数およびスペクトル密度に含まれるパラメーター、 c_1 , c_2 , Ω_1 , Ω_2 はかかる意味で解釈され得る。もつとも通常の記録においては、計測位置の問題があり、これらに構造物系の動的性状が含まれていると推定されるが、原則として、これらのパラメーターは特定の地点での地震規模と地盤性状に対応して一意的に定め得るものと考えられる。特に band limited white noise の角振動数上限 Ω_1 、およびそのレベル c_1 はそれぞれ地盤の特性と地震規模によつて第1義的に規定される量と考えられる。すなわち、

$$R(\tau) = \frac{c_1 \bar{\lambda}}{\pi} \frac{\sin \omega_1 \tau}{\tau} > S(\omega) = c_1 \bar{\lambda} \{s(\omega + \omega_1) - s(\omega - \omega_1)\} \quad \dots\dots\dots (4.50)$$

を地震加速度波波形関数の統計的パターンとし、その振巾確率密度関数と振巾平均値は次の如く考える。

$$W(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R(0)}} e^{-\frac{f^2}{2R(0)}}, \quad \bar{f} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.51)$$

耐震安全性の尺度と終局値：弾性限内においては安全性を規定する最も重要な要素は変位または対応する応力である。応答解析の便宜上無次元量として規定されるのが望ましい。

弾性質点系モデル：弾性限または弾性破断変位あるいは応力との比として変位率または応力率で表わす。両者は線型性の故に同等である。たとえば変位率は、構造物系各部の弾性限変位または弾性破断変位 $\{d_j\}$ としてその規準量 $\bar{d}$ に対して、 $L=\bar{d}$ とすれば、最大変位率は、

$$\zeta_j = \eta_j - \eta_{j-1} - \lambda_0 f_j \beta, \quad \zeta_r = \lambda_0 \beta, \quad \lambda_0 = \bar{d}/L_0 \quad \dots\dots\dots(4.52)$$

$$\gamma_j = |\zeta_j|_{\max} \bar{d}/d_j, \quad \gamma_r = |\zeta_r|_{\max} \lambda_0/d_r = |\zeta_r|_{\max} \bar{d}/L_0 d_r \quad \dots\dots\dots(4.53)$$

で定義される。当然その終局値は 1 である。

$$\gamma_{jult.} = \gamma_{rult.} = 1 \quad \dots\dots\dots(4.54)$$

弾性連続体と弾性質点系の複合モデル：質点系におけると同様弾性連続体部分にも弾性限または弾性破断歪分布 $U(\xi)$ を導入してその基準量 U_0 と分布関数 $u(\xi)$ を定め、これに対する比を採用することによって、歪率を耐震安全性の尺度とし、その終局値を 1 に採用することができるが歪自身無次元量であり、これを尺度として、終局値を $U(\xi) = U_0 u(\xi)$ で規定しても同等である。すなわち応答解析を行なうべき尺度の最大値と対応する終局値は次の如くである。

$$\gamma(\xi) = |s(\xi)|_{\max.}/(U_0 u(\xi)), \quad \gamma(\xi) = |s(\xi)|_{\max.} \quad \dots\dots\dots(4.55)$$

$$\gamma_{ult.}(\xi) = 1, \quad \gamma_{ult.}(\xi) = U_0 u(\xi) \quad \dots\dots\dots(4.56)$$

ここに、 $s(\xi)$ は ξ の歪応答を示す。弾性質点系部分については当然 (4.53) および (4.54) 式を適用する。変位率または応力率は弾塑性系における弾塑性率に対応するもので瞬間における状態のみで結局値を規定するものであるが、弾塑性系における履歴消費エネルギー率における如く地震時における動的状態全般にわたつて時間を考慮に入れた耐震安全性の尺度が存在する。弾性系においては、粘性減衰による消費エネルギー率は、それが構造主体に直接関係する量でなく、また量も微小であるから、それは直接耐震安全性の尺度とはなり得ず、むしろ、変位または応力のある限度以上での交番回数が問題となる。すなわち、与えられた変位率、応力率、歪率等の量に応じて、これを越え得る回数の上限 m が規定される。このことは、Fig. 1 に示した El Centro の如き比較的強度が一樣で、かつ継続時間の長いパターンで減衰の少ない弾性系を対象とするときには、地動終熄時まで、最大応答値に近い応答が十回の order で出現し高応力状態での疲労現象が問題となる事実⁴²⁾によるが、特に確率統計的応答計算においては、応答最大値の推定よりもむしろある限度を越える回数の確率統計的推定の方がより厳密に可能となる³⁷⁾ことにもよる。かかる意味で、変位率、歪などに対応する回数との組み合わせからなる複合尺度と、その終局値が与えられることを前提とする。

$$m = m(\gamma), \quad m_{ult.} = m_{ult.}(\gamma) \quad \dots\dots\dots(4.57)$$

しかしながら、この尺度も最大応答値を直接抑えるものではないから勿論両者を並列的に採用するのが妥当である。最大応答値の推定は定常過程²⁶⁾でも非定常過程²⁴⁾についても行なわれ、それらの結果を、実際の強震記録のアンサンブル的な平均最大応答値を対象としてその妥当性が示されている。ここで、さらに同一程度の地震動の母集団に対して平均最大応答値の分散が問題となるが、white noise を用いた G.N. Bycroft 氏の実験的研究によれば、平均最大応答値の数倍に達する最大応答値も予期されることになる。したがってかかる意味ではたとえ平均最大応答値が推定されても最大応答値に関しては決定的でないと思われる。真の最大応答値を推定するには、真の出力すなわち応答の振巾確率密度関数が知られねばならないが、Fig. 3 に示した如き有限域の入力振巾確率密度関数に対して厳密に導くことは困難である。したがって、入力に関して近似的に正規分布と仮定すれば、線型性から出力の確率密度関数もまた正規分布となる。入力が時系列として大略正規分布と見做せることは Fig. 3 で述べたが、エルゴード原理の仮定から、時系列母集団に関するアンサンブル的な意味でもまた正規分布と考えるのである。実際真のものは有限性と $f=0$ 近傍の不一致から異なるものではあるが、 $f_{\max.}/\sqrt{f_2} \approx 5$ で、これに正規分布を適用しても $f > f_{\max.}$ の確率はは

とんど無視できる。出力についても同様なことが言えると考えられ、したがって、正規分布を適用してもかかる性質を考慮した上で使用すれば有限性を満足せぬことがあまり問題とならないであろう。

本節では統計的耐震設計法として原則として定常確率過程で A.C. Eringen 氏によつて唱えられた方法を妥当とし、これを定常過程、非定常過程、弾性質点系モデル、弾性連続体と弾性質点系の複合モデルにわたつて一般的に述べる。まず入、出力の振巾確率密度関数は正規分布であると仮定する。また耐震安全性の尺度としては、質点系、連続体にそれぞれ変位率および歪を採用して、それぞれそれらの終局値は既知であるとする。なお一般にこれらの耐震安全性の尺度の終局値から、その平均値と分散等を考慮して応答安全率を導入して、許容値が定義される。

$$\gamma_{\text{allow.}} = (1/A_r) \bar{\gamma}_{\text{ult.}} \quad \dots\dots\dots (4\cdot58)$$

$$m_{\text{allow.}} = (1/A_r') \bar{m}_{\text{ult.}}(\gamma_{\text{allow.}}) \quad \dots\dots\dots (4\cdot59)$$

しかし、次の二つの規定を設定する。すなわち、対象とする外乱パターンに対応して、ここで原則としては荷重安全率 A_L が考慮されるが、

1. 応答が $\gamma_{\text{allow.}}$ の内部にある確率が $p\%$ 以上であること、
 2. 地震外乱中およびその後、一回の地震で $\gamma_{\text{allow.}}$ を超過する期待回数は $m_{\text{allow.}}$ 以下であること、
- を統計的耐震設計法の規準として定める。ここで p および m を与えることは、安全率および振巾確率密度関数に関連して今後の研究にまたねばならないが、たとえば、 $p=95\%$ 以上、 $m_{\text{allow.}}=1.0$ 以下の如く規定することができる。

応答解析はその線型性の故に任意の外乱スケール α に対して行なつて一般性を喪失しない。統計的耐震設計法とは、応答解析に直接基づいて、既知なる設計量の分布およびパラメーターに対して、主として剛性分布およびその規準量を、最も経済的に 1, 2 を満足するように妥当に選定することである。

4.3.1 応答が $\gamma_{\text{allow.}}$ の内部にある確率を $p\%$ 以上とすること

各種の平均値、振巾確率密度関数等は 4.2 の応答計算から直ちに得られる。ここで、耐震安全性の尺度 γ に η を採ればよい。便宜上、 $\gamma_{\text{allow.}} = \eta_{\text{allow.}}$, $\gamma_{\text{ult.}} = \eta_{\text{ult.}}$ として取り扱う。

定常確率過程：ここでは独立変数が除かれる点単純になる。

弾性質点系：

$$\begin{aligned} \dot{E}_T((\eta^i)^2) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_i^i(\omega) d\omega = {}_oR_i^i(0) \geq {}_oR_i^i(\tau) \\ E_T(\eta^i \eta^j) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_j^i(\omega) d\omega = {}_oR_j^i(0) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4\cdot60)$$

全質点が n -dimensional normal distribution に従うとすれば次式を得る。

$$w(\{\eta\}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n D_n}} e^{-\frac{1}{2D_n} \{\eta\}^T [{}_oR(0)]^{-1} \{\eta\}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |{}_oR(0)|}} e^{-\frac{1}{2} \{\eta\}^T [{}_oR(0)]^{-1} \{\eta\}} \quad \dots\dots (4\cdot61)$$

ここに、

$$D_n = |{}_oR(0)|, \quad [R(0)] = [R(0)]^T$$

したがつて、

$$p\left(\bigcap_{i=1}^n |\eta^i| \leq \eta_{\text{allow.}}^i\right) = \int_{-\eta_{\text{allow.}}^1}^{\eta_{\text{allow.}}^1} \dots \int_{-\eta_{\text{allow.}}^n}^{\eta_{\text{allow.}}^n} w(\{\eta\}) d\eta^1 \dots d\eta^n \geq p \quad \dots\dots\dots (4\cdot62)$$

を得る。

もし各質点ごとに個有に p^i が与えられ、またその質点に関する応答が正規分布に従うとすれば、

$$w(\eta^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi oR_i^i(0)}} e^{-\frac{\eta^i{}^2}{2oR_i^i(0)}} \dots\dots\dots(4.63)$$

を得る。 $p^i > p$ が各部につき与えられれば、 p^i に応じて一意的に $s(p^i)$ が定まり、これから二乗平均の平方根の上限が与えられる。また外乱スケールは通常任意の $\bar{\alpha}$ として計算されるが、その結果から直ちに抑えるべき相対的外乱強度が得られる。すなわち、

$$\frac{\eta^i_{\text{allow.}}}{\sqrt{oR_i^i(0)}} \geq s(p^i), \quad \bar{\alpha}^i \leq \frac{\eta^i_{\text{allow.}}}{s(p^i)} \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{oR_i^i(0)}} \quad \bar{\alpha} = \min_i \bar{\alpha}^i \quad \dots\dots\dots(4.64)$$

ここで、 i に応じて定まる $\bar{\alpha}^i$ は一様化することは可及的望ましい。

弾性連続体と弾性質点系の複合モデル：

$$E_T(\eta(\xi, \tau)^2) = E_T(\eta(\xi)^2) = oR(\xi, \xi; 0) \geq oR(\xi, \xi, \tau) \dots\dots\dots(4.65)$$

もし各部で独立に $p(\xi)$ が与えられるならば、次の如くして相対的外乱強度が規定される。

$$\begin{aligned} w(\eta(\xi)) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi oR(\xi, \xi; 0)}} e^{-\frac{\eta(\xi)^2}{2oR(\xi, \xi; 0)}} \\ oR(\xi, \xi; 0) &\leq \frac{\eta(\xi)_{\text{allow.}}}{s(p(\xi))}, \quad \bar{\alpha}(\xi) \leq \frac{\eta(\xi)_{\text{allow.}}}{s(p(\xi))} \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{oR(\xi, \xi; 0)}} \quad \dots\dots\dots(4.66) \\ \bar{\alpha} &= \min_{\xi} \bar{\alpha}(\xi) \end{aligned}$$

非定常過率過程：確率的量に常に独立変数が導入されるので、その最大値の生ずる時間を知らねばならぬ点複雑となるが原理的には同様に扱える。

弾性質点系：

$$\begin{aligned} E_s((\eta^i(\tau))^2) &= oK_i^i(\tau, \tau) \\ w(\eta^i(\tau)) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi oK_i^i(\tau, \tau)}} e^{-\frac{\eta^i(\tau)^2}{2oK_i^i(\tau, \tau)}} \quad \dots\dots\dots(4.67) \end{aligned}$$

いま最大の二乗平均値を与える無次元時間を

$$\max_{\tau} oK_i^i(\tau, \tau) \quad \text{at} \quad \bar{\tau}_i \quad \dots\dots\dots(4.68)$$

とするならば、それぞれ次式が得られる。

$$\sqrt{oK_i^i(\bar{\tau}_i, \bar{\tau}_i)} \leq \frac{\eta^i_{\text{allow.}}}{s(p^i)}, \quad \bar{\alpha}^i \leq \frac{\eta^i_{\text{allow.}}}{\sqrt{oK_i^i(\bar{\tau}_i, \bar{\tau}_i)} s(p^i)}, \quad \bar{\alpha} = \min_i \bar{\alpha}^i \quad \dots\dots\dots(4.69)$$

弾性連続体と弾性質点系の複合モデル：

$$\begin{aligned} E_s(\eta(\xi, \tau)^2) &= oK(\xi, \xi; \tau, \tau) \\ w(\eta(\xi, \tau)) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi oK(\xi, \xi; \tau, \tau)}} e^{-\frac{\eta(\xi, \tau)^2}{2oK(\xi, \xi; \tau, \tau)}} \end{aligned}$$

同様に、

$$\max_{\tau} oK(\xi, \xi; \tau, \tau) \quad \text{at} \quad \bar{\tau}(\xi) \quad \dots\dots\dots(4.70)$$

とすれば、

$$\sqrt{oK(\xi, \xi; \bar{\tau}(\xi), \bar{\tau}(\xi))} \leq \frac{\eta(\xi)_{\text{allow.}}}{s(p(\xi))} \quad \dots\dots\dots(4.71)$$

$$\bar{\alpha}(\xi) \leq \frac{\eta(\xi)_{\text{allow.}}}{\sqrt{oK(\xi, \xi; \bar{\tau}(\xi), \bar{\tau}(\xi))} s(p(\xi))}, \quad \bar{\alpha} = \min_{\xi} \bar{\alpha}(\xi) \quad \dots\dots\dots(4.72)$$

ここで $\bar{\alpha}^i, \bar{\alpha}(\xi)$ を一様化することは、モデルの動力学特性分布によつて設計され、このことは構造設計法として研究されねばならない。このためには、種々の分布関数の組合わせについて多くの応答解析を行う必要がある。

次に規準量、 $\bar{K}$ または S_0 の決定に関して述べる。外乱は (4.50) 式の band limited white noise で与えられるとする。すなわち、外乱パターンは元の次元で Ω_1 と S とで規定される。

$$\omega_1 = \Omega_1 / \lambda, \quad c_1 A^2 = S \quad \dots\dots\dots (4.73)$$

ここで、地盤と構造物に応じてあらかじめ仮定できる無次元量、

$$\omega_1 / \omega = \Omega_1 / \Omega = T_1 / T = q \quad \dots\dots\dots (4.74)$$

を導入して、

$$\omega_1 = q_1 \omega \quad \dots\dots\dots (4.75)$$

で円振動数の上限が与えられる。(4.50) 式に外乱強度パラメーターを加えて、

$${}_I R(\tau) = \frac{\alpha^2 c_1 \bar{\lambda}}{\pi} \frac{\sin q_1 \omega \tau}{\tau} \quad \dots\dots\dots (4.76)$$

と表わされるが、いま任意の $\bar{\alpha}$ を選んで、

$${}_I R(\tau) = \frac{\bar{\alpha}^2}{\pi} \frac{\sin q_1 \omega \tau}{\tau} \quad \dots\dots\dots (4.77)$$

で統計的応答計算がなされるならば、これから得られる $\bar{\alpha}$ から、(4.76) 式の実際に採用すべき α は次式によつて定まる。

$$\alpha = \bar{\alpha} / (c_1 \bar{\lambda})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (4.78)$$

すなわち、質点系、連続体の場合たとえば非定常過を対象としてそれぞれ次の如く書ける。

質点系 : $\alpha = \bar{M} A_Y / \bar{K} \bar{\Delta}$, したがつて、(4.78) 式は

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \bar{M} S^2 / (\bar{\alpha} \bar{\Delta})^{4/3} \\ \bar{\alpha} \bar{\Delta} &= \frac{\eta^i \text{allow.}}{\sqrt{{}_0 K_f^i(\pi i \pi^i)} s(\bar{p}^i)} \frac{\bar{\alpha}}{s(\bar{p}^i)} \quad \dots\dots\dots (4.79) \\ \bar{\alpha} &= \min_i \bar{\alpha}^i \end{aligned}$$

連続体 : $\alpha = \rho A_0 H A_Y / S_0$

$$\begin{aligned} S_0 &= \bar{M} S^2 / (\bar{\alpha}^{4/3} \cdot H^{1/3}) \quad \text{ただし、} \bar{M} = \rho A_0 H \\ \bar{\alpha}(\xi) &= \frac{\eta(\xi) \text{allow.}}{\sqrt{{}_0 K_f^i(\xi, \xi, \pi(\xi), \pi(\xi))}} \cdot \frac{\bar{\alpha}}{s(\bar{p}(\xi))} \quad \dots\dots\dots (4.80) \\ \bar{\alpha} &= \min_{\xi} \bar{\alpha}(\xi) \end{aligned}$$

すなわち、(4.44) および (4.45) 式で慣性、減衰、軸方向力分布および無次元パラメーターとその規準量が与えられるとき、耐震安全性の尺度を相対変位率または、歪にとつてその動的応答が与えられた許容値内に各部ごと与えられた確率 $p\%$ 以内に収める方針で剛性分布およびその規準量を設計した。ここで、耐震安全性を構造物系各部で一様ならしめること、すなわち $\bar{\alpha}^i, \bar{\alpha}(\xi)$ を一様化ならしめることは剛性分布の妥当な選定に主として帰し、一般には構造計画の問題に属する。構造物の固有周期は無次元パラメーター q に属し、地震外乱と構造物系の周期特性の差異が応答値に影響することを示し、必ずしも剛性の増大が有利ではないこともあり、最終的に確定する q が最初に仮定した値と大差ないことを検討する必要がある。この設計方針は弾性限変位または歪をあらかじめ与えて動的に剛性分布と剛性規準量を定めるのであるが、逆に剛性分布および規準量を与えて動的応答計算をなす、全く逆の手順で、たとえば (4.71) 式に対応して

$$\eta(\xi) \text{allow.} = s(\bar{p}(\xi)) \sqrt{{}_0 K_f(\xi, \xi; \pi(\xi), \pi(\xi))} \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \quad \dots\dots\dots (4.81)$$

によつて、許容変位を求め、これとあらかじめ与えた剛性を有する如く構造物系を設計することができる。いずれも変位設計法であり、与えられた弾性限変位と剛性に対して構造物を設計することになる。一方変位と剛性から線型性によつて一意的に応力が規定され、したがつて原則として、変位、剛性、応力の任意の二組に換算可能であり、したがつて、たとえば後者の変位設計方式に対応して、次の如き応力設計方式が可能である。すなわち与えられた剛性から動的応答を求め、各部の応力または震度分布および許容応力度を次の如く与えて断面の強度計算を行なえばよい。

$$\begin{aligned} \text{質点系: } Q^i &= \bar{K} \kappa_i s(p^i) \sqrt{oK_i^*} \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \\ k^i &= \frac{\bar{K}}{M m_i} \{ \kappa_i s(p^i) \sqrt{oK_i^*} - \kappa_{i+1} s(p^{i+1}) \sqrt{oK_{i+1}^*} \} \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.82)$$

$$\begin{aligned} \text{連続体: } Q(\xi) &= S_0 s(\xi) s(p(\xi)) \sqrt{oK(\xi)} \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \\ k(\xi) &= \frac{-S_0}{\rho A_0 a(\xi)} \frac{d}{d\xi} \{ s(\xi) s(p(\xi)) \sqrt{oK(\xi)} \} \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.83)$$

$$\sigma_{\text{allow.}} = \frac{1}{A_r} \sigma_{\text{ult.}} \quad \dots\dots\dots (4.84)$$

ここで、 oK_i^* 、 $oK(\xi)$ は相対変位および剪断歪の最大二乗平均値の略記号である。いずれにしてもこの設計方式では、変位、剛性、応力の中の二つを独立に与えて設計することになるが、一般に構造物系の材料および構造計式が唯一に確定すれば、弾性限変位、弾性限応力、剛性の中独立なものは一個しかない。この場合は、

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{A}(K), & \eta(\xi)_{\text{ult.}} &= \eta_{\text{ult.}} \delta(\xi) \\ & & \eta_{\text{ult.}} &= \eta_{\text{ult.}}(S_0) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.85)$$

の関係を前提することでこのときは (4.79) および (4.80) 式は一意的に $\bar{K}$ 、 S_0 と対応する $\bar{A}$ 、 $\eta_{\text{ult.}}$ を定める。もつとも前節において述べた如く複合構造物または耐震部材の活用により、剛性と弾性限変位または弾性限応力にはある程度の自由度を与えることが可能ではあるが、弾性構造物系を対象とする限りこの範囲は大きいものとは考え難く、また一方終局値分布を正確に与えることはできないことを考えれば、次の如き方式をとるのが妥当と思われる。

1. 統計的応答解析による動的設計

a) 許容変位分布を与えて動的に剛性分布と規準値を求め、剛性と許容変位分布またはこれから得られる応力分布を設計量とする。

b) 剛性分布を仮定し、動的に許容変位分布を求め、剛性と許容変位分布または動的に得られた応力分布を設計量とする。

ここでは、構造物系として有すべき、剛性、弾性限変位または強度を大局的に動的に定める過程であるが、複雑な構造物にかような特性を与えるには現行の計算法が適用できる。

2. 剛性と許容変位または応力を与えた部材設計

a) 変位設計法、許容変位分布を与えて、応力計算と断面強度設計を行ない、剛性を check する。ここではまず主架構を対象に設計を行ない剛性の整調は耐震部材で行なえばよい。

b) 応力設計法、応力分布を与えて断面強度設計を行ない、剛性を check する。

4.3.2 地震応答が、応答許容値を越える期待回数を m 以下にすること

ここでは非定常過程を対象として述べる。応答および応答速度 η 、 $(d/d\tau)\eta = \dot{\eta}$ が two dimensional normal distribution に従うものとし、その確率密度関数を $w(\eta, \dot{\eta}; \tau)$ とすれば、応答が η を正の勾配で τ 時間に越える期待回数は S.O. Rice³⁷⁾ 氏によつて次の如く与えられている。

$$\int_0^\tau d\tau \int_0^\infty \dot{\eta} w(\eta, \dot{\eta}; \tau) d\dot{\eta} \quad \dots\dots\dots (4.86)$$

$\omega(\eta, \dot{\eta}; \tau)$ は 4.2.2 の結果を用い次の如く書ける。

$$w(\eta, \dot{\eta}; \tau) = \frac{1}{2\pi\sqrt{oK_oK_v(1-\rho^2)}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{\eta^2}{oK} - 2\rho\frac{\eta\dot{\eta}}{\sqrt{oK_oK_v}} + \frac{\dot{\eta}^2}{oK_v}\right]} \quad \dots\dots\dots (4.87)$$

$$\rho^2 = \frac{oK\eta_oK\dot{\eta}}{oK_oK_v} \geq 0$$

ここに、

$$oK = oK_1^{(1)}(\tau, \tau) \quad \text{または} \quad oK(\xi, \xi; \tau, \tau)$$

$$oK_v = oK_{i_1\tau_1\tau_2}^{(1)(1)}(\tau_1, \tau_2) |_{\tau_1=\tau_2=\tau} \quad \text{または} \quad oK_{\tau_1\tau_2}^{(1)(1)}(\xi, \xi; \tau_1, \tau_2) |_{\tau_1=\tau_2=\tau}$$

$$oK\eta\dot{\eta} = oK\dot{\eta}_oK\eta = oK_{i_1\tau_1}^{(1)}(\tau_1, \tau_2) |_{\tau_1=\tau_2=\tau} \quad \text{または} \quad oK_{\tau_1}^{(1)}(\xi, \xi; \tau_1, \tau_2) |_{\tau_1=\tau_2=\tau}$$

したがって、 τ 時間に許容量 $\eta_{\text{allow.}}$ を越える期待回数は (4.86) および (4.87) 式から次のように計算される。

$$N(\tau; \eta_{\text{allow.}}) = 2 \int_0^\tau d\tau \int_0^\infty \dot{\eta} \omega(\eta_{\text{allow.}}, \dot{\eta}; \tau) d\dot{\eta}$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^\tau d\tau \sqrt{\frac{oK_v}{oK}} e^{-\frac{\eta_{\text{allow.}}^2}{2oK}} \left[\sqrt{1-\rho^2} e^{-\frac{\rho^2\eta_{\text{allow.}}^2}{2(1-\rho^2)oK}} + \rho\eta_{\text{allow.}} \sqrt{\frac{\pi}{2oK}} \left\{ 1 + \text{erf}\left(\frac{\rho\eta_{\text{allow.}}}{\sqrt{2oK(1-\rho^2)}}\right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (4.88)$$

かくして、

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} N(\tau; \eta_{\text{allow.}}) \leq m \quad \dots\dots\dots (4.89)$$

を満足せしめるようにすればよい。無減衰系では (4.89) 式は収束しないこともあると考えられる。継続時間 τ_d の充分長いパターンに対しては

$$N(\tau_d; \eta_{\text{allow.}}) \leq m \quad \dots\dots\dots (4.90)$$

を採用してもよいと考えられる。

構造物系の各部分に関して $\eta_{\text{allow.}}$, $\eta(\xi)_{\text{allow.}}$ につき、それぞれの m^i または $m(\xi)$ を与えてすべてが一樣に満足されるように動的特性、特に剛性分布および規準量を設計する。これを行なうには次のような手順をとる。まず (4.89) および (4.90) 式の値を与えられた設計既知量と外乱パラメーターにつき、任意の外乱スケール $\bar{\alpha}$ と η に関して数値計算し、逆関数として m に対する η を定める。

$$\eta = \eta(m) \leftarrow N(\tau, \eta) = m \quad \dots\dots\dots (4.91)$$

しからば 4.3.1 と同様にして次の如き動的設計法が可能となる。第 1 に弾性限変位を与えて剛性を定めるには、

$$\text{質点系；} \quad \bar{K} = \bar{M} S^{2/3} / \bar{\alpha}^{4/3}$$

$$\bar{\alpha}^i = \frac{\bar{\alpha} \eta_{\text{allow.}}^i}{\eta(m^i)}, \quad \bar{\alpha} = \min_i \bar{\alpha}^i \quad \dots\dots\dots (4.92)$$

$$\text{連続体；} \quad S_0 = \bar{M} S^{2/3} / \bar{\alpha}^{4/3} \cdot H^{1/3}, \quad \bar{M} = \rho A_0 H$$

$$\bar{\alpha}(\xi) = \frac{\bar{\alpha} \eta(\xi)_{\text{allow.}}}{\eta(m(\xi))}, \quad \bar{\alpha} = \min_\xi \bar{\alpha}(\xi) \quad \dots\dots\dots (4.93)$$

によつて与えられる。 $\bar{\alpha}^i$, $\bar{\alpha}(\xi)$ は可及的一樣になる方が望ましい。またこの場合 (4.50) 式を適用すれば q の check が必要となる。第 2 の方法は剛性分布、規準量共与え弾性許容変位を与える方式でこのときはそ

れぞれ次式で得られる。

$$\text{質点系: } \eta^i_{\text{allow.}} = \bar{M}^{3/4} S^{1/2} \eta(m^i) \alpha^{-1} K^{-3/4} \dots\dots\dots (4.94)$$

$$\text{連続体: } \eta(\xi)_{\text{allow.}} = \bar{M}^{3/4} S^{1/2} \eta(m(\xi)) \alpha^{-1} S_0^{3/4} H^{-1/4} \dots\dots\dots (4.95)$$

このときはパラメーター q の検討を要しない。以下の設計法に関しては両者とも 4. 3. 1 と全く同様に扱える。

5. む す び

以上地震応答解析に基づく動的耐震設計法に関して総括的に基礎的な諸問題を記述し、原理的に動的耐震設計法の可能性を論じたものである。動的耐震設計法には、構造物の材料、構造形式、機能、地震の規模、発生頻度に応じてそれぞれ適用さるべき弾塑性設計法、弾性設計法、制震設計法等があり、それに対応して弾塑性解析法、弾性解析法、統計的解析法が妥当に選ばれねばならない。動的応答計算および設計法には共通して三つの重要な前提条件がある。すなわち地震波パターンの想定、構造物系モデルの設定、耐震安全性の尺度とその終局値の設定である。いずれの問題も明確になるにはまだ多くの研究を必要とし簡単には扱いきれない問題である。地震波パターンに関しては実測資料の整備と統一的な解析の必要性は言をまたないが、強震記録の早急な具備はほとんど期待できない現在、既存資料の考察と広範な理論的考察に基づく検討が必要である。構造物系モデルの設定に関しても、上部建築構造物の複雑性と、下部地盤の関与の多岐性を明解に抽象してモデルに具体性を与えるとともに、いかなる動的特性が有利であるかを制震的に考察する必要がある。構造物系の耐震安全性の尺度についてもまだ不明なことが多く、就中弾塑性構造物の動的破壊の機構は未だ明確ではない。各種構造材料、構造形式の構造物についてその動的破壊機構の解明が計られねばならないとともに動的応答解析に適した安全性の尺度とその終局値が早急に具体化しなければならない。またこれらの三つの想定は互に独立であり得ないことは明らかであるが、地震波のパターンに関しても構造物系モデルと関連して、境界層を仲介としたエネルギーの複雑な移動の問題や構造物のスケール効果をいかに具体的に採り入れるかは重要な問題である。また耐震安全性の尺度の問題に関しても地震波パターンや構造物系モデルに関連して唯一に規定し得るものでないことは明白であるが、その詳細な議論が可能になるには多くの研究を要するのである。かくの如く幾多の問題を未解決のままに、あえて地震応答と動的設計法を考察するのも、それが逆に問題点を明確にすると考えたからにはほかならない。

参 考 文 献

- 1) M.A. Biot : Analytical and Experimental Methods in Engineering Seismology, Proc. of A.S.C.E., Vol. 108, 1943, pp. 365-408.
- 2) G.W. Housner, R.R. Martel and J.L. Alford : Spectrum Analysis of Strong Motion Earthquakes, Bull. of S.S.A., Vol. 43, 1953.
- 3) D.E. Hudson : Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology, Proc. of the 1st W.C.E.E., 1956, pp. 4-1-12.
- 4) G.V. Berg and S.S. Thomaidis : Energy Consumption by Structures in Strong-Motion Earthquakes, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 681-697.
- 5) A.S. Veletsos and N.M. Newmark : Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 895-912.
- 6) J. Penzien : Elasto-Plastic Response of Idealized Multi-story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 739-760.
- 7) 棚橋 諒 : 材料の靱性による構造物の耐震的終極強度の高められに関して, 建築学研究, 第72号, 昭 9.7, pp. 1-8.

- 8) 棚橋諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，昭10.5，pp. 578-587.
- 9) R. Tanabashi : On the Resistance of Structures to Earthquake Shocks, Mem. of the College of Engrg Kyoto Univ., Vol. IX, No. 4, 1937, pp. 191-205.
- 10) R. Tanabashi : On Non-linear Vibrations of Structures, Proc. of the 1st W.C.E.E., 1956, pp. 6-1-16.
- 11) R. Tanabashi : Nonlinear Transient Vibration of Structures, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1223-1238.
- 12) 小堀鐸二：建築架構の非線型振動と耐震性の問題，京大防災研究所創立5周年記念論文集，昭31.11，pp. 116-124.
- 13) T. Kobori and R. Minai : Study on Unstationary Vibration of Building Structure with Plastic Deformation of Sub-structure, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1084~1104.
- 14) H. Goto and K. Kaneta : Analysis with an Application to Aseismic Design of Bridge Piers, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1449-1465.
- 15) 棚橋諒，小堀鐸二，金多潔，南井良一郎，井上豊，竹内吉弘，田川健吾：振りを伴う構造物の耐震解析（アナログ・コンピューターによる非線型過渡振動解析3, 4, 5），日本建築学会論文報告集，第69号，昭36.10，pp. 485-496.
- 16) 小堀鐸二，南井良一郎：制震系の解析（制震構造に関する研究1, 2），日本建築学会論文報告集，第66号，昭35.10，pp. 257-264.
- 17) G.W. Housner : Behavior of Structures During Earthquakes, Proc. of the A.S.C.E., Vol. 4, Oct. 1959, pp. 109-129.
- 18) G.W. Housner : Limit Design of Structures to Resist Earthquakes, Proc. of the 1st W.C.E.E., 1956, pp. 5-1-13.
- 19) 小堀鐸二：地震による構造物の非線型振動について（その3，制御およびフィルターと作用地震波のパターンの想定法），日本建築学会論文報告集，第54号，昭31.9，pp. 401-404.
- 20) 小堀鐸二：耐震解析の一方法，日本建築学会近畿支部研究報告，昭31.11，pp. 1-8.
- 21) M.P. White : The Meaning of Spectra of Earthquake Records obtained in or near Structure, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1523-1528.
- 22) R. Tanabashi, T. Kobori and K. Kaneta : Vibration Problems of Skyscraper, Destructive Elements of Seismic Waves for Structures, Bull. of D.P.R.I. of Kyoto Univ., No. 7, March 1954, pp. 1-24.
- 23) G.W. Housner : Characteristics of Strong-Motion Earthquakes, Bull. of S.S.A., Vol. 37, 1947, pp. 19-31.
- 24) L.E. Goodman, E. Rosenblueth and N.M. Newmark : Aseismic Design of Elastic Structures Founded on Firm Ground, Proc. of A.S.C.E., Vol. 117, 1952, No. 349, pp. 1-27. pp.281-284.
- 25) W.T. Thomson : Spectral Aspect of Earthquakes, 日本建築学会論文報告集，第61号，昭34.2，pp. 151-156.
- 26) G.N. Bycroft : White Noise Representation of Earthquake, Proc. of A.S.C.E., EM2, April, 1960, pp. 1-16.
- 27) 金井清：地盤の震動特性に関する半実験式，日本建築学会論文報告集，第57号，昭32.7，pp.281-284.
- 28) 田治見宏：耐震理論に関する基礎的研究，東京大学生産技術研究所報告，第8巻，第4号，昭34.3，pp. 173-189.
- 29) 小堀鐸二，南井良一郎：制震系の解析—弾塑性多質点系モデル—（制震構造に関する研究3, 4），日

- 本建築学会論文報告集, 第69号, pp. 405-412.
- 30) 小堀鐸二, 南井良一郎: 構造物の非線型捩れ振動再論(その1, その2), 日本建築学会近畿支部研究報告, 昭32.10, pp. 1-18.
 - 31) 小堀鐸二, 南井良一郎: 地震による構造物の非線型振動について(その1), 日本建築学会論文集, 第51号, 昭30.9, pp. 61-69.
 - 32) 小堀鐸二, 金多潔: 不整形平面を有する建築物の非線型挙動について, 日本建築学会研究報告, 第33号, 昭30.10, pp. 209-210.
 - 33) T. Kobori and R. Minai: On Some Boundary Value Problems of Vibrating Elastic Body in One Dimension, Proc. of the 10th J.N.C.A.M., 1960, pp. 319-324.
 - 34) G.N. Bycroft: Yield Displacements in Multistory Aseismic Design, Bull. of S.S.A., Vol. 50, No. 3, July 1960, pp. 441-453.
 - 35) 小堀鐸二, 金多潔, 南井良一郎, 水畑耕治: 構造物の耐震解析とアナログ・コンピューター(アナログ・コンピューターによる非線型過渡振動解析1), 日本建築学会論文報告集, 第63号, 昭34.10, pp. 297-300.
 - 36) 小堀鐸二, 南井良一郎: 地震による構造物の非線型振動について(その2), 日本建築学会論文報告集第52号, 昭31.3, pp. 41-48.
 - 37) S.O. Rice: Mathematical Analysis of Random Noise, Bell System Technical Journal Vols. 23 and 24, Selected Papers on Noise and Stochastic Processes by edited N. Wax, Dover, pp. 133-294.
 - 38) V.V. Soldovnikov: Introduction to the Statistical Dynamics of Automatic Control Systems, translated by B.T. John and L.A. Zadeh, Dover.
 - 39) A.C. Eringen: Response of Tall Buildings to Random Earthquakes, Proc. of the 3rd Congr. for Appl. Mechanics, 1958, pp. 141-151.
 - 40) E. Rosenbluth: Some Applications of Probability Theory in Aseismic Design, Proc. of the 1st W.C.E.E., 1956, pp. 8-1-18.
 - 41) V.V. Bolotin: Statistical Theory of the Aseismic Design of Structures, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 1365-1374.
 - 42) R.L. Jennings and N.M. Newmark: Elastic Response of Multistory Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 699-717.