

アースダムの振動性状に関する考察

石 崎 潑 雄・畠 山 直 隆

CONSIDERATIONS ON THE VIBRATION CHARACTERISTICS OF EARTH DAMS

by Dr. Eng. Hatsu ISHIZAKI and Naotaka HATAKEYAMA

Synopsis

The vibration problems of earth dams have been treated as those of shearing vibrations. According to the results of numerical calculations made by the difference method on the fundamental earth dam section as the two-dimensional elastic body, the authors would like to point out here that it should be considered to be a two-dimensional vibration with vertical as well as horizontal displacements.

Further, the two-dimensional vibration is compared with the shearing vibration in steady and transition states.

1. 緒 言

アースダム、河川堤防、道路築堤など基本三角形断面を有する土構造物は堤底幅に比して高さが小であつて、これに地震力が働いた場合の振動はセン断的であるとして取り扱われてきた^{1)~4)}。しかしながら筆者等は先に実際の河川堤防における実験、若干の理論的考察、および基本三角形としての寒天模型実験によつて2次元的にその振動性状を調べた結果、このような土構造物ではセン断振動と考えるよりは、伸縮を伴う振動として取り扱つた方が適當であるように思う⁵⁾。さらにまたセメントと小麦粉を混合し、これに油を加え、粘着力を持たした材料を用いて堤体模型をつくり、振動台によつて破壊実験を行なつた⁶⁾。この結果、まづ堤体表面にこれと直角方向の亀裂を生じ、この亀裂が次の亀裂を誘起して順次堤体崩壊に至るものであることが観察された。この破壊の初期に生ずる亀裂は明らかに堤体表面に沿つた張力によるものであることが知られる。

そこでこうした三角形体の振動性状を知るために、先には半円柱体を取り上げ、堤体に伸縮の振動が生じうることを明らかにしたが、なお不完全なるを免がれない。三角形体の2次元弾性体としての解析的解法は境界条件を満足させて行なうことが困難である。ここでは剛地盤上にある2次元弾性体としての三角形体について時間を考慮した階差法⁷⁾を用いて、境界条件を満足させながら若干の数値計算を行ない、堤体各部の変位、主応力を求めて考察を行なつた。さらにこれらの結果から水平方向の変位とセン断応力を求め、従来の幅を考えたセン断振動の定常、過渡的な場合の結果と比較し、若干の検討を行なつた。

2. 2次元弾性体としての三角形体の運動方程式、および階差式

剛地盤上にある三角形体の長さ方向の振動は一様とし、堤底より横波が入射した場合の2次元振動を考える。基本三角形としての堤体の勾配は1:1のものを取り扱つた。しかるに実際のアースダムなどでははるかに勾配が緩やかであるが、このような場合には階差法を用いるに当つて堤体を不等間隔に分けねばならず計算がかなり煩雑になる。しかしながら前述の諸実験によつて勾配が緩やかになつても堤体振動の様子は変わらないことが知られている。

(i) 運動方程式 Fig. 1 に示すように水平方向に x 軸, 上下方向に y 軸をとり, それぞれの方向の変位を u, v とすれば三角形体の運動方程式は次のようになる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}, \dots\dots\dots(1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \dots\dots\dots(2)$$

ただし λ, μ は Lamé's const., ρ は density である。応力の関係は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \sigma_y &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

境界条件は三角形体の両側表面上で Normal stress と Shearing stress を零とし, Fig. 1 中に示す角 $\theta = 45^\circ$ とすれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

堤底からは $u = A \sin pt$ で表わされる横波が入射するものとする。

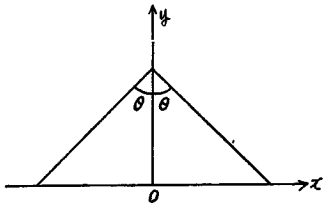


Fig. 1 Coordinate system

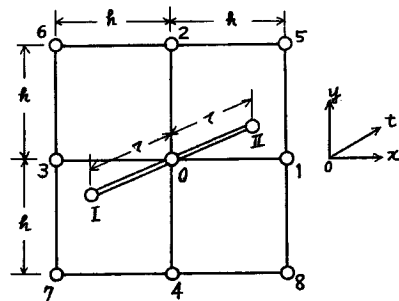


Fig. 2 Point pattern

(ii) 階差式 堤体を x, y 方向にそれぞれ等間隔 h に区分し, ある時刻における堤体内の点 x, y におけるそれぞれ x, y 方向の変位を u_0, v_0 とし, この点を 0 とする。Fig. 2 に示すように 0 より等間隔 h にとられた各点を 1, 2, 3, ..., 8 とし, これらの点の x, y 方向の変位をそれぞれ $u_1, v_1; u_2, v_2; \dots; u_8, v_8$ とする。また $t - \tau, t + \tau$ なる時刻における 0 点の変位をそれぞれ u_{II}, v_{II} とする。Stirling の内挿式を用いて (1), (2) 式の各微分項を近似展開し, (1), (2) 式に代入して整理し, u_{II}, v_{II} を求めると次の階差式を得る。

$$\begin{aligned} u_{II} &= 2 \left\{ 1 - \left(\frac{\lambda + 3\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \right\} u_0 - u_1 + \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_1 + u_3) \\ &\quad + \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_2 + u_4) + \left(\frac{\lambda + \mu}{4\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_5 - v_6 + v_7 - v_8), \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{II} &= 2 \left\{ 1 - \left(\frac{\lambda + 3\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \right\} v_0 - v_1 + \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_2 + v_4) \\ &\quad + \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_1 + v_3) + \left(\frac{\lambda + \mu}{4\rho} \right) \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_5 - u_6 + u_7 - u_8). \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

また (4) 式で示される境界条件式は

$$\left. \begin{aligned} u_2 - u_4 + v_1 - v_3 &= \pm 2\{(\lambda + \mu)/\mu\}(u_1 - u_3) \\ &= \pm 2\{(\lambda + \mu)/\mu\}(v_2 - v_4), \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} u_5 + u_6 - u_7 - u_8 + v_5 - v_6 - v_7 + v_8 \\ &= \pm 2\{(\lambda + \mu)/\mu\}(u_5 - u_6 - u_7 + u_8) \\ &= \pm 2\{(\lambda + \mu)/\mu\}(v_5 + v_6 - v_7 - v_8). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

(7), (8) 式の土は堤体表面が縦軸 y の右側にあるときは (−) を、左側にあるときは (+) をとる。階差式 (5), (6) と境界条件式 (7), (8) によつて堤底から横波が入射した場合の堤体各点の変位を微小時間ごとに逐次計算することができる。

3. 数値計算, およびその結果の考察

剛地盤より横波が最大振幅 1 で入射するものとし、堤体の縦波速度 $V_p = \{(\lambda + 2\mu)/\rho\}^{\frac{1}{2}} = 200 \text{ m/sec}$, 横波速度 $V_s = (\mu/\rho)^{\frac{1}{2}} = 100 \text{ m/sec}$ とする。この場合 Poisson's ratio は 1/3 となる。堤体は高さ 10 m, 堤底幅 20 m の二等辺三角形とし、高さ, および横方向にいずれも 2 m の等間隔に区分する。計算は次の三つの場合について行なつた。

(i) 入射横波の周期が $T = 0.24''$ の場合時間間隔は 1 周期を 32 等分し, $0.0075''$ とする。しかるとき階差式は (5), (6) 式より

$$\begin{aligned} u_{II} &= 0.59375 u_0 - u_I + 0.56250(u_1 + u_3) \\ &\quad + 0.14063(u_2 + u_4) + 0.10547(v_5 - v_6 + v_7 - v_8), \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{II} &= 0.59375 v_0 - v_I + 0.56250(v_2 + v_4) \\ &\quad + 0.14063(v_1 + v_3) + 0.10547(u_5 - u_6 + u_7 - u_8). \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

境界条件式は (7), (8) 式より

$$\left. \begin{aligned} u_2 - u_4 + v_1 - v_3 &= \pm 6(u_1 - u_3) = \pm 6(v_2 - v_4), \\ u_5 + u_6 - u_7 - u_8 + v_5 - v_6 - v_7 + v_8 &= \pm 6(v_5 + v_6 - v_7 - v_8) \\ &= \pm 6(u_5 - u_6 - u_7 + u_8). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

(ii) 入射横波の周期が $T = 0.30''$ の場合時間間隔は 1 周期を 40 等分し, $0.0075''$ とする。この場合の階差式, 境界条件式は (i) の場合と同じである。

(iii) 入射横波の周期が $T = 0.42''$ の場合時間間隔は 1 周期を 60 等分し, $0.0070''$ とする。階差式は (5), (6) 式より

$$\begin{aligned} u_{II} &= 0.77500 u_0 - u_I + 0.49000(u_1 + u_3) \\ &\quad + 0.12250(u_2 + u_4) + 0.09187(v_5 - v_6 + v_7 - v_8) \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{II} &= 0.77500 v_0 - v_I + 0.49000(v_2 + v_4) \\ &\quad + 0.12250(v_1 + v_3) + 0.09187(u_5 - u_6 + u_7 - u_8) \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

境界条件式は (11) 式と同じである。

(iv) 計算結果の考察 Fig. 3 (1)~(3), Fig. 4 (1)~(8), Fig. 5 (1)~(3) はそれぞれ加振周期 $T = 0.24'', 0.30'', 0.42''$ の場合の堤体内各点における各時間ごとの変位を示したものである。紙数の関係で若干例を示したが, これらの図から次のことが知られる。

(1) 堤底から入射した横波が時間の経過とともに次第に堤体内に伝播し、堤体が順次変形し、大きく振動しはじめる様子がよくわかる。

(2) 横波が入射して波動が堤体頂部に達するまでは上下変位は少なく、ほとんど水平変位のみであるが、波動が堤体頂部に達して後は時間の経過とともに上下変位は次第に大きくなる。

(3) 堤体中心線上では常に上下変位なく、水平変位のみである。従つて中心線上ではせん断振動のように見える。

(4) 堤体表面の伸縮の状態は堤底下部より横波が入射しはじめると堤体右側下部は伸長を、左側下部は縮少をはじめ、加振周期の約 1/4 周期に

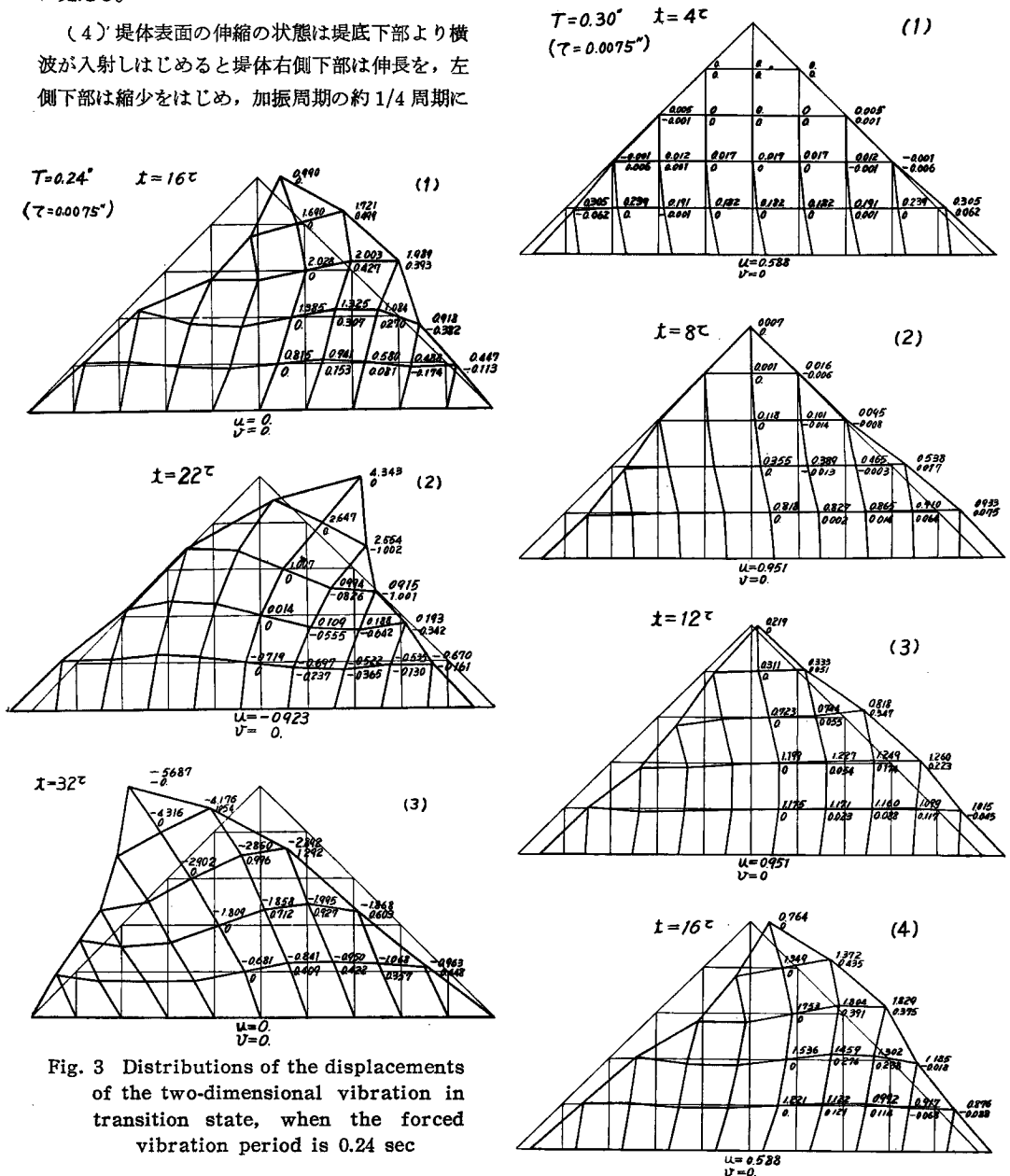


Fig. 3 Distributions of the displacements of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.24 sec

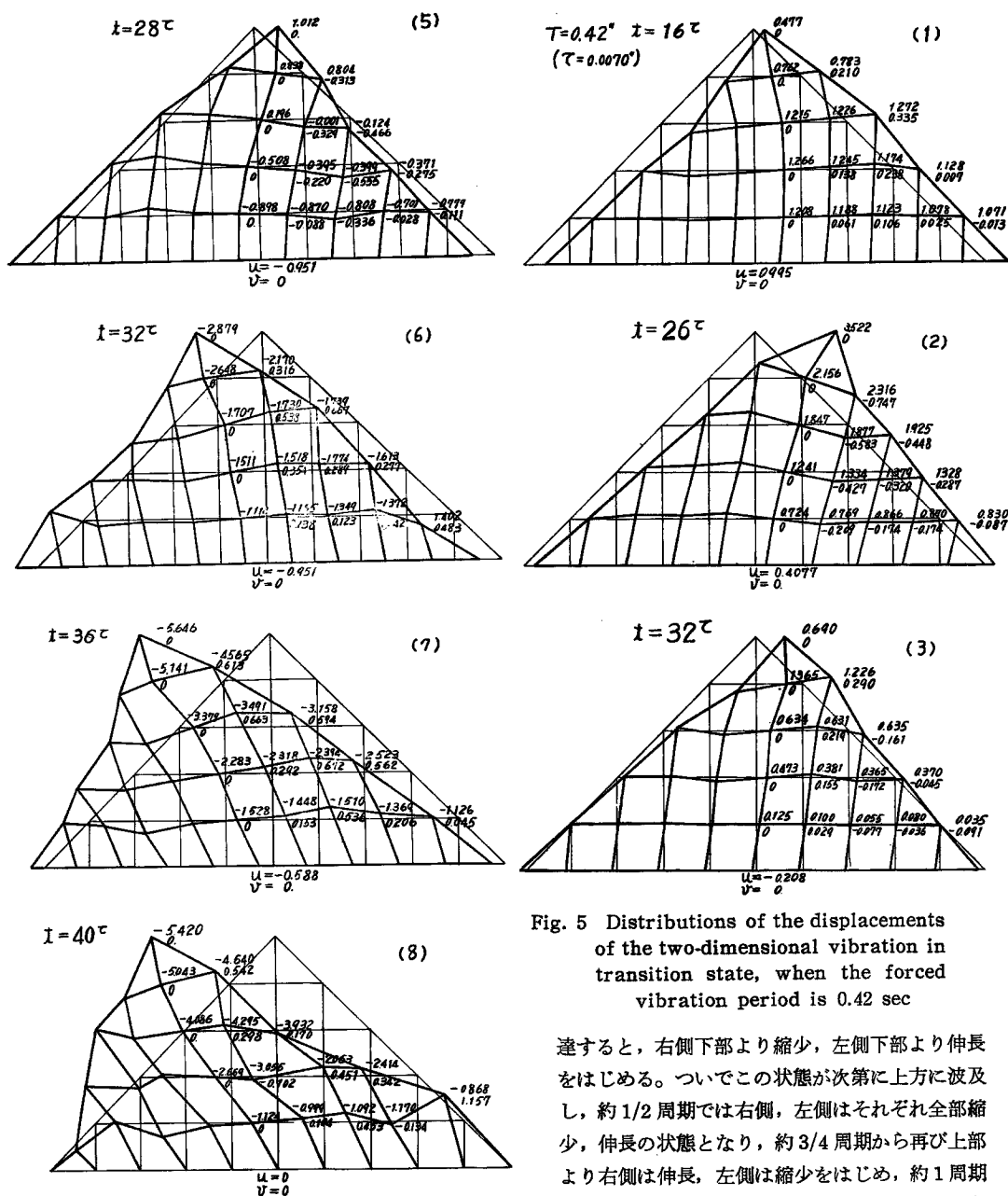


Fig. 4 Distributions of the displacements of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.30 sec

る。

(5) 堤体内部についても表面と同様に伸縮を生じている。

Fig. 5 Distributions of the displacements of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.42 sec

達すると、右側下部より縮少、左側下部より伸長をはじめる。ついでこの状態が次第に上方に波及し、約 $1/2$ 周期では右側、左側はそれぞれ全部縮少、伸長の状態となり、約 $3/4$ 周期から再び上部より右側は伸長、左側は縮少をはじめ、約 1 周期でそれぞれ全部伸長、縮少となる。しかしながら $T=0.24''$ の場合は周期について、これより伸縮の状態がおくられて生じ、 $T=0.42''$ の場合は反対に早く生じ、上記中の $3/4$ 周期は約 $1/2$ 周期となる。

(6) このような伸縮をとまなう振動はセン断振動とは全く異なつたものである。

4. 主応力計算, およびその結果の考察

上述のように堤体を h なる等間隔に区分し, 各時間における各点の変位が求められたから, これらによつて主応力計算は容易に行なうる。

最大, 最小主応力は各微分項の近似展開式を用いて次のように表わされる。

$$\sigma_{max/min} = \frac{\lambda + \mu}{2h} (u_1 - u_3 + v_2 - v_4) \pm \frac{\mu}{2h} \sqrt{(u_1 - u_3 - v_2 + v_4)^2 + (u_2 - u_4 + v_1 - v_3)^2} \dots \dots \dots (14)$$

主応力角は

$$\tan 2\theta = \frac{u_2 - u_4 + v_1 - v_3}{u_1 - u_3 - v_2 + v_4} \dots \dots \dots (15)$$

ここでは $V_p = 200 \text{ m/sec}$, $V_s = 100 \text{ m/sec}$ としているから (14) 式の各係数は $(\lambda + \mu)/2h = 1.224$, $\mu/2h = 0.408$ となり, 次元は入射横波最大振幅 $A = 1 \text{ cm}$ とすれば kg/cm^2 となる。

Fig. 6 (1)~(3), Fig. 7 (1)~(6), Fig. 8 (1)~(3) はそれぞれ加振周期 $T = 0.24'', 0.30'', 0.42''$ の各場合における最大, 最小主応力を図示した若干例である。これらの図によると 3. (iv) に述べた堤体伸縮の様子が一層明らかになる。またこれらの図によつて次の事項が知られる。

(1) 堤体表面では最大主応力はほとんど堤体の斜面に沿つて生ずる。堤体内部では若干角度が変わるが, やはり斜面に平行方向に生ずる。

(2) 堤体底部より横波が入射しはじめると, まず堤体下部表面に張力を生じ, 時間の経過とともにこの値は大となり, 最大値の位置は次第に上方に移行する。以後の様子は 3. (iv) において述べた伸縮伝播の状況と同じであるが, 応力の消長は若干複雑である。

(3) 堤体表面, および内部において伸縮を生じ, この結果, 堤体各部に張力, 圧縮力を生ずる。このことは水平方向の変位と同様に上下方向の変位を無視できないことを示しており, セン断振動としての取扱いは不十分であることが知られる。

(4) 土は張力によつて容易に亀裂を生ずることが明らかであるから, アースダムのような土構造物は地震力を受けた場合に堤体表面に沿つて生じた張力によつて表面に直角方向の亀裂を生ずる

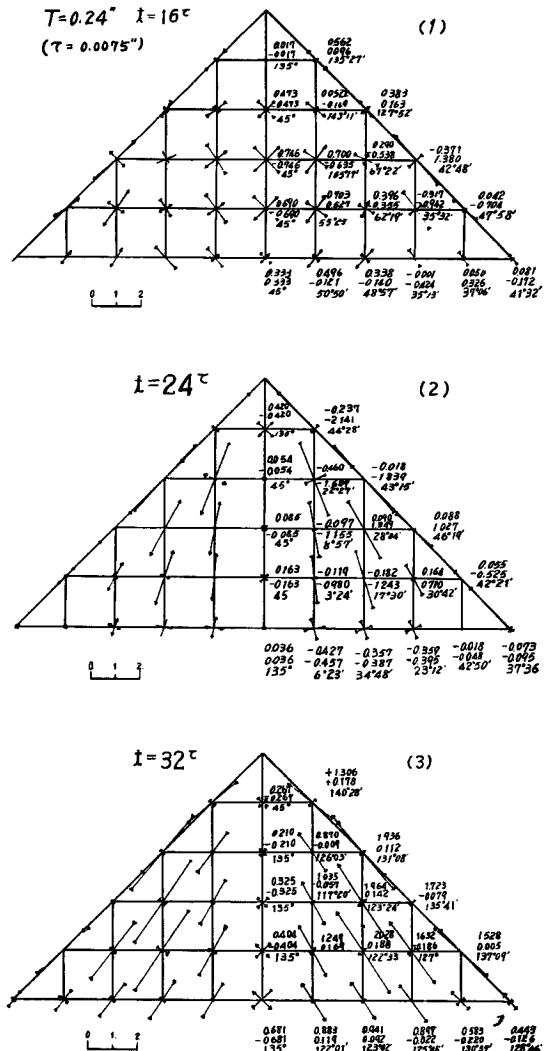


Fig. 6 Distributions of the principal stress of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.24 sec

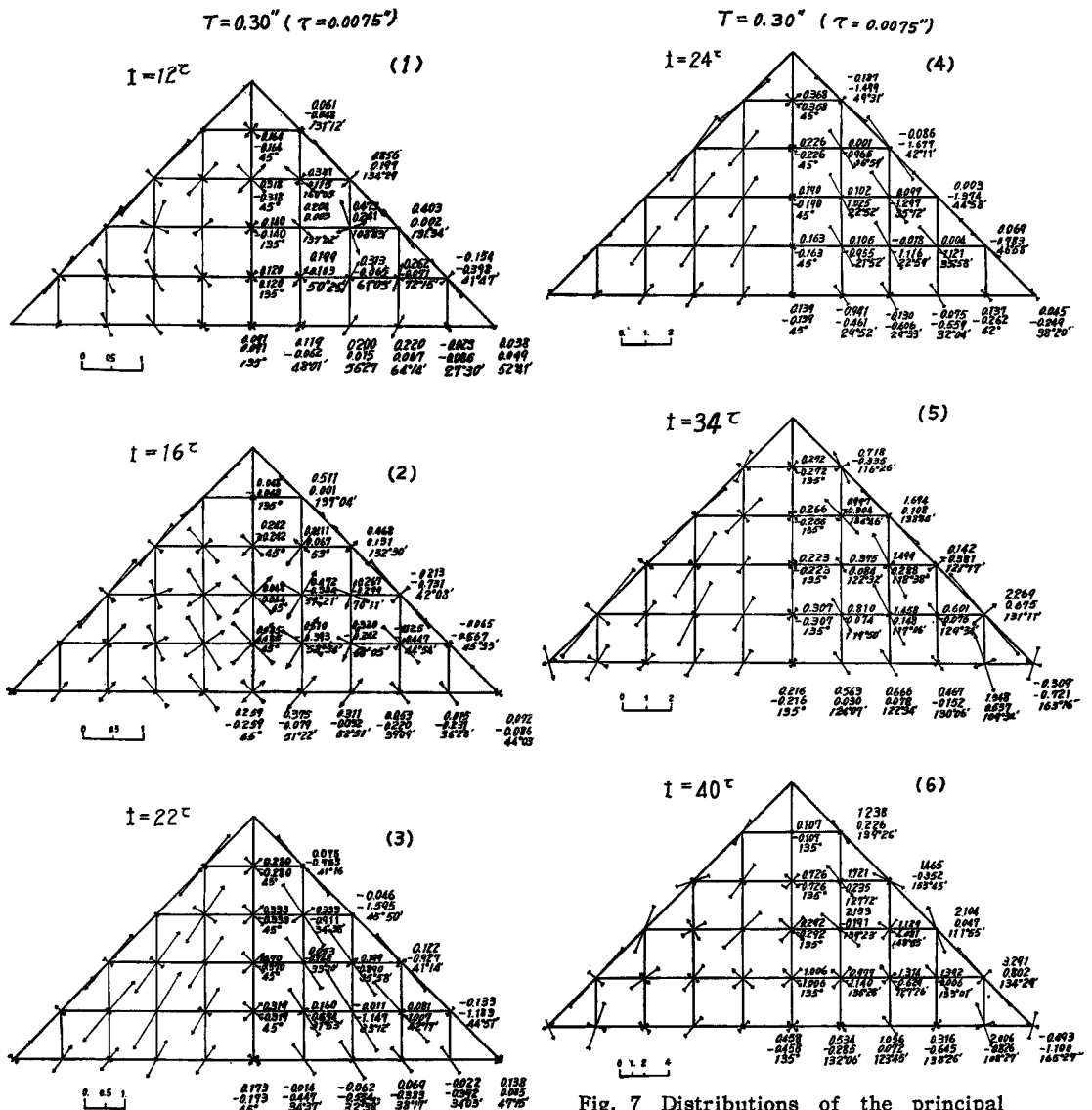


Fig. 7 Distributions of the principal stress of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.30 sec

可能性がある。これは 1. において述べたように粘性体の堤体模型破壊実験によつてこのような亀裂を生ずることが知られた。しかしながら以上は弾性体としての計算結果であり、実際の土は振動時には複雑な様相を呈するものと思われるから、アースダムのような土構造物では如何なる破壊状況を示すかについて、なお多くの検討を必要とする。

5. セン断振動に関する考察

1.~4. において述べたように基本三角形体の振動は水平、上下両方向の変位を含めた伸縮ある振動として考えるべきであると思うが、従来アースダムなどは堤底幅に比して高さが小であるからセン断振動する

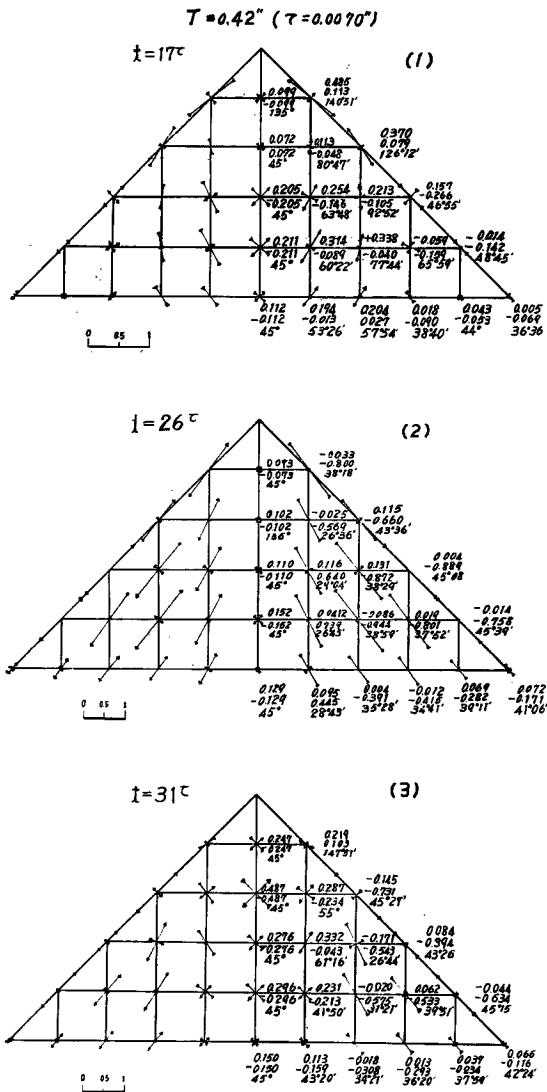


Fig. 8 Distributions of the principal stress of the two-dimensional vibration in transition state, when the forced vibration period is 0.42 sec

$$u_{II} = \frac{\tau^2 c^2}{h^2} \left\{ \frac{1}{2i} (u_2 - u_1) + (u_1 + u_2 - 2u_0) \right\} + 2u_0 - u_1, \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 i は堤頂よりの区分数を表わす。

堤頂では

$$u_{II} = 4\tau^2 c^2 / h^2 (u_2 - u_0) + 2u_0 - u_1, \dots\dots\dots(19)$$

(18), (19) 式を用いて堤から $u = A \sin pt$ で表わされる横波が入射した場合の堤体高さ方向各点の変位を微小時間ごとに逐次計算することができる。

ものとして取り扱われてきた。しかもこれは主として定常振動を取り扱い、過渡振動の場合の計算例がない。セン断振動は水平方位の変位のみを考えたものであり、上述の2次元振動とは異なるものである。そこで2次元振動の場合の水平方向の変形とセン断応力分布を求め、幅を考えたセン断振動の定常、過渡の場合についての変形とセン断応力分布と比較してみることにした。

(i) 運動方程式、および階差式 三角形体の頂点を原点にとり、水平方向に x 軸、鉛直方向に y 軸をとる。 x 方向の変位を u 、密度を ρ とし、二等辺三角形断面を考え、断面幅は高さに比例して変化するものとする。

しかるときよく知られているように運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial u}{\partial y} \right), \dots\dots\dots(16)$$

(A) 定常振動の場合：境界条件を $y=0$ において $\partial u / \partial y = 0$, $y=H$ において $u = A \sin pt$ とすれば、(16) 式の解は

$$u = A \cdot \frac{J_0\left(\frac{p}{C}y\right)}{J_0\left(\frac{p}{C}H\right)} \cdot \sin pt, \dots\dots\dots(17)$$

ただし、 $C = (\mu/\rho)^{1/2}$ は横波速度、である。

(B) 過渡振動の場合：解析的に解を求めることもできるが、計算が煩雑であるので2次元振動の場合と同様に時間を考慮した階差法によることにする。堤体を y 方向に等間隔 h に区分し、ある時刻 t における堤体内の任点の点 y_0 における x 方向変位を u_0 とし、Fig. 9 のように番号をつける。また $t-\tau$, $t+\tau$ の時間における0点の変位を u_I , u_{II} とする。しかるとき (16) 式は次の階差式で表わされる。

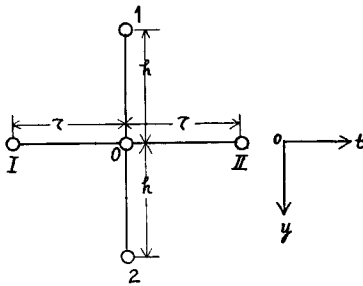


Fig. 9 Point pattern

(ii) 数値計算 堤高 10m, 横波速度を 100 m/sec とし, 2次元振動の場合と同様に横波の最大振幅を 1, 加振周期を 0.24'', 0.30'', 0.42'' とする。過渡振動の場合は堤高を 1 m 間隔に区分し, 1 周期をそれぞれ 32, 40, 60 等分し, 約 1 周期間について計算した。この場合の堤体の自己振動周期は 0.261'' である。

(A) 定常振動: Fig. 11, 12 中に高さ方向の変形とセン断応力分布を示した。その特性の概要を述べれば次のようである。

T を加振周期, T_0 を自己振動周期とすれば, (1) $T > T_0$ の場合には, T が T_0 よりはるかに大であれば変位は小となり, セン断応力最大値は底部に生ずるが, T

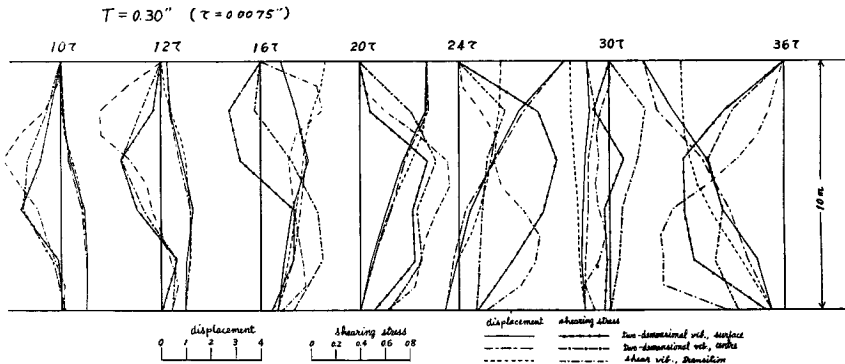


Fig. 10 Distributions of the horizontal displacement and shearing stress of the two-dimensional and shearing vibration in transition state

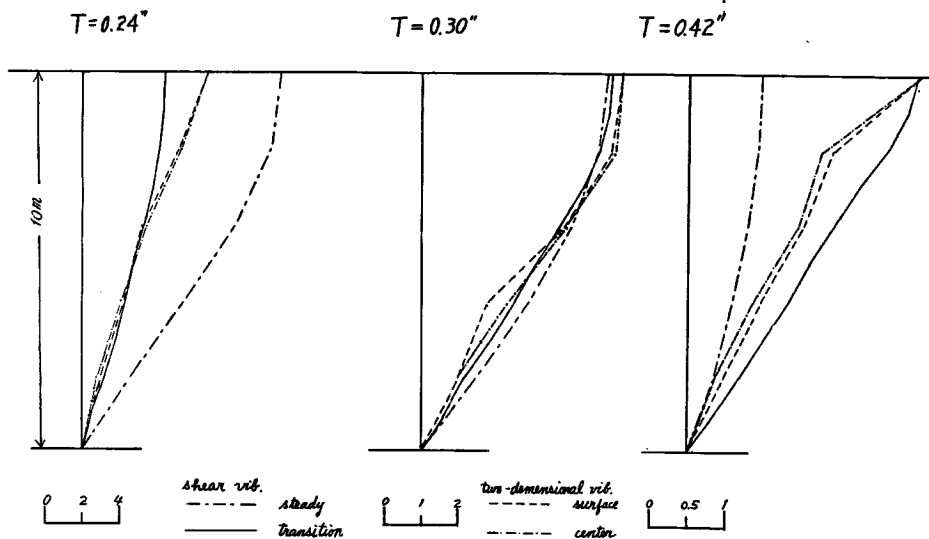


Fig. 11 Distributions of the horizontal displacement, for one cycle of forced vibration

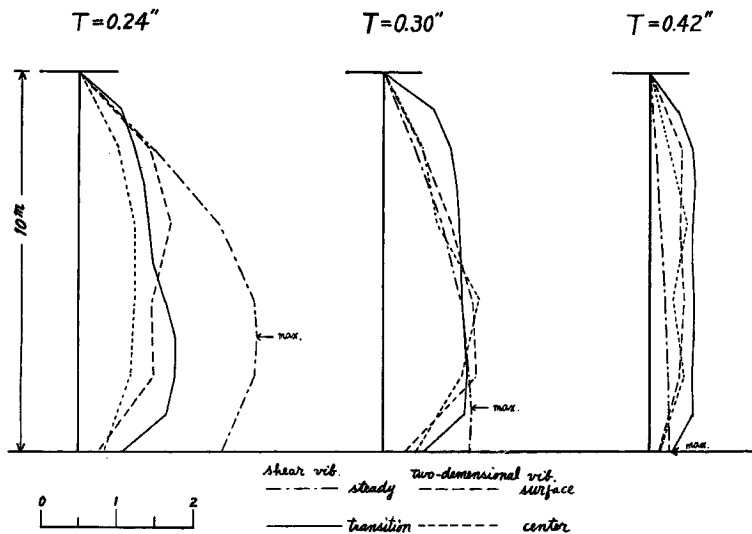


Fig. 12 Distributions of the maximum shearing stress, for one cycle of forced vibration

が T_0 に接近するにしたがい変位は大になり、応力の最大値を示す位置は次第に上昇する。(2) $T < T_0$ の場合には変位は天端と堤底とで逆位相になり、応力も途中で零になるところを生ずることがある。 T が T_0 に接近すると変位は大となり、応力最大値の位置は次第に下降する。

(B) 過渡振動の場合: Fig. 10 中に堤体高さ方向の変位とセン断応力分布の1例を示した。これらの図によると、(1)は堤底から入射した横波が堤体内に伝播するにしたがつて堤体が次第に大きく振動しはじめる様子がよくわかる。(2)堤頂における変位をみると $T=0.24''$ の場合には約 $1/4$ 周期で極大、約 $1/2$ 周期で極小、約1周期で再び極大となる。 $T=0.30''$, $0.42''$ と加振周期が延びるにしたがつて $T=0.24''$ の場合より極大、極小は時間的に若干早く起つている。(3) 応力の各微小時間ごとの堤体高さ方向の最大値の位置は、はじめは堤底部より次第に上方に向い、 $T=0.24''$ の場合には約 $1/2$ 周期で堤頂近くに達した後、次第に下降する。ついで約 $3/4$ 周期で下方に達した後、再び上方に向い中央部付近に達した後、下降をはじめ。その後は極大点が上方と下方の2カ所に生ずる。 $T=0.30''$, $0.42''$ と加振周期が延びると、最大点は時間的に若干早く上方、あるいは下方に達する。

(iii) 2次元振動とセン断振動の比較 3.4. に述べた計算結果から堤体各点の水平方向の変位とセン断応力を求め、上述のセン断振動の定常と過渡の場合におけるそれと比較する。

(A) 時間的变化についての比較: Fig. 10 中に2次元振動の場合の堤体表面と中央の高さ方向の変位、セン断応力分布の1例を示した。またこの図中にはセン断過渡振動の場合についても示してある。これらの図から次のことが知られる。(1) 2次元振動の場合は堤体表面と中央の変位はあまり差異がない。応力は堤頂の変位が大になると大きな値を示すが、表面と中央では相当に異なってくる。しかし全体としての分布形はよく似ている。(2) 2次元振動とセン断過渡振動は加振周期、時間間隔が同一であるので、同一時間ごとの変位と応力の分布形について比較すれば、堤底から横波が入射しはじめた初期はともに大して相違がないが、変位が大なる場合には2次元振動の振動形状は一般に直線的であり、セン断振動では頂部が内側に曲つた曲線形を示す。応力はセン断振動では突出した最大点を示すが、2次元振動ではそれほど著しくない。頂堤における変位の極大、極小、高さ方向の応力の最大値の上、下方に達する時間は過渡振動の方が若干早い。

(B) 振動形状、および最大セン断応力分布形についての比較: 上述の3種の振動を全体として比較する

ためにおのおの計算を行なつた約1周期の範囲内(2次元振動 $T=0.42''$ の場合は約1/2周期)において堤頂が最大変位を示す場合の振動形状、および時間に関係なく最大値のみをもつて表わした最大応力分布形について考察する。

(1) 振動形状: Fig. 11 にこれを示した。この図によると(a)2次元振動の場合には各加振周期ともに表面と中央の形状はよく似ている。(b) $T=0.30''$ の場合は2次元、セン断定常、過渡の各振動とも形状は大差がない。(c) $T=0.24''$ の場合にはセン断振動の定常と過渡の場合とで著しく振幅が異なり、定常の場合の方が大である。2次元振動のそれは全体的に直線的である。(d) $T=0.42''$ の場合は全般的に振幅は小であるが、定常振動の振幅は過渡振動のそれに比して著しく小さい。これは $T=0.24''$ の場合と反対である。2次元振動では堤頂付近が著しく外方に傾いた形状を示す。

(2) 最大セン断応力分布形: Fig. 12 にこれを示した。この図によると(a)2次元振動の表面と中央の応力は $T=0.24''$ の場合には中央の値が若干小さいが、その他の場合ではあまり差異がない。(b) $T=0.24''$ の場合はセン断定常振動の場合の応力が過渡振動の場合の応力に比して著しく大きい、応力の最大点は大体同じ位置に生ずる。しかし過渡振動では定常振動の場合より応力分布が一様で堤底の応力は小さい。2次元振動では応力分布がかなり一様で堤底の応力は小さいが、最大点ははるか上方に生ずる。(c) $T=0.30''$ の場合は定常と過渡振動では下方の応力はほぼ等しいが、上方ほど著しく異なり、過渡振動の方が大である。後者は全体的に応力分布が一様であるが、堤底の応力は小さい。最大点は定常振動より若干上方に生ずる。2次元振動は定常振動によく似た分布形を示すが、堤底の応力は小さく、最大点は定常振動の場合よりも上方に生ずる。(d) $T=0.42''$ の場合は $T=0.24''$ の場合とは反対に定常振動より過渡振動の場合の応力が大である。後者の分布形はやはり高さ方向に一様である。2次元振動では過渡振動の場合の分布形によく似ている。応力の最大点は定常振動では堤底に生ずるが、2次元、過渡振動では中央付近に生ずる。しかし最大点の応力の大きさは他の点のそれよりわずかに大きい程度である。

(iv) 考察 以上の結果からわかるように、セン断過渡振動を考えると、セン断定常振動の場合よりは2次元振動に若干似た傾向を示す。これは2次元振動もやはり過渡的な場合を取り扱っているから当然のことであるが、それでもなお振動形状、応力分布などかなりの差異が認められる。この場合の2次元振動は堤体の勾配が緩やかになり、堤底幅に比して高さが小となれば変形も応力も小さくなるものと思われるからセン断振動の結果とは一層大きな差異を示すものと思われる。ここでは土の減衰作用は全く考慮していないし、過渡的な2次元振動、セン断振動では応力の最大位置が時間とともに移動するけれども、定常振動的考え方からすれば堤体は加振周期と自己振動周期が一致したときに変形、応力は大となり、最も危険な状態になる。この計算例では自己振動周期を $0.26''$ としており、 $T=0.24''$ の場合に最も近い。2次元振動の場合には自己振動周期が数多くあつて、これらを見出すことはこのような数値計算では容易でないが、この $T=0.24''$ の場合に2次元振動とセン断振動の差異が最も著しく出ている。以上のように一応2次元振動とセン断振動の比較を行なつたが、3., 4.において述べたように2次元振動の計算結果によれば堤体は伸縮ある振動を行なうものであり、水平方向の変位と同様に上下方向の変位は無視できないものと考えられるからセン断振動としての取扱い是不十分であると思われる。

6. 結 言

基本三角形体について2次元振動を取り扱い、階差法によつて若干の数値計算を行なつて、その振動性状について考察した。また従来アースダムなどの基本三角形断面を有する土構造物はセン断振動するものとして取り扱われてきたので、セン断振動の定常、過渡の場合について計算を行ない、2次元振動の水平方向の変位とセン断応力を求めて比較検討した。この結果、(1)堤体は表面、および内部において伸縮を生じ、堤体各部に張力と圧縮力を生ずる。このことは水平変位と同様に上下変位を無視できないことを示している。

(2) 水平方向の変位、応力の分布を比較するとセン断振動とはかなり異なっている。

以上のことからこのような三角形体の振動はセン断振動として取り扱うことは不十分であることが知られた。しかしながらこの計算では堤体は弾性体として、すべて剛地盤にあるものとした。アースダム、河川堤防、道路築堤などの土構造物は沖積層の比較的軟弱な地盤の上に築造されるし、また土の密度、粘着力、内部摩擦角、間隙水圧、土粒子の塑性的性質など複雑な諸性状を考慮しなければならない。従つて実際のアースダムのような土構造物の振動性状は破壊を生ずるような強大な振動をする場合には複雑な性状を示すものと考えられ、なお多くの困難な問題を残しており、今後の研究にまたなければならない。

おわりに本計算を援助された立命館大学土木教室芦生正己氏に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 松村孫治：地震動による土堰堤の変形，土木試験場報告，28号，1934.
- 2) 畑中元弘：土堰堤の振動に関する3次元考察，土木学会誌，37巻，10号，1952.
- 3) Motohiro Hatunaka : Fundamental Considerations on the Earthquake Resistance Properties of the Earth Dam, Disaster Prevention Res. Inst., Kyoto Univ. Bull. No. 11, Dec., 1955.
- 4) E. E. Esmoil : Seismic Stability of Earth Dams, U. S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Technical Memorandum 641, Apr. 1951. Nov., 1958.
- 5) 横尾義貫，石崎潑雄，畠山直隆：アースダムの振動性状について，土木学会論文集，49号，1957.
- 6) 畠山直隆，住吉英三：アースダムに関する振動横型実験，土木学会関西支部講演会にて講演，1958.
- 7) 石崎潑雄：構造物の振動計算に対する差分法の適用について，日本建築学会近畿支部研究報告第1部，Jan., 1955.