

開水路における桟型人工粗度の実験的研究

足 立 昭 平

FLOW IN AN OPEN-CHANNEL WITH ARTIFICIAL STRIP ROUGHNESS

by Shohei ADACHI

Synopsis

One of the most difficult works on the open-channel model experiments is to produce the roughness required to fit the similitude. This paper presents some results of an experimental investigation of artificial strip roughnesses for the purpose of application to hydraulic open-channel models.

The flow over surfaces with strip roughness may be divided into three types in accordance with the strip spacing; the first type of flow is perfect wake-interference flow, the second type imperfect wake-interference flow and another type isolated roughness flow. The equivalent sand grain roughness of Nikuradse is available for the first type of flow. However, in the cases of the other types of flow it should be considered that the flow condition is not uniform in the direction of flow, since a wake from one roughness element diffuses considerably before it reaches the next element. Based on this concept of flow, the datum level of roughened surface is defined from the measurement of the drag force of the strip roughness element, and the experimental constants contained in the logarithmic resistance law are determined for relative roughness spacings.

1. 緒 言

開水路模型実験において、模型水路の粗度は模型縮尺に応じて要求される相似条件を満足するものでなくてはならない。このため模型製作にあたつて、どのような形式の人工粗度を用いれば、どのような摩擦抵抗力が期待できるかを予じめ知つておく必要がある。人工粗度の形式は多種多様であるが、もつとも単純なものは、流れを横切つて一定間隔に桟を並べる桟型粗度と、針あるいはイボを床面に植えつけるイボ型粗度であろう。これらの粗度は従来から粗面流解析の基礎実験としてかなり広く用いられ、一応 Nikuradse の円管流における砂粒粗度に換算して粗面を統一しようとする試みが行われている。しかし、Morris¹⁾ のように粗度要素の間隔を重視しなければならないという主張もあり、また粗度要素の幾何学的形状が各研究者によつて異なるため、粗面の形態的分類の困難さから現在なお粗面流の決定的な法則は見出されていない。とくに開水路流に関するものは自由表面、側壁の効果などに不明の点が多く、Powell²⁾, Albertson ら³⁾は円管流にもとづく Nikuradse の実験に拘泥しないで、開水路における抵抗則として独自の実験常数を決定している。

本研究は一般的な粗面流の解析というよりも、模型実験に供する目的のため、人工粗度の一例として桟型人工粗度をとりあげて桟粗面における流れの形態を完全干渉流、不完全干渉流および孤立粗度流の3形態に分類し、通常の桟粗面では不完全干渉流を生ずるため、砂粒粗面における完全干渉流とその抵抗特性が異なることを明らかにするとともに、桟粗度要素の圧力抵抗の直接測定から、水深の基点選定に一つの基準を与え、

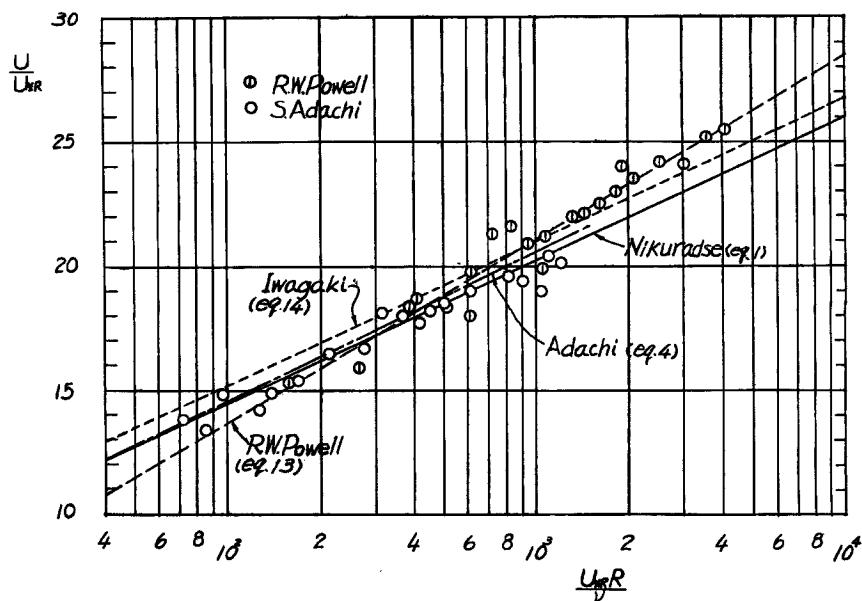


Fig. 2 Relation between friction factor, U/U_{*R} , and Reynolds number, U_{*R}/ν , for smooth channel flows

支配されると仮定する。そして底面および側壁の摩擦速度をそれぞれ u_{*1} および u_{*2} であらわし、速度分布の対数則を適用すれば、底面から z あるいは側壁から y の距離の点における流速 u は、

$$\begin{aligned} \text{底面の支配域内で, } & \frac{u}{u_{*1}} = \frac{1}{\kappa} \ln M_1 z, \\ \text{側壁の支配域内で, } & \frac{u}{u_{*2}} = \frac{1}{\kappa} \ln M_2 y \end{aligned} \quad (2)$$

である。ここに、 κ は乱流混合に関する普遍常数 0.4 であり、 M_1, M_2 は面の粗滑に関する係数である。この速度分布から流水全断面の平均流速を求め、

$$\gamma = 2H/B \quad \text{および} \quad a = u_{*1}/u_{*2} \quad (3)$$

のパラメーターを導入すると、矩形断面水路の抵抗式として次式が得られる。

$$a \geq \gamma : \quad \frac{U}{U_{*R}} = a \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2+\gamma}} \frac{1}{\kappa} \left[\ln M_1 \frac{B}{2} - 1 + \ln \gamma - \frac{1}{a} + \frac{a}{a^2+\gamma} \right], \quad (4_1)$$

$$\text{または} \quad \frac{U}{U_{*R}} = \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2+\gamma}} \frac{1}{\kappa} \left[\ln M_2 \frac{B}{2} - 1 + \ln \frac{\gamma(a+1)}{(a^2+\gamma)} - a + \frac{a^2}{a^2+\gamma} \right], \quad (5_1)$$

$$a \leq \gamma : \quad \frac{U}{U_{*R}} = a \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2+\gamma}} \frac{1}{\kappa} \left[\ln M_1 \frac{B}{2} - 1 + \ln \frac{\gamma a(a+1)}{(a^2+\gamma)} - \frac{1}{a} + \frac{\gamma}{a^2+\gamma} \right], \quad (4_2)$$

$$\text{または} \quad \frac{U}{U_{*R}} = \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2+\gamma}} \frac{1}{\kappa} \left[\ln M_2 \frac{B}{2} - 1 - \frac{a^3}{a^2+\gamma} \right]. \quad (5_2)$$

いま g を重力の加速度、 I をエネルギー勾配とすれば、

$$U_{*R} = \sqrt{gIR}. \quad (6)$$

また矩形断面水路であることから、

$$2R/B = \gamma/(1+\gamma), \quad (7)$$

$$u_{*1} = a \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2 + \gamma}} U_{*R}, \quad u_{*2} = \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2 + \gamma}} U_{*R} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

である。さらに (4₁) と (5₁) 式、あるいは (4₂) と (5₂) 式から

$$a \geq \gamma : \quad a \log M_1 \frac{B}{2} - \log M_2 \frac{B}{2} = \log \frac{(a+1)}{(a^2 + \gamma)} - (a-1) \log \gamma \quad \dots \dots \dots \quad (9_1)$$

$$a \leq \gamma : \quad a \log M_1 \frac{B}{2} - \log M_2 \frac{B}{2} = a \log \frac{(a^2 + \gamma)}{\gamma a (a+1)} \quad \dots \dots \dots \quad (9_2)$$

の関係がある。

さて、全潤辺が滑面の場合には M_1 および M_2 は、

$$M_1 = u_{*1} / m_s \nu, \quad M_2 = u_{*2} / m_s \nu$$

である。ただし、 m_s は常数 (Nikuradse の滑面円管流では $m_s=1/9$) である。(6), (7) および (8) 式を参照すれば、

$$M_1 = a \sqrt{\frac{\gamma}{a^2 + \gamma}} \frac{\sqrt{gIB/2}}{m_s \nu}, \quad M_2 = \sqrt{\frac{\gamma}{a^2 + \gamma}} \frac{\sqrt{gIB/2}}{m_s \nu} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

であるから、(9₁) および (9₂) 式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} a \geq \gamma : \quad & (a-1) \log \left(\frac{1}{m_s} \frac{\sqrt{gIB/2} B}{\nu} \frac{2}{2} \right) = \log(a+1) - a \log a \\ & - \frac{1}{2} (3-a) \log(a^2 + \gamma) - \frac{3}{2} (a-1) \log \gamma, \quad \dots \dots \dots \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \leq \gamma : \quad & (a-1) \log \left(\frac{1}{m_s} \frac{\sqrt{gIB/2} B}{\nu} \frac{2}{2} \right) = -a \log(a+1) - 2a \log a \\ & + \frac{1}{2} (3a-1) \log(a^2 + \gamma) - \frac{1}{2} (3a-1) \log \gamma. \quad \dots \dots \dots \quad (12) \end{aligned}$$

これらの式から、 a は $\left(\frac{1}{m_s} \frac{\sqrt{gIB/2} B}{\nu} \frac{2}{2} \right)$ をパラメーターとする γ の関数であることがわかる。 $\left(\frac{\sqrt{gIB}}{\nu} \frac{B}{2} \right)$ は無次元量であつて、水路巾 B に関する一種の Reynolds 数であるから、以下これを R_B の記号であらわすことにする。

いま試みに $0.05 \leq \gamma \leq 2.0$, $4.0 \leq \log \left(\frac{1}{m_s} R_B \right) \leq 10.0$ の範囲について a の値を計算すると、

$\gamma = 1.0$ のとき: $\left(\frac{1}{m_s} R_B \right)$ の値に無関係に $a = 1.0$,

$\gamma < 1.0$ のとき: a は γ が小さく、また $\left(\frac{1}{m_s} R_B \right)$ が小さいほど大であり、この計算範囲内の最大値は、 $\gamma = 0.05$, $\log \left(\frac{1}{m_s} R_B \right) = 4.0$ のとき $a = 1.09$,

$\gamma > 1.0$ のとき: a は γ が大きく、また $\left(\frac{1}{m_s} R_B \right)$ が小さいほど小であり、計算範囲内の最小値は $\gamma = 2.0$, $\log \left(\frac{1}{m_s} R_B \right) = 4.0$ のとき $a = 0.97$,

であつて、 a はきわめて 1 に近い値である。 $a = 1.0$ とおくと (4) および (5) 式は Keulegan⁶⁾ の式と一致し、断面形状の影響は、特性長として径深 R を用いることによつてほぼ償われることになる。とくに $\gamma \leq 0.6$ に対して補正項は 1 % 以下である。Fig. 2 に鎖線で示した曲線は $\log \left(\frac{1}{m_s} R_B \right) = 4.47$ に対する (4) 式の計算例であり、実験値が $m_s = \frac{1}{9}$ とおいて、 $4.4 \leq \log \left(\frac{1}{m_s} R_B \right) \leq 4.6$ の範囲内にあることも考慮に入れば、両者の差はまず実験誤差内にあるといつて差支えないであろう。

緩勾配の開水路水流に関する研究としては、Powell⁸⁾ あるいは岩垣⁷⁾ の実験公式をあげることができ、Powell は Chezy 係数 C を用いて、

$$C = 42 \log \left(\frac{UR}{\nu} / C \right), \quad (\text{ft, sec 単位}) \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

または変形して無次元表示すると

$$\frac{U}{U_{*R}} = -1.13 + 7.41 \log(U_{*R}R/\nu) \dots \dots \dots \quad (13')$$

を提案しており、また岩垣は

$$\frac{U}{U_{*R}} = 3.8 + 5.75 \log(U_{*R}R/\nu) \dots \dots \dots \quad (14)$$

を提唱している。これらの実験式を図示すると Fig. 2 の破線および点線のようであり、同図には参考のため Powell の実験結果もつけ加えてある。これらの各式はそれぞれ若干の喰い違いを示しているのであるが、実験の範囲内では、いづれの公式を用いても大差はない、この種の実験においては、自由表面の測定にある程度の誤差を許容しなければならないから、ここでは著者の見解にしたがつて、基本的には円管流実験にもとづいて決定された速度分布の対数則が成立するものと考えることにする。

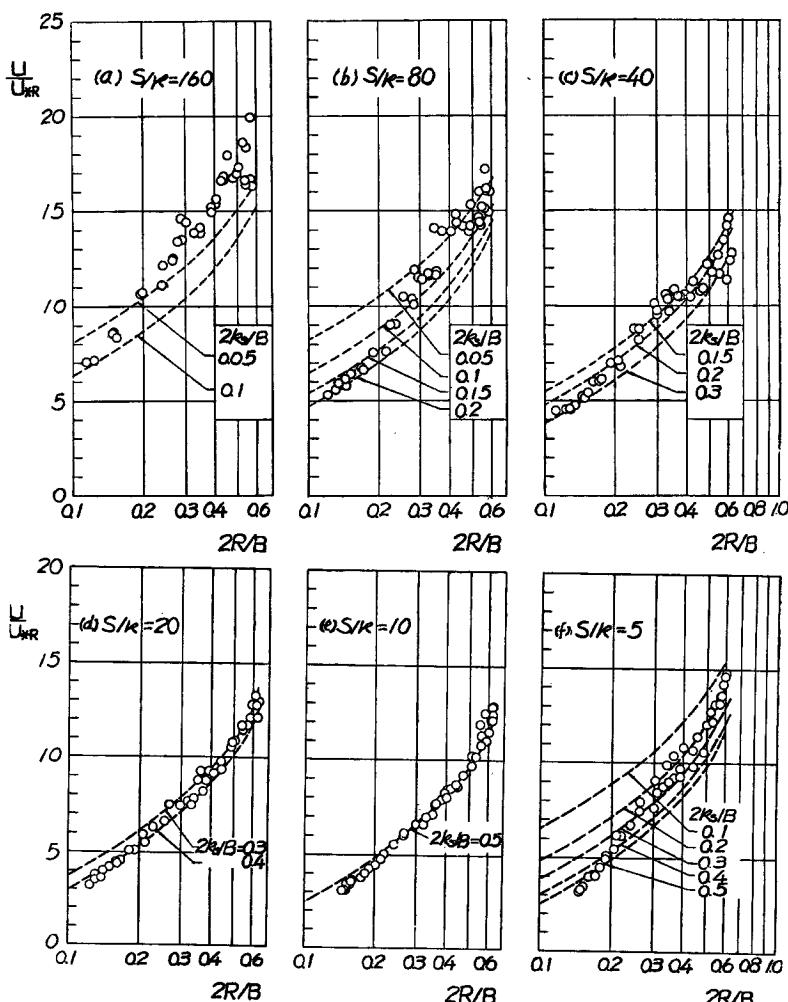


Fig. 3 Relations between U/U_{*R} and ratio of hydraulic radius to half width of channel, $2R/B$ for channel flow with roughened bed

(2) 底面桟粗度水路

高さ5mm、巾6.4mmの矩形断面をもつ桟粗度を底面に敷き並べた場合の水路抵抗項の実験結果を桟間隔別に図示すると、Fig. 3 a, b, c, d, e および f のようである。ここに s は桟間隔、 k は桟高をあらわす。図から $s/k=10$ の場合に抵抗が最も大きいことが推察できるのであるが、桟粗度の特性を吟味するためには、両側壁の滑面の効果を検討しなければならない。

側壁の影響を考慮した矩形断面水路の抵抗項 U/U_{*R} は前項に略述したように、一般に (4₁)、(5₁) あるいは (4₂)、(5₂) の各式で与えられる。そしてこれらの式を構成する諸量は

$$\left(\frac{U}{U_{*R}} \right), K, a, \gamma, M_1, M_2, \text{ および } \frac{B}{2}$$

の7コであり、これらのうち5コが与えられれば残りの2コの未知量を求めることができる。

いま両側壁は滑面であり、この両面に関しては前章に述べたように Nikuradse の実験常数を適用して十分であると考えられるから、 M_2 に関しては (10) 式が成立し、 $m_s=1/9$ とおいて

$$M_2 \frac{B}{2} = 9 \sqrt{\frac{\gamma}{a^2 + \gamma}} R_B$$

である。したがつて、(5₁) および (5₂) 式は

$$U/U_{*R} = K \log R_B + A,$$

ここに、

$$K = \frac{2.30}{\kappa} \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2 + \gamma}},$$

$$a \geq \gamma : A = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2 + \gamma}} \left[1.20 - a + \frac{a^3}{a^2 + \gamma} + \ln(a+1) - \frac{3}{2} \ln(a^2 + \gamma) + \frac{3}{2} \ln \gamma \right]$$

$$a \leq \gamma : A = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{1+\gamma}{a^2 + \gamma}} \left[1.20 - \frac{a^3}{a^2 + \gamma} - \frac{1}{2} \ln(a^2 + \gamma) + \frac{1}{2} \ln \gamma \right]$$

となり、また (4₁) および (4₂) 式については、(9₁) および (9₂) でおきかえて

$$a \log(M_1 B / 2) = \log(9R_B) + F,$$

ここに、

$$a \geq \gamma : F = \log(a+1) - \frac{3}{2} \log(a^2 + \gamma) + \left(\frac{3}{2} - a \right) \log \gamma,$$

$$a \leq \gamma : F = a \{-\log a - \log(a+1)\} + \left(a - \frac{1}{2} \right) \{\log(a^2 + \gamma) - \log \gamma\}$$

であればよい。

これらの (15)、(16) 両式が両側壁が滑面の矩形断面水路における抵抗式であつて、底面の粗さに関する M_1 が与えられると、水路巾 B に関する無次元量 R_B をパラメーターとして抵抗項 U/U_{*R} が決定される。

(15) 式における K および A は、 $\kappa=0.4$ とおくと a と γ だけの関数であり、また (16) 式の F も同様に M_1 、 $B/2$ 、 R_B に無関係であるから、これらははじめ図化しておけるという便宜がある。いま (7) 式を用いて水深の無次元表示である γ を径深の無次元表示である $2R/B$ におきかえて、これらの諸量を求める Fig. 4, Fig. 5 および Fig. 6 が得られる。

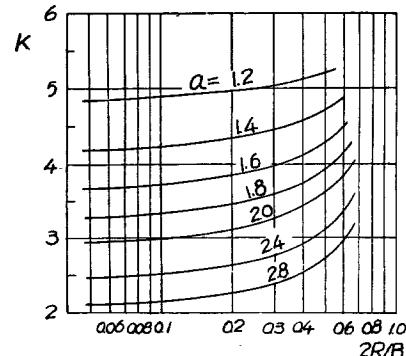


Fig. 4 Variation of K given by Eq. (15)

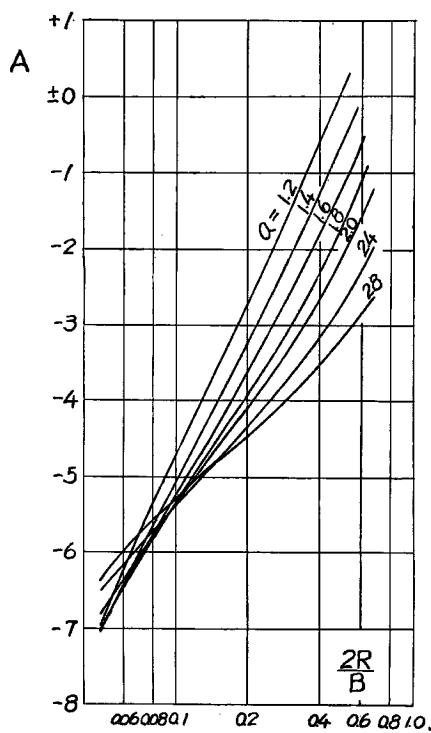


Fig. 5 Variation of A given by
Eq. (15)

本実験は水路巾 20 cm の水路を 2×10^{-3} の勾配に設置し、流れをほぼ等流の状態に保つて測定を行つたから $B/2=10\text{cm}$, $I=2 \times 10^{-3}$ であり、また水温には若干の変動があつたが、動粘性係数の代表値として $\nu=1.35 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ を与えることとする。

$$R_B = \frac{\sqrt{gIB/2}}{\nu} \frac{B}{2} = 3.27 \times 10^8$$

である。Fig. 4 および 5 の K および A を用いて (15) 式から、 $R_B=3.27 \times 10^8$ における抵抗項 U/U_{*R} を a および $2R/B$ の関数として図示すると、Fig. 7 のようである。ここで、 a は (16) 式から $(M_1 B / 2)$ を与えれば、Fig. 6 を用いて図解法によつて $2R/B$ の関数として求められる。

まず從来よく行なわれているように、桟粗度も Nikuradse の砂粒粗度に換算できるものと仮定して、相当粗度 k_s を用いて底面に関する M_1 を

$$M_1 \frac{B}{2} = \frac{1}{m_r k_s} \frac{B}{2} = 30 / \left(\frac{2k_s}{B} \right)$$

であらわし、 $(2k_s/B)$ に二、三の数値を代入して、Fig. 6 から a と $2R/B$ との関数関係を定め、さきの Fig. 7 においてパラメーター a を $(2k_s/B)$ におきかえると Fig. 8 が得られる。いま水路巾は一定であるから、桟粗度が桟間隔に応じて、粒径 k_s の砂粒粗度に相当するのであれば、実験点は Fig. 8 の曲線群の中の一つと合致しなければならない。Fig. 3 の各図における破線は、Fig. 8 の曲線群を実験点に対比せしめたものである。全般的に曲線群の勾配の方が緩いという傾向がうかがえるが、その様相は桟間隔によ

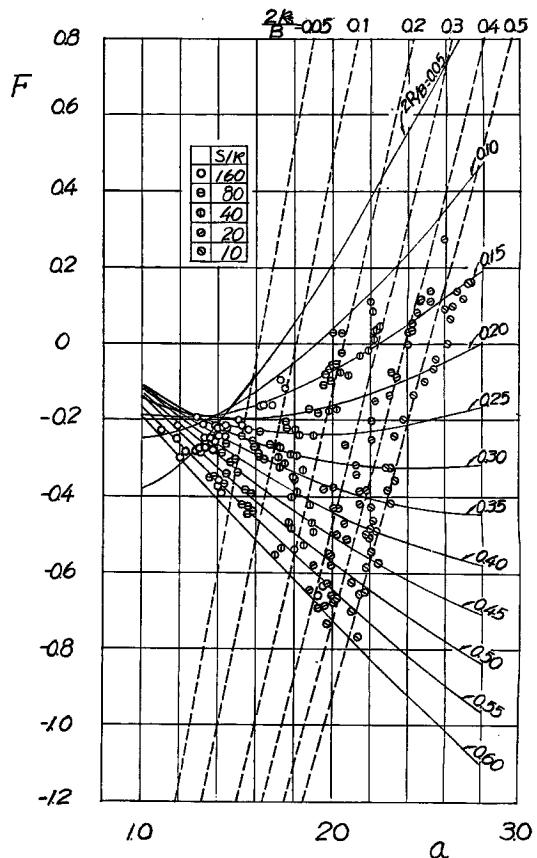


Fig. 6 Variation of F given by Eq. (16)

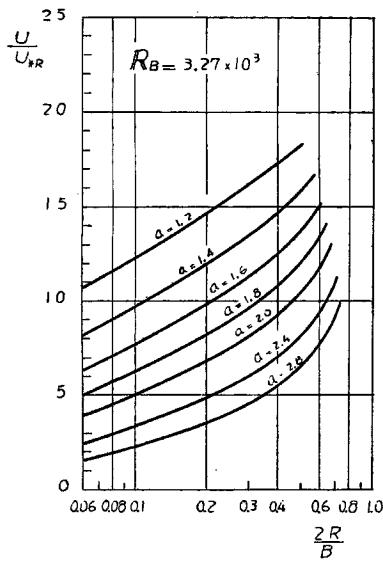


Fig. 7 Variation of U/U_{*R} with $2R/B$
for constant values of a

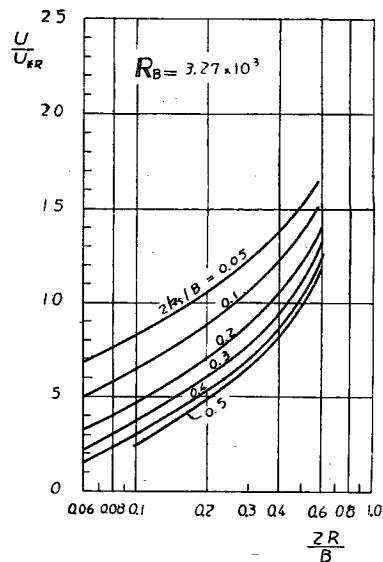


Fig. 8 Variation of U/U_{*R} with $2R/B$
for constant values of $2k_s/B$

つてかなり異なつておる Fig. 3e に示す $s/k=10$ の実験点はまず完全に $2k_s/B=0.5$ の曲線上にあるといつてよく、 s/k がこれより大きくなるにつれて実験点のずれが大きくなる。Fig. 3d の $s/k=20$ に対して $2k_s/B=0.35$ 、Fig. 3c の $s/k=40$ に対して $2k_s/B=0.20$ の各曲線を近似的にあてはめることも不可能ではないが、 s/k がそれ以上になると実験点は全く曲線群とくい違つている。また s/k の小さい Fig. 3f も実験点は異なつた傾向を示している。

この結果から推すと、棧粗度の砂粒粗度への換算は、棧間隔のある特定の範囲にのみ限らねばならぬことになる。そこで、さきの考察がはじめから Nikuradse の実験常数を用いて $M^1 = 30/k_s$ とおいたのに対して、逆に実験値から M_1 を算定し、相当砂粒粗度の概念にとらわれないで、直接棧間隔に結びつけて検討してみよう。いま各実験点によつて (U/U_{*R}) および $(2R/B)$ の値が与えられているものとする。そして $(B/2)$ および R_B も既知であるから、(15) 式における未知数は a だけであり、これを a について解けば、各実験点の a の値が求まるはずである。 a が既知となれば (16) 式の未知数は M_1 だけであり、各実験点の M_1 が算出される。この手順は図解によつて比較的簡単に行なうことができる。すなわち Fig. 3 と Fig. 7 を重ね合わせて、各実験点の a を見出し、その a と $2R/B$ の値に対応する点を Fig. 6 にプロットすると F が得られるから、これらを (16) 式に代入すれば、実験の R_B に対して、 M_1 が算定される。Fig. 6 には Fig. 3 の各場合に対する実験点をプロットしてあるが、 M_1 を相当砂粒粗度 k_s であらわして $M_1=30/k_s$ とおいた場合の関係も点線で示してある。

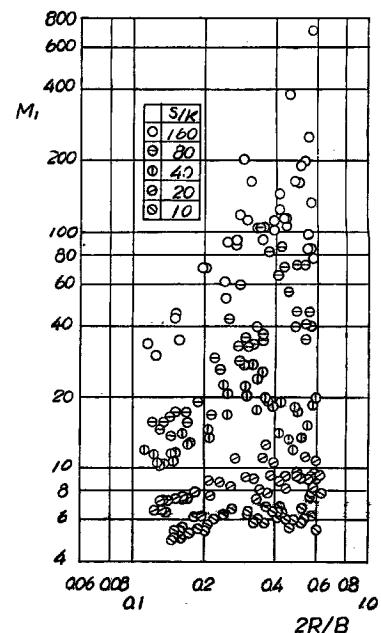


Fig. 9 Experimentally determined values of M_1

要素がある間隔をおいて配置されることから、断面によつては壁面領域がつねに粗度要素の後流によつて形成されるのではなくて、後流よりも水路壁面自身の粗滑に決定づけられる場合もあり得るから、(18)式における係数 M および c の決定は流れの形態を考慮して行わねばならない。

まず桟間隔が十分に小さい場合の流れをとりあげると、個々の桟粗度要素の後流は完全に干渉しあい、粗度要素が乱れの源であることにはかわりないのであるが、壁面領域が一様な厚さをもつて壁面に蔽いかぶさるから、流れの形態は粗度要素の形式に関らず、構造的には砂粒粗面と相似であると考えることができ、その速度分布は相当粗度を用いてあらわせることになる。いまこれを完全干渉流と名付けることにしよう。そして桟粗度の間隔が小さければ小さいほど、桟の圧力抵抗は遮蔽効果のため減少し、ついには0となり、桟粗度要素の抗力は桟頂面の剪断抗力だけになつてしまつてあるが、このような場合は桟粗度というよりも、溝型粗度と呼ぶべきであり、異種の人工粗度形と考えるべきであろう。

この完全干渉流に対して、桟間隔が非常に大きい場合の流れをとりあげると、桟粗度要素の後流はおのおの孤立して全く独立に作りだされるからこれは孤立粗度流と名付けるのが適切であろう。そして各桟粗度要素のうける抗力は、すべてそれ自身の形に固有な抗力係数によつて決定づけられるのであるが、粗度要素間の水路区間ににおける速度分布は粗度要素からの距離の関数となり、(17)式の τ は x 方向の速度変化を考慮し、さらに自由表面の変動および鉛直方向の速度成分を考慮して解かねばならないのであって、その解析はすこぶる難問であり厳密解は望むべくもない。

しかしながら本研究の目的は桟粗度を模型実験へ応用することにあり、水流の微細な内部構造の解析よりも、実際にある定められた水路区間の平均量を問題にすべきである。そこで一つの単純な取扱いとして、粗度要素間の平均量に対して、ある仮想壁面領域を定めると、粗度要素間の代表速度分布ともいべきものを定義することができる。そしてその代表速度分布が(18)式の対数式で与えられるものと仮定しよう。この場合、粗度要素からつぎの粗度要素までの水路区間の全抗力は、桟粗度要素の形状抗力と粗度要素間の壁面摩擦抗力の和で与えられ、しかも粗度要素の形状抗力は粗度要素自身に固有値をとるのであるから、水深の基点を与える(18)式の c は0とおくことができる。また壁面摩擦抗力は、粗度要素の後流内にある水路区間とその下流水路区間とでは異なるけれども、後流の大きさやその中の乱れの強さは、粗度要素の抗力係数の値によつて定まると考えられるから、いま一つの係数 M は、桟粗度要素自身に固有な形状抗力係数と、粗度要素間の壁面の粗滑およびその長さの関数であると期待できる。後流の及ぶ範囲が粗度要素の間隔に較べて小さく、省略可能であれば、壁面摩擦抵抗は、壁面の粗滑のみを考慮すればよく、Morris⁸⁾の分類による Semi-smooth Turbulent Flow は、このような場合を対象としているようである。しかし、通常の桟粗面においては後流の及ぶ範囲は、粗度間隔のかなりの部分を占めるのが普通であるから、ここにおける孤立粗度流の定義は、Morris のそれと若干の差がある。

つぎに桟間隔がある程度大きいが、孤立粗度流ほどでなく、後流の干渉が見られるけれども完全でないため、粗度要素からの位置によつて後流壁面領域が変化する場合が考えられる。この流れを前二者に対応して不完全干渉流と名付けよう。この流れは、孤立粗度流ほど粗度要素間の速度や摩擦抗力の変化が大きくないとしても、やはり桟間の平均値の概念を必要とすることはいうまでもない。そして水路壁面は一応後流の壁面領域に蔽われ、その後流は桟粗度要素の抗力係数によつて決定づけられるものであるから、結局この場合の係数 M および c も、桟間隔と粗度要素の抗力係数の関数と考えることができる。そして、この流れが孤立粗度流と相異なる点は、粗度要素のうける抗力が隣接する粗度要素の遮蔽効果をうけるということであり、粗度要素が孤立する場合の抗力係数が、粗度要素自身に固有なものであるのに対し、抗力係数そのものの中に遮蔽効果として桟間隔の影響が含まれると考えねばならないのである。

以上のように桟粗面上の流れは三形態に分類することができるのであるが、いずれの形態であつても、粗度要素の抗力係数が、最も重要な項目であることに変りはない。そしてこれらの流れに対する係数 M および c の決定は、理論的解析をまつよりも実験的に求める方が現実に即しているといえよう。つぎに基本項

の考察として、桟粗度要素の抗力測定の結果を検討してみよう。

(4) 桟粗度要素の抗力係数

一般に一様な速度 u_0 の流れの中にある物体のうける抗力は、物体の流れに対する射影高を k_0 とき、

$$D = \rho C_D k_0 u_0^2 / 2 \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

であらわされる。ここに C_D は抗力係数であり、一般に物体の形状および Reynolds 数の関数として与えられる。

物体が流れに垂直におかれた平面板であれば、流れは Reynolds 数に無関係に板の両端から離れて後流を生じ、その抗力係数はほとんど Reynolds 数に関係しないことが知られている。本実験に用いた矩形断面の桟においても、桟巾が小さく流れの剥離点の変化は小さいと考えられるから、その抗力係数は平面板の場合と同様に Reynolds 数にはあまり影響されないと推定できる。しかしながら、桟粗度要素は一様速度の流れの中におかれるのではなくて、壁面上にあるから、抗力係数 C_D を平均流速 U に対して、定義するためには、速度分布についての考慮を必要とし、 C_D は相対粗度 H/k の関数と考えるべきであろう。

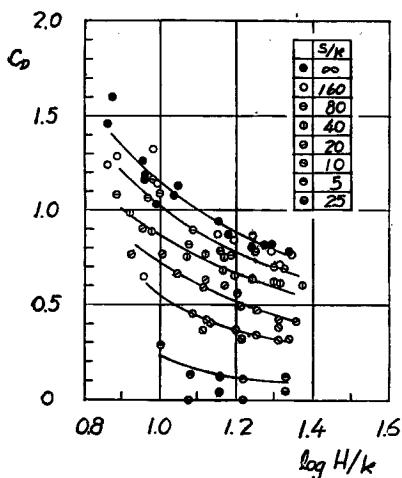


Fig. 10 Experimentally determined values of drag coefficient of rectangular strip roughness element, C_D

Fig. 10 に示された桟粗度要素の抗力係数は、これらの流れの形態に一つの目安を与えるものであり、粗度要素の間隔に対応して c を決定する根拠を示しているものと考えられる。すなわち図において、桟間隔 s が最も小さく、相対桟間隔 $s/k=2.5$ の場合に桟の抗力係数 C_D は 0 を示し、 s/k が大きくなるにつながって C_D は増大するが、 $s/k=160$ に至つてほぼ $s/k=\infty$ 、すなわち桟粗度要素をただ 1 ケだけ置いた場合の抗力係数に一致している。

$s/k=2.5$ において $C_D=0$ ということは、桟粗度要素の高さがもはや問題でなくなつたことを意味しており、この場合には当然 $c=k$ として水深の基点は桟頂に選ぶべきである。

一方、 $s/k=\infty$ における C_D の値は、この桟自身の形状に固有な抗力係数と解釈すべきものであり、流れの抵抗に対するこの桟粗度の寄与は、水路壁面からの桟の高さ k によるものと考えられるから、この場合

Fig. 10 は真鍮桟を用いて桟の圧力抵抗を直接測定し、桟粗度要素の抗力係数と、相対粗度との相関を求めたものであり、予期されたようにこれらの間にはかなり明瞭な相関々係を認めることがができる。

これらは側壁の影響を省略し、底面粗度を単純に二次元流として取り扱つたのであるが、桟粗度要素の抗力の定性的な傾向を知るには十分であり、相対粗度 H/k が重要な要素であると判定して誤りはないであろう。

(5) 桟粗面における水深の基点

一般に粗面流における水深の基点はすこぶる曖昧であり、とくに人工粗度を設ける場合、水深の基点を粗度要素の頂面におくか、底面におくかは從来全く研究者の主観に左右され、粗面流解析の隘路になつている。

この基点選定、すなわち、(18) 式の対数速度分布式の係数 c を与える問題は、流れの境界条件を与える壁面領域の問題であつて、さきに述べた流れの三形態が重要な意味をもつことになる。

の水深の基点は水路壁面にあると考えるのが自然である。そして、 $s/k=160$ の C_D がこれに等しいことは、粗度要素が孤立の状態にあって、流れは孤立粗度となることを示しており、同様に水深の基点は水路壁面に選び、 $c=0$ とおくべきであろう。つぎに $2.5 \leq s/k \leq 160$ の C_D は、これら両者の中間にあり、この桟粗度要素について、この範囲の流れは完全干渉流および孤立粗度流への遷移状態、すなわち不完全干渉流の状態にあると考えられる。この抗力係数 C_D の変化は、粗度要素相互の遮蔽効果をあらわしていると解釈できるから、いま c の算定に対する一つの考え方として、有効水深 H_e および桟粗度要素の有効高 k_e を

$$H_e = H - c, \quad k_e = k - c \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

とおき、これらの H_e および k_e に対して、あらためて計算した粗度要素の抗力係数 $C_{D'}$ は、 $|C_D|_{s/k=\infty}$ に一致するものと仮定してみよう。すなわち、Fig. 10 にあらわされた各桟間隔に対応する $C_D \sim (H/k)$ の曲線群を、この桟粗度要素に固有な抗力係数 $|C_D|_{s/k=\infty}$ に合致するように、粗度要素の有効高を算定しようというのである。

(19) および (20) 式から有効相対粗度 H_e/k_e および換算抗力係数 $C_{D'}$ はそれぞれ

$$\frac{H_e}{k_e} = \frac{(1-c/H)}{(1-c/k)} \frac{H}{k} \quad C_{D'} = \frac{(1-c/H)^2}{(1-c/k)} \cdot C_D$$

であらわされるが、 c/H は一般に小さく、1 に対して省略可能であり、両者の換算係数はいずれも $1/(1-c/k)$ に等しいと見なすことができる。したがつて、Fig. 10 の曲線群を両対数紙におきかえた Fig. 11

の図上で各曲線群を 45° の方向に $\sqrt{2} \log(c/k-1)$ だけ移動すれば、 $s/k=\infty$ の曲線に一致することになる。この

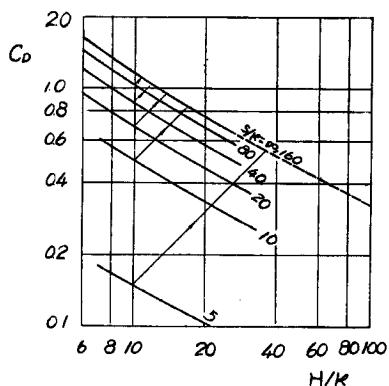


Fig. 11 Variation of C_D with relative roughness height, H/k , and with relative roughness spacing, s/k

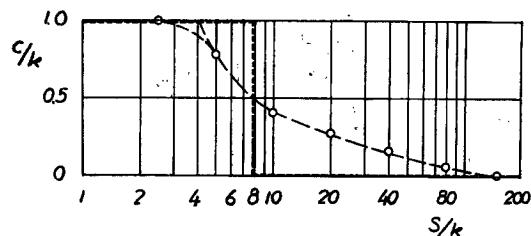
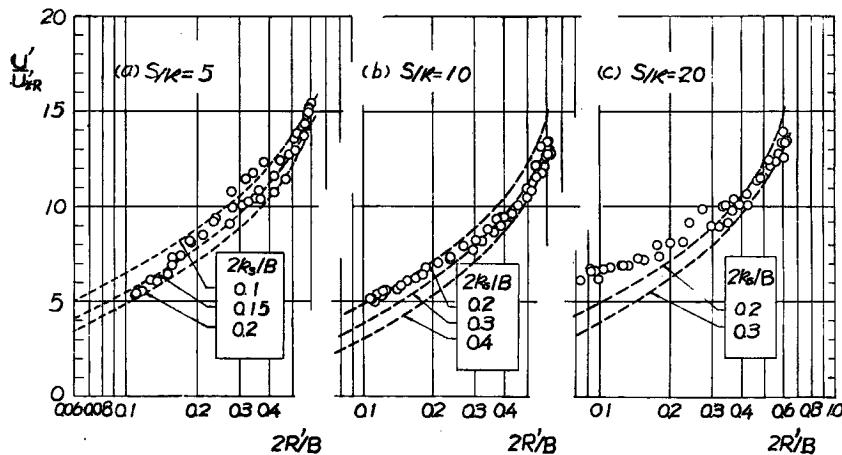


Fig. 12 Graph giving ratio of sheltering height to roughness height, c/k , with relative spacing of strip roughness, s/k ; full line is determined from measurement of C_D ; dotted lines is shown for a practical use

ようにして c/k を算定すると、Fig. 11 の各曲線群がほぼ平行に近いことからも明らかなように、相当粗度間隔 s/k に対応して c/k はある一定値を示し、その値は Fig. 12 に示すようになる。

このような c の算定法は一種の便法であり、厳密にはなお後流の細部構造の解析にもまたねばならないのであるが、従来全く不明瞭のままであった水深の基点選定に一つの拠点を提供するものといえよう。

Fig. 12 は $5 \leq s/k \leq 10$ の間で c/k が急変する傾向を示しており、 $s/k=5$ ではむしろ粗度要素頂面に基点を選ぶべきことを示している。さきに示した Fig. 3 の実験値はすべて基点を 5 に選んだのであるが、Fig. 12 に見られるこの $c/k \sim s/k$ 曲線の定性的特性を確かめるために、これらを $c=k$ とおいて再整理してみよう。その結果は Fig. 13 に示すようであり、Fig. 3 と較べて、 $s/k=10$ の場合を除き実験点の傾

Fig. 13 Relation between $U'/U_*'R$ and $2R'/B$

向はかなり変貌している。

流れの形態に関するさきの考察からすれば、 s/k が小さいほど完全干渉流に近づき、その抵抗関数は相当砂粒粗度 k_s であらわされねばならない。この場合 Fig. 10 から推定できるように、 $s/k \leq 20$ に対してはかなり強度の後流干渉を期待することができる。したがつてこれらの抵抗特性は相当砂粒粗度 k_s に対して得られた Fig. 8 の計算曲線に近い特性をもつはずであり、水深の基点選定もそのような期待に応ずるものでなければならない。Fig. 13 に、前と同様に相当砂粒粗度に対する計算曲線を破線で記入して、これらの実験点との適合性を判定すれば、まず $s/k=5$ の場合、 $c=k$ とおいた Fig. 13 において $2k_s/B=0.15$ の適用は十分に可能であるが、 $c=0$ とおいた Fig. 3 においては全く傾向が異なつておらず、基点は水路壁面よりも粗度頂面に選ぶことが理にかなつてゐるといえる。また $s/k=20$ の場合、 $c=k$ とおいた Fig. 13 は一応 $2k_s/B=0.15$ を近似的に適用できないことはないけれども、さきの $c=0$ の Fig. 3 における $2k_s/B=0.35$ との一致に較べると不十分といわざるを得ない。したがつて、この場合は基点は底面の近くへ選ぶべきであろう。 $s/k=10$ の場合に対しても $c=k$ の $2k_s/B=0.25$ の適用は、 $c=0$ の Fig. 3 における実験点の $2k_s/B=0.50$ との見事な一致には及ばない。しかしこの場合は、 $c=k$ とおくことがとくに流れの形態を歪めて解釈するということにはならないであろう。結局、抵抗項に関する実験結果から推定される水深の基点は、 $s/k \leq 10$ に対しては $c=k$ に、また $s/k \geq 10$ に対しては $c=0$ に近いことになる。この結果は粗度要素の抗力測定から決定された、Fig. 12 の $c/k \sim s/k$ 曲線によく対応している。

このように桟粗面における基点は、桟間隔に応じて与えられるのであるが、実用上の便宜、とくに模型水路への適用を考慮すると、模型水路をあらかじめ桟粗度の遮蔽分を見込んで製作することは厄介なことであるうえに、粗度要素の取り替えが容易でないから、模型水路の人工粗度としては、 $c=0$ と考えられるものの方が便利である。しかし孤立粗度流の範囲に入るような流れは、粗度要素の間における変動が実験を台無しにするおそれがあり、模型実験には望ましいものではない。したがつて実用上の目的からは、Fig. 12 に点線で示したように、 $c/k=0.5$ を境にして近似的に $c/k \leq 0.5$ に対して $c=0$ とおくことが許されるであろう。

(6) 桟粗面の抵抗則

対数速度分布式のいま一つの係数 M もまた水深の基点 c と同様に、流れの形態から吟味しなければならない。本実験の大部分の流れは、不完全干渉流に属するものであり、この種の流れの特性は孤立粗度流に

おける場合ほど顕著ではないが、ともかく粗度要素からの断面の位置によつて流れが変化するので、粗度要素間の平均量を考慮しなければならないことである。したがつて、棊粗度要素の間隔は、遮蔽効果として粗度要素の抗力係数の中に含まれるほかに、平均量を取り扱うことから直接 M の値に関与することになる。

M の基本的特性を決定づける棊粗度要素の抗力係数は、Fig. 10 に見られるように、たとえ水深の基点の選定によつて、遮蔽効果を除去できたとしても、相対粗度 (H_e/k_e) の関数とみなすべきであり、結局 M の一般的表示は、それが長さの逆数の元をもつことを考慮して、粗度要素の断面形状係数を s_f とおくと

$$Mk_e = \varphi(H_e/k_e, s/k_e, s_f)$$

であらわされ、さらに Fig. 9 の M_1 の実験値を参照すれば、

$$M = \frac{1}{mk_e} \left(\frac{H_e}{k_e} \right)^\theta \dots \dots \dots \quad (21)$$

の指指数形を期待することができよう。ここに係数 m および指指数 θ は s_f および s/k_e の関数とする。(21) 式はさらに m および θ の与え方によつて、完全干涉流から孤立粗度流まで含めた、一般形にもなり得るものと考えられ、完全干涉流に対しても $m=m_r=1/30$, $\theta=0$, $k_e=k_s$ と定義すればよく、また孤立粗度流に対しても、 $H_e=H$, $k_e=k$ とおき、面壁の粗滑に関する要素までも m および θ に含めることにすればよい。

M が (21) 式で与えられれば、(18) 式にこれを代入し、粗面流の対数分布式として、

$$\frac{u}{u_k} = \frac{1}{\kappa} \ln \left\{ \frac{z}{mk_e} \left(\frac{H_e}{k_e} \right)^\theta \right\} \dots \dots \dots \quad (22)$$

が与えられ、さらにこれから二次元流に関する抵抗則として、

$$\frac{U}{U_*} = \frac{\theta+1}{\kappa} \ln \frac{H_e}{k_e} + \frac{1}{\kappa} \left(\ln \frac{1}{m} - 1 \right) \dots \dots \dots \quad (23)$$

が与えられる。

著者は棊粗面の抵抗則の基本形として、従来の対数則にあらたに θ を加えたこの (23) 式を提案するものである。砂粒粗度への換算は、この θ が 0 に近い場合にのみ成立し、 $\theta=0$ は棊粗度要素の間隔のきわめて小さい場合に限られ、通常の棊粗面においては、この θ によって見掛上乱流係数 κ が小さくあらわれると考えられる。

m および θ は粗度要素の形状と、粗度要素間隔の関数として実験値から与えるのであるが、粗度要素間隔の項は、さきに述べたように遮蔽効果に左右され、水深の基点選定に明確な基準を与えなければ、これらの m および θ を実験常数として与えることはできない。水深の基点選定の一つの基準は、すでに Fig. 12 に示したようであるが、ここでは模型実験への実用上の便利さを重要視して、同図に示した点線の近似値を採用し、 $s/k \geq 10$ をとりあげて $c=0$ と定義し、 m および θ の実験常数を決定することにしよう。

M_1 の実験値はさきに Fig. 9 に示したのであるが、これは底面粗度に関するものであるから、(21) 式に対応せしめるためには、水深にかわる特性長として、底面に関する徑深 R_1 をとるべきであろう。 R_1 は底面摩擦速度に対して

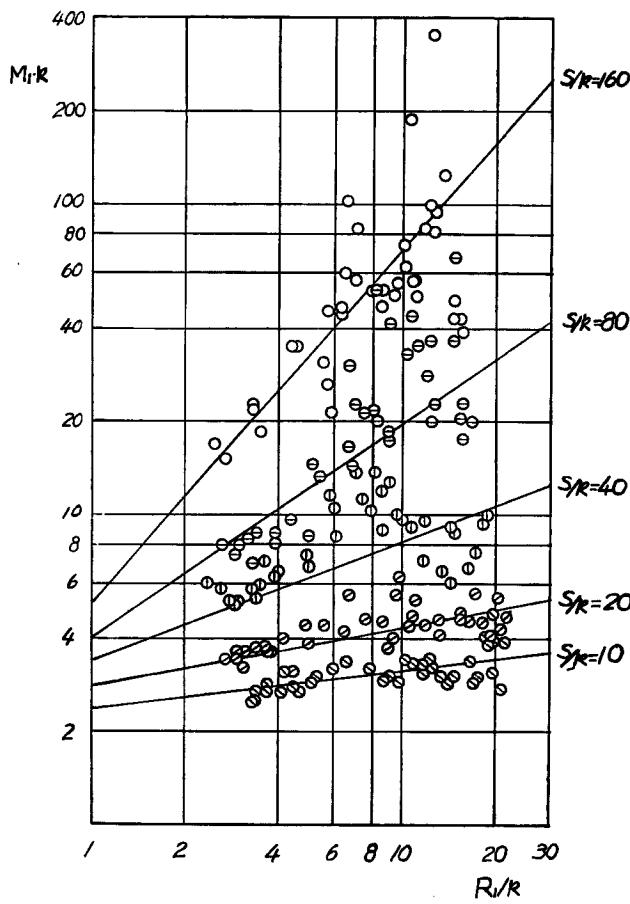
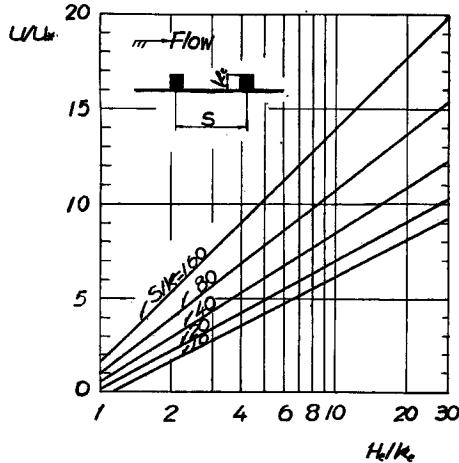
$$u_{kl} = \sqrt{gIR_1}$$

から定義され、(8) 式を参考すれば R に対して

$$\frac{2R_1}{B} = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{a^2} \right) \frac{2R}{B}} \frac{2R}{B}$$

となる。

Fig. 14 は R_1/k に対する M_1k の実験値をプロットしたものであり、 $(1/m)$ および θ はそれぞれこ

Fig. 14 Relations between M_{ik} and R_{ik}/k Fig. 15 Relations between U/U_* and H_e/k_e for two-dimensional flow over roughened surface with strips

これらの直線の $R_{ik}/k=1$ における M_{ik} の値および勾配で与えられる。後述の Fig. 18 における○印はこの場合の $\frac{1}{m}$ および θ の値であるが、これらの数値を(23)式に代入して、桟粗面上の二次元流に対する U/U_* と H_e/k_e との関係を求めると、Fig. 15 が得られる。そして、この図は不完全干渉流から、孤立粗度流へ至る間の抵抗特性の基本形を与えるものであり、砂粒粗面の完全干渉流との差異を示すものである。

このようにして本実験の桟粗度要素における不完全干渉流として、実験常数が算定されたのであるが、つぎにこの考察を従来の実験研究に適用して、その信憑性を検討してみよう。

Powell の実験は開水路桟粗面の代表的実験研究としてよく知られており、彼の実験は正方形断面の桟粗度を用いた。その結果を Chézy 係数を用いて

$$C = 42 \log \frac{R}{\epsilon} \dots\dots\dots(24)$$

であらわした。これを無次元表示すれば

$$\frac{U}{U_{*R}} = 7.41 \log \frac{R}{\epsilon}$$

となる。

著者は、彼が砂粒粗度への換算にとらわれないで、新しく ϵ という量を導入したことに対する意を表するものであるが、彼の実験点を粗度要素別にプロットすると Fig. 16 のようであり、Fig. 15 に示した二次元の不完全干渉流に関する抵抗特性と同様の傾向を認めることができる。これらもまた不完全干渉流として考慮すべきであることをあらわしているように見える。

これらの実験値から m および θ の値を算出するためには、全潤辺に一様に粗度要素を配したこの場合においても、側壁の効果を考慮すべきであり、側壁の効果として $2k/B$ が一つのパラメータとなるはずである。Fig. 16 に示されているように、相似形の

2種の粗度要素に関する抵抗項がわずかながら差異のあることは、その一端をあらわしているとも考えられる。しかし、さきの滑面流の場合におけると同様に、全潤辺が均一の粗度をもつ場合の流水断面形の効果は、近似的に特性長として径深 R を用いることによってあらわせると考えられるから、(23)式の H を R におきかえて $1/m$ よび θ の値を算定することにする。Fig. 16 の各実験点を直線であらわし、これらの直線から $1/m$ よび θ を求めた結果は Fig. 18 に①印で与え

てある。そしてこれらの値は $1/4''$ 桟の $1/m$ の値がやや離れているが、予期したように著者の実験値と比較的よく一致している。

つぎに、粗度要素の形状が直角三角である米国の W.E.S. の実験値を全く同様に整理すると、まず径深 R に対して抵抗項は Fig. 17 のようにあらわされ、これもまた不完全干渉流の特性を示しており、さらに

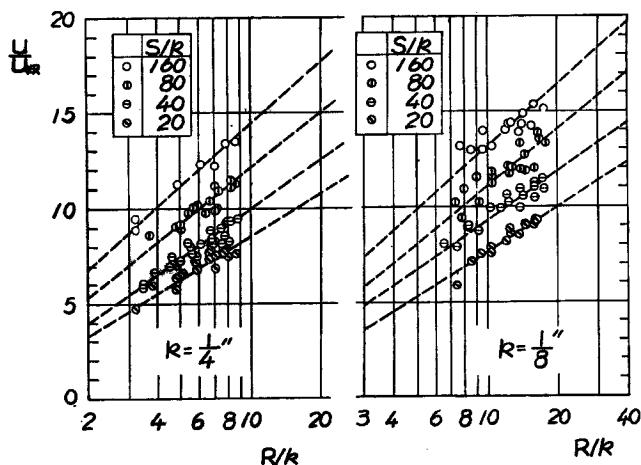


Fig. 16 Relations between U/U_{*R} and R/k by R. W. Powell

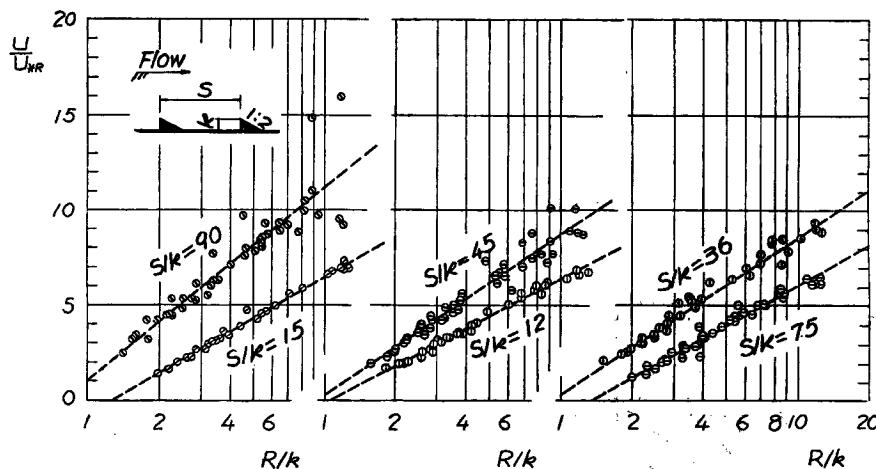


Fig. 17 Relations between U/U_{*R} and R/k by W.E.S.

これから $1/m$ よび θ を算定した結果は Fig. 18 の●印で示すようであり、前二者とはほぼ同じ値が得られる。

著者の粗度要素はやや偏平な矩形断面であり、Powell のそれは正方形断面であるから、たんにこの両者だけの比較の上では、係数 $1/m$ よび θ の若干の差は粗度要素の形状の差として承認できるのであるが、W.E.S. の三角形断面粗度が加わると、むしろ粗度要素の形状に無関係に、これらの係数は粗度要素の間隔に支配されると結論し、多少の差は誤差と考える方が妥当のようにも思われる。

この結果は、あるいは後二者に対して側壁の効果を単純に径深 R によって代表せしめたため、粗度要素

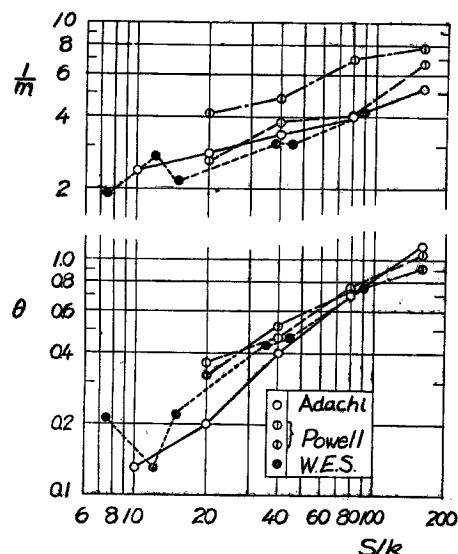


Fig. 18 Variations of $1/m$ and θ
with s/k

らに粗度要素の圧力抵抗の測定から、水深の基点および対数則の常数に新しい考察を加えた。この結果従来行われてきた砂粒粗度を基準とする方法が、桟粗面の場合にはごく一部に限られることが明らかとなり、粗度要素が規則的に配列される一般の人工粗度においても、ここに示した桟粗面と同様な流れの分類が可能なはずであり、ここに得られた水深の基点算定と新しい係数 θ および m の値は、模型実験における人工粗度選定に有力な一つの基準を与えるものと考えられる。

おわりに、本研究に対し有益な御討議を賜つた岩垣雄一助教授に厚く御礼を申し述べるとともに、終始実験および計算に援助を頂いた村本嘉雄、高守洪両氏に深謝する次第である。

参考文献

- 1) Morris, H. M. : Flow in Rough Conduits, Trans. A.S.C.E. Vol. 120, 1955.
- 2) Powell, R. W. : Resistance to Flow in Rough Channels, Trans. A.G.U., Vol. 31, 1950.
- 3) Albertson, M. L. and Robinson, A. R. : Artificial Roughness Standard for Open Channels, Trans. A.G.U. Vol. 33, 1952..
- 4) 岩垣雄一：滑面開水路における乱流の抵抗法則について、土木学会論文集、16号、昭28。
- 5) 足立昭平：開水路模型実験の相似律に関する研究—模型歪みの効果について一、京大防災研究所年報、第2号、昭33。
- 6) Powell, R. W. : Resistance to Flow in Smooth Channels, Trans. A.G.U., Vol. 30, 1949.
- 7) 岩垣雄一；前出 4)
- 8) Morris, H. M. : Design Methods for Flow in Rough Conduits, Proc. A.S.C.E. Vol. 85, 1959.
- 9) Powell, R. W. : Flow in a Channel of Definite Roughness, Trans. A.S.C.E., Vol. 111, 1946.
- 10) Waterways Experiment Station : Study of Finite Boundary Roughness in Rectangular Flumes, Technical Memorandum No. 2-364, 1953.

の形状効果が現われなかつたとも考えられるのであるが、全溝辺が均一な粗度をもつこの場合に対して、その近似度はかなり高いものと推定され、さらに Powell が指摘しているように、(24) 式における ϵ の値が実用上あまり厳密な数値を必要としないことを思い合わせると、(23) 式の m も同様なことがいえ、この場合、粗度要素の形状は係数 m および θ に対して重要でないと考えられる。そして、このことは桟粗面に関する不完全干渉流の抵抗項が相対粗度 H/k と相対粗度間隔 s/k だけによって決定されることであり、興味ある結果である。

4. 結 言

本研究では、桟粗面上の流れの特性を完全干渉流、不完全干渉流および孤立粗度流の3形態に分類して吟味し、実験にもとづいてこれらの分類を相対粗度間隔 s/k に結びつけ、普通模型実験に使用されている多くの場合が不完全干渉流に属することを明らかにし、さ