

# 砂防ダムの堆砂勾配について (第2報)

矢野勝正・大同淳之

## ON THE EQUILIBRIUM BED SLOPE OF THE SABŌ DAM (II)

by Dr. Eng. Katsumasa YANO and Atsuyuki DAIDO

### Synopsis

This paper is an approach to the estimation of the equilibrium bed slope of a stream upstream the sabō dam in which the sediments are mainly transported as the bed-load.

In this paper, the equilibrium bed slope is discussed theoretically and experimentally in the case of the nonuniform steady flow with the linearly varied width and a rectangular cross-section.

### 1. は し が き

一般に砂防ダムの目的は

1. 溪床勾配を緩和する。
2. 流出土石を扞止する。
3. 流出土石を調節する。
4. 溪床を高めて山脚を固定する。

にあるといわれている。これら砂防ダムの作用が下流河川に及ぼす影響は、その有用性は認められているが、具体的には明らかでない。

最近、河川計画においては水位、流量といった水文学的な考慮とともに、流砂量を算出して、河床の変動を算定する方法が、各河川において行われつつある。これらの作業を進めるにあたっては、上流から補給される砂の量を把握することが必要であると同時に、上流の砂防ダムの堆砂勾配を明らかにし、上記の作用がどの程度効果を発揮しているかを算定することは、下流河川の処理のために必要であつて、これはまた砂防ダムの配置、規模の決定に大きな役割を果すものと考えられる。

砂防ダムのように、つねに砂が激しく移動しているような場合、河床が平衡にあるということは、問題にする区間での流砂量が、どの断面でも等しいということである。さきにわれわれは、幅一様な場合について上記の条件のもとに平衡勾配を解析し発表した<sup>1)</sup>、この論文では幅が直線的に変化する場合についての考察を試みた。

### 2. 理論的考察

ある基準面から測つた河床面の高さを  $z$  とすると、流砂の連続方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{b(1-\lambda)} \frac{\partial(q_T b)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $b$  は河幅、 $\lambda$  は砂の空隙率、 $q_T$  は単位幅、単位時間当りの掃流砂量である。

掃流砂量については、従来多くの公式が提案されているが、ここではつぎのような Brown<sup>2)</sup> の提案した実験式を用いる。

$$\frac{q_T}{u_* d} = k \tau_*^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $u_*$  は摩擦速度、 $d$  は砂の粒径、 $k$  は常数、 $\tau_*$  は無次元化した掃流力で、 $u_*^2 / [(\sigma/\rho) - 1]gd$  に

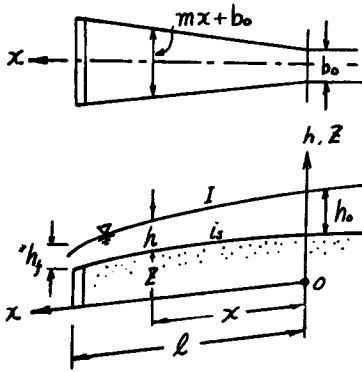


Fig. 1 Plan and profile of sabō dam and its notation

よつて表わされ、 $\sigma$  は砂の密度、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力の加速度である。また、(2)式はつぎのように書き改めることができる。

$$q_T = \alpha' u_*^5 \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\alpha' = kd / [ \{ (\sigma/\rho) - 1 \} gd ]^2$

(2)式は等流の場合についてえられたものであるが、不等速定流の場合にも適用できるものとして取り扱う。

抵抗法則として Manning 型の  $u_*^2/gR = n^2v^2/R^{4/3}$  を用いることにすれば、幅の広い矩形断面とみなしてよいときは、つぎのようにかくことができる。

$$u_* = g^{1/2} n Q / h^{7/6} b \dots\dots\dots (4)$$

一方、水流は平衡に達した状態を考えれば不等速定流であるから、運動方程式および連続式は  $\alpha = 1$  として、

$$-i_s + \frac{dh}{dx} + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{A^2} \right) + \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

および、

$$Q = A \cdot v = \text{const.} \dots\dots\dots (6)$$

河幅  $b$  が直線的に変化する場合を考えているから、

$$b = mx + b_0, \quad db/dx = m \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $b_0$  は  $x=0$  の点における河幅とする。

さて、(1)において河床が時間的に変動しない、すなわち平衡状態にあるならば、

$$\frac{\partial(q_T \cdot b)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

でなければならない。(3)の  $q_T$  に  $b$  をかけて、 $x$  で微分すると、

$$\frac{d(q_T \cdot b)}{dx} = \alpha' \left\{ \frac{db}{dx} u_*^5 + b \cdot 5u_*^4 \frac{du_*}{dx} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(8)の条件によつて、 $d(q_T \cdot b)/dx = 0$  となるためには、

$$\left\{ \frac{db}{dx} u_* + 5b \frac{du_*}{dx} \right\} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

となることが必要である。(4)より

$$\frac{du_*}{dx} = -ng^{1/2} Q \left\{ \frac{1}{b^2} \frac{1}{h^{7/6}} \frac{db}{dx} + \frac{1}{b} \frac{7/6}{h^{13/6}} \frac{dh}{dx} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(4)および(11)を(10)に代入して整理すれば、

$$\frac{dh}{dx} + \frac{24}{35} \frac{m}{b} h = 0 \dots\dots\dots (12)$$

この式に  $b = mx + b_0$  を代入して、

$$\frac{dh}{dx} + \frac{24}{35} \frac{1}{\left(x + \frac{b_0}{m}\right)} h = 0 \dots\dots\dots (13)$$

この解は

$$h = C_1 \left(x + \frac{b_0}{m}\right)^{-24/35} \dots\dots\dots (14)$$

$|h|_{x=l} = h_f$  (溢流点の水深) とすると、

$$C_1 = h_f \left(l + \frac{b_0}{m}\right)^{24/35} \dots\dots\dots (15)$$

であるから、これを (14) に入れると、

$$h = h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{24/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-24/35} \dots\dots\dots (16)$$

(16) が各断面で流砂量が等しいという条件を満足する水深の関係である。したがって、(5) の水流の運動方程式を  $h_c^3 = Q^2/gb^2$  の関係を用いてかきなおすと、(17) に (16) の  $h$  を代入して

$$i_s = \frac{n^2 Q^2}{b^2 h^{10/3}} + \left( 1 - \frac{h_c^3}{h^3} \right) \frac{dh}{dx} - \frac{h_c^3}{h^2} \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \dots\dots\dots (17)$$

となるから、これに (16) の  $h$  を代入すれば、つぎのような上の条件を満足する水深と勾配の関係が求まる。

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{n^2 Q^2}{m^2 \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^2 \left\{ h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{24/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-24/35} \right\}^{10/3}} \\ &\quad - \frac{24}{35} h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{24/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-59/35} - \frac{11}{35} \frac{Q^2}{g h_f^2 m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-57/35}} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

基準面からの堆砂の高さ  $z$  は、水路床勾配  $i_s$  を  $x$  で積分して、

$$\begin{aligned} z &= - \int i_s dx \\ &= - \frac{9}{7} \frac{n^2 Q^2}{h_f^{10/3} m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/21}} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{9/7} - h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{24/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-24/35} \\ &\quad - \frac{Q^2}{2g h_f^2 m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/35} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-22/35}} + C_2 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$|z|_{x=l} = 0$  (ダムの頂面の標高) とすると、

$$C_2 = \frac{9}{7} \frac{n^2 Q^2}{h_f^{10/3} m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/21}} \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{9/7} + h_f + \frac{Q^2}{2g h_f^{10/3} m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/35} \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{-22/35}} \dots\dots\dots (20)$$

これを (19) に代入すれば、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} z &= \frac{9}{7} \frac{n^2 Q^2}{h_f^{10/3} m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/21}} \left\{ \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{9/7} - \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{9/7} \right\} \\ &\quad + h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{24/35} \left\{ \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{-24/35} - \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-24/35} \right\} \\ &\quad + \frac{Q^2}{2g h_f^2 m^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{48/35}} \left\{ \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{-22/35} - \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-22/35} \right\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

なお、(4) の  $u_*$  に Chezy 型の  $u_* = \sqrt{gQ^2/C^2 b^2 h^2}$  を用いた場合には、(16)、(18) および (21) はそれぞれ、

$$h = h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{4/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-4/5} \dots\dots\dots (16)'$$

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{Q^2}{C^2 m^2 \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^2 \left\{ h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{4/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-4/5} \right\}^3} - \frac{4}{5} h_f \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{4/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-9/5} \\ &\quad - \frac{1}{5} \frac{Q^2}{g m^2 h_f^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{8/5}} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-7/5} \dots\dots\dots (18)' \end{aligned}$$

$$z = \frac{Q^2}{\frac{7}{5} C^2 m^2 h_f^3 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)} \left\{ 1 - \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{-7/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{+7/5} \right\} + h_f \left\{ 1 - \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{+4/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-4/5} \right\} + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{g m^2 h_f^2 \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^2} \left\{ 1 - \left( l + \frac{b_0}{m} \right)^{2/5} \left( x + \frac{b_0}{m} \right)^{-2/5} \right\}$$

..... (21)'

となる。

3. 実 験

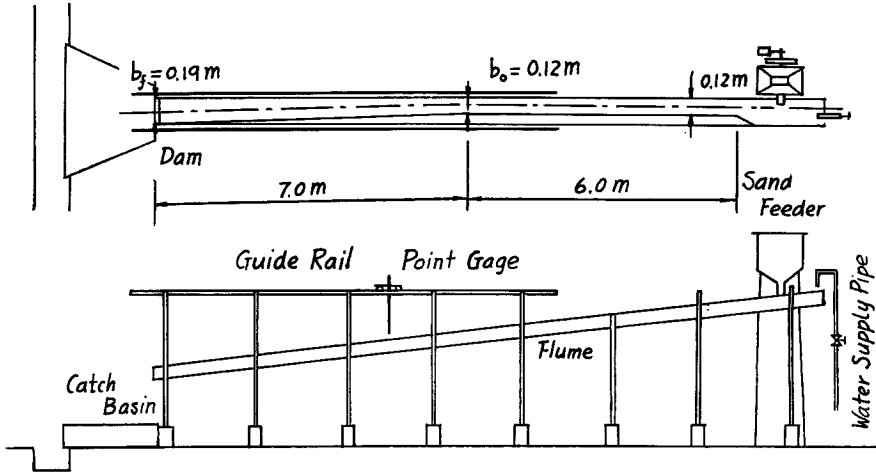


Fig. 2 Equipment for experiments of the equilibrium bed slope

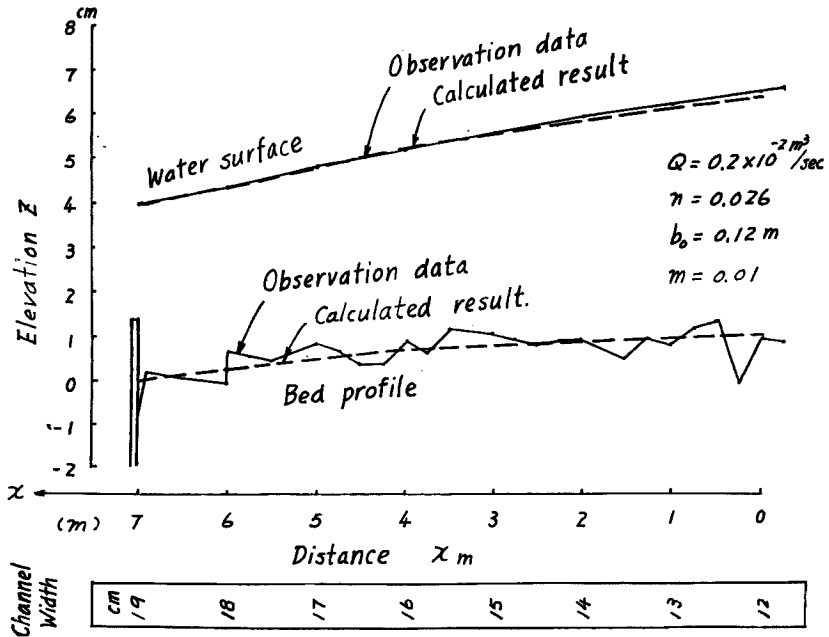


Fig. 3 Comparison of calculated results and experimental data

上記の式を検討するために、防災研究所宇治川水理実験所において実験を行った。実験に用いた水路は Fig. 2 に示すように、長さ 7 m の区間で幅が 12 cm から 19 cm に直線的に変化する部分と、上流側に長さ 6 m、幅 12 cm の一定の部分、幅 20 cm の鋼製水路の中へ木の板で片側を仕切つて作ったものである。下流端 19 cm のところに高さ 9 cm のダムの模型をとりつけ、上流から毎時一定量の砂を補給して自然に堆砂せしめ、下流端から流出する砂の量が、上流での供給量に等しくなるまで実験をつづけ、最後に形成された勾配と水深を、point gage で測定したものである。Fig. 3 はその 1 例に上記の式を適用した結果で、この実験は砂の粒径  $d_{50}=0.37$  mm,  $Q=2.0$  l/sec,  $F_r=0.42$  程度の常流の場合である。この場合の水理条件では、砂澱の発生を避けることができないので、河床は波打つていて適合性は十分でないようにみえるが、砂澱による変動を除けば、よく適合しているように思われる。砂の粒径が  $d_{50}=0.082$  cm,  $0.037$  cm の二種類について、常流から射流の範囲にわたり種々の実験を試みたが、そのいずれの場合でも、十分適合すると判定される結果がえられた。

#### 4. 実際資料への適用

以上の実験の結果、上式がこれらの現象を説明しうることがわかつたので、実際の砂防ダムについて堆砂勾配の算定をしたのが Fig. 4 である。ここに採用したのは宇治川の支川犬打川の砂防ダムで、昭和32年 8

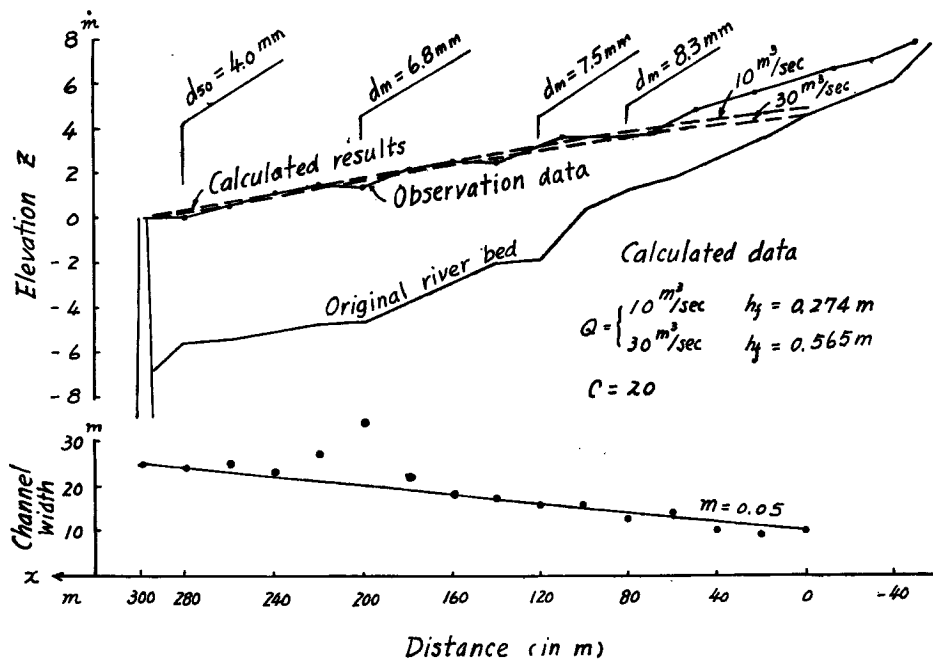


Fig. 4 Comparison of calculated results and field data

月に現地で堆砂勾配を測定した結果である。河幅は図のように直線的に変化するものとみなし、計算に用いた流量は、流域面積から洪水量を算定して  $10$  m<sup>3</sup>/sec,  $30$  m<sup>3</sup>/sec について計算を行った。溢流点での水深は溢流点で河幅を用いて、等流であると考えて算定する次式<sup>3)</sup>を用いて求めた。

$$h_f = (Q/C_d \sqrt{2g} B)^{2/3}$$

ここに、

$$C_d = 0.7071 \times \left( \frac{C^2 i_*}{g} \right)^{1/2}$$

$i_*$  は堰の背後の堆砂勾配で、用いた  $i_*$  が (18) を満足するように試算で求める。また、 $C$  は Chezy の係数である。

この計算では、 $h_f$  の算定に Chezy の係数  $C$  を用いたので、(21)' によつて計算した。ここで  $C$  の見積りが実際にはかなり影響するので、用いた  $C$  の値が妥当であるかどうか、資料が実際に平衡であるかどうかなどの問題はあつたが、得られた結果は図に示す通りである。上流部分では実測の河床勾配はかなり急であるが、この付近では平均粒径の算定ができなかつたほど粒径が大きいため、また別の考察が必要であると思われる。

Fig. 4 に示すように流量の変化に対しては堆砂の縦断形はほとんど変化はないが、流量が大きくなるほど勾配は減少し、高さは低くなる結果を示す。

Fig. 5 は Fig. 4 と同じ溢流幅をもつ水路で、河幅の変化率が異なる場合の計算例であつて、区間は 300m、流量  $Q$  は  $30 \text{ m}^3/\text{sec}$  である。限られた区間では、上流へ向つて河幅の縮少がはなはだしいほど堆砂高さは低くなる。これらの結果から、堆砂勾配に及ぼす影響は、水深の変化よりも河幅の変化の方が大きいことがわかる。

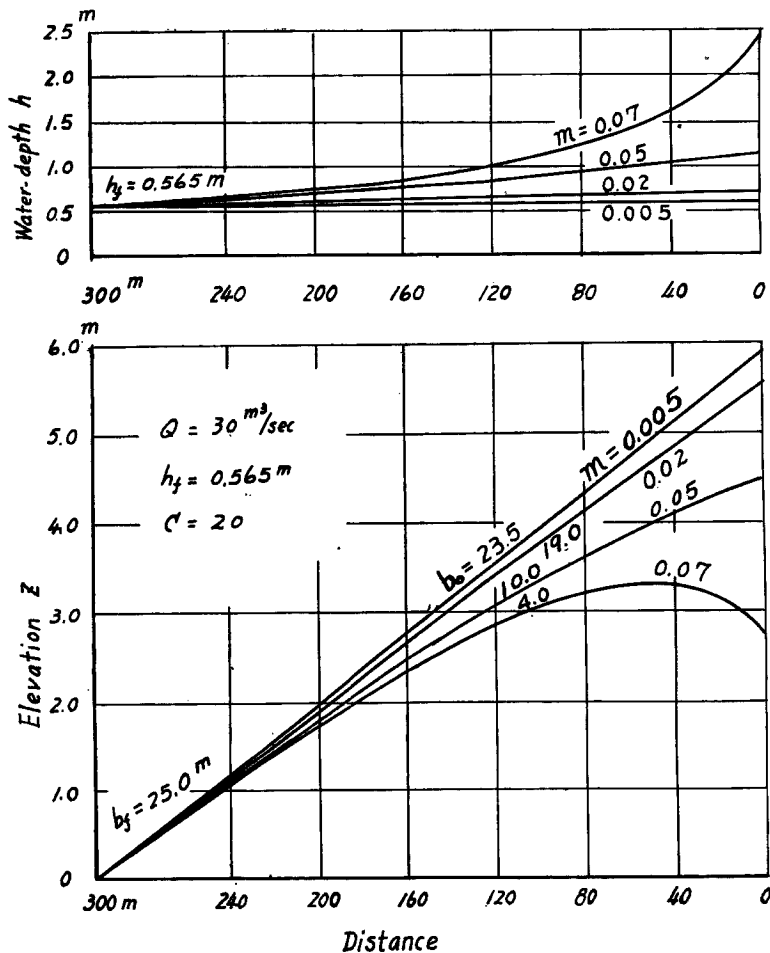


Fig. 5 Calculated bed profiles for different rates of change in river bed width

## 5. む す び

以上、河幅が直線的に変化する場合の平衡勾配について考察し、得られた結果を実際の砂防ダムに適用して、ほぼ所期の目的を得た。

しかしながら、これら峡谷での河相は、沖積地帯の河川に比して一段と複雑であつて、例えば洪水時に砂防ダムに流入する土砂の流れは、緩流河川での掃流状態とは異なるのではないかと推察され、また一般にいわれているような洪水時には堆砂勾配は急になるという現象も、まだ十分に説明することはできない。峡谷での掃流砂量、抵抗係数、あるいは上下流での底質の粒径の変化など、多くの問題が残されているが、勾配の算定にもつとも大きい影響を与えるものと思われる河幅の変化について、考察を試みたものである。

終りに実験をわずらわした角田吉弘氏に厚く感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) 矢野勝正, 大同淳之, 木下新一: 砂防ダムの堆砂勾配, 第13回土木学会年次講演会, 昭.33.5.
- 2) Rouse, H: *Engineering Hydraulics*, 1950, p. 799
- 3) 矢野勝正, 大同淳之: 砂防ダムの堆砂勾配について, 新砂防 31, 昭.31.11, p.5.