

粘土の強度と圧密特性に 関するレオロジー的考察

村山 朔郎・柴田 徹

THE RHEOLOGICAL CONSIDERATIONS ON THE STRENGTH CHARACTERS OF CLAY

by Dr. Eng. Sakurō MURAYAMA and Tōru SHIBATA

Synopsis : This is a report of a theoretical and experimental researches on the strength characters of clay.

The authors had previously insisted that the solution of rheological behaviour of clay should be treated with the theory deduced from the micrometric standpoint. From this standpoint, a new fundamental formula concerning the rheological properties of clay was derived.

In the present paper, applying the formula and experiments, some important problems on soil structure—such as creep failure, dynamic behaviour or secondary time effect are investigated.

1. 緒論

著者らは粘土粒子の粘性機構を統計力学的な立場から処理して、粘土のレオロジー的特性に関する新たな理論を誘導して既に二、三の機会に発表した^{1,2)}が、これは単に粘土の特性に関する学術上の問題に対して意義を有するばかりでなく、土質工学的な実際問題においても重大な関連をもつものである。

本報告ではその後に解明した成果のうち特に興味深いと思われる破壊と圧密の問題を選んで述べることにする。なお実験に用いた粘土はすべて大阪沖積層より採取した乱されない粘土(粘土含有量約50%)である。

2. 静的破壊(クリープ破壊)

乱されない粘土試料に上限降伏値(この強度以下の応力では相当時間経過の後にクリープが停止し、それ以上の応力ではクリープが徐々に加速されてついに破壊にいたるような境を示す限界強度)よりも大きい一定応力を載荷すると変形速度は徐々に減少し、ある期間中ほぼ一定速度を持続し、やがて再び変形速度が増加して破壊に至る。これがクリープ破壊と称する現象である。

さて既に解明した流動特性は、上限降伏値以上の応力では初期ヒズミ速度が急激に増大することであつた。これは粘土粒子相互間の移動が上限降伏値を境界として全く異なつた挙動をもち、ある時間を経過後ついに粘土粒子間結合力が切断されてクリープ破壊を生じるものと考えられる。従つていま単位面積当たりの結合粒子数を N_b とすれば、 N_b が N_{b0} (初期値) から時間の経過とともに次第に減少し、ついに $N_b=0$ となつてクリープ破壊にいたるものと考えることができる。

上限降伏値 σ_u 以下の応力範囲においては、単位変形機構の活性化される数は時間に関して一定であるとして、種々のレオロジー的な挙動を説明し得たのであるが、 σ_u 以上では結合粒子が活性化し、結合粒子の数が次第に減少して粘土構造を破壊する。後者の関係を見るため、ここでは σ_u 以上の一定応力 σ により N_b が破壊される時間的割合を求めるとき、単位時間に 1 個の結合粒子が活性化する確率は、単位時間に活性化さ

れる粒子数の全粒子数に対する割合に等しいから¹⁾、応力が大きく粒子間のスペリが一方向的に回復(repair)を生じない場合については、

$$-\frac{1}{N_b} \frac{dN_b}{dt} = \frac{\kappa T}{\hbar} \exp\left(-\frac{E_o}{\kappa T}\right) \exp\left(\frac{\lambda \sigma_2}{2N_b \kappa T}\right) \dots \quad (2.1)$$

ここに κ ；ボルツマン常数， T ；絶対温度， h ；プランク常数， λ ；運動方向にはかつた粒子の平衡位置間の距離， E_0 ；活性化エネルギーである。

N_b が減少すればそれに応じて弾性も少なくなり、 $N_b \rightarrow 0$ となつて破壊を生じる際には、Voigt 要素の弾性 E_2 は $E_2 = 0$ になると考へられるから、 $\sigma_2 = \sigma$ として式(2.1)を解くと、

$$\frac{BN_{bo}}{\sigma} \exp\left(-\frac{\sigma}{BN_{bo}}\right) = A \cdot t_f \quad \dots \dots \dots \quad (2.2)$$

٢٣٦

$$A = \frac{\kappa T}{\hbar} \exp\left(-\frac{E_o}{\kappa T}\right), \quad B = \frac{2\kappa T}{\lambda}$$

でいずれも常数, t_0 ; クリープ破壊所要時間である。

両辺の対数をとつて、

$$\log t_f = \log \frac{1}{A} - \log \frac{\sigma}{BN_{bo}} - \frac{\sigma}{BN_{bo}} = \log \frac{h}{\kappa T} + \frac{E_o}{\kappa T} - \log \frac{\lambda \sigma}{2\kappa TN_{bo}} - \frac{\lambda \sigma}{2\kappa TN_{bo}} \quad \dots \dots \dots \quad (2.3)$$

上述の仮定、すなわち応力が大きく粒子間のすべりが一方向的に生じる場合には

$$\frac{\lambda\sigma}{2\kappa TN_{b0}} \gg 1$$

であるから、式 (2.3) は近似的に

$$\log t_f = \log \frac{h}{\kappa T} + \frac{E_o}{\kappa T} - \frac{\lambda}{2\kappa TN_{bo}} \sigma \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

となり、常用対数にて表わすと

$$\log_{10} t_J = \log_{10} \frac{h}{\kappa T} + \frac{E_o}{2.3\kappa T} - \frac{\lambda}{4.6\kappa TN_{ho}} \sigma \quad \dots \dots \dots \quad (2.5)$$

1-4-7

図-2.1中の点は、含水比を二種類に変えてクリープ破壊実験を行った結果を示すもので、各点はほとんど一直線上にあり、この $\log_{10} t_f \sim \sigma$ 直線の傾斜は式(2.5)により $\lambda/(4.6\kappa TN_{bo})$ となるはずである。また t 軸上の交点の座標 $\log_{10} t_{f,0}$ は

$$\log_{10} t_{f,i} = \log_{10} \frac{h}{\kappa T} + \frac{E_o}{2.3 \kappa T} \quad \dots \dots \quad (2.6)$$

によつて与えられ、この式より各温度に対する活性化エネルギー E_a を求めることができる。

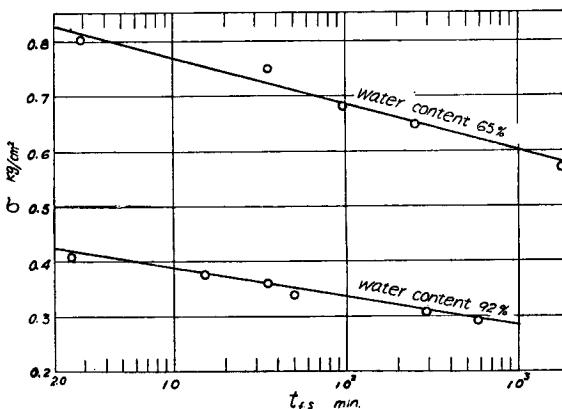


Fig. 2.1 Relationship between compressive strength σ and time to creep failure t_f

3. 動的クリープ

起振機 (two-mass をもつ偏心質量型で、偏心質量は位相可変式のもの) によって先行圧密荷重より小さい上下方向の振動荷重を発生させ、動的クリープ試験を行うと、ヒズミは正弦波的な振巾を描きながら時間とともに次第に増加していく。いま最大応力 (σ_{\max}) をパラメーターとして、最大ヒズミ振巾の軌跡 (ϵ) と時間 (t) の関係を半対数紙上にプロットすると 図-3.1 が得られる。この図では、起振機を載荷したとき

の瞬間的な初期ヒズミは正確に測定することができなかつたので、15秒経過後のヒズミを 0 としてある。この図から判ることは

(1) ある値 (0.733 kg/cm^2) 以下の応力に対して、ヒズミと時間の対数が直線関係にある。

(2) その直線の勾配は応力の増加とともに大きくなる。

(3) ある応力 (0.733 kg/cm^2) 以上では上方に凹の曲線となつて、相当時間経過後に破壊にいたることを暗示している。

以上の諸特性は静的クリープの特性と同じ傾向にある。

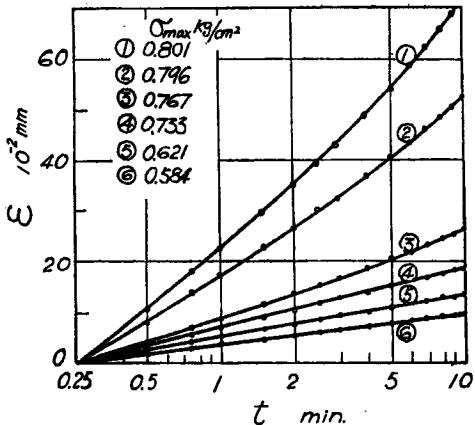


Fig. 3.1 General relations between dynamic creep strain ϵ and applying time with oscillating force whose maximum stress is σ_{\max}

図-3.1の動的クリープ曲線よりヒズミ速度 ($d\epsilon/dt$) と応力 (σ_{\max}) の関係を求め、時間をパラメーターとして描くと、図-3.2の流動曲線が得られる。この図から明らかなように、上限降伏値 $\sigma_u = 0.7 \text{ kg/cm}^2$ 以下の応力範囲では、ヒズミ速度と応力は直線関係にあり、しかも下限降伏値に収斂する傾向を示している。

次に物性、含水比ともに動的試験に使用したものと同じ試料について行つた静的クリープ試験の結果から流動曲線を描くと、図-3.3が得られる。この図から上限及び下限降伏値を求めるとき、それぞれ $\sigma_u = 0.7 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_o = 0.1 \text{ kg}/\text{cm}^2$ となつて、前者は動的試験より得た値にほぼ一致していることがわかる。

次に動的クリープ実験に使用した粘土供試体の共振特性を調べるために、二種の含水比のものについて応力をパラメーターとし、振動数を変化させた場合の振巾を測定した。図-3.4は得られた共振曲線であつて、応力が大きくなるほど振巾は大きくなるが、共振振動数は——僅かに減少の傾向にあるが——顕著な変化はない。これは応力が増大(図の範囲では上限降伏値以下)しても、粘土供試体の弾性常数に著しい変化が認められないことを意味している。

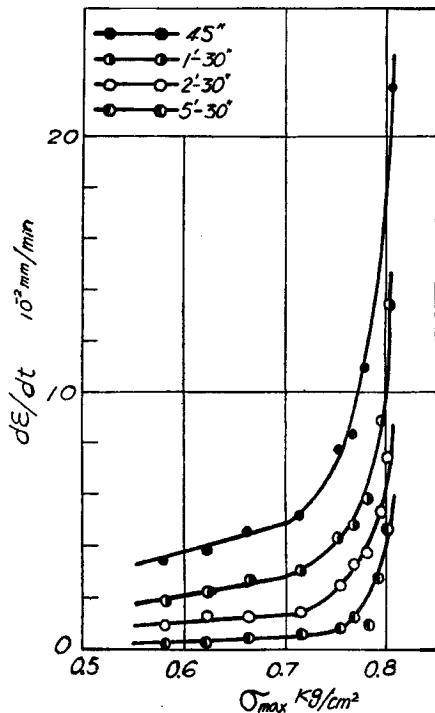


Fig. 3.2 Relationship between strain rate $d\epsilon/dt$ at various instants t and dynamically applied stress σ_{\max} plotted from Fig. 3.1

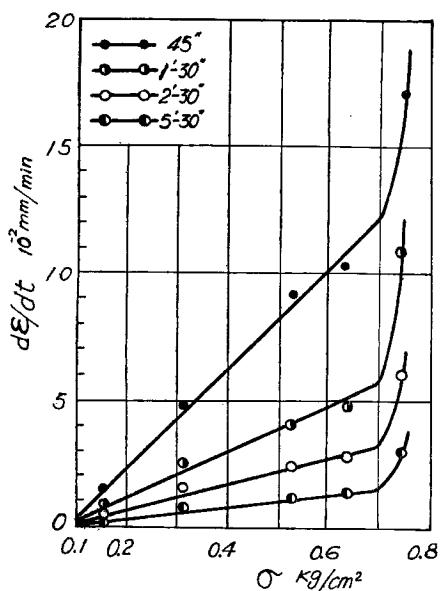


Fig. 3.3 Relationship between strain rate $d\varepsilon/dt$ at various instants t and statically applied stress σ

また図-3.4は含水比が68.7%→65.8%の減少に対し、共振振動数は1200 c.p.m.→1600 c.p.m.に増加して弾性常数が大きくなることを示している。これは含水比が強度に及ぼす効果の考察³⁾からも容易に推定されよう。なお動的クリープ及び破壊に関する実験は、いずれも上述の共振振動数よりもはるかに小さい範囲の振動数で行つたもので、強度の共振による影響は除くことができる。

4. 動的破壞（疲勞破壞）

粘土の動的破壊現象を見るために、乱されない粘土試料にその先行荷重以下の応力を、(a) 荷重制御式三軸圧縮試験機のレバーの手動による繰り返し載荷及び(b)起振機による繰り返し載荷の載荷方式を適用して破壊を生じさせ、載荷と繰り返し回数の関係をみた。(a), (b) おのおのの応力変化の様相は図-4.1

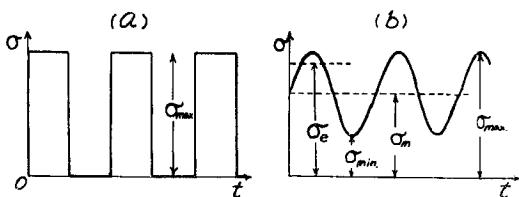


Fig. 4.1 Two types of loading stress applied with (a) controlled-stress triaxial compression apparatus (b) two-mass oscillator

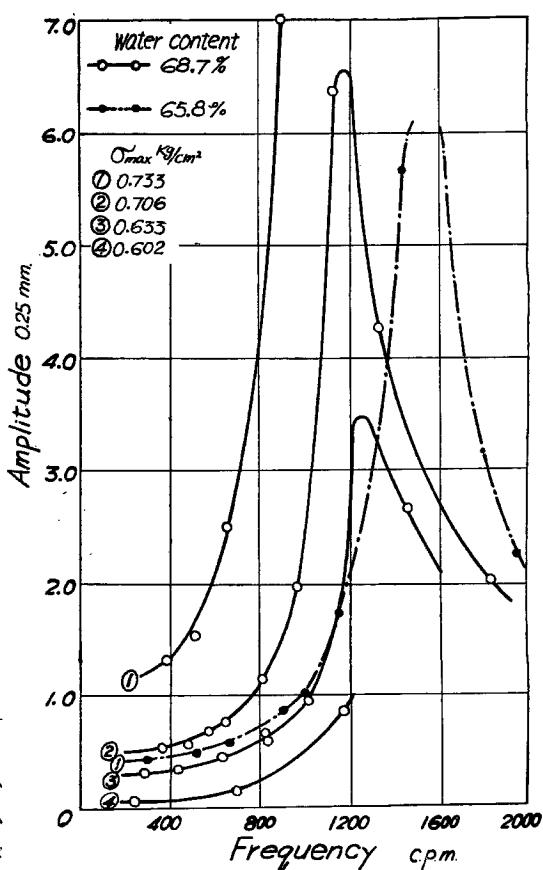


Fig. 3.4 Resonance curves of clay specimens under the action of vertical vibratory forces

に示す。(b)図において σ_e , σ_m は実効応力及び平均応力で、それぞれ $\sigma_e = \sigma_m + (\sigma_{\max} - \sigma_m) / \sqrt{2}$, $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2$ である。

まず図-4.1(a)にて示す応力変化をうけた場合について理論的考察を行う。

繰り返し回数 n と時間 t の関係は、

ここに f ; 振動数(回/min), τ ; 一回の σ_{\max}

の持続時間(sec)にて与えられるから、式(2.1)と同様に rate process の立場から、

$$-\frac{\tau}{60N_b} \frac{f}{h} \frac{dN_b}{dn} = \frac{\kappa T}{h} \exp\left(-\frac{E_o}{\kappa T}\right) \exp\left(\frac{\lambda \sigma_{\max}}{2N_b k T}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (4.2)$$

すなわち

$$-\frac{1}{N_b} \frac{dN_b}{dn} = A \exp\left(\frac{\sigma_{\max}}{BN_b}\right) \quad \dots \dots \dots \quad (4.3)$$

と書ける。ここに

$$A = \frac{60\kappa T}{f_\tau h} \exp\left(-\frac{E_o}{\kappa T}\right), \quad B = \frac{2\kappa T}{\lambda}$$

でいずれも常数である。2. と同様の方法で式 (4.3) を解き、 N_b が 0 となるための n を求め、これを n_f とすると

となる。ゆえに n_f は疲労破壊を生じる繰り返し回数である。

式(4.4)は繰り返し最大応力 σ_{max} と繰り返し回数 n_f が上限降伏値以上の応力範囲では半対数紙上で直線関係にあることを示している。

図-4.2は載荷方式(a)によつて行つた動的破壊試験の結果、繰り返し応力 σ_{max} と動的破壊にいたる繰り返し回数 n_f との関係を示した、いわゆる疲労曲線図であつて、半対数紙上で直線関係にあり、式(4.4)の成立を実証している。

次に（b）方式（起振機利用）による動的破壊実験を行い、疲労曲線を描くと、やはり半対数紙上で直線関係を示す図-4.3が得られた。この図には振動数を二種類に変えた場合の結果をプロットしてあるが、ほぼ同一直線上にのことから、破壊にいたる繰り返し応力は振動数にほとんど影響されず、繰り返し回数によって決まることがわかる。

ついで乱されない粘土の動態時クリープ強度の振動特性、特に振動加速度との関係を調べるために実験を行い、動的性質の一部を明らかにした。

動的試験の結果と比較するための静的クリープ破壊試験を行つたが、その結果は図-4.4に示す。図-4.4の直線を外挿してその直線より動的試験における実効応力 σ_e 及び平均応力 σ_m に相当する破壊時間を求めるとそれぞれ $t_{f,s}=500 \text{ min}, 6\,000 \text{ min}$ となるが、動的試験を静的試験と比較するための基準としては、後述の図-4.6の結果から σ_e を探るのが妥当と思われる。

図-4.5は動的試験の結果を示したものである。この図は振動数に対して全振巾、最大加速度及び動的クリープ破壊時間($t_{cr,a}$)のおおのを縦軸にプロットしたもので、3本の曲線は傾向として若干の差異があるとはいえ、相当類似した振動数特性を示し、しかもそれらの極値がほぼ同一振動数(19 c.p.s.)において現われている。これは粒体層の振動数特性⁴⁾と同じ傾向であつて、粒体層は振動数の極値に近づくと振動が

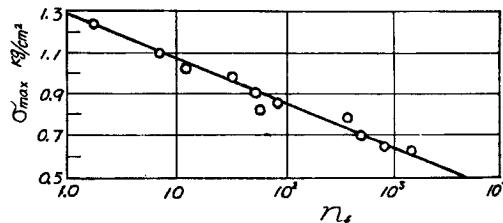


Fig. 4.2 Relationship between applied maximum stress σ_{\max} (type of loading-(a)) and its number of repetition n_f

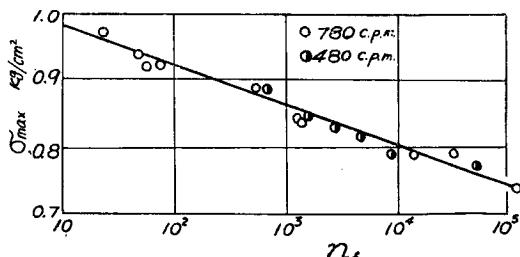


Fig. 4.3 Relationship between applied maximum stress σ_{\max} (type of loading-(b)) and its number of repetition n_r .

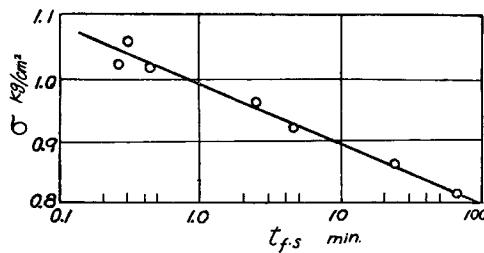


Fig. 4.4 Relationship between compressive strength σ and time to creep failure $t_{f,s}$

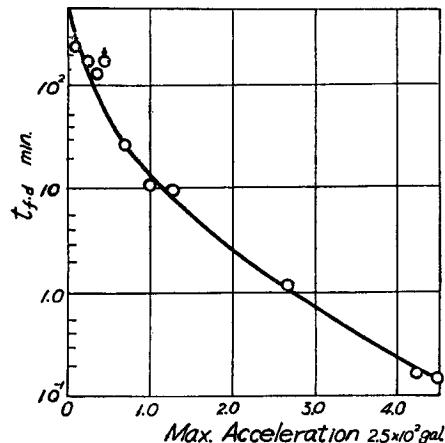


Fig. 4.6 Relationship between time to dynamic creep failure $t_{f,d}$ and maximum acceleration

はげしくなり、内部摩擦は極端に小さくなり、それに応じて粒子は不安定状態におちいつて粒体層がはげしく流動するが、粘土の動的特性もこれに似て興味深い。

動的クリープ破壊の寿命に対してもつとも支配的な要素を見出すためには、なお多くの検討を必要とするが、例えば粒体層内的一点の比摩擦はその点の加速度値によつて決定される⁴⁾といわれるよう、砂の強度あるいは内部摩擦に密接な関連性をもつてゐる加速度をとりあげてみると、図-4.6に示すごとく粘土の動的クリープ破壊時間と加速度には一定の関係があることがわかる。

前述のとおり実効応力 σ_e が静的クリープの載荷と等価されるので、 σ_e を与えたときの動的クリープ破壊時間 $t_{f,d}$ と、 σ_e の静的載荷による破壊時間 $t_{f,s}$ との比 $t_{f,d}/t_{f,s}$ と加速度の関係を図示すると図-4.7が得られ、破壊時間比が急激に減少する加速度、すなわち強度減少が著しくなる限界加速度（砂の場合には、加速度が 300 gal を超えると liquefaction の状態になり、剪断強度が著しく減少する⁵⁾）の存在が予想されるが、この値と粘土が過去の履歴にうけた先行加速度の関係については、なお検討の余地がある。

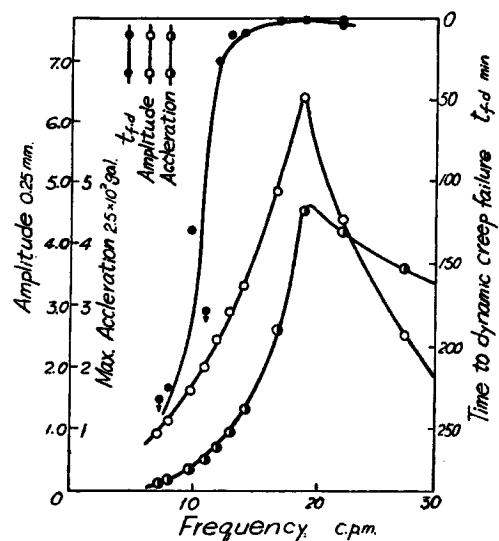


Fig. 4.5 Results of dynamic tests with clay specimens

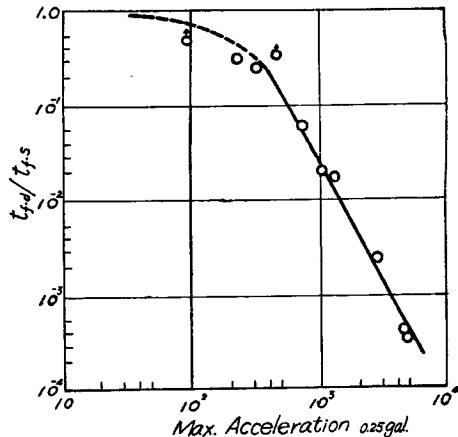


Fig. 4.7 Relationship between ratio of time to creep failure $t_{f,d}/t_{f,s}$ and maximum acceleration

5. 圧密

構造物の沈下、地盤沈下など粘土の圧密に基づく多くの現象は、研究対象として古くから採りあげられてきたが、圧密に関する Terzaghi の理論が世に出るに及んで一大飛躍をなした。しかし Terzaghi の理論では説明することのできないものの一つに二次圧密の現象がある。

二次圧密は他の材料の過大応力による塑性状態下のクリープに類似の現象である⁶⁾から、既に解明した著者らのクリープ理論を適用できるわけであるが、実際の圧密試験は側方拘束の状態で実施するため、その試験結果を解析するに当つて、側方非拘束状態に対するクリープ理論をそのまま適用することは無理である。従つて圧密過程におけるクリープ機構を考察するには、さきに述べた理論¹⁾は後述の長期圧密試験の結果を矛盾なく説明できるように、次のように拡張するのも一つの方法である。

図-5.1 の力学模型は、1 個のバネ（弾性係数 E_1 ）と Modified-Voigt 要素とを直列に組み合わせたものである。ただし粘性係数 (η_2) は単純なダッシュボットでなく、粘性式

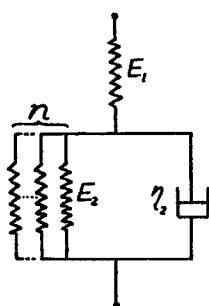


Fig. 5.1 Mechanical model representing clay skeleton

$$\eta_2 = \frac{1}{A_2 \sinh\left(\frac{B_2 \sigma_2}{\sigma}\right)} \quad \dots \dots \dots \quad (5.1)$$

ここに A_2 , B_2 ; レオロジー的常数, σ ; 全応力, σ_2 ; 粘性項に加わる応力, にて表わされる構造粘性を示し、また弾性項は n 個の E_2 を並列に加えたものとする。

この力学模型に対し、外力 σ による E_1 の変形を ε_1 , Modified-Voigt 要素の変形を ε_2 とすれば、クリープ ($\sigma = \text{const.}$) を対象とする場合には、次の連立方程式を解いてヒズミ (ε) と時間 (t) の関係を求めればよい。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \sigma &= \varepsilon_1 E_1 \\ \sigma &= \varepsilon_2 n E_2 + \frac{\sigma}{B_2} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{A_2 \sigma} \frac{d \varepsilon_2}{dt}\right) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (5.2)$$

式 (5.2) を解いた結果は

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{n E_2} \left(1 + \frac{1}{B_2} \log A_2' B_2 E_2 t \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.3)$$

ここに $A_2' = A_2/2$

となり、この式によつて圧密度 100 % 以後の圧密沈下量が表わされる。

さて式 (5.2), (5.3) 中に含まれる n は、或る応力 (σ_0) 以下では $n=1$ (すなわち既提出の理論¹⁾に一致), σ_0 以上では応力に比例するとして $n=\sigma/\sigma_0$ (σ_0 は常数) と仮定すれば、式 (5.3) は

$$\sigma \leq \sigma_0 : \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_2} \left(1 + \frac{1}{B_2} \log A_2' B_2 E_2 t \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.4)$$

$$\sigma > \sigma_0 : \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 + \frac{1}{B_2} \log A_2' B_2 E_2 t \right) \quad \dots \dots \dots \quad (5.5)$$

となる。

図-5.2 は 9 種類の新鮮試料について約 2 カ月間の圧密沈下を観測して得た沈下～時間曲線であつて、いずれも 10～50 分で一次圧密が 100 % 終了し、二次圧密による沈下が時間の対数に比例して継続していることがわかる。

二次圧密は前述のようにクリープに類似の現象であるから、従来のいわゆる一次圧密過程中にも二次圧密

は発生しているはずであつて、両者を理論的に分離する試みがなされたことはある⁷⁾が、未だ満足すべき解決は得られていない。圧密に関する著者の理論によれば、計算あるいは図式法により解決できるが、ここでは比較的簡単に行える後者の方法について述べる。

式(5.3)より二次圧密曲線の勾配を求める

$$\frac{d\varepsilon}{d \log t} = \frac{\sigma}{B_2 n E_2} \quad \dots \dots \dots (5.6)$$

となるので、沈下量～時間(対数)曲線において、例えば圧密度 $\mu\%$ の点では有効応力は $\mu\cdot\sigma\%$ であるために、勾配

$$\frac{d\varepsilon}{d \log t} = \frac{\mu\sigma}{B_2 n E_2} \quad \dots \dots \dots (5.7)$$

なる接線をひく。かかる操作を 100% 圧密の時間を起点として各圧密度について行い(すなわち 100% → 90% → 80% … の順で進める)，各接線の包絡線を描けば、それが一次圧密過程中に生じる二次圧密量となる。図-5.3 はその一例を示したもので、真の一次圧密量(図中の点線)は見掛けの一次圧密量から二次圧密量を差し引いて得られ、この真の一次圧密量より式(5.3)の E_1 を求めることができる。

図-5.4 は 9 種類の載荷荷重について、真の一次圧密量を求めた結果を示すもので、各新鮮試料の初期含水比のばらつきや、その他圧密試験に特有な実験誤差(側面摩擦、熟練を要する試料成型など)を考慮に入れれば直線とみなせるので、弾性常数 E_1 は載荷荷重強度の大きさにかかわらず一定($=35.7 \text{ kg/cm}^2$)と考えてよい。

次に二次圧密曲線部分の勾配($d\varepsilon/d \log t$)を求めて、荷重強度 σ との関係を図示すると図-5.5 となり、

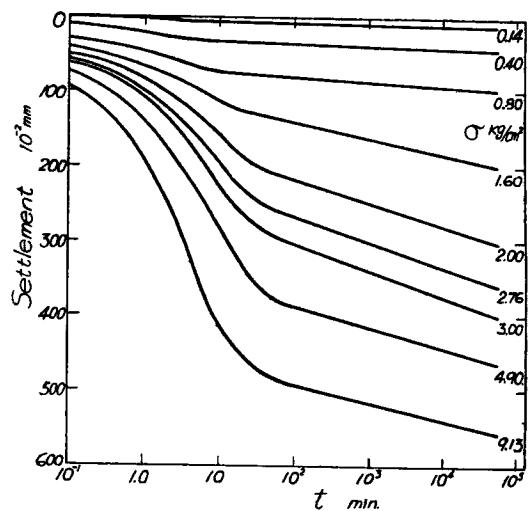


Fig. 5.2 Settlement-time curves observed during two months

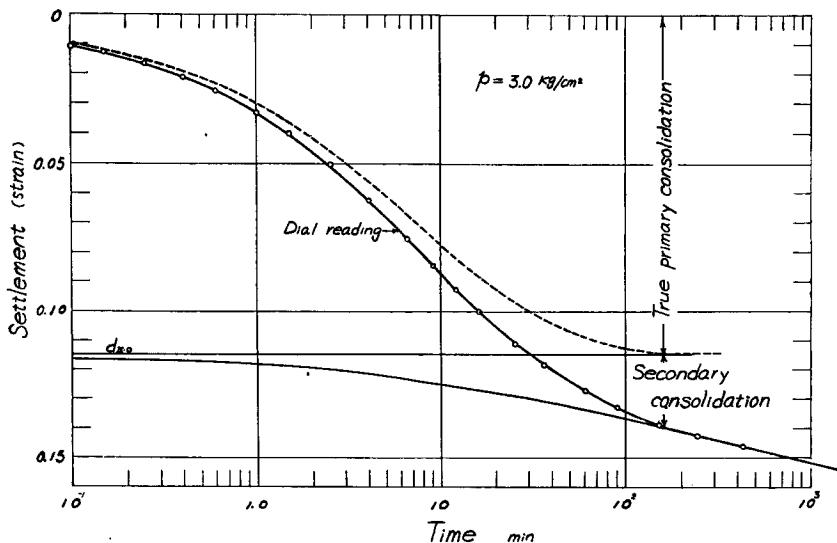


Fig. 5.3 Results of analysis of a settlement-time curve obtained from the dial readings of one load stage during a consolidation test

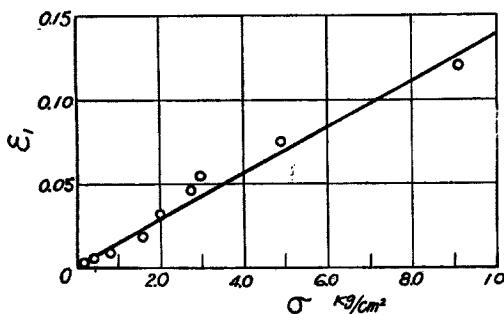


Fig. 5.4 Relationship between settlement caused by true primary consolidation ϵ_1 and applied stress σ

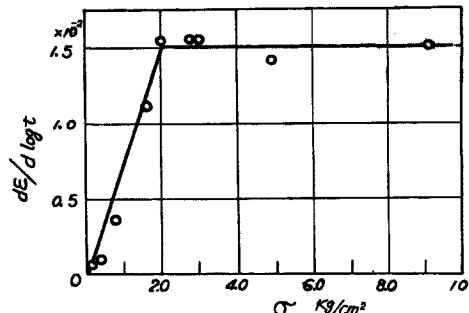


Fig. 5.5 Relationship between the slope of secondary consolidation curve $d\epsilon/d\log t$ and applied stress σ

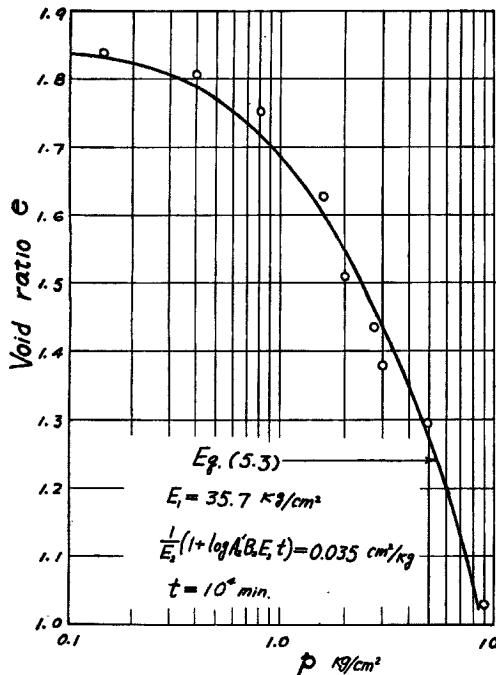


Fig. 5.6 Theoretical void ratio-pressure curve and results of consolidation tests となつて、圧密沈下量は式 (5.9) の値に漸近するので、二次圧密を含めた終局沈下量を推定することも可能である。

6. 結 語

粘土のレオロジー的特性に関する理論に基づき、実験と相まって若干の考察を行つた結果、静的なクリープ破壊、動的な疲労破壊あるいは動態時クリープ強度の振動特性など、粘土の強度特性の一部が解明でき、また地盤沈下の主原因の一つである圧密現象をよく説明できる理論を誘導した。

粘土の性質にはなお多くがあり、鋭意成果を挙げつつあるが、例えば振動圧密に関する研究などの報告は別の機会にゆずりたい。

参考文献

- 1) 村山朔郎, 柴田徹: 粘土のレオロジー的特性について, 土木学会論文集, 40号, 1956.
- 2) 村山朔郎, 柴田徹: On the Rheological Characters of Clay, Proc. 6th Japan National Cong. App. Mech., 1956, pp. 225~228.
- 村山朔郎, 柴田徹: 粘土のクリープ特性について, 京都大学防災研究所5周年記念論文集, 1956, pp. 42~51.
- 3) 村山朔郎, 赤井浩一, 柴田徹: The Effect of the Moisture Content on the Strength of an Alluvial Clay, Disaster Prevention Research Inst., Kyoto Univ., Bulletin No. 12, 1955.
- 4) 村山朔郎, 谷本喜一: 軟弱な支持層を有する粒体層の振動性状について, 土木学会誌, 41巻, 3号, 1956, pp. 1~9.
- 5) T. Mogami: The Behaviour of Soil during Vibration, Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 1, 1953, pp. 152~155.
- 6) G. P. Tschebotarioff: Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures, McGraw-Hill, 1st Edit., 1953, p. 115.
- 7) 石井靖丸: 大阪の地盤沈下に関する研究, 大阪市港湾局, 1949, pp. 107~162.