

同調型回転慣性質量ダンパの定点理論と極配置法に基づく拘束条件の統合  
 An Integration of a Parameter Constraint Based on Pole Allocation and the Fixed-Point Theory  
 for Tuned Rotational Inertial Mass Damper

池田芳樹  
 Yoshiki IKEDA

To directly predict the control effectiveness of a Tuned Rotational Inertial Mass Damper (TRIMD), this study integrates the fixed-point theory with a parameter constraint equation derived from the pole allocation method. The structural system is modeled as a two-degree-of-freedom lumped-mass system, and the constraint is formulated similarly to those used in tuned mass dampers, joint dampers and viscous dampers. The constraint considers the additional damping ratio to a single-degree-of-freedom structure, and incorporates the optimal damper parameters through the fixed-point theory. Consequently, the study extends the concept of parameter constraints to the TRIMD.

### 1. はじめに

同調型回転慣性質量ダンパ (TRIMD) は、ボールねじ機構により錘を回転させ、錘の実質量の数千倍以上にもなる慣性質量を得るパッシブ制御装置である。錘の直線運動を高速の回転運動に変換して、大きな制御力を建物に作用させることができる。大きな慣性質量を得るために円筒形の外筒を回転させ、減衰効果を生み出すために外筒と固定した内筒の間に粘性体を入れた TRIMD には、ダンパを表現する複数のパラメータに定点理論に基づく最適値が存在する<sup>1)</sup>。その最適値を、パッシブ制御を統一表現する拘束条件<sup>2-4)</sup>に組み込むと、建物に与える付加減衰比を定点理論から直接予測する式が誘導できる。

### 2. 極配置に基づく拘束条件式

図1は、1質点1自由度系建物に TRIMD を設置した解析モデルである。建物の質量を  $m$ 、その剛性を  $k$ 、減衰係数を  $c$ 、ダンパの回転慣性に対する等価質量を  $m_D$ 、ダンパ接合部の剛性を  $k_D$ 、ダンパのダッシュポットの減衰係数を  $c_D$  とおく。建物の固定端に対する建物の変位を  $x$ 、ダンパのダッシュポット自体の変位を  $x_D$ 、地動加速度を  $\ddot{y}$  とする。この時、運動方程式は次式で表現される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + P = -m\ddot{y} \quad (1)$$

$$P = m_D\ddot{x}_D + c_D\dot{x}_D = k_D(x - x_D) \quad (2)$$

建物の非減衰固有円振動数  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ 、建物自体の減衰比  $h_0 = c/(2\omega_0 m)$ 、建物の質量に対するダンパの等価質量の比  $\mu = m_D/m$ 、ダンパの非減衰固

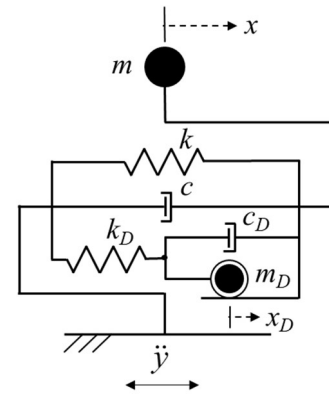


図1 TRIMD を有する 2 質点 2 自由度系モデル

有円振動数  $\omega_D = \sqrt{k_D/m_D}$ 、ダンパ自体の減衰比  $h_D = c_D/(2\omega_D m)$  を導入して、状態方程式を導く。

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_D \\ \dot{x} \\ \dot{x}_D \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -2h_0\omega_0 & 0 & -(\omega_0^2 + \mu\omega_D^2) & \mu\omega_D^2 \\ 0 & -2h_D\omega_D/\mu & \omega_D^2 & -\omega_D^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_D \\ x \\ x_D \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y} \quad (3)$$

固有値を  $s$  とおくと、上式に対応する特性方程式は次の 4 次式として得られる。

$$\begin{aligned} s^4 + 2(h_0\omega_0 + h_D\omega_D/\mu)s^3 \\ + [\omega_0^2 + (1+\mu)\omega_D^2 + 4h_0h_D\omega_0^2/\mu]s^2 \\ + 2[h_0\omega_0\omega_D^2 + h_D\omega_D(\omega_0^2 + \mu\omega_D^2)/\mu]s + \omega_0^2\omega_D^2 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

このモデルは 2 つの固有モードをもつから、 $i$  次モードで指定する固有円振動数と減衰比をそれぞれ

$\omega_1$  と  $h_1$  おくと、特性方程式は次式でも表現できる。

$$(s^2 + 2h_1\omega_1s + \omega_1^2)(s^2 + 2h_2\omega_2s + \omega_2^2) = s^4 + 2(h_1\omega_1 + h_2\omega_2)s^3 + (\omega_1^2 + \omega_2^2 + 4h_1h_2\omega_1\omega_2)s^2 + 2\omega_1\omega_2(h_1\omega_2 + h_2\omega_1)s + \omega_1^2\omega_2^2 = 0 \quad (5)$$

特性方程式(4)と(5)が一致する条件から、 $s$  の 1 次 の 項 と 定 数 項 を 取 り 出 す。

$$h_0\omega_0\omega_D^2 + h_D\omega_0(\omega_0^2 + \mu\omega_D^2)/\mu = \omega_1\omega_2(h_1\omega_2 + h_2\omega_1) \quad (6)$$

$$\omega_0^2\omega_D^2 = \omega_1^2\omega_2^2 \quad (7)$$

式(6)を式(7)で除すと、拘束条件式(8)が得られる。

$$\frac{h_0}{\omega_0} + \frac{h_D\omega_0}{\mu\omega_D^2} + \frac{h_D}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{c + c_D}{k} + \frac{c_D}{k_D} \right) = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} \quad (8)$$

この左辺は、1 質点系 Maxwell モデルで誘導したパラメータ拘束条件と同じである<sup>4)</sup>。これは、拘束条件が慣性質量に関係しないことを意味する。

### 3. 拘束条件式と定点理論の統合

$\omega_0$  に対する加振円振動数  $\omega$  の比を  $\gamma(=\omega/\omega_0)$ ，ダンパ自体の固有振動数の比を  $\beta(=\omega_D/\omega_0)$ ，ダンパの緩和時間を  $\tau(=c_D/k_D)$ ，対応する無次元緩和時間を  $\lambda$  とおくと、以下の関係がある。

$$\lambda = \omega_D\tau = \omega_D \frac{c_D}{k_D} = \omega_D \frac{2h_D\omega_0m}{m_D\omega_D^2} = \frac{2h_D}{\mu\beta} \quad (9)$$

非減衰建物を仮定し、地動加速度と建物変位の振幅をそれぞれ  $A$  と  $X$  とおくと、地動加速度に対する建物変位の周波数伝達関数は

$$\omega_0 \left| \frac{X}{A} \right| = \sqrt{\frac{(\beta^2 - \gamma^2)^2 + (\lambda\beta\gamma)^2}{\{(1 - \gamma^2)(\beta^2 - \gamma^2) - \mu\beta^2\gamma^2\}^2 + \{\lambda\beta\gamma(1 + \mu\beta^2 - \gamma^2)\}^2}} \quad (10)$$

となる。2つの定点 P と Q で伝達関数の高さを同じにする条件から

$$\beta_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu}}, \quad \gamma_P^2 = \frac{1 - \sqrt{\mu/2}}{1 - \mu}, \quad \gamma_Q^2 = \frac{1 + \sqrt{\mu/2}}{1 - \mu} \quad (11)$$

が得られ、その高さは次式になる<sup>1)</sup>。

$$\left| \frac{X}{A_0} \right|_{P,Q} = \frac{1 - \mu}{\omega_0^2} \sqrt{\frac{2}{\mu}} \quad (12)$$

最適な無次元緩和時間とダンパの減衰比

$$\lambda_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{2 - \mu}}, \quad h_{D,opt} = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{3\mu}{(1 - \mu)(2 - \mu)}} \quad (13)$$

と、対応する最適な剛性比(14)も得られている<sup>1)</sup>。

$$\frac{k_{D,opt}}{k} = \mu\beta_{opt}^2 = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (14)$$

$\omega_1$  と  $\omega_2$  は、伝達関数が極大値となる定点の加振円振動数  $\omega_P$  と  $\omega_Q$  を意味する。統一式を定点理論と整合させるために  $c = 0$  とし、2つの振動モードの目標付加減衰比を  $h = h_1 = h_2$  とおくと、式(8)は

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{k_D} \right) c_D = h \left( \frac{1}{\omega_P} + \frac{1}{\omega_Q} \right) \quad (15)$$

となる。式(15)の右辺に

$$\omega_1 = \omega_P = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\mu/2}}{1 - \mu}}, \quad \omega_2 = \omega_Q = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\mu/2}}{1 - \mu}} \quad (16)$$

を代入し、左辺の  $c_D$  と  $k_D$  を定点理論から得られる最適値で表現すると、目標付加減衰比(17)が得られる。分母の 2 項を Taylor 展開して 1 次の項まで考慮すると、その近似式となる。

$$h = \frac{\sqrt{3\mu^3/8/(1 - \mu)^3}}{\sqrt{1 - \sqrt{\mu/2}} + \sqrt{1 + \sqrt{\mu/2}}} \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\mu^3}{2(1 - \mu)^3}} \quad (17)$$

図 2 は、横軸を質量比  $\mu$  にして、定点理論によるダンパの減衰比  $h_{D,opt}$ ，最適な剛性比  $k_{D,opt}/k$  および付加減衰比  $h$  を示している。

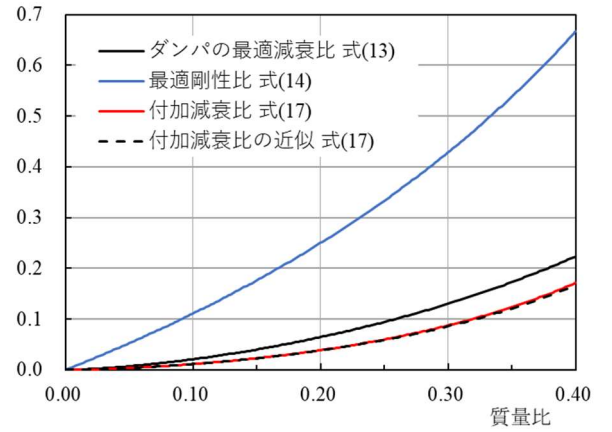


図 2 質量比  $\mu$ ，最適なダンパ減衰比  $h_{D,opt}$  と剛性比  $k_{D,opt}/k$  および付加減衰比  $h$  の関係

### 4. まとめ

TRIMD の定点理論を、パッシブ制振を統一表現する拘束条件に組み込むことで、建物に与える付加減衰の予測式を誘導した。この式は、ダンパ自体の最適パラメータのみを与える定点理論に、制御効果を予測する利便性を与えている。

#### 参考文献

- 1) Ikago K., Saito K. and Inoue N.: Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper, *Earthquake Eng. and Structural Dynamics*, Vol.41, Issue 3, pp.453-474, March 2012
- 2) Ikeda Y.: Fundamental equation based on pole allocation for interstory seismic isolation of buildings, *Structural Control and Health Monitoring*, Vol.28, Issue 3, 19pp., March 2021
- 3) Ikeda Y. and Matsumoto Y.: Pole allocation applied to two buildings connected by joint damper, *Shock and Vibration*, Vol.2024, ID: 5363146, 25pp., January 2024
- 4) Ikeda Y. and Uhara N.: Application of pole allocation to optimize passive viscous dampers represented by the Maxwell model, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, Vol.188, Part A, ID: 109037, 19pp., January 2025