A209

極配置法に基づく Maxwell モデルで表現したダンパによる連結制振
Polo Allocation Applied to Joint Damper Represented by the Maxwell Model

池田芳樹
Yoshiki IKEDA

For two adjacent buildings connected by a joint damper, an inverse problem is formulated based on the pole allocation method in control theory. The structural system is simplified as a two-degree-of-freedom lumped-mass damped shear model, and the joint damper is expressed as the Maxwell model that consists of a dashpot and joint spring in series. The model is useful for understanding the realistic effectiveness of vibration reduction. The previous study considers only a dashpot as the joint damper, while the present study considers the dashpot and joint spring. The difference between the two models is discussed from the viewpoint of damper capacity under the same control target.

１．はじめに

隣り合う建物 2 棟を繋いだ粘性ダンパによって振動低減を図る連結制振を，極配置法に基づいて考察している．ダンパを表現するダッシュポットのみで 2 つの 1 質点 1 自由度系モデルを繋ぎ，すでに連結制振の基本特性を把握した [1)-3)]．ここでは，ダンパ取り付け部の剛性を考慮するために，それをダッシュポットと直列に配置した Maxwell モデルを用いている．解の存在領域と連結部モデルの違いがダンパ容量に与える影響を報告する．

２．極配置法による連結制振の表現

図 1 は，2 棟連結制振を 2 質点系モデルで表現した際に, 最も一般性がある簡単なモデルである．2 棟の地面固定端からの変位を x_A と x_B，Maxwell モデル内のダッシュポットの地面固定端からの変位を x_D，地動加速度を $\ddot{y}_0$ とおくと，その運動方程式は次式で表現できる．

$$m_A\ddot{x}_A + c_A\dot{x}_A + k_A x_A = -m_A\ddot{y}_0 + u \tag{1.1}$$

$$m_B\ddot{x}_B + c_B\dot{x}_B + k_B x_B = -m_B\ddot{y}_0 - u \tag{1.2}$$

$$u = c_J(\dot{x}_B - \dot{x}_A) + k_J(x_B - x_A) + c_D(\dot{x}_D - \dot{x}_A) \tag{1.3}$$

$$c_D(\dot{x}_D - \dot{x}_A) = k_D(x_B - x_D) \tag{1.4}$$

ω_A と ω_B を建物 A と B 単体の固有円振動数，h_A と h_B を建物 A と B 単体の減衰比，μ を建物 B の建物 A に対する質量比，τ を Maxwell モデルの緩和時間とおくと，次の関係式が成り立つ．

$$\begin{aligned}&\omega_A^2 = k_A/m_A,\quad \omega_B^2 = k_B/m_B,\quad 2h_A\omega_A = c_A/m_A,\\ &2h_B\omega_B = c_B/m_B,\quad \mu = m_B/m_A,\quad \tau = c_D/k_D\end{aligned} \tag{2}$$

さらに，ω_J，ω_D，h_J および h_D という 4 つのパラメータを以下のように定義する．

$$\begin{aligned}&\omega_J^2 = k_J/m_B,\quad \omega_D^2 = k_D/m_B,\\ &2h_J\omega_B = c_J/m_B,\quad 2h_D\omega_B = c_D/m_B\end{aligned} \tag{3}$$

運動方程式に対応する特性方程式は

$$\begin{aligned}&s^5 + \left[1/\tau + 2h_A\omega_A + 2h_B\omega_B + 2(1+\mu)h_J\omega_B\right]s^4\\ &+\left[\begin{array}{l}\{2h_A\omega_A + 2h_B\omega_B + 2(1+\mu)h_J\omega_B\}/\tau\\ +4(h_Ah_B\omega_A\omega_B + h_Ah_J\omega_A\omega_B + \mu h_Bh_J\omega_B^2)\\ +\omega_A^2 + \omega_B^2 + (1+\mu)(\omega_J^2 + \omega_D^2)\end{array}\right]s^3\\ &+\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}4(h_Ah_B\omega_A\omega_B + h_Ah_J\omega_A\omega_B + \mu h_Bh_J\omega_B^2)\\ +\omega_A^2 + \omega_B^2 + (1+\mu)\omega_J^2\end{array}\right\}/\tau\\ +2\left\{\begin{array}{l}h_A\omega_A(\omega_B^2 + \omega_J^2 + \omega_D^2)\\ +h_B\omega_B(\omega_A^2 + \mu(\omega_J^2 + \omega_D^2))\\ +h_J\omega_B(\omega_A^2 + \mu\omega_B^2)\end{array}\right\}\end{array}\right]s^2\\ &+\left[\begin{array}{l}2\left\{\begin{array}{l}h_A\omega_A(\omega_B^2 + \omega_J^2) + h_B\omega_B(\omega_A^2 + \mu\omega_J^2)\\ +h_J\omega_B(\omega_A^2 + \mu\omega_B^2)\end{array}\right\}/\tau\\ +\omega_A^2(\omega_B^2 + \omega_J^2 + \omega_D^2) + \mu\omega_B^2(\omega_J^2 + \omega_D^2)\end{array}\right]s\\ &+\frac{1}{\tau}\left\{\omega_A^2(\omega_B^2 + \omega_J^2) + \mu\omega_B^2\omega_J^2\right\} = 0\end{aligned} \tag{4}$$

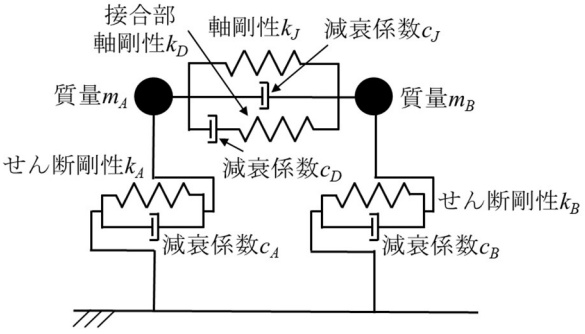

図 1　2 棟連結制振の 2 質点 2 自由度系モデル

となる．建物の 1・2 モードの固有円振動数を ω_1 と ω_2，それらに対応するモード減衰比を h_1 と h_2，繋ぎ部のモードの見かけの固有円振動数と減衰比を ω_3 と h_3 とすると，制御目標の特性方程式は

$$(s^2+2h_1\omega_1 s+\omega_1^2)(s^2+2h_2\omega_2 s+\omega_2^2)(s+h_3\omega_3)=0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned}&s^5+\left[2h_1\omega_1+2h_2\omega_2+h_3\omega_3\right]s^4\\&+\left[\omega_1^2+4h_1h_2\omega_1\omega_2+\omega_2^2+2(h_1\omega_1+h_2\omega_2)h_3\omega_3\right]s^3\\&+\left[2\omega_1\omega_2(h_2\omega_1+h_1\omega_2)+(\omega_1^2+4h_1h_2\omega_1\omega_2+\omega_2^2)h_3\omega_3\right]s^2\\&+\left[\omega_1^2\omega_2^2+2h_3\omega_1\omega_2\omega_3(h_2\omega_1+h_1\omega_2)\right]s+h_3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3=0\end{aligned} \quad (6)$$

となる．極配置法では，式(4)が制御目標として指定した式(6)になるようにダンパのパラメータを選ぶ．両式の s の 1 次の項と定数項から，

$$\begin{aligned}&\frac{c_A(k_B+k_J)+c_B(k_A+k_J)+c_J(k_A+k_B)+c_D(k_A+k_B)}{2(k_Ak_B+k_Bk_J+k_Ak_J)}\\&+\frac{c_D}{2k_D}=\frac{h_1}{\omega_1}+\frac{h_2}{\omega_2}+\frac{1}{2h_3\omega_3}\end{aligned} \quad (7)$$

が導かれる．

式(7)に $c_A=c_B=c_J=k_J=0$ と $h_1=h_2=h$ を代入すると，ダンパを Maxwell モデルで表現して非減衰建物の減衰効果を同じにした場合になる．

$$\frac{c_D(k_A+k_B)}{2k_Ak_B}+\frac{c_D}{2k_D}=h\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right)+\frac{1}{2h_3\omega_3} \quad (8)$$

また，式(7)に $c_A=c_B=c_D=0$，$h_1=h_2=h$ および $h_3\omega_3=\infty$ を代入すると，ダンパをダッシュポットのみで表現して非減衰建物の減衰効果を同じにした場合になる．

$$\frac{c_J(k_A+k_B)}{2k_Ak_B}=h\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right) \quad (9)$$

式(8)から式(9)を辺々引き，$\gamma=\omega_B/\omega_A$ と式(3)を用いれば，接合部材の有無はダンパ容量の差

$$h_D-h_J=\frac{\gamma}{2(1+\mu\gamma^2)}\left(\frac{1}{h_3\omega_3}-\tau\right)\omega_A \quad (10)$$

により表現できる．解を得るためには，はじめに $\omega_1\omega_2$ の 5 次代数方程式(11)を解き，次に式(12)の関係式を用いる必要がある．

$$\begin{aligned}&\frac{\omega_A^2+\mu\omega_B^2}{\omega_A^2\omega_B^2}\omega_1^5\omega_2^5\\&+\left[(1+\mu)(1-4h^2)-\frac{(\omega_A^2+\omega_B^2)(\omega_A^2+\mu\omega_B^2)}{\omega_A^2\omega_B^2}\right]\omega_1^4\omega_2^4\\&+\left[4h^2(1+\mu)(\omega_A^2+\omega_B^2)-2(1-2h^2)(\omega_A^2+\mu\omega_B^2)\right]\omega_1^3\omega_2^3\\&+\left[\begin{array}{l}\omega_A^4+\mu\omega_B^4-(16h^4-12h^2+1)(1+\mu)\omega_A^2\omega_B^2\\+(1-4h^2)(\omega_A^2+\omega_B^2)(\omega_A^2+\mu\omega_B^2)\end{array}\right]\omega_1^2\omega_2^2\\&+(4h^2+2h-1)(4h^2-2h-1)(\omega_A^2+\mu\omega_B^2)\omega_A^2\omega_B^2\omega_1\omega_2\\&-(\omega_A^4+\mu\omega_B^4)\omega_A^2\omega_B^2=0\end{aligned} \quad (11)$$

$$\omega_2-\omega_1=\sqrt{\frac{\omega_A^2+\omega_B^2}{\omega_A^2\omega_B^2}\omega_1^2\omega_2^2-\frac{\omega_1^3\omega_2^3}{\omega_A^2\omega_B^2}-(4h^2+1)\omega_1\omega_2} \quad (12)$$

最終的に，他の未知パラメータは次式で得られる．

$$\begin{aligned}\omega_D^2=&\frac{\omega_B^2(\omega_1^2+4h^2\omega_1\omega_2+\omega_2^2)-\omega_B^4-\omega_1^2\omega_2^2}{\omega_B^2-\omega_A^2}\\&+\frac{4h^2(\omega_1+\omega_2)^2(\omega_B^2-\omega_1\omega_2)\omega_A^2\omega_B^2}{(\omega_B^2-\omega_A^2)(\omega_1^2\omega_2^2-\omega_A^2\omega_B^2)}\end{aligned} \quad (13)$$

$$\tau=\frac{1}{h_3\omega_3}\left(\frac{\omega_A\omega_B}{\omega_1\omega_2}\right)^2,\quad h_3\omega_3=\frac{2h(\omega_1+\omega_2)}{\left(\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_A\omega_B}\right)^2-1} \quad (14)$$

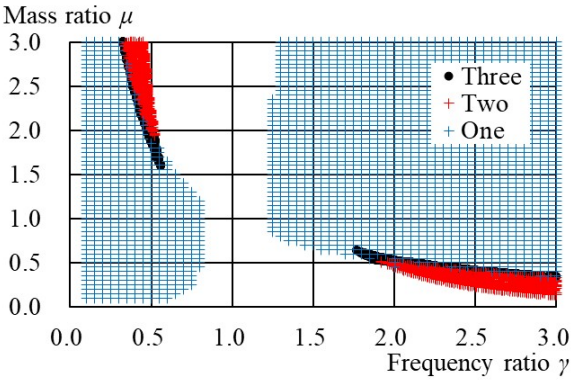

図 2 減衰効果 h＝10%を与える解の領域と総数

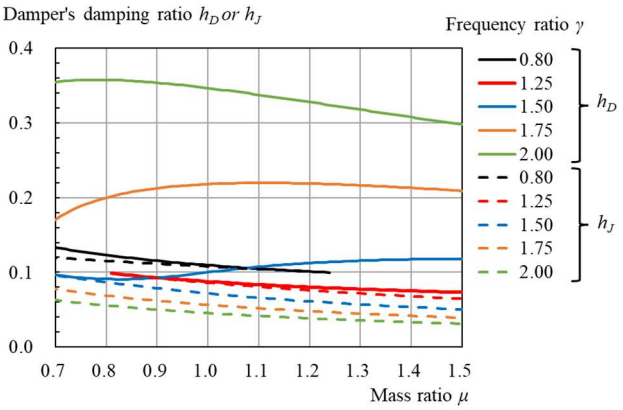

図 3 ダンパ容量 h_D と h_J の比較(h＝10%, ω_A＝2π)

3．まとめ

Maxwell モデルで粘性ダンパとその接合部材を表現して，2 棟連結制振に極配置法を適用した．2 棟に同じ制御効果を与える条件下で，解の存在領域とダンパ容量への接合部材の影響を調べた．

参考文献

1) 松本，池田：極配置法に基づく連結制振の基本式の定点理論との統合，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），B-2 構造 II，pp.327-328，2023.9
2) 池田，松本：極配置法に基づく建物振動の統一的理解の連結制振への拡張，京都大学防災研究所年報，第 66 号 B，pp.42-58，2023.12
3) Ikeda Y. and Matsumoto: Pole allocation applied to two buildings connected by joint damper, *Shock and Vibration*, Vol.2024, ID 5363146, 25 Pages, January 2024