

極配置法に基づく Maxwell モデルの基本特性の解析的表現と振動制御における制約
 Fundamental Characteristics of Maxwell Model in a Closed Expression through Pole Allocation
 and their Constraints in Vibration Control

池田芳樹
 Yoshiki IKEDA

Maxwell model is utilized to understand realistic effectiveness of vibration reduction for building structures. The model links a dashpot and a spring in series. The dashpot expresses a viscous damper and the spring expresses a joint between the damper and a structural main stiffness. To clarify the effect of joint spring, pole allocation is applied to a structural system in which the Maxwell model is incorporated in a single-degree-of-freedom damped model. The introduced closed-form mathematical expression explicitly explains the relationships among the target structural damping ratio, the damper capacity and the joint spring. Consequently, Maxwell model constraints the control effectiveness by the damper installation, which proposes an optimal and realistic joint spring for the damper.

1. はじめに

建物の振動制御を担う粘性ダンパは、主構造部材に接合部材を介して取り付けられるため、より現実的な制御効果を理解するためには、ダンパと接合部材をそれぞれ表現するダッシュポットとばねを直列に繋いだ Maxwell 型モデルが必要になる。このモデルの基本特性の一部は、非減衰建物に極配置法と定点理論を適用して報告されている^{1), 2)}が、最適なダンパ容量を実現可能なパラメータ領域で十分考察していない¹⁾、ダンパ容量が建物の振動モードの減衰比に及ぼす影響を閉じた形で得ていない²⁾という課題が残されていた。最近、極配置法が基礎・中間層免震や同調型マスダンパによる制振^{3), 4)}、ダッシュポットを層剛性に並列に配置した Voigt 型モデルに基づく粘性ダンパによる制振^{5), 6)}、さらには粘性ダンパで2棟を繋いだ連結制振⁷⁾に適用され、制御効果と制御装置の規模の関係が閉じた形で統一的に導かれた。その結果、性能規定型設計に資する知見が得られている。

本研究は、文献1と同様に Maxwell 型モデルに極配置法を適用しながらも、文献3-7に則して制御効果と振動制御装置の規模の関係を閉じた形で導いている。ダンパ設置後の建物の固有振動数の変化が建物とダンパのモード減衰比に及ぼす影響を実現可能なパラメータの領域で考察し、モデルが制御効果を制約する現象と同一効果を得る接合部材ばね値に最小値が存在することを示す。

2. 基本式

図1に示すモデルの運動方程式は次式となる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_D(x - x_D) = -m\ddot{y}_0 \quad (1)$$

$$c_D\dot{x}_D = k_D(x - x_D) \quad (2)$$

ω_0 と h_0 を建物自体の固有円振動数と減衰比、 μ を k_D の k に対する剛性比、 τ を Maxwell モデルの緩和時間とおくと、その特性方程式は

$$s^3 + (2h_0\omega_0 + \frac{1}{\tau})s^2 + [(1 + \mu)\omega_0^2 + \frac{2h_0\omega_0}{\tau}]s + \frac{\omega_0^2}{\tau} = 0 \quad (3)$$

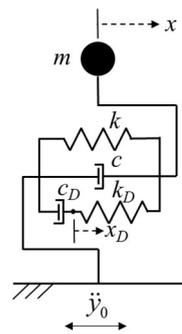
となる。文献1と同様に、建物の振動モードの固有円振動数と減衰比を ω_1 と h_1 、ダンパの減衰比を h_2 とおくと、制御目標となる特性方程式は

$$(s^2 + 2h_1\omega_1s + \omega_1^2)(s + h_2\omega_1) = 0 \quad (4)$$

である。式(3)と式(4)が等しい条件から

$$2h_0\omega_0 + \frac{1}{\tau} = (2h_1 + h_2)\omega_1 \quad (5)$$

$$(1 + \mu)\omega_0^2 + \frac{2h_0\omega_0}{\tau} = (2h_1h_2 + 1)\omega_1^2 \quad (6)$$



- m : 建物の質量
- k : 建物の剛性
- c : 建物の減衰係数
- k_D : ダンパ接合部材のばね
- c_D : ダンパの減衰係数
- x : 建物の固定端から変位
- x_D : ダッシュポットの固定端からの水平変位
- \ddot{y}_0 : 地動加速度

図1 1.5 自由度 1 質点系 Maxwell モデル

$$\frac{\omega_0^2}{\tau} = h_2 \omega_1^3 \quad (7)$$

となる. 式(6)を式(7)で除すと, 文献3-7と似た

$$\frac{1}{2} \left(\frac{c+c_D}{k} + \frac{c_D}{k_D} \right) = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{1}{2h_2\omega_1} \quad (8)$$

が得られる. ダンパの設計では未知パラメータは k_D と c_D であり, 言い換えると μ と τ である. 指定した建物の減衰比 h_1 を達成する μ と τ を見つけることが重要となる. 式(5)から式(7)で τ を消去すると, 次式が得られる.

$$h_1 = h_0 \frac{\omega_0}{\omega_1} + \frac{h_2}{2} \left\{ \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right\} \quad \text{or} \quad h_2 = \frac{2(h_1 - h_0 \frac{\omega_0}{\omega_1})}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 - 1} \quad (9)$$

$$\mu = (2h_1h_2 + 1) \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 - 2h_2h_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^3 - 1 \quad (10)$$

3. 基本特性

h_0 を 1% として, 建物の固有振動数比 ω_1/ω_0 がモード減衰比 h_1 と h_2 に及ぼす影響を示す (図2). 一般に粘性ダンパを設置しても建物の固有振動数が急激に高くなることはないから, ω_1/ω_0 は 1.2 以下の範囲が現実的である. ダンパ容量 h_2 を大きくしても, h_1 を大きくするには限度がある.

図3に, 固有振動数比と剛性比 μ の関係を示す.

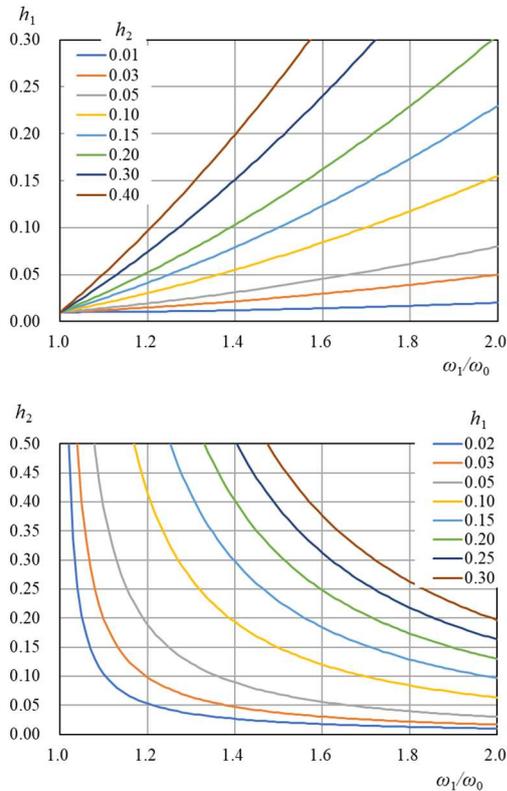


図2 ダンパ設置前後の建物固有振動数の変化とモード減衰比の関係

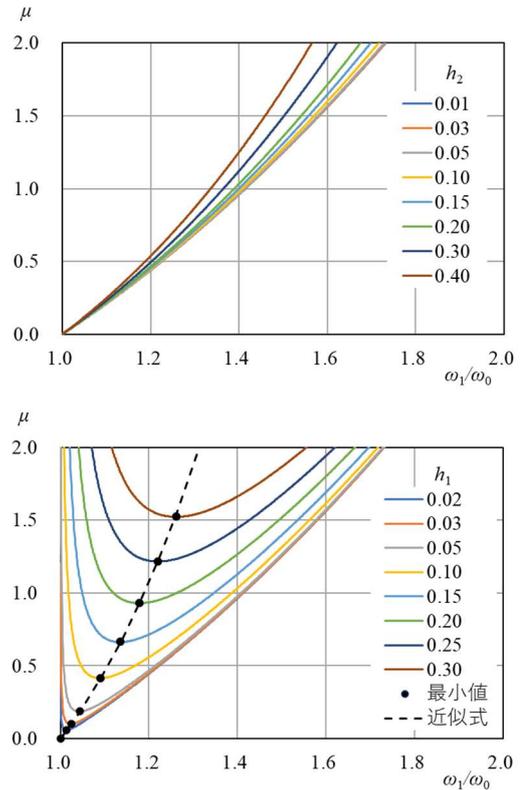


図3 ダンパ設置前後の建物固有振動数の変化と剛性比の関係

μ は h_2 の変化に対して鈍く, h_1 に対しては敏感である. 図3下図は, h_1 を大きくするには μ を上げる必要があること, 同じ h_1 では μ に最小値が存在し, その値を採用すれば小さめの接合部材で同じ目標が達成できることを示している.

4. まとめ

Maxwell 型モデルに極配置法を適用して, モデルが制御効果を制約する現象と同一効果を得る接合部材ばねに最小値が存在することを示した.

参考文献

- 1) 石垣, 石丸: マックスウェルモデルで模擬されるパッシブ型制震構造物の性能評価法, 日本建築学会構造系論文集, 第597号, pp.59-61, 2005.11
- 2) 白井, 蔭山, 吉田, 佐野: 定点理論に基づく層間ダンパーの最適減衰設計に関する基礎的検討, 日本建築学会大会梗概集, B-2 構造II, pp.575-576, 2008.9
- 3) Ikeda Y.: Fundamental equation based on pole allocation for interstory seismic isolation of buildings, *Structural Control and Health Monitoring*, Vol.28, No.3, 19 pages, March 2021
- 4) 松本, 池田: 建物の基礎免震, 中間層免震および同調型マスダンパによる制振の統一的理解, 構造工学論文集, 68B 巻, pp.367-375, 2022.4
- 5) Ikeda Y. and Matsumoto Y.: Unified description of passive vibration control for buildings based on pole allocation applied to three-degree-of-freedom model, *Structural Control and Health Monitoring*, Vol.29, No.9, 17 pages, September 2022
- 6) 松本, 池田: 極配置法に基づく多質点1本棒せん断振動型建物モデルの支配方程式, 構造工学論文集, 69B 巻, pp.1-9, 2023.4
- 7) 池田, 松本: 極配置法に基づく建物振動の統一的理解の連結制振への拡張, 京都大学防災研究所年報, 第66号B, pp.42-58, 2023.12