

スパースモデリングを用いた測地データの解析による歪み速度場の推定
Estimate of Strain-rate Fields by Analysis of Geodetic Data Using Sparse Modeling

○野末陽平・深畑幸俊

○Yohei NOZUE, Yukitoshi FUKAHATA

Accurate estimation of strain-rate fields from geodetic data is important. Strain-rates are expected to change gradually in most areas but sharply nearby active faults. In this study, we estimate shear strain-rates along a line perpendicular to an active fault, introducing sparse modeling into inversion analyses. The objective function we define is composed of three terms: residuals between observed and estimated velocities, L1-norm and L2-norm of the second-variance of velocity fields. Results of synthetic tests show proposed method can reconstruct true values more accurately than the method of L2-regularization. We apply the proposed method to GNSS data across the Arima-Takatsuki Fault Zone. The peak strain-rate near by the faults estimated by the proposed method is 10% larger than that by the L2-regularization. As a result, the locking depth obtained by the proposed method is 5 km shallower than that of the L2-regularization.

1. はじめに

地殻における歪みの蓄積は活断層の発達や地形の形成等と深く関係する。従って、GNSS 観測などで得られた空間的に離散的な変位データから連続的な変形場を高精度に推定することは重要な課題である。例えば、Sagiya et al. (2000) は局所的に一樣な変形を仮定して変位速度と歪み速度を同時推定することで、新潟神戸歪み集中帯を見出した。しかし、一樣変形の範囲を定める超パラメータを客観的に決定できない等の問題がある。また、Okazaki et al. (2021) は変位速度場を基底関数展開し、変位速度場の空間平滑性を先験情報として課すこと (L2 正則化) で変形場を推定した。しかし、平滑性の先験情報が推定結果に影響するため、この方法では断層帯近傍での歪み集中を適切に推定することは難しい。一方、Nishimura et al. (2018) はブロックモデルを用いることで、活断層帯での歪みの局在を見出した。しかし、どの活断層をブロック境界として領域を分割するか任意性がある上、ブロック内の内部変形が再現できないという問題がある。つまり、モデル自体の客観性を保ちながら平滑性と局在性の両方を反映した歪み速度場を推定することが、これまで難しかった。そこで、スパースモデリングを新たに導入してインバージョン解析を行うことで、GNSS データから高精度に歪み速度場を推定することを試みた。本研究では、定式化が比較的容易な 1 次元空間での推定を

行った。

2. 解析方法

原点で活断層と直交するように x 軸をとり、 x 軸に沿って測線を設定する。活断層の位置は y 軸と一致している。変位速度場 $v(x)$ を、間隔 $L = 2$ km で並ぶ M 個の基底関数 $\phi_j(x; L)$ の重ね合わせで展開することを考える：

$$v(x) = \sum_{j=1}^M a_j \phi_j(x; L) \quad (1)$$

ここで、 a_j は推定すべき展開係数である。測線上に N 点の観測点があるとし、各点での y 方向の変位速度を格納したデータベクトルを \mathbf{d} とする。離散的なデータ \mathbf{d} と連続的な変位速度場は次式で結び付けられる：

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}\mathbf{a} + \mathbf{e} \quad (2)$$

ただし、 \mathbf{a} は展開係数を格納したベクトルである。行列 \mathbf{H} は基底関数 ϕ_j を用いて次式で定義した：

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1) & \cdots & \phi_M(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(x_N) & \cdots & \phi_M(x_N) \end{pmatrix} \quad (3)$$

野末・深畑 (2022) の議論を踏まえ、基底関数には 3 次 B-スプライン関数を用いた。

歪み速度は通常は空間的に滑らかに変化する一方、断層帯の近傍などでは大きく変化し歪みの局在が生じると期待される。従って、本研究では歪み速度の局在性と平滑性を共に先験情報とし、次

式のように目的関数を定義した：

$$E(\mathbf{a}; \alpha, \beta) = \|\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{a}\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{H}_{xx}\mathbf{a}\|_1 + \beta \|\mathbf{H}_{xx}\mathbf{a}\|_2^2 \quad (4)$$

ただし、 \mathbf{H}_{xx} は行列 \mathbf{H} を x で 2 階微分した値で構成される。式(4)の第 1 項は変位速度の推定値と観測値の残差 2 乗和である。第 2 項と第 3 項は変位速度の 2 階微分の L1 ノルムと L2 ノルムであり、それぞれ局在性および平滑性の先験情報に対応する。先験情報の重みを超パラメータ α, β で規定した。 α, β を $10^{0.25}$ の間隔で変更しながら 1 個抜き交差検証を行うことで、超パラメータの最適値 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ を決定した。目的関数 $E(\mathbf{a}; \hat{\alpha}, \hat{\beta})$ を最小化する \mathbf{a} が最適解 $\hat{\mathbf{a}}$ である。 $\hat{\mathbf{a}}$ を式(1)に代入することで変位速度が得られる。これを解析的に微分することで剪断歪み速度を計算した。

3. 数値実験

横ずれ断層の定常滑りに伴う地表変位速度に、沈み込み等の影響を考慮して変位の空間勾配を加えたモデルを考える：

$$\mathbf{d} = \frac{s}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{x}}{D}\right) + \mu\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (5)$$

ただし、 \mathbf{d} は仮想的な変位速度データ、 s [mm/yr] は断層の相対変位速度、 D [km] は固着深さ、 μ [10^{-6} /yr] は変位の空間勾配、 \mathbf{e} は誤差である。誤差は平均 0、大きさ σ^2 のガウス分布に従う。約 A [km] の間隔で長さ 160 km の測線上に観測点を配置し、各点の座標をベクトル \mathbf{x} に格納した。提案手法の妥当性と限界を検証するため、 A, s, D, σ^2 を変更することで様々なデータを作成し、歪み速度場を推定した。その結果、 s, D を変更した場合、提案手法は L2 正則化と同等以上の精度で歪み速度場を推定可能であることが見出された。 A が大きい場合、提案手法の優位性がさらに際立った。一方、提案手法は誤差に敏感であり、 $\sigma^2 \leq 0.2 \text{ mm}^2/\text{yr}^2$ のデータを用いることが望ましいことも分かった。

4. 有馬高槻断層帯への適用と議論

兵庫県川西市で有馬高槻断層帯と直交するように、長さ 160 km の測線を設定した。国土地理院 F5 解の日々の座標値のうち、測線から 15 km 以内の距離にある 16 点の変位データを用いた。各観測点の位置を測線 (x 軸) に投影し、座標値をベクトル \mathbf{x} に格納した。解析期間は 2001 年 1 月 1 日から 10 年間とした。期間中の季節変動・地震時変動・観測点の保守作業などの影響を最小二乗法により除去した。座標変換を行うことで各観測点にお

る変位速度の断層走向方向の成分を求め、ベクトル \mathbf{d} に格納した。大半の観測点で観測誤差は最大 $0.2 \text{ mm}^2/\text{yr}^2$ 程度である。提案手法を適用すると、歪み速度のピーク値は L2 正則化の場合と比べて 1 割程度大きく推定された (Fig. 1)。なお、 (α, β) の値と交差検証で得られた残差 2 乗和の関係 (Fig. 2) から、 $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ は妥当な値であると考えられる。

式(5)を用いて、提案手法および L2 正則化による歪み速度の最適解に最も適合する s, D をグリッドサーチにより求めた。ただし、簡単のため μ は一定値に固定した。その結果、L2 正則化では $s = 10 \text{ mm/yr}, D = 29 \text{ km}$ となったのに対し、提案手法では $s = 9 \text{ mm/yr}, D = 24 \text{ km}$ と求められた。有馬高槻断層帯の D90 が 12 km 程度 [伊藤ほか, 1998] であることを踏まえると D の推定値は過大評価であると思われるが、提案手法の方がより現実的な値を推定した。今後、提案手法を 2 次元に拡張すれば、より高精度に歪み速度場を推定でき、地震活動や地形形成の理解に有用な知見が得られると期待される。

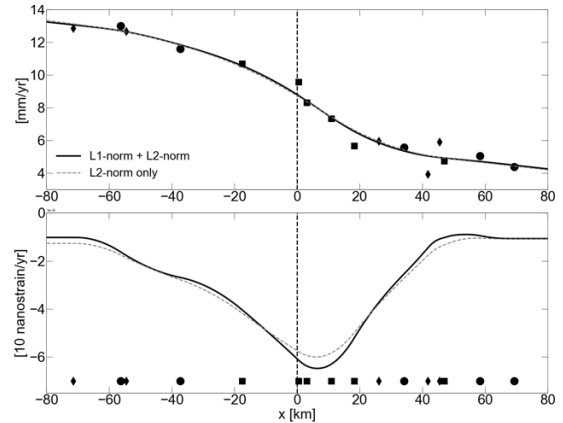


Fig. 1 Velocity (top) and strain-rate (bottom) profiles estimated by the proposed method (solid line) and L2-regularization (broken line). Black symbols show observed velocities (top) and locations (bottom) of GEONET stations.

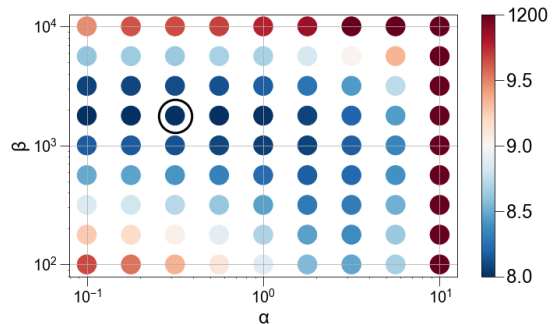


Fig. 2 Residual sums of squares as a function of α and β . Black circle shows the location of the optimal pair $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$.