

計算量を削減した RBF 浅水波モデルの性能評価
Performance Research of the Sparse Gaussian RBF Shallow Water Model

○小笠原宏司・榎本剛

○Koji OGASAWARA, Takeshi ENOMOTO

The shallow water model on the sphere using radial basis function (RBF) spatial discretization allows for an accuracy comparable to or higher than that of other commonly-used models with a spectral method on a sphere for the same number of nodes. Recently, the RBF-generated finite difference (RBF-FD) method has been proposed for large-scale geophysical simulations. The RBF-FD method can offer significant savings in computational cost, but the RBF-FD method is not spectrally convergent. In the present study, error and time stability were examined for the RBF method designed to be spectrally convergent for computational efficiency. The results confirms that the method is spectrally convergent and have a maximum amplification factor as large as that of RBF-FD.

1. はじめに

動径基底関数 (Radial Basis Functions, RBF) を用いた浅水波モデルは一般的に用いられているスペクトル手法の浅水波モデルと比較して、より少ない節点数 (計算に用いる点の数) で同等以上の精度を達成できる。

近年、RBF を用いた偏微分方程式の解法がより高解像度な問題に適用されるようになり、より計算量が少ない RBF-generated Finite Difference (RBF-FD) が採用されるようになった。RBF-FD は各節点の周囲の節点のみを内挿行列に用いることにより、連立方程式の問題サイズを大幅に縮小している。これにより高速化に成功した一方で、節点間隔の減少に対して誤差が低下する性質が指数関数的ではなく代数的になっている。

2. 目的

計算コストを削減するために内挿近似に用いる行列を小さくする代わりに疎行列化し、精度の低下を抑制することを目的とした手法が榎本(防災研年報 63 号 B)で提案されている。しかしながら、精度や安定性は報告されていない。そこで本

研究では榎本(2019)で提案された手法 (RBF-GAS) の精度及び安定性について調べた。

3. 実験設定

本研究では 3次元デカルト座標系における球面上の浅水波方程式(1), (2)を解く。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - f(\mathbf{x} \times \mathbf{u}) - g \nabla h \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot (h \mathbf{u}) \quad (2)$$

本手法では式(1), (2)は Flyer and Wright (2009)で定式化された手法で空間微分の離散化を行う。RBF-FDの浅水波モデルは Flyer et al. (2012)を参考に構築した。

手法の性能評価のために、浅水波モデルの標準実験 (Williamson et al. 1992) を行った。節点間隔の減少に対する誤差の収束率、時間積分の安定性の検証を行い、RBF-FDの結果と比較した。

4. 結果

節点数に対する誤差を Fig.1 に示す。RBF-GAS

は RBF-FD と比較して高い誤差の収束率であり、指数関数的な誤差の収束を維持できている。しかし RBF-GAS は N2500 以降では誤差の収束率が鈍る結果となった。地衡風平衡に対して摂動を与えた場合の安定性解析の結果を Table 1 に示す。時間積分における誤差の成長の速度の指標となる最大増幅率を RBF-FD と比較したところ大きな差は見られなかった。以上のことをまとめると、RBF-GAS はスペクトル精度を維持することができ、RBF-FD と同等の安定性があることがわかった。

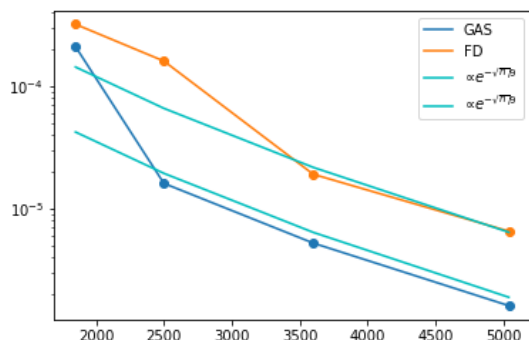


Fig.1: ℓ_2 error as a function of the number of nodes.

Table 1: Maximum amplification factor.

Method	Amplification factor
RBF-FD	1.004
RBF-GAS	1.005

参考文献

- [1] 榎本剛, 2019: 動径基底函数を用いた球面上のセミラグランジュ移流. 防災研年報, 63号, 158-164.
- [2] Flyer, N., and G. B. Wright, 2009: A radial basis function method for the shallow water equations on a sphere. *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, **465**, 1949-1976.
- [3] Flyer, N., E. Lehto, S. Blaise, G. B.

Wright, and A. St-Cyr, 2012: A guide to RBF-generated finite differences for nonlinear transport: Shallow water simulations on a sphere. *J. Comput. Phys.*, **231**, 4078-4095.

- [4] Williamson, D. L., J. B. Drake, J. J. Hack, R. Jakob, and P. N. Swarztrauber, 1992: A standard test set for numerical approximations to the shallow water equations in spherical geometry. *J. Comput. Phys.*, **102**, 211-224.