

不飽和土の動的有限変形問題における液相・気相の加速度を考慮した定式化
 Development of a finite deformation analysis for unsaturated soils based on full formulation

○夜久将司・上田恭平・渦岡良介

○Masashi YAKU, Kyohei UEDA, Ryosuke UZUOKA

In Geomechanics, numerical simulations have been carried out with simplified equations, like u-p formulation. Previous research showed that there is a limitation in use of simplified equations especially in a dynamic problem with high frequency and high permeability. In addition, centrifuge modeling tests are carried out to investigate dynamic behavior of unsaturated soils. For experimental reasons, pure water is often used for pore fluid instead of viscous fluid and the problem get to be a high permeable dynamic problem. Thus, the results of representing analysis and following numerical simulation can include error due to the limitation of the simplified equations. In this study, I formulate the equations without simplification and investigate the effect of these terms that used to be ignored by comparing the results between simplified and non-simplified equations.

1. はじめに

地盤工学において数値解析は間隙流体の加速度や移流項を微小であるとして無視し、簡略化された式 (u-p 定式化など) が用いられてきた. Zienkiewicz, et al.¹⁾によれば、動的問題において、解の精度は定式化の種類により異なり、特に高振動数、高透水性では簡略化された式の解の精度が低下する. 図1では様々な振動数、透水係数の動的問題を厳密解(A), u-p 定式化(B), 加速度項を全て消去した式(C)で解いた結果の比較が行われている. (I)の領域はA = B = C, (II)の領域はA = B ≠ C, (III)はA ≠ B ≠ Cとなる領域を表している. 図1から明らかなように、高振動数、高透水性の条件下では簡略化された定式化では正しい解が得られない.

また、不飽和土の動的挙動の解明を目的とした遠心模型実験が行われているが、実験の都合上、粘性流体を用いず、通常の水で行われることがある. そのような場合には、透水係数の高い動的問題となり、簡略化された式の影響が再現解析の結果に影響を与える可能性がある.

本研究では、従来の定式化では無視されていた間隙流体の加速度項や移流項を残した式の有限要素定式化を行い、理論解との比較を通じて数値解析コードの妥当性を確認した後、これらの項が数値解析に与える影響を調べることを目標とする.

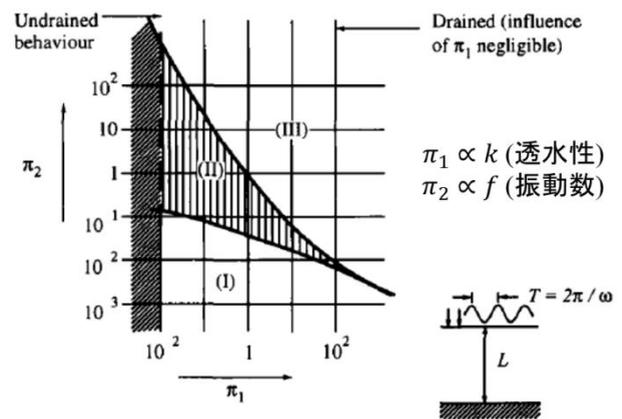


図1 定式化による解の精度の比較 (Zienkiewicz, et al.¹⁾ に一部加筆)

2. 定式化

以下に間隙流体の加速度、移流項を考慮した定式化を示す.

- 全体の運動量保存則

$$\rho \mathbf{a}^s + \rho^w \left[\frac{D^s \mathbf{v}^{ws}}{Dt} + \{ \text{grad}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{ws}) \} \mathbf{v}^{ws} \right] + \rho^a \left[\frac{D^s \mathbf{v}^{as}}{Dt} + \{ \text{grad}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{as}) \} \mathbf{v}^{as} \right] = \text{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b}$$

- 間隙水の運動量保存則

$$\rho^w \left[\mathbf{a}^s + \frac{D^s \mathbf{v}^{ws}}{Dt} + \{ \text{grad}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{ws}) \} \mathbf{v}^{ws} \right] = -n s^w \text{div}(p^w \mathbf{I}) - \rho^w \mathbf{b} + n^2 (s^w)^2 \rho^{wR} \mathbf{g}(\mathbf{k}^{ws})^{-1} \mathbf{v}^{ws}$$

・間隙空気の運動量保存則

$$\rho^a \left[\mathbf{a}^s + \frac{D^s \mathbf{v}^{as}}{Dt} + \{\text{grad}(\mathbf{v}^s + \mathbf{v}^{as})\} \mathbf{v}^{as} \right] = -n s^a \text{div}(p^a \mathbf{I}) - \rho^a \mathbf{b} + n^2 (s^a)^2 \rho^{aR} g(\mathbf{k}^{as})^{-1} \mathbf{v}^{as}$$

・間隙水の質量保存則

$$\left(\frac{n s^w \rho^{wR}}{K^w} - n \rho^{wR} c \right) \frac{D^s p^w}{Dt} + n \rho^{wR} c \frac{D^s p^a}{Dt} + s^w \rho^{wR} \text{div} \mathbf{v}^s + \text{div}(n s^w \rho^{wR} \mathbf{v}^{ws}) = 0$$

・間隙空気の質量保存則

$$\left(\frac{n s^a \rho^{aR}}{K^a} - n \rho^{aR} c \right) \frac{D^s p^a}{Dt} + n \rho^{aR} c \frac{D^s p^w}{Dt} + s^a \rho^{aR} \text{div} \mathbf{v}^s + \text{div}(n s^a \rho^{aR} \mathbf{v}^{as}) = 0$$

上式から重み関数を用いて弱形式を導出し、線形化を行った後、有限要素定式化を行い、コードを実装した。今後、得られた式を用いて数値解析を行い、従来の簡略化された定式化による解との比較を行う。なお今後、本研究で定式化を行った数値解析コードを”Full”，従来の簡略化された式によるものを”u-p”と表すものとする。

3. 理論解との比較

数値解析コードの検証のため、理論解と数値解析の解との比較を行った。

(1) Terzaghi の圧密の解との比較

準静的問題での解の精度の検証のため、深さ10mの飽和粘性地盤を対象に片面排水での一次元圧密の解析を Full 及び u-p で行い、Terzaghi の理論解との比較を行った。結果は図2の通りで、地表面の沈下量の時刻歴、及び、底部での過剰間隙水圧の時刻歴は理論解と数値解析解で一致した。

(2) Simon 解との比較

Simon, et al.²⁾により、一次元での飽和弾性地盤の理論式が得られている。動的問題での解の精度の検証のため、一次元の動的解析を Full 及び u-p で行い、Simon の解との比較を行った。結果を図3に示す。Full, u-p ともに理論解と近い値となっているが、Full の方がより理論解と近い時刻歴となっていることが分かる。

以上より飽和の準静的及び動的問題に関しての数値解析コードの検証を行った。

今後は不飽和土の動的遠心模型実験の再現解析や u-p との比較を通じて、間隙流体の加速度、移流項の数値解析の解に与える影響を調べたい。

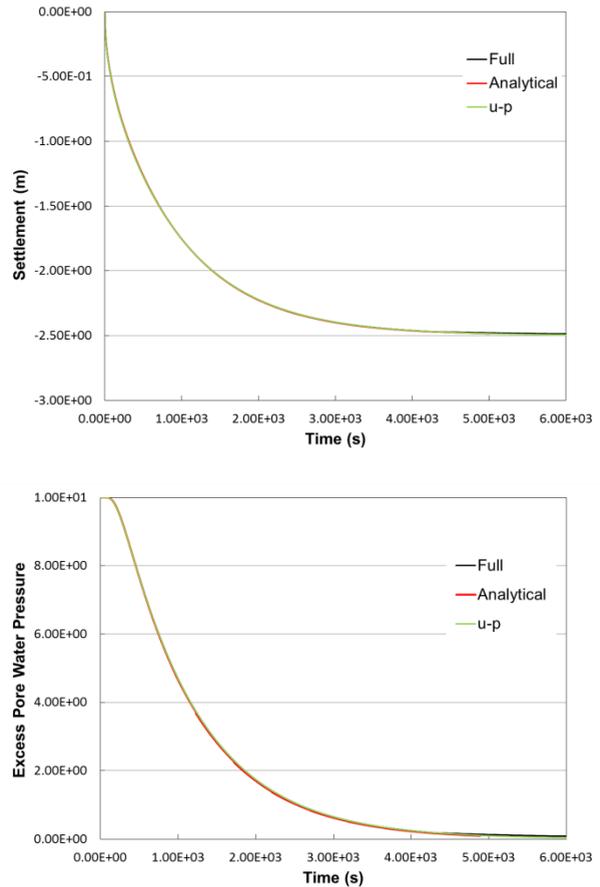


図2 (上)地表面の沈下量, (下)底部の過剰間隙水圧の時刻歴

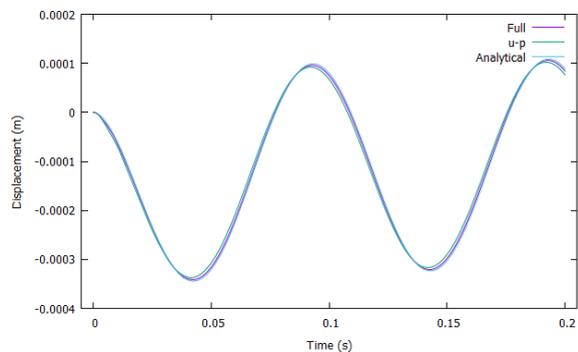


図3 地表面の鉛直変位の時刻歴

4. 参考文献

- 1) Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Paster, M., Schrefler, B.A., Shiomi, T. : Computational Geomechanics, JOHN WILEY & SONS, 1999.
- 2) Simon, B.R., Zienkiewicz, O.C., Paul, D.K. : An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol.8, pp.381-398, 1984.