

## 最尤法アンサンブルフィルタを用いた非線形観測の同化 Assimilation of Nonlinear Observations Using the Maximum Likelihood Ensemble Filter

○中下早織・榎本剛

○Saori NAKASHITA, Takeshi ENOMOTO

The performance of the Maximum Likelihood Ensemble Filter (MLEF) is investigated with a one-dimensional Burgers model in the assimilation experiments of nonlinear observations. To investigate the influence of tangent linear approximation, we conduct the assimilation experiments using the nonlinear and tangent linear observation operators. The smaller observation error is, or the stronger observation nonlinearity is, MLEF with the nonlinear operators can assimilate observations more effectively than with the tangent linear operators. In addition, we compare MLEF and the Ensemble Transform Kalman Filter (ETKF) in assimilation of cubic observations. The ETKF analysis with the nonlinear operator diverges due to unrealistically large increments associated with the high order observation terms. In contrast, MLEF is found to be more stable and accurate without localization owing to the minimization of the cost function. These encouraging results imply that MLEF is suitable for assimilation of highly nonlinear observations such as radiances.

### 1. はじめに

気象学においてデータ同化は数値天気予報の初期値作成に用いられ、正確な数値予報のために不可欠な技術となっている。同化される観測は地上観測やゾンデによる高層観測など多岐にわたるが、近年利用が増えているのは衛星観測である。衛星観測は時間的・空間的に密な観測が得られることが利点だが、一方で観測要素がモデルの予報変数とは異なるため変換が必要となり、その変換に含まれる非線形性を適切に扱う必要があることが難点の一つとなっている。

多くのアンサンブルデータ同化アルゴリズムは線形の観測演算子に対して定式化されており、アンサンブル摂動を利用して非線形演算子で代用することができる。一方、変分法とアンサンブル法の両方の特徴を持つ最尤法アンサンブルフィルタ<sup>[1,2]</sup> (the Maximum Likelihood Ensemble Filter, MLEF) は非線形演算子に対して定式化されており、不連続点を含む演算子も扱うことができる。

本研究では、非線形観測同化における最尤法アンサンブルフィルタの性能を1次元のBurgersモデルによる同化実験を行って検証した。また、3乗観測の同化においてアンサンブル変換カルマンフィルタ<sup>[3]</sup> (the Ensemble Transform Kalman Filter, ETKF) との比較実験を行った。

### 2. 実験設定

Burgers モデルは以下の式で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

空間刻み幅は  $\Delta x = 0.05$ 、時間刻み幅は  $\Delta t = 0.0125$ 、拡散係数は  $\nu = 0.05$  としている。今回の実験は完全モデル実験とし、拡散係数は真値・観測値の作成と同化実験時で同じ値を用いる。

アンサンブルメンバー数は4で固定した。

観測演算子の接線形近似による影響を調べるため、MLEF と ETKF で非線形観測演算子を陽に用いる手法 (それぞれ MLEF, ETKF-FH とする) に加えて、観測演算子の1次微分を接線形演算子によって近似する手法 (それぞれ GRAD, ETKF-JH とする) を用いた実験も行う。

観測演算子は非線形性の強さ (2乗、3乗、4乗) と微分可能性を変えた6種類の演算子を用いる。観測は真値に上記の観測演算子を作用させた後、ガウス分布に従う観測誤差を足すことで作成する。観測欠損は考慮せず、すべての格子点に観測を与える。

実験は2つに分かれる。

1. MLEF の観測誤差に対する感度実験  
MLEF と GRAD に対して観測誤差の大きさを変えた同化実験を行い、観測誤差への依存性を調べる。
2. MLEF と ETKF の比較実験  
観測誤差標準偏差 0.001 の3乗観測を用いて同化実験を行う。

なお後者の比較実験に関して、アンサンブル同化においてサンプリング誤差を緩和するためによく用いられる共分散膨張と誤差共分散の局所化を ETKF にのみ適用した実験も行う。MLEF では適用した場合としない場合で精度に変化が見られなかった。

精度評価には真値と解析値の間の2乗平均平方根誤差 (RMSE) を用いる。

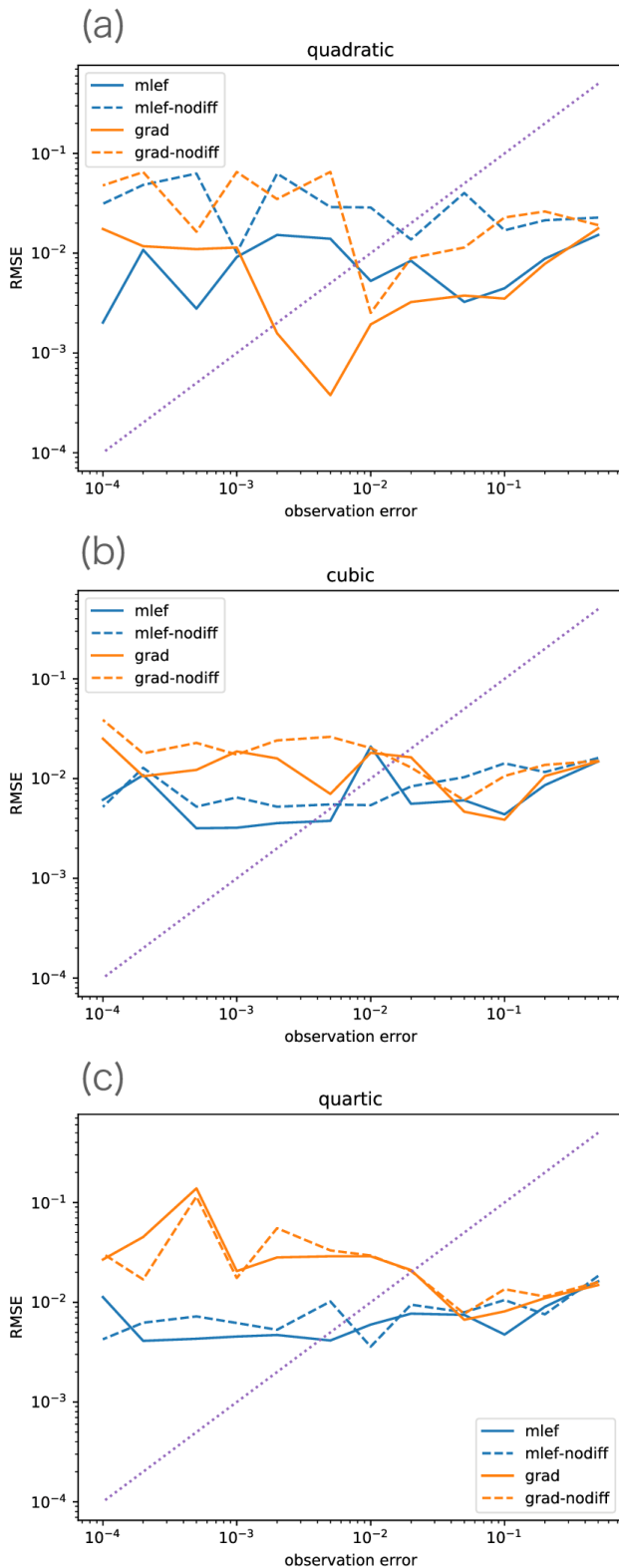


Fig. 1: Relationship between observation error standard deviation and RMSE for (a) quadratic, (b) cubic and (c) quartic observations. Solid and broken curves indicate experiments with differentiable and non-differentiable operators for MLEF (blue) and GRAD (orange). Purple dotted line is a border where RMSE agrees with observation error.

### 3. 結果

まず MLEF と GRAD の観測誤差依存性の結果を図 1 に示す。2 乗観測の場合、微分可能な場合と不可能な場合ともに平均的に GRAD のほうが MLEF よりも精度がよい。これは MLEF では観測項でより高次の項まで考慮するためコスト関数の形状が放物面とかけ離れた形状をとり、最小値探索の収束性が悪化しているためであると考えられる。一方、非線形性がより強い 3 乗、4 乗観測に対しては MLEF が GRAD よりも良い精度を示している。また、観測誤差が小さくなるほど MLEF の優位性が強く出ていることがわかる。観測誤差が小さいとコスト関数における観測項の寄与がより大きくなるため、この結果は MLEF が GRAD よりも正確に観測項を評価できていることを示している。

次に ETKF との比較実験の結果を述べる (図は紙面の都合省略)。微分可能な演算子を用いた場合に、ETKF-FH で観測項の高次の項の影響で非現実な大きさの修正量が作られ、解が発散することがわかった。ETKF では局所化により遠隔の観測の影響を制限することで発散を抑えることができるが、局所化を加えない MLEF よりも精度が悪かった。MLEF が局所化なしでも安定して同化できるのは、コスト関数の最適化による恩恵だと考えられる。また、MLEF では共分散膨張なしでも解析誤差の過小評価傾向が小さいため精度がよかった。これらの特徴は、アンサンブル同化手法における各種パラメタ調整の労力を削減すると考えられる。

以上の結果は、MLEF は非線形性の強い衛星観測に適した同化手法であることを支持している。複雑な形状のコスト関数に対しても安定な最小値探索法やモデル誤差、観測欠損、アンサンブルサイズへの依存性の調査が今後の課題である。また、本研究は大気現象の一部を切り取った簡単なモデルに対する実験のため、将来的にはより現実大気に即した複雑なモデルに対する応用を目指していきたい。

### 参考文献

- [1] Zupanski, M., 2005, Maximum Likelihood Ensemble Filter: Theoretical aspects, *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 1710-1726.
- [2] Zupanski, M., I. M. Navon., D. Zupanski, 2008, The Maximum Likelihood Ensemble Filter as a non-differentiable minimization algorithm, *Q. J. Roy. Meteorol. Soc.*, **134**, 1039-1050.
- [3] Bishop, C. H., B. J. Etherton, S. Majumujar, 2001, Adaptive sampling with the Ensemble Transform Kalman Filter. Part I: Theoretical aspects, *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 420-436.