

建物の基礎免震，中間層免震および同調型マスダンパによる制振の統一的な有効性評価  
 Unified Effectiveness Evaluation of Base Seismic Isolation, Inter-story Seismic Isolation  
 and Tuned Mass Damper for Buildings

池田芳樹  
 Yoshiki IKEDA

For a building with an inter-story seismic isolation system, an inverse problem is formulated based on the pole allocation method in control theory. The structural system is simplified as a 3DOF lumped-mass shear model. The natural frequencies and the corresponding damping ratios in the three vibration modes are set as the initial control target. To achieve this target, the introduced solution provides the natural frequencies of the lower substructure, upper substructure, and isolator with damper capacity. The closed-form expression clarifies how the isolator's natural frequency and damper's capacity are related to the dominant natural frequencies of both the substructures and to the target modal damping ratios. The mathematical expression explains the trade-off relationship between the damping ratios of the lower and upper substructures. The solution is also applied to a building with a base seismic isolation system or a tuned mass damper system.

1. はじめに

3 質点 3 自由度系せん断振動型モデルに制御工学で利用される極配置法を適用して，中間層免震建物の基本特性を明らかにしている<sup>1)</sup>．免震層を挟んだ上部構造物と下部構造物のモード連成効果により，中間層免震が基礎免震に比較して複雑な動特性を示すことはすでに指摘されている<sup>2)</sup>．しかし，パラメータスタディや時刻歴応答解析による過去の特性把握には，一般性の抽出に限界があった．新たに誘導した閉じた数式表現は，免震装置の固有振動数とダンパが，どのような上下構造物の卓越固有振動数と制御目標に関係しているのかを明らかにしている．さらに，基礎免震や同調型マスダンパ (TMD) による制振の動特性も，統一的に理解することを可能にしている．

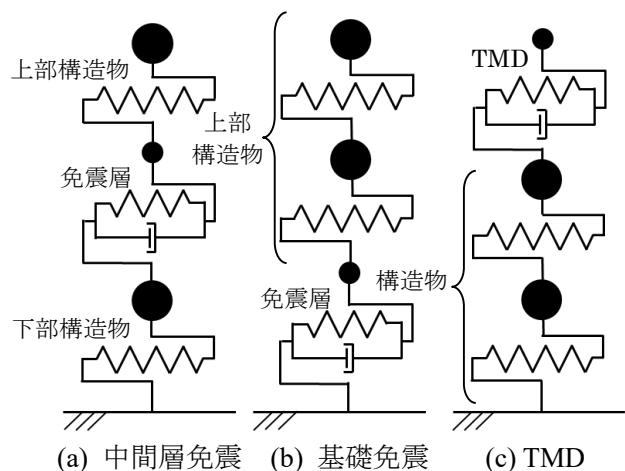
2. 極配置法による中間層免震建物の表現

図 1 (a) に示す中間層免震 3 自由度系モデルの運動方程式は，次式で表現される．

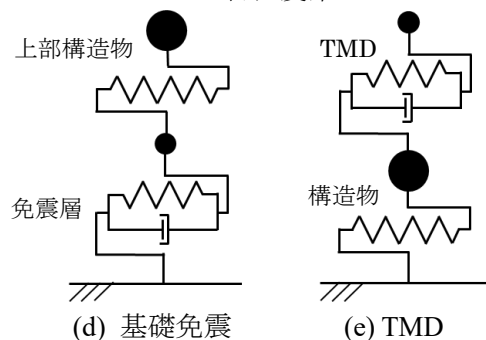
$$\begin{cases} \ddot{x}_U \\ \ddot{x}_I \\ \ddot{x}_D \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2(1+\mu_U)h_I\omega_I & 2(1+\mu_U)h_I\omega_I \\ 0 & 2\mu_D h_I \omega_I & -2\mu_D h_I \omega_I \end{bmatrix} \begin{cases} \dot{x}_U \\ \dot{x}_I \\ \dot{x}_D \end{cases} \quad (1)$$

$$+ \begin{bmatrix} -\omega_U^2 & \omega_U^2 & 0 \\ \mu_U \omega_U^2 & -\mu_U \omega_U^2 - (1+\mu_U)\omega_I^2 & (1+\mu_U)\omega_I^2 \\ 0 & \mu_D \omega_I^2 & -\omega_D^2 - \mu_D \omega_I^2 \end{bmatrix} \begin{cases} x_U \\ x_I \\ x_D \end{cases} - \begin{cases} 1 \\ 1 \\ 1 \end{cases} \ddot{y}_0$$

ここに， $\omega_U$ ， $\omega_D$  および  $\omega_I$  は，それぞれ上部構造



(a) 中間層免震 (b) 基礎免震 (c) TMD  
 3 自由度系



(d) 基礎免震 (e) TMD  
 2 自由度系

図 1 閉じた表現を得た解析モデル

物単独，下部構造物単独，上部構造物を剛に仮定した際の免震層の固有円振動数であり， $h_I$  は上部構造物を剛にした際の免震層の減衰比である． $\mu_U$

は免震層直上質点に対する上部構造物の質量比、 $\mu_D$ は下部構造物に対する他の質量比とする。これら6つのパラメータは、極配置法により閉じた形で得られる。 $x_U$ 、 $x_I$ および $x_D$ は、それぞれ上部構造物、中間免震層直上および下部構造物の各質点の固定端からの変位である。

式(1)を状態空間表示して得られたシステム行列から、系の特性方程式は次式となる。

$$s^6 + 2(1 + \mu_U + \mu_D)h_I\omega_I s^5 + [(1 + \mu_U)\omega_U^2 + (1 + \mu_U + \mu_D)\omega_I^2 + \omega_D^2]s^4 + 2h_I\omega_I[(1 + \mu_U + \mu_D + \mu_U\mu_D)\omega_U^2 + (1 + \mu_U)\omega_D^2]s^3 + [(1 + \mu_U + \mu_D + \mu_U\mu_D)\omega_U^2\omega_I^2 + (1 + \mu_U)(\omega_U^2 + \omega_I^2)\omega_D^2]s^2 + 2(1 + \mu_U)h_I\omega_I\omega_U^2\omega_D^2 s + (1 + \mu_U)\omega_U^2\omega_I^2\omega_D^2 = 0 \quad (2)$$

制御目標を3つの固有モードの円振動数 $\omega_j$ と減衰比 $h_j$ とする。極配置法は目標を決めて系のパラメータを決定するため、現在志向されている性能規定型設計との整合性は高い。制御目標の特性方程式は次式で表現できる。

$$\prod_{j=1}^3 (s^2 + 2h_j\omega_j s + \omega_j^2) = 0 \quad (3)$$

この特性方程式(3)に系の特性方程式(2)を一致させる条件から、次式の関係が導かれる。

$$\frac{h_I}{\omega_I} = \frac{h_1}{\omega_1} + \frac{h_2}{\omega_2} + \frac{h_3}{\omega_3} \quad (4)$$

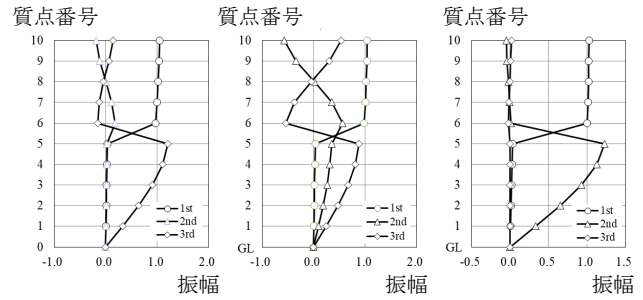
$\omega_I$ と $h_I$ を基礎免震層の剛性とダンパ、またはTMDのバネとダンパに読み替えると、上式は図1(b)の基礎免震や図1(c)のTMDによる制振でも成り立つ。図1(d)の2自由度系基礎免震モデルや図1(e)の1自由度系建物にTMDを載せた場合でも、右辺の第2項までを考慮することで同様の関係が得られる。一般に設計は、免震層の剛性とダンパ、TMDのバネやダンパを仮定してから進められる。これは上式の左辺をある値に決めることであるため、右辺のモード間にトレードオフ関係が現れる。

### 3. 式(4)の証明

図2は、文献2と同様に中間免震層( $\omega_I=2\pi \times 0.25\text{Hz}$ ,  $h_I=20\%$ )を挟んだ上部構造物と下部構造物がそれぞれ5質点モデルで、それらの1次固有振動数比( $\omega_U/\omega_D$ に対応)を0.9, 1.0, 1.5にした場合の固有モード形である。比1.0は上部構造物が下部構造物に共振することを意味する。表1に示す5つのモードのうち最初の3つの卓越モードは、式(4)の関係を誤差1.5%以内で満たしている。

### 4. 目標性能からTMDを最適化する提案

図1(e)のTMDの最適化に定点理論<sup>3)</sup>を適用する。TMDの最適同調と最適減衰比は、それぞれ



(1) 0.9 の場合 (2) 1.0 の場合 (3) 1.5 の場合  
図2 3つの10自由度系中間層免震モデル

表1 図2に対応する固有値解析結果

モード 次数	0.9		1.0		1.5	
	振動数 Hz	減衰比 %	振動数 Hz	減衰比 %	振動数 Hz	減衰比 %
1	0.242	17.9	0.243	18.2	0.245	18.7
2	1.830	5.2	1.985	2.0	2.033	6.4
3	1.997	8.0	2.043	10.7	2.992	5.1
4	3.371	5.7	3.756	5.5	5.686	4.5
5	4.636	5.9	5.167	5.9	5.754	7.6

$$\frac{\omega_I}{\omega_D} = \frac{1}{1 + \mu}, \quad h_I = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (6)$$

であり、定点は2つの固有円振動数(7)となる。

$$\omega_{1,2} = \omega_D \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}}}{1 + \mu}} \quad (7)$$

$\mu$ はTMDの建物に対する質量比である。定点ではモード減衰比は同じになるので、それを制御目標として $h$ とおくと、式(4)で2次までを考慮して

$$h = \sqrt{\frac{3\mu}{4(2 + \mu)}} \left( \sqrt{1 - \frac{\mu}{2 + \mu}} + \sqrt{1 + \frac{\mu}{2 + \mu}} \right) \cong \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3\mu}{2 + \mu}} \quad (8)$$

が得られる。上式は、建物に与えたい減衰(制御目標)からTMDの質量比が得られることを意味しており、質量比を先に決めて建物の減衰を試行錯誤で得るといった従来の設計を改善する。

### 5. まとめ

極配置法により、基礎免震、中間層免震およびTMDの効果を統一的に閉じた形で表現した。それは、免震層やTMDで仮定したパラメータが、振動低減の制約条件になることを示していた。

### 参考文献

- Ikeda Y.: Fundamental equation based on pole allocation for interstory seismic isolation of buildings, *Structural control and health monitoring*, DOI:10.1002/stc.2687, 2020
- 小林, 洪: 固有値解析およびランダム応答解析による中間層免震構造のモード連成作用効果の分析, 日本建築学会学術講演梗概集 B-2, pp.333-334, 2004
- Den Hartog JP.: *Mechanical vibrations*. 4th Edition, pp.87-106, McGraw-Hill, 1956