C12

スウェイ・ロッキングモデルに入力される地震エネルギーの限界値

○竹脇　出，上谷宏二

1．序

地盤条件の差異が地震時の構造物の被害様相に大きな影響を及ぼす報告が過去の地震において数多くなされており、同時に、構造物と地盤の動的相互作用も構造物の被害状況に少なからぬ影響を及ぼすという報告がなされている。本研究では、構造物と地盤の動的相互作用を考慮したモデルとしてスウェイ・ロッキングモデル（SR モデル）を取り上げ、SR モデルに入力される地震エネルギーについて考察する。特に、地盤ばねやダッシュポットまで含めた全体システムに入力されるエネルギーと、構造物に入力されるエネルギーの関係について論じ、さらに地震動特性の変動に伴う地震入力エネルギーの上限値について論じる[1]。

2．地動を受ける上部１自由度 SR モデルへの入力エネルギー

自由地表面加速度入力 $\ddot{u}_g(t)=a(t)$ を受ける質量 m 、剛性 k、粘性減衰係数 c の上部１自由度 SR モデルを考える。このモデルに対する運動方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}+\mathbf{K}\mathbf{u}=-\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g \qquad (1)$$

本 SR モデルへの入力エネルギーを考える。(1)式に $\dot{\mathbf{u}}^T$ を前掛けして 0 から t_0 まで時間積分すると次式を得る。

$$[(1/2)\dot{\mathbf{u}}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}]_0^{t_0}+\int_0^{t_0}\dot{\mathbf{u}}^T\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}\mathrm{d}t+[(1/2)\mathbf{u}^T\mathbf{K}\mathbf{u}]_0^{t_0}=-\int_0^{t_0}\dot{\mathbf{u}}^T\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g\mathrm{d}t=E_I^A \qquad (2)$$

E_I^A を部分積分し、$\dot{u}_g(0)=\dot{u}_g(t_0)=0$ の条件と $\mathbf{M},\mathbf{r}$ の具体的表現を代入して変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}E_I^A&=-[\dot{\mathbf{u}}^T\mathbf{M}\mathbf{r}\dot{u}_g]_0^{t_0}+\int_0^{t_0}\ddot{\mathbf{u}}^T\mathbf{M}\mathbf{r}\dot{u}_g\mathrm{d}t\\&=\int_0^{t_0}\{m\ddot{u}+(m_0+m)\ddot{u}_F+mh\ddot{\theta}_F\}\dot{u}_g\mathrm{d}t\\&=\int_0^{t_0}\{m_0(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F)+m(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F+\ddot{\theta}_F h+\ddot{u})-(m_0+m)\ddot{u}_g\}\dot{u}_g\mathrm{d}t\\&=\int_0^{t_0}\{m_0(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F)+m(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F+\ddot{\theta}_F h+\ddot{u})\}\dot{u}_g\mathrm{d}t-[(1/2)(m_0+m)\dot{u}_g{}^2]_0^{t_0}\\&=\int_0^{t_0}\{m_0(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F)+m(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F+\ddot{\theta}_F h+\ddot{u})\}\dot{u}_g\mathrm{d}t\end{aligned} \qquad (3)$$

(3)式の最下式の｛　｝の中の表現は、基礎と上部質点に作用する慣性力の総和を表しており、(3)式は、地面（自由地表面）が SR モデルに対してなす実仕事と E_I^A が一致することを示している。(3)式をフーリエ変換を用いて変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}E_I^A&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{m_0(\ddot{U}_g+\ddot{U}_F)+m(\ddot{U}_g+\ddot{U}_F+\ddot{\Theta}_F h+\ddot{U})\}e^{\mathrm{i}\omega t}\dot{u}_g\mathrm{d}t\mathrm{d}\omega\\&=-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{\omega}\mathrm{Im}[m_0H_{\ddot{U}F}(\omega)+m\{H_{\ddot{U}F}(\omega)+H_{\ddot{\Theta}F}(\omega)h+H_{\ddot{U}}(\omega)\}]\left|\ddot{U}_g(\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega\end{aligned} \qquad (4)$$

3．上部構造への入力エネルギー

基礎が上部構造に対してなす仕事は次式で表現される。

$$\begin{aligned}E_I^S&=\int_0^{\infty}m(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F+\ddot{\theta}_F h+\ddot{u})(\dot{u}_g+\dot{u}_F)\mathrm{d}t\\&\quad+\int_0^{\infty}\{m(\ddot{u}_g+\ddot{u}_F+\ddot{\theta}_F h+\ddot{u})h+I_R\ddot{\theta}_F\}\dot{\theta}_F\mathrm{d}t\end{aligned} \qquad (5)$$

(4)と(5)式をフーリエ変換により変形した式を次のように置く。

$$E_I^A=\int_0^{\infty}F_A(\omega)\left|\ddot{U}_g(\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega\ ,\quad E_I^S=\int_0^{\infty}F_S(\omega)\left|\ddot{U}_g(\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega \qquad (6\mathrm{a},\ \mathrm{b})$$

4．極限外乱問題

本論では、自由地表面加速度 $\ddot{u}_g(t)=a(t)$ （$\ddot{U}_g(\omega)=A(\omega)$ ）に課す制約は、次の２乗時間積分の値（指定値 $\bar{C}$ ）と、そのフーリエ振幅スペクトルの上限とする（上限値 $\bar{A}$ ）。

$$\int_{-\infty}^{\infty}a(t)^2\mathrm{d}t=(1/\pi)\int_0^{\infty}\left|A(\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega=\bar{C} \qquad (7)$$

本論文で扱う極限外乱問題は次のように表現される。

[極限外乱問題]

(7)式の制約と自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $\left|A(\omega)\right|$ に関する制約 $\left|A(\omega)\right|\le\bar{A}$ を満足し、(6a)式の SR モデル全体に対する地震入力エネルギーを最大にする自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル $\left|A(\omega)\right|$ を求めよ。

5．極限外乱問題の解法と地震入力エネルギーの上限値

図１に解法の模式図を示す。 $\bar{A}=A_{\max}$ が有限の場合の上限値を credible bound と呼び、無限大の場合を absolute bound と呼ぶ。

6．記録地震動に対する入力エネルギーとその上限値

El Centro NS (Imperial Valley 1940), Kobe University NS (Hyogoken-Nanbu 1995) , JMA Kobe NS (Hyogoken-Nanbu 1995)に対する地震入力エネルギーとその上限値を図２，３，４に示す。

7．結論

(1) スウェイ・ロッキングモデルに入力される地震エネルギーを振動数領域で評価する方法を提示した。

(2) 自由地表面加速度の２乗時間積分値とフーリエ振幅スペクトルの上限に制約が設けられ、全体システムと構造物に入力される地震エネルギーのいずれかを評価関数とする極限地震動問題を定式化し、その問題に対する解（自由地表面加速度のフーリエ振幅スペクトル）は、エネルギー伝達関数との積の振動数領域積分が最大となる矩形関数となることを明らかにした。

(3) 実際の地震入力エネルギーと credible bound の近接度は、地震動の有する極限性の周期特性を表現する有効な指標の一つである。

文献[1] 竹脇　出，スウェイ・ロッキングモデルに入力される地震エネルギーの限界値，日本建築学会構造系論文集，第 576 号，pp-，2004.

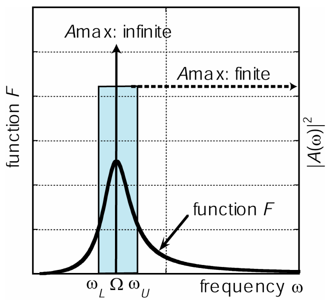

図１

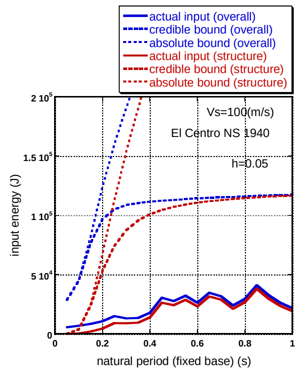

図２

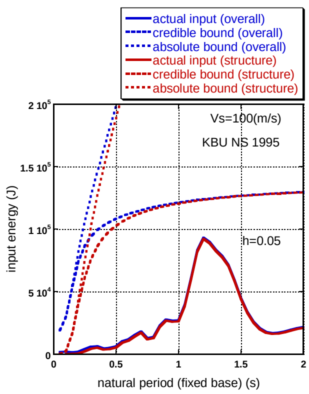

図３

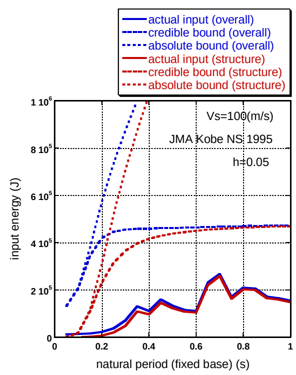

図４