モンテカルロ・フィルタを用いた損傷推定に関する研究

荒木　時彦

１．はじめに

建築構造物の維持管理コスト低減および性能保証を目的とした構造ヘルスモニタリングに関する研究が近年注目されている。本研究では，構造物の動的損傷解析および確率論的推定手法に基づいた損傷推定手法を提案する。

２．状態空間モデル

観測時系列 y_n に対して以下の状態空間モデルを考える。

$$x_n = F(x_{n-1}, v_n) \tag{1}$$

$$y_n = H(x_n, w_n) \tag{2}$$

式(1)は状態モデル, 式(2)は観測モデルと呼ばれる。x_n は状態変数であり，これには速度，変位および構造物損傷が含まれる。本研究では，上式における，状態 x_n の推定を行う。

３．モンテカルロ・フィルタ

観測値の集合を $D_n = \{y_i : i = 1, \cdots n\}$ とすると, ベイズの定理により,

$$p(x_n \mid D_n) = \frac{p(y_n \mid x_n)\, p(x_n \mid D_{n-1})}{\int p(y_n \mid x_n)\, p(x_n \mid D_{n-1}) dx_n} \tag{3}$$

が成り立つ。しかし，この解析解を得ることは困難である。モンテカルロ・フィルタでは次の手順で $p(x_n \mid D_n)$ を求める。

（１）一期先予測

ランダムサンプル $\{x_{n-1}(i) : i = 1, \cdots N\}$ から式(1)の状態モデルの時系列解析により，次ステップの状態変数のサンプル $\{x_n^*(i) : i = 1, \cdots N\}$ を得る。

（２）フィルタ過程

観測モデルより，各サンプルの重みが,

$$q_i = \frac{p(y_n \mid x_n^*(i))}{\sum_{j=1}^{n} p(y_n \mid x_n^*(i))} \tag{4}$$

により得られる。ここで，$\Pr\{x_n(j) = x_n^*(i)\} = q_i$ である。この確率に従って（１）で得られた $\{x_n^*(i) : i = 1, \cdots N\}$ を更新する。更新されたサンプルの確率密度関数が，求めるべき $p(x_n \mid D_n)$ である。

４．数値解析例

バイリニア型履歴を有する１自由度質点系に対する数値解析を行った。外乱はスペクトル密度 0.6 の正規白色外乱の見本関数である。観測値は速度および変位の時刻歴である。図１は構造物損傷を最大変位応答値としたときの時刻歴である。非常によく推定が行われていることがわかる。また，速度を観測値とした場合よりも，変位を観測値とした場合のほうが推定精度がよいこともわかる。

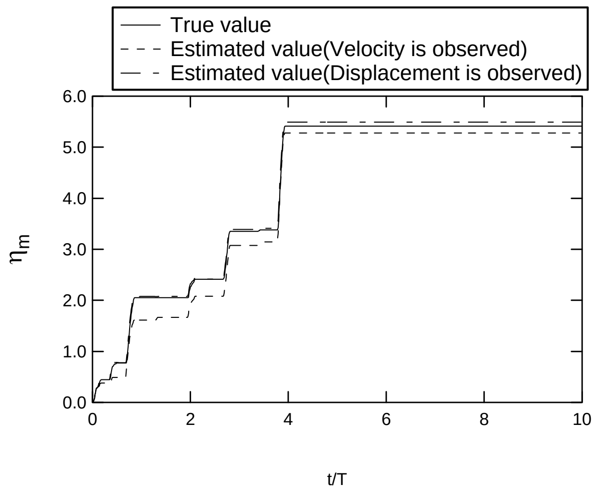

図１　　Maximum absolute displacement