

## 水平管路における土砂輸送形態と流砂機構

芦田 和男・江頭 進治・中島 智彦

### MECHANISM OF SEDIMENT TRANSPORTATION IN HORIZONTAL PIPES

by Kazuo ASHIDA, Shinji EGASHIRA and Tomohiko NAKAJIMA

#### Synopsis

Modes of sediment transportation in pipe flow can be divided into individual and massive movements as were known in the case of open channel. Discussion is made on the mechanism of sediment transportation with attention focused on these regimes of sediment motions. The criterion dividing these modes such as bed load, partial plug flow and shear flow is clarified, referring to the studies on bed load discharge and debris flow in open channel. The relation between water discharge, sediment discharge, energy gradient and depth of debris is presented for the massive movement such as plug flow, partial plug flow and shear flow as well as for general individual grain movement. The criterion and formulas deriving from theoretical consideration are tested by data obtained from experiments.

#### 1. 緒 言

砂礫のパイプ輸送の問題は、石炭や鉱石あるいは廃滓を効率よく輸送するシステムとして、また、工業廃棄物や河川、港湾における浚渫輸送の問題として古くから研究されている。最近では、ダム堆砂の排除や養浜における土砂輸送手段としても関心が高まりつつある。

これらの研究<sup>1),2)</sup>によれば、管路における砂礫の輸送は、開水路でみられるように粒子径や流量に応じて変化し、流量一定の条件のもとにおいては、粒子径が大きくなるに伴って、均質流、擬均質流および非均質流のように変化することが知られている。ここで、均質流と擬均質流は、開水路の土砂輸送形態からみれば、いわゆるウォッシュ・ロードを含む流れにほぼ等価であり、非均質流は、沈降性の浮遊砂流や転動、滑動する一般の掃流砂の運動から、土石流や土砂流として知られているような集合流動の形態まで広く含まれているように思われる。これらは、粒子径に着目して輸送形態を分類したものであるが、管内流速に着目すると、流速が大きくなるに伴って、堆積層流れ、部分堆積層流れ、ついで摺動層流れへと遷移することが知られている。ここで、部分堆積層流れは、開水路の流砂形態では掃流砂の運動に相当しており、摺動層流れは、土石流や土砂流などの集合流動の領域の流れに相当するものと思われる。

上述のように、流砂形態と粒子径あるいは管内流速との間の現象の定性的な理解はかなり深められているものの、これらを一般的に記述するための方法はいまだ確立されていないようである。これは、管路における混相流の内部構造を調べるための実験がかなり難しいことにもよるが、実際には模型実験あるいは実物実験が比較的容易に行えることにも起因しているように思われる。

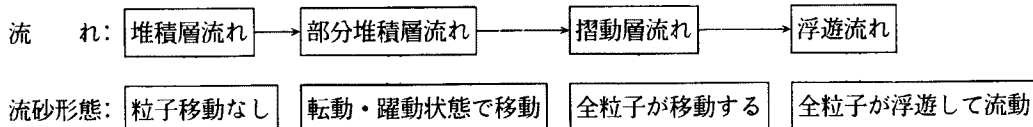
より効果のある土砂輸送システムを確立するためには、管路における土砂輸送機構をさらに究明していくことが必要であり、開水路における土砂輸送現象の理解がかなり深められていることを考慮すれば、開

水路で用いられている方法によって土砂の管路輸送現象をどの程度扱えるのか興味のあるところである。また、近年、重要な社会問題となりつつあるダム堆砂の排除の問題は、管路ばかりでなく開水路における現象の理解なしには解決できない水工学の課題でもある。本研究は、このような観点から進めるものである。まず、掃流砂量式や土石流の抵抗則に関する知見を適用して、管路における流砂形態や流量、排出土砂濃度およびエネルギー勾配との間の関係式を導く。ついで、管路実験によって流砂形態を調べるとともに、流量—排出土砂濃度—エネルギー勾配について検討する。さらに、水路実験に対する基礎方程式の適用性について検討する。

## 2. 流砂の形態と機構

### 2.1 流砂形態の分類

管路における流砂形態と開水路におけるそれとの対応について明確にしておこう。水平管路の流砂形態に関する野田の総括的な報告<sup>2)</sup>によれば、管内の流れと流砂形態は、おおよそ次のように分類されている。



上図は、管内流速が大きくなるに伴い、流砂形態がどのように変化するかを示したものであり、これら形態間の遷移条件等については、つぎのようである。堆積層流れから部分堆積層流れへの遷移は臨界状態と呼ばれ、部分堆積層流れと摺動層流れとの遷移は、堆積限界速度あるいはこれよりも少し大きな限界値をもつ堆積速度などを用いて定義されている。これらの遷移速度は、現象が遷移する管内流速のことである。また、摺動層流れから浮遊流れへの遷移は、浮遊速度を用いて定義されているようである。ただし、浮遊速度の定義は、摺動層流れと浮遊流れとにおけるエネルギー勾配が互いに等しくなる管内流速として定義されていることに注意する必要がある。

管路における流砂形態を開水路におけるそれに対応させてみると、臨界状態は掃流砂の移動限界に対応し、部分堆積層流れは主として掃流砂の運動領域のものであることが理解される。部分堆積層流れと摺動層流れの限界は、かなり広い遷移領域をもっているように思われるが、掃流砂の運動から土石流や土砂流と呼ばれているところの集合流動（集合運搬）の領域のものではないかと考えられ、堆積限界速度や堆積速度は、集合流動の発生条件あるいは形成条件に対応しているものと思われる。摺動層流れから浮遊流れへの遷移条件は明確には定義されていないが、浮遊速度に対応する定義は開水路では見当たらない。ちなみに、開水路流においては、浮遊砂の発生限界を浮遊限界と定義している。

上述のように、管路と開水路における流砂形態はほぼ一対一に対応しており、以下においては、開水路の土砂水理学で一般に使われている呼称を用いて議論する。なお、ここで対象とするのは、部分堆積層流れと摺動層流れに対応する掃流領域および集合流動領域のものであり、さらに問題を単純化するために、水平管路の問題に限る。

### 2.2 流砂機構

#### (1) 掃流

管内において、砂粒子が掃流砂として運動する場合には、流れの連続式、抵抗則および流砂量式が与えられると、所定の条件のもとにおける排出土砂濃度、流量、エネルギー勾配の間の関係が容易に導かれる。

流れの抵抗は、一般に管壁粗度と砂面粗度とによって定まる。まず、各粗度の支配領域を Fig. 1 のように分割しよう。ここに、 $S_w$  は管壁の潤辺長、 $S_b$  は砂粒子面の潤辺長、 $A_w$  は  $S_w$  によって支配されてい

る領域の面積， $A_b$ は $S_b$ によるそれである。同図を参考にすれば，流れの連続式は，

$$v_w A_w + v_b A_b = Q \dots\dots\dots (1)$$

ここに， $v_w$ は壁面領域の平均流速， $v_b$ は砂面領域の平均流速， $A$ は通水断面積である。管径を $D$ とすれば，

$$A = D^2/4 \{ \pi - (\theta - \sin \theta) / 2 \} \dots\dots\dots (2)$$

である。

掃流砂を伴う場合の流れの抵抗については，いくつかの研究<sup>3)</sup>がある。ここでは簡単のため，管壁 $S_w$ は滑面であり，砂面 $S_b$ は粗面であるとすれば，各領域における抵抗則はそれぞれ次式のように与えられる。

$$\frac{v_w}{u_{*w}} = A_s - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_{*w} R_w}{\nu} \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{v_b}{u_{*b}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_{*b} R_b}{k_s} \dots\dots\dots (4)$$

ここに， $A_s = 5.5$ ， $A_r = 8.5$ ， $\kappa$ はカルマン定数， $\nu$ は水の動粘性係数， $u_{*w}$ は $S_w$ における平均摩擦速度， $u_{*b}$ は $S_b$ における平均摩擦速度， $R_w$ は領域 $A_w$ の径深， $R_b$ は領域 $A_b$ の径深であり，次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} u_{*w} &= \sqrt{g R_w i_e}, & u_{*b} &= \sqrt{g R_b i_e} \\ R_w &= A_w / S_w, & R_b &= A_b / S_b \\ S_w &= D(\pi - \theta/2), & S_b &= D \sin(\theta/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

掃流砂量式として，芦田・道上式<sup>4)</sup>を採用することにすれば，

$$\frac{q_b}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}} = \tau_{*b}^{3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*b}} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*b}} \right) \dots\dots\dots (6)$$

である。ここに， $q_b$ は単位幅流砂量 ( $L^2/T$ ) であり，管内全流砂量は $q_b S_b$ で与えられる。 $\sigma$ は砂粒子密度， $\rho$ は水の密度， $g$ は重力加速度， $d$ は砂粒子径， $\tau_{*b}$ は無次元掃流力で， $\tau_{*b} = u_{*b}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ ， $\tau_{*c}$ は無次元限界掃流力， $u_{*c}$ は移動限界摩擦速度である。

以上の議論から明らかなように，所定の未知量を求めるためには，方程式の数が不足している。そこで，通常用いられている断面分割のための近似を次のように行う。

$$v_w = v_b = v \dots\dots\dots (7)$$

ここで，定義式(2)，(5)および条件式(7)を式(1)，(3)，(4)に適用すれば，これらはそれぞれ次のように表される。

$$R_w f_{nw}(\theta) + R_b f_{nb}(\theta) = f_{nA}(\theta) \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{v}{\sqrt{g R_w i_e}} = A_s - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_w \sqrt{g R_w i_e}}{\nu} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{v}{\sqrt{g R_b i_e}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_b}{k_s} \dots\dots\dots (10)$$

$$(v = Q/A = Q/f_{nA}(\theta))$$

ここに， $f_{nw}(\theta) = S_w = D(\pi - \theta/2)$ ， $f_{nb}(\theta) = S_b = D \sin(\theta/2)$ ， $f_{nA}(\theta) = A = D^2/4 \{ \pi - (\theta - \sin \theta) \}$  である。

式(6)，(8)，(9)，(10)において，未知量は， $q_b$ ， $R_w$ ， $R_b$ ， $i_e$ ， $Q$ および $\theta$ の6個であり，これらのうち二つを仮定すれば他の未知量が決定される。たとえば， $\theta$ と $Q$ を与えると， $i_e$ と $q_b$ の関係が求まり，また $i_e$ と $\theta$ を与えると $Q$ と $q_b$ の関係が議論できる。

管路の土砂輸送問題においては，流砂量 $q_b$ あるいは $q_b S_b$ の代わりに，輸送土砂濃度（排出濃度） $C_v$ を

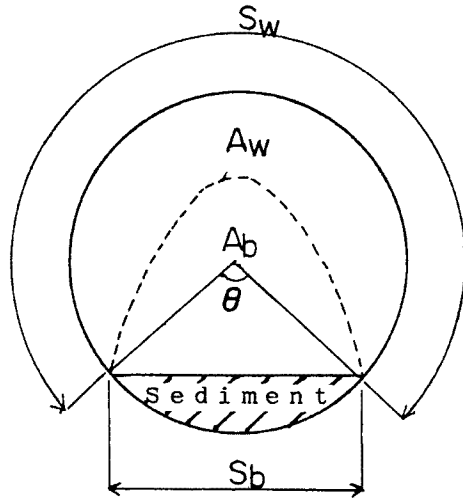


Fig. 1. Definition sketch of pipe flow with sediment movement. (in the case of individual particle motion.)

用いることが多い。ここでは、 $C_v$ をつぎのように定義する。

$$C_v = \frac{Q_s}{Q + Q_s} = \frac{q_b S_b}{Q + q_b S_b} \dots\dots\dots (11)$$

なお、上述の議論を直接適用して、 $\theta$ ,  $Q$ ,  $i_e$ ,  $C_v$  の間の関係を議論すれば、管径  $D$  に応じて無数の解を扱う必要がある。そこで、普遍表示を行うために、速度  $v$  を  $\sqrt{gD}$  を用いて基準化し、その他の長さの次元をもつ量を  $D$  で無次元化すれば、式 (8), (9), (10) は、それぞれ次のように書き改められる。

$$R'_w f'_{nw}(\theta) + R'_b f'_{nb}(\theta) = f'_{nA}(\theta) \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{v'}{\sqrt{R'_w i_e}} = A_s - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \left\{ \frac{\sqrt{gD^3}}{\nu} \sqrt{R'_w i_e} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{v'}{\sqrt{R'_b i_e}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R'_b}{k'_s} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $v' = v/\sqrt{gD} = Q/D^2 \sqrt{gD} f'_{nA}$ ,  $R'_w = R_w/D$ ,  $R'_b = R_b/D$ ,  $k'_s = k_s/D$ ,  $f'_{nw}(\theta) = \pi - \theta/2$ ,  $f'_{nb}(\theta) = \sin(\theta/2)$ ,  $f'_{nA}(\theta) = A/D^2 = \pi - (\theta - \sin\theta)$  である。これらに従えば、与えられた条件、すなわち  $\sqrt{gD^3}/\nu$ ,  $k'_s$  のもとで、管径によらない一般表示が可能である。

(2) 集合流動

砂粒子層全体が運動する場合には、前述の掃流砂量式はもはや適用領域外になり、これに代わる流砂量式が必要となる。そのためには、砂粒子層内における速度分布に関する議論が必要であり、ここでは、芦田・江頭<sup>5)6)</sup>らの土石流の流動則を適用しよう。

Fig. 2 は、砂粒子層が集合流動する場合の断面を模式的に示し、さらに、流速分布を2次元的に扱うために体積濃度  $c$  の砂層を幅  $S_d$ , 深さ  $R_d$  の長方形断面に置き換えたものである。ここに、 $R_d = A_d/S_d$  である。管底から鉛直上向きに  $z$  軸をとれば、砂層の任意の地点  $z$  における外力としてのせん断力  $\tau_{ext}$  は、水流の圧力勾配と砂面に働くせん断力とからなり、次式のように与えられる。

$$\tau_{ext} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} (R_d - z) + \frac{f_b}{8} (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $p$  は水流の圧力、 $f_b$  は Darcy-Weisbach の抵抗係数、 $v_d$  は砂礫層の平均流速、 $v$  は水流の平均流速である。一方、内力としてのせん断力  $\tau_{int}$  は、芦田・江頭らによれば、粒子間摩擦による降伏応力  $\tau_y$  と砂粒子間隙の水のせん断変形に伴う応力  $\tau_f$  との和で与えられる。

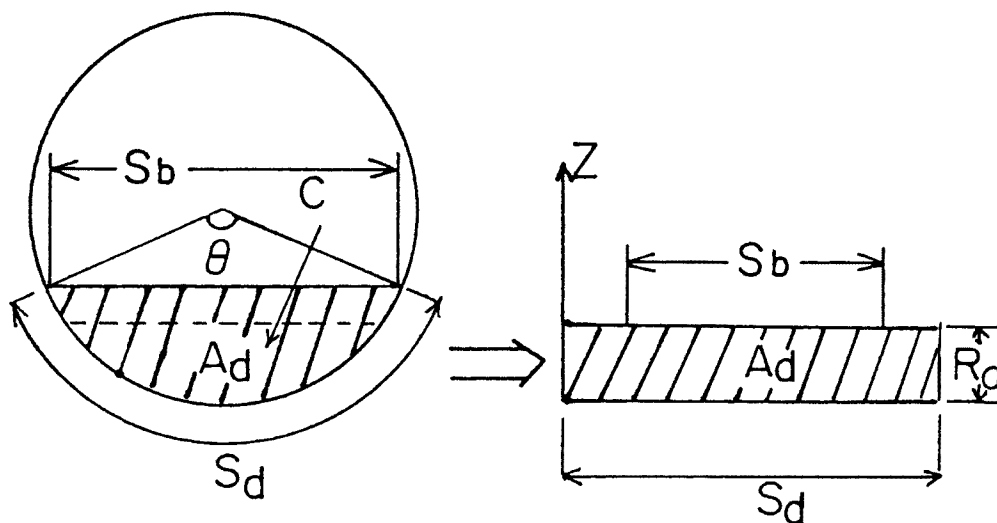


Fig. 2. Definition sketch of pipe flow with massive sediment motion.

$$\tau_{int} = \tau_y + \tau_f = (\sigma - \rho)cg\mu(R_d - z) + \rho l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \left| \frac{du}{dz} \right| \dots\dots\dots (16)$$

$(\tau_y)$   $(\tau_f)$

ここに、 $\mu$  は砂粒子の動摩擦係数で後述のような値を取る。 $l$  は粒子間間隙における乱れの混合距離であり、次式によって与えられる。

$$l = \left( \frac{k_p}{k_v} \right)^{1/3} \left( \frac{1-c}{c} \right)^{1/3} d \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $(k_p/k_v)^{1/3}$  は形状係数比で2程度の値をとる。 $d$  は粒子径である。

式(15)の圧力勾配は、エネルギー勾配に等しいから、

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g i_e \dots\dots\dots (18)$$

である。流動状態においては、 $\tau_{ext} = \tau_{int}$  であることより、式(16)と式(15)を等置し、式(18)を考慮すれば、次式を得る。

$$l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \left| \frac{du}{dz} \right| + \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) cg\mu(R_d - z) = gi_e(R_d - z) + \frac{f_b}{8} (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d} \dots\dots\dots (19)$$

上式が以後の議論の基礎式である。集合流動(摺動層流れ)において、多くの研究では上式の左辺の第1項と右辺第1項が省略されていることに注意が必要である。

ところで、式(16)の降伏応力 $\tau_y$ は、粒子層の移動状態によって変化するが、ここではつぎのように与える。

粒子層が shear flow の状態のときには、

$$\tau_y(z) = \begin{cases} (\sigma - \rho)c\mu_k(R_d - z), & (0 < z \leq R_d) \\ (\sigma - \rho)c\mu_{kb}R_d & |_{z=0} \end{cases} \dots\dots\dots (20)$$

粒子層がせん断変形を受けず、Plug flow の状態を形成しているとき、

$$\tau_y(z) = \begin{cases} (\sigma - \rho)c\mu_s(R_d - z) \\ (\sigma - \rho)c\mu_{kb} & |_{z=0} \end{cases} \dots\dots\dots (21)$$

粒子層が全て静止している状態においては、 $\tau_y$  はつぎのような最大値を取り得る。

$$\tau_y(z) = \begin{cases} (\sigma - \rho)c\mu_s(R_d - z) \\ (\sigma - \rho)c\mu_{sb}R_d & |_{z=0} \end{cases} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 $\mu_k$  は砂粒子の内部動摩擦係数、 $\mu_{kb}$  は管壁と砂粒子間の動摩擦係数、 $\mu_s$  は砂粒子の内部静摩擦係数、 $\mu_{sb}$  は砂粒子と管壁との静摩擦係数である。これらの係数間において、

$$\mu_{kb} < \mu_{sb} < \mu_k < \mu_s \dots\dots\dots (23)$$

のような条件を考えるのは一般的であり、2.1で述べたように、摺動層流れの遷移条件が複雑であることが理解される。

さて、降伏応力の最大値を示す式(22)と $\tau_{ext}$ との大小により、集合流動には種々の形態があることが推察される。Fig. 3は、粒子層における $\tau_y$ と $\tau_{ext}$ の分布を模式的に示したものである。上段の図の場合には、砂層表面近傍および砂層と管壁間のごくうすい層でせん断流が形成され、これら以外は plug flow の領域になる。中段の図の場合には、表面からある深さの砂層がせん断流を形成し、その下方は plug flow になり、管壁との境界でせん断流が作られる。すなわち、局所的 plug flow が形成される。下段の図の場合には、砂層全体が shear flow を形成する。

(a) plug flow の流速分布

開水路流における粘性底層に対応して、粒子径程度の厚さ $\delta$ をもつせん断領域を考え、それ以外の領

域は相対速度をもたない plug flow の領域であるとすれば、式 (19) は式 (21) の条件を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned}
 &0 \leq z \leq \delta \text{ において} \\
 &l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| + \frac{du}{dz} + \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c g \mu_{kb} (R_d - z) \\
 &= g i_e (R_d - z) + \frac{f_b}{8} (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d} \\
 &\dots\dots\dots (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\delta < z < R_d \text{ において} \\
 &\frac{du}{dz} = 0 \dots\dots\dots (25)
 \end{aligned}$$

式 (24) において、 $v_d \ll v$  として  $(f_b/8)v^2 = g R_b i_e$  なる関係を適用し、 $z=0$  で  $u=0$  として積分すると、流速分布が次のように求められる。

$$\begin{aligned}
 &\frac{u(z)}{\sqrt{g R_d}} = \frac{2}{3} A_p (1 + B_p)^{3/2} \\
 &\cdot \left[ 1 - \left\{ \frac{1 - z/R_d + B_p}{1 + B_p} \right\}^{3/2} \right] \\
 &\quad (0 \leq z \leq \delta) \\
 &\frac{u(z)}{\sqrt{g R_d}} = \frac{2}{3} A_p (1 + B_p)^{3/2} \\
 &\cdot \left[ 1 - \left\{ \frac{1 - \delta/R_d + B_p}{1 + B_p} \right\}^{3/2} \right] \dots\dots\dots (26) \\
 &\quad (= u_\delta / \sqrt{g R_d} : \text{const.}) \\
 &\quad (\delta \leq z \leq R_d)
 \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 &A_p = \frac{R_d}{d} \frac{\{i_e - (\sigma/\rho - 1) c \mu_{kb}\}^{1/2}}{(k_p/k_v)^{1/3} \{(1-c)/c\}^{1/3}} \\
 &B_p = \frac{i_e}{i_e - (\sigma/\rho - 1) c \mu_{kb}} \frac{R_b}{R_d} f_{np}(\theta) \dots\dots\dots (27) \\
 &f_{np}(\theta) = \frac{S_b}{S_d} = \frac{2 \sin(\theta/2)}{\theta}
 \end{aligned}$$

一般に  $\delta \ll R_d$  であるから、plug flow の断面平均流速  $v_d$  は、式 (26) の第2の式で近似できる。

$$\begin{aligned}
 &\frac{v_d}{\sqrt{g R_d}} = \frac{2}{3} A_p (1 + B_p)^{3/2} \\
 &\cdot \left[ 1 - \left\{ \frac{1 - \delta/R_d + B_p}{1 + B_p} \right\}^{3/2} \right] \dots\dots\dots (28)
 \end{aligned}$$

これらの式において、 $\delta$  は、ごくうすいせん断層の厚さであり、ここでは

$$\delta \doteq d$$

としておく。

(b) shear flow の流速分布

式 (19) は、式 (20) の条件を用いれば、

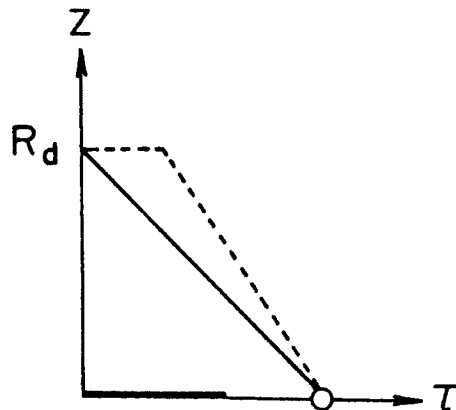
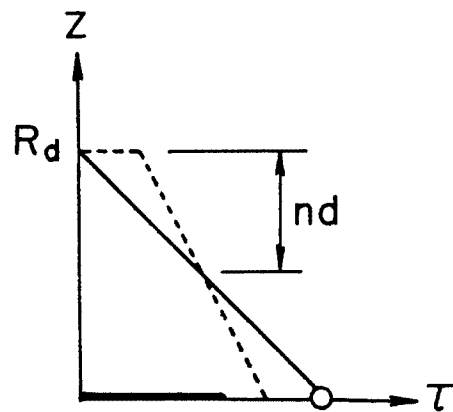
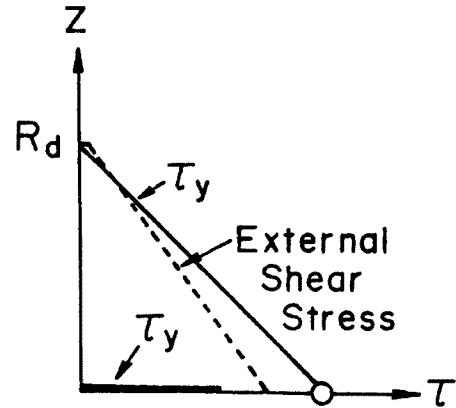


Fig. 3. Schematics of shear stress distribution of massive sediment motion.

$$l^2 \left| \frac{du}{dz} \right| \frac{du}{dz} + \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c g \mu (R_d - z) = g i_e (R_d - z) + \frac{f_b}{8} (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d}, \quad \mu = \begin{cases} \mu_{kb} (0 \leq z \leq \delta) \\ \mu_k (\delta \leq z \leq R_d) \end{cases} \quad (29)$$

である。\$z = \delta\$ において \$u(z) = u\_\delta\$ なる条件のもとで、流速分布はつぎのように求められる。

$$\frac{u(z)}{\sqrt{g R_d}} = \frac{u_s}{\sqrt{g R_d}} + \frac{2}{3} A_s \left\{ \left( 1 - \frac{\delta}{R_d} \right) + B_s \right\}^{3/2} \left[ 1 - \left\{ \frac{1 - z/R_d + B_s}{1 - \delta/R_d + B_s} \right\}^{3/2} \right] \quad (\delta \leq z \leq R_d) \quad (30)$$

ここに、\$A\_s\$ および \$B\_s\$ は前述の式 (27) に示す \$A\_p\$、\$B\_p\$ に含まれる \$\mu\_{kb}\$ を \$\mu\_k\$ に置き換えたものである。\$u\_\delta\$ は式 (26) によって与えられる。

shear flow の断面平均流速 \$v\_d\$ は、式 (30) より容易に求まるが、結果は冗長な式になる。そこで、\$\delta/R\_d \ll 1\$ なる条件をつけて \$v\_d\$ を導くと次式を得る。

$$\frac{v_d}{\sqrt{g R_d}} = \frac{2}{3} A_s (1 + B_s)^{3/2} \left\{ 1 - \frac{2}{5} (1 + B_s)^{-3/2} \right\} \quad (31)$$

局所的 plug flow についても同様に求められるがここでは省略する。以上、集合流動における plug flow および shear flow における砂層の流速分布および平均流速が求められた。

(c) 流砂量と流砂濃度

集合流動状態における流砂量 \$Q\_d\$ は、砂層の平均流速と砂層の土砂濃度 \$c\$ を用いて次のように表される。

$$Q_d = c v_d A_d \quad (32)$$

ここに、\$A\_d\$ は流動時における砂層の断面積であって、\$A\_d = D^2 f\_{nA}(\theta)\$、\$f\_{nA}(\theta) = (\theta - \sin\theta)/8\$ である。排出土砂濃度 \$c\_v\$ は、

$$c_v = \frac{Q_d}{Q + v_d A_d} = \frac{v_d}{v f_{nr}(\theta) + v_d} c \quad (33)$$

のように与えられる。ここに、\$f\_{nr}(\theta) = A/A\_d = 2\pi(\pi - \theta/2 + \sin\theta/2) / (\theta - \sin\theta)\$ であり、\$A\$ は砂層より上方を流れる水流の断面積である。上式において、plug flow の場合には \$v\_d\$ に式 (28) 適用し、shear flow の場合には式 (31) を適用すれば、集合流動の場合の排出土砂濃度 \$c\_v\$ が得られる。

2.3 流砂形態の発生限界と発生領域

(1) 掃流限界（臨界状態）

これは砂粒子が掃流砂として移動する限界であり、砂粒子面における無次元掃流力 \$\tau\_\*\$ が無次元限界掃流力に等しくなる条件で与えられる。すなわち

$$\tau_* = \tau_{*c}$$

である。これをエネルギー勾配の限界値 \$i\_{cr}\$ で表すと、次のように表される。

$$i_{cr} = (\sigma/\rho - 1) d \tau_{*c} / R_b = (\sigma/\rho - 1) \tau_{*c} \frac{d}{D} \frac{1}{R_b'} \quad (34)$$

(2) 集合流動限界

前述したように集合流動には、plug flow、局所的 plug flow および shear flow がある。これらの限界は、Fig. 3、および式 (19) ~ (22) を参考にすれば容易に議論できる。

水の流量が増加していく向きに現象をみると、plug flow の発生限界は、式 (19) において左辺第 1 項を省略し、第 2 項に式 (22) を適用することによって求められる。すなわち、

$$\left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c u_{sb} R_d = g R_d i_e + \frac{f_b}{8} v^2 \frac{S_b}{S_d} \quad (35)$$

上式において、 $f_b v^2 (S_b/S_d)/8 = g R_b i_e S_b/S_d$  である。これを式 (35) に代入して  $i_e$  について解き、これに添字  $p$  を付ければ、plug flow の発生限界はつぎのように求められる。

$$i_{ep} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_{sb} / (1 + R_b S_b / R_d S_d) \dots\dots\dots (36A)$$

あるいは、

$$i_{ep} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_{sb} / \{1 + R_b' / R_d' f_{nbd}(\theta)\} \dots\dots\dots (36B)$$

ここに、 $f_{nbd}(\theta) = S_b/S_d = 2 \sin(\theta/2) / \theta$  である。

局所的 plug flow の発生条件は、Fig. 3 において粒子層の表面近傍における移動層が  $nd$  を越えたときに集合流動とみなすことによって求められる。すなわち、式 (19) において  $\mu = \mu_s$ 、 $z = R_d - nd$  を代入し、左辺第1項を省略して  $i_e$  について解けば、局所的な plug flow の発生条件は次式で与えられる。

$$i_{epp} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_s / \left\{1 + \frac{R_b}{nd} \frac{S_b}{S_d}\right\} \dots\dots\dots (37A)$$

あるいは、

$$i_{epp} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_s / \left\{1 + \frac{R_b'}{n} \frac{D}{d} f_{nbd}(\theta)\right\} \dots\dots\dots (38B)$$

つぎに、shear flow の発生条件  $i_{es}$  は、同様の考察により式 (36) の  $\mu_{sb}$  の代わりに  $\mu_s$  を用いて次式で与えられる。

$$i_{es} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_s / \left\{1 + \frac{R_b S_b}{R_d S_d}\right\} \dots\dots\dots (38A)$$

あるいは、

$$i_{es} = (\sigma/\rho - 1) c \mu_s / \left\{1 + \frac{R_b'}{R_d'} f_{nbd}(\theta)\right\} \dots\dots\dots (38B)$$

以上は、流量が増加していく方向で限界条件をみたものであるが、流量が減少していく向きに限界条件をみると、式 (36) ~ 式 (38) に含まれる  $\mu_{sb}$  および  $\mu_s$  を  $\mu_{kb}$  と  $\mu_k$  に代えると各流砂形態の停止限界が与えられる。すなわち、各流砂形態の停止限界は発生限界よりも小さな流量で起こることになる。

(3) 流砂形態の発生領域

上述の議論によれば、流量が増加する方向に現象をみると、各流砂形態の発生領域は次のように与えられる。

- $i_{cr} \leq i_e < i_{ep}$ : 掃流領域
- $i_{ep} \leq i_e < i_{epp}$ : plug flow の領域
- $i_{epp} < i_e < i_{es}$ : 局所的 plug flow の領域
- $i_{es} \leq i_e$ : shear flow の領域

これらの領域を図示するためには、 $k_s$ 、 $\tau_{*o}$ 、 $\mu_{sb}$ 、 $\mu_{kb}$ 、 $\mu_s$ 、 $\mu_b$ 、 $c$  および  $n$  を与える必要がある。そこで、 $\mu$  については、芦田・江頭ら<sup>7)</sup>の経験式  $\mu_k = 0.8 \mu_s$ 、 $\mu_{kb} = 0.8 \mu_{sb}$  を用い、 $\mu_s = 0.9$ 、 $\mu_{sb} = 0.44$ 、 $c = 0.6$ 、 $k_s = d = 0.212$  cm として、流砂形態の発生領域を計算してみよう。

Fig. 4 は、無次元流量とエネルギー勾配の平面上において、上述の各数値を適用して推定される流砂形態の発生領域を示したものである。図中の点線は、 $\mu_{sb} \rightarrow \mu_{kb}$ 、 $\mu_s \rightarrow \mu_k$  として求められる plug flow および shear flow の停止限界である。

3. 実 験

3.1 実験の概要

実験装置は、Fig. 5 に示すように、水と土砂を流す水平管部、水平管へ水と土砂を混合して送るための上流側の水槽、水循環用の下流側水槽、および砂を循環させるためのベルトコンベアからなっている。水平管の管径は 64 mm、長さは 3500 mm で上流側の水槽は十分な水頭が得られるように深さ 4.25 m にされ



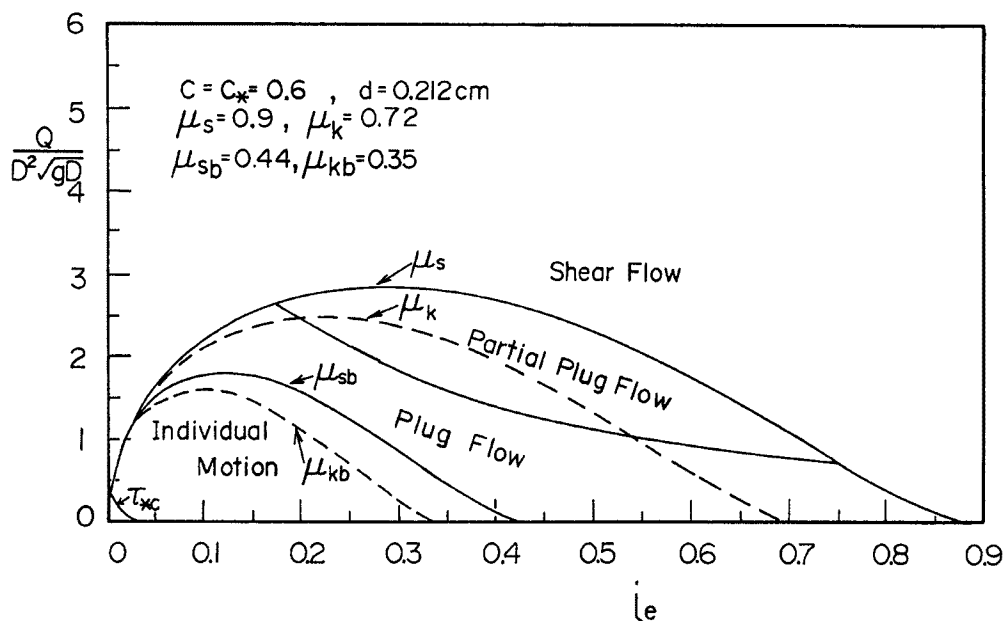


Fig. 4. Mode of sediment movement predicted with the present method. ( $Q \sim i_e$ )

ている。水平管の下流端には水と土砂を分離するためのトロンメルがあり、ここで分離された水は下流側水槽へ導かれた後、ここから上流水槽へポンプアップされる。一方、トロンメルで水と分離された土砂は、ベルトコンベアで上流側水槽へ導かれ、ここで水と混合する。流量は上流水槽と水平管軸との水位差、および水平管の下流端に付けた簡易ゲートおよびバルブによって調節される。一方、流砂量は、ベルトコンベアへの給砂量とベルトコンベアの移動速度で調節される。水平管には、Fig. 6に示すように水圧測定用の圧力タップを50 cm間隔に取りつけており、また流速分布測定のための可動式ピトー管を取りつけている。

実験に用いた材料は、Fig. 7に示すように平均粒径  $d_m = 0.212$  cmのほぼ一様な砂粒子で、その密度  $\sigma$  は約  $2.65 \text{ g/cm}^3$  である。実験は、つぎのように行われている。まず、水のみを所定の流量で循環させておき、給砂器を用いてベルトコンベアへ給砂を行い、給砂した砂が給砂地点まで循環してきたときに給砂を停止し、所定の流量と流砂量をもつ定常的な流れを形成させる。定常性が保証されるのを待って、種々の測定を行う。測定項目は、圧力、流速分布、流砂量、流砂形態などである。

各断面における圧力測定は差圧計を用いて行い、最下流の圧力を低圧側に入力し、これとの差圧を計測するような方法に従った。流速分布の測定は、ピトー管を差圧計に接続して行ったが、この測定はごく限られたケースについてのみ行った。流砂形態の判定は目視およびビデオ撮影によって行った。これらの計測が終了した時点においてベルトコンベアを停止し、所定の区間にある土砂を採取して流砂量を測定した。

前章の理論によれば、流砂形態や流砂濃度は、砂粒子の内部摩擦角  $\phi_s$ 、および砂粒子と管壁との内部摩擦角  $\phi_{sb}$  に強く依存する。そこで、 $\phi_s$  には芦田・江頭ら<sup>7)</sup>のデータを用いることにして、 $\phi_{sb}$  について測定をした。その結果、 $\phi_{sb} = 23^\circ \sim 24^\circ$  の範囲になった。以後の計算においては、つぎのような値を用いた。  
 $\mu_{sb} = \tan \phi_{sb} = 0.44$ ,  $\mu_{kb} = 0.8 \mu_{sb}$ ,  $\mu_s = \tan \phi_s = 0.9$ ,  $\mu_k = 0.8 \mu_s$ .

### 3.2 実験結果

Table 1～4に流量  $Q$ 、流砂量  $Q_s$ 、土砂排出濃度  $C_s$ 、エネルギー勾配  $i_e$ 、土砂層の中心角  $\theta$  に関する実験結果を示す。 $\nu$  は水の動粘性係数である。Table 1は、土砂を含まない水だけの実験に関するものである。Table 2は、砂粒子が掃流砂として挙動するケースのものをまとめたものである。Table 3には、掃流砂から集合流動への遷移状態にあると判断したものを示している。これらのデータの殆どは、砂漣が

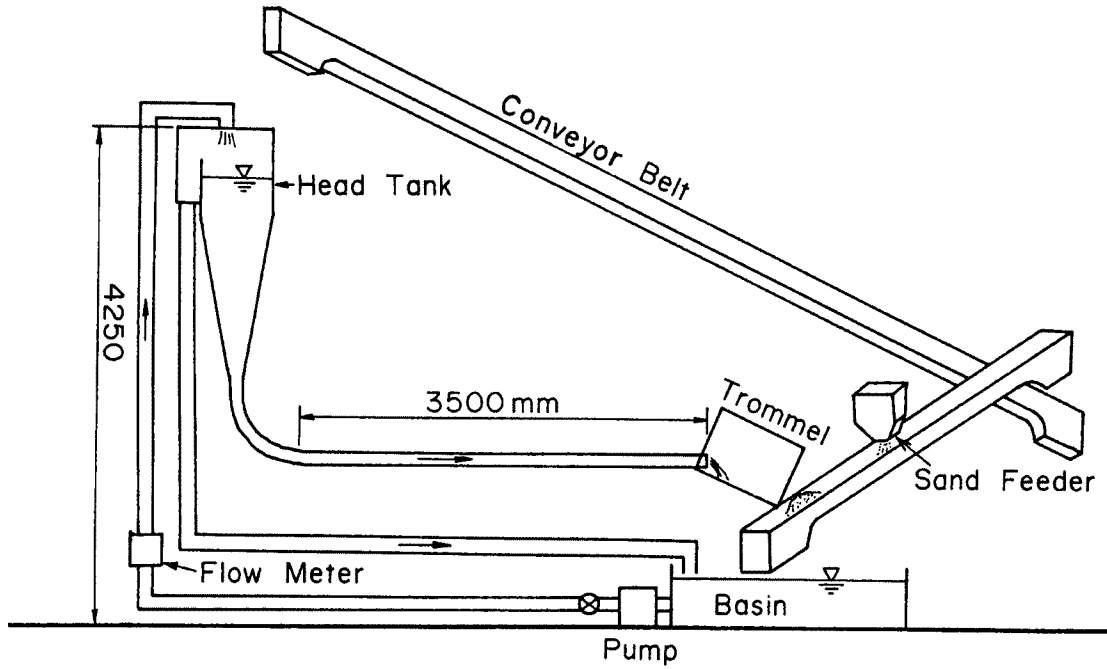


Fig. 5. Experimental apparatus.

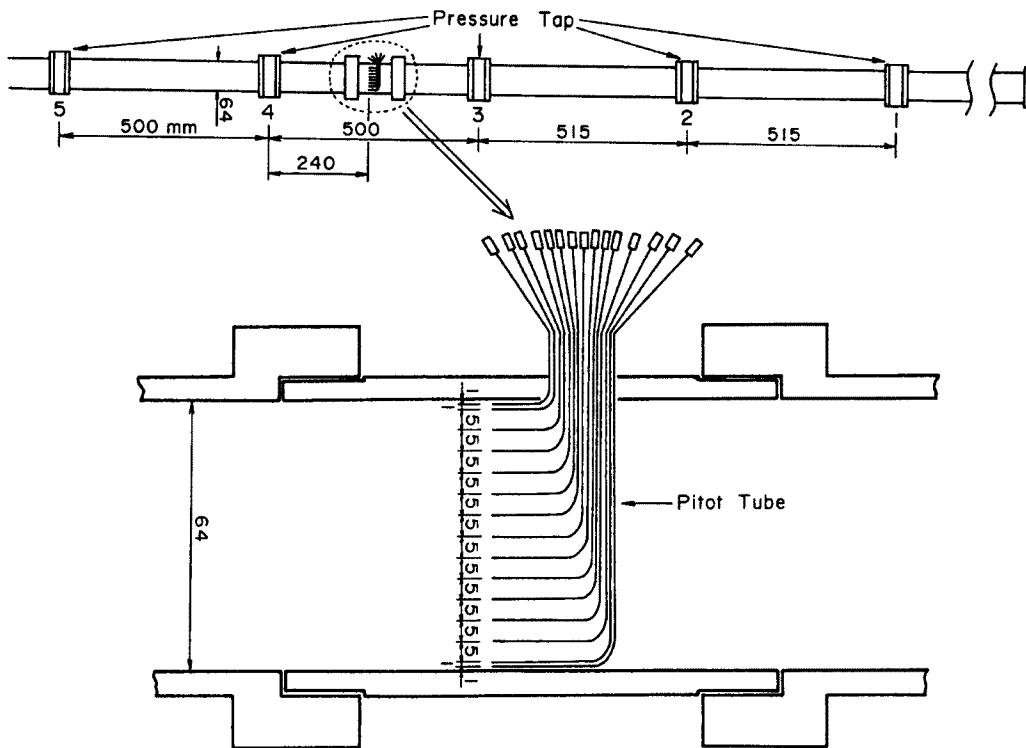


Fig. 6. Pressure taps and Pitot tube.

発達し、そのために圧力変動が激しくなって、間欠的に集合流動を起こしているようなものである。したがって、エネルギー勾配の精度はあまり期待できない。Table 4には、集合流動を起こしているデータがまとめられている。ただし、集合流動のうち、plug flowであるか、局部的 plug flowか、あるいは shear flowであるのかは判定されていない。これは、内部の粒子運動の状態が把握されていないためであるが、管壁における粒子運動から推察すれば、殆どのケースが plug flow の状態であったものと考えている。

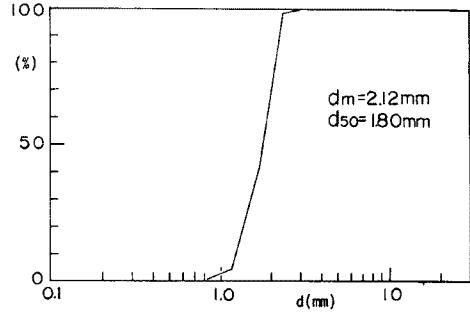


Fig. 7. Particle size distribution of sand employed in the experiment.

前章における理論の精度は、断面分割の方法や抵抗則にかなり依存する部分がある。流速分布の測定はこのことを調べるために行ったものである。Fig. 8には、一例として Run 8-2 において測定した流速分布の結果を示す。測定値は、砂粒子層を含む断面の対称軸上のものである。図中には計算によって求めた径深  $R_w$ ,  $R_b$  の値  $i_e$  に関する実験値と径深とから算定される  $u_{*w}$ ,  $u_{*b}$  の値、および滑面と粗面における対数型流速分布を示している。

Table 1. Exmerimental results for clear water flow

Run No.	$Q_w$ (l/s)	$i_e$	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s)
1	2.25	0.009	$1.156 \times 10^{-2}$
2	3.13	0.016	1.156
3	7.50	0.080	1.156
4	2.33	0.010	1.271
5	4.41	0.030	1.271
6	9.64	0.115	1.271
7	1.47	0.004	1.308
8-1	3.05	0.014	1.424
14-1	5.63	0.025	1.240
15-1	9.75	0.129	1.207
17-1	4.06	0.024	1.182
18-1	3.13	0.016	1.211
19-1	4.25	0.026	1.233
21-1	4.06	0.020	1.264
22-1	6.75	0.057	1.459

4. 理論の適用

2章の理論を水路実験へ適用するためには、これに含まれるパラメータを決定

Table 2. Experimental results for bed load

しなければならない。これらの一部については2章でも示しているが、ここで再記しておく。まず、水流の抵抗則に関連するパラメータには一般的に用いられている次のようなものを用いる。 $A_s = 5.5$ ,  $A_r = 8.5$ ,  $\kappa = 0.4$ ,  $k_s = d_m = 0.212$  cm。砂粒子の無次元限界掃流力は、岩垣

Run No.	$Q_w$ (l/s)	$Q_b$ (gf/s)	$C_b$ (%)	$i_e$	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\theta$ (°)
8-2	2.56	94.1	1.37	0.056	$1.424 \times 10^{-2}$	154
9	2.50	153.5	2.26	0.082	1.346	168
10	3.00	133.0	1.50	0.084	1.383	143
12	3.69	162.2	1.63	0.103	1.204	108
13	4.00	145.2	1.35	0.098	1.271	86
17-2	4.00	98.7	0.92	0.070	1.182	186
17-3	3.75	177.2	1.75	0.087	1.182	108
17-4	3.69	238.7	2.38	0.107	1.182	120
17-5	3.63	214.4	2.18	0.107	1.182	131
18-2	3.13	106.6	1.24	0.071	1.211	109
18-3	2.88	200.4	2.57	0.093	1.211	134
18-4	2.81	221.3	2.88	0.122	1.211	143
19-2	4.19	275.0	2.42	0.106	1.233	107
21-2	3.69	133.5	1.35	0.065	1.264	108
21-6	1.44	288.6	7.04	0.105	1.264	194
21-7	2.38	217.0	3.33	0.084	1.264	164
21-8-1	0.50	98.5	6.92	0.172	1.264	224
21-8-2	0.19	98.5	1.65	0.146	1.264	—

Table 3. Experimental results for transition

Run No.	$Q_w$ (l/s)	$Q_s$ (gf/s)	$C_v$ (%)	$i_e$	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s)
17-6	3.44	309.5	3.28	0.078	$1.182 \times 10^{-2}$
17-7	3.44	327.3	3.47	0.102	1.182
17-8	3.44	341.2	3.61	0.073	1.182
18-5	2.69	366.0	4.89	0.120	1.237
18-6	2.69	438.8	5.80	0.146	1.237
18-7	2.56	494.0	6.78	0.165	1.271
18-8	2.56	531.8	7.26	0.171	1.271
18-9	2.50	550.6	7.67	0.185	1.271
19-3	4.13	430.4	3.79	0.101	1.237
19-4	4.06	538.2	4.76	0.116	1.240
19-5	3.94	593.3	5.38	0.128	1.253
19-6	4.06	643.5	5.64	0.140	1.271
19-7	3.63	552.6	5.44	0.145	1.271
19-8	3.56	1042.1	9.94	0.171	1.282
21-3	3.31	324.9	3.57	0.068	1.264
21-4	4.38	324.9	2.73	0.063	1.264
21-5	5.50	288.6	1.94	0.064	1.264

Table 4. Experimental results for massive movements

Run No.	$Q_w$ (l/s)	$Q_s$ (gf/s)	$C_v$ (%)	$i_e$	$\nu$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\theta$ (°)
14-2	5.63	249.9	1.65	0.060	$1.240 \times 10^{-2}$	—
14-3	5.63	460.9	3.00	0.065	1.240	122
14-4	5.44	524.5	3.51	0.073	1.240	130
14-5	5.31	632.1	4.30	0.075	1.240	135
14-6	5.31	772.7	5.21	0.120	1.207	154
14-7	5.19	964.3	6.55	0.135	1.207	161
14-8	5.06	1286.6	8.76	0.092	1.207	173
15-2	9.75	954.8	3.56	0.155	1.207	118
16-1	8.25	—	—	0.125	1.207	—
16-2	6.31	—	—	0.121	1.207	—
16-3	4.94	—	—	0.087	1.207	—
16-4	3.13	806.7	8.86	0.160	1.207	—
22-2	5.50	145.4	0.99	0.078	1.459	128
22-3	5.19	488.4	3.43	0.075	1.386	132
22-4	5.13	517.0	3.70	0.077	1.379	146
22-5	5.13	665.1	4.70	0.082	1.371	147
22-6	5.06	749.4	5.30	0.089	1.346	144
22-7	5.00	862.9	6.10	0.100	1.346	144
22-8	4.94	731.6	5.30	0.098	1.335	155
22-9	4.94	885.6	6.30	0.110	1.311	159

の式により  $\tau_{*c} = 0.044$  とする。一方、集合流動の抵抗則に関するパラメータについて、形状係数比<sup>6)</sup>は、 $(k_v/k_p)^{1/3} = 2$  とし、粒子間摩擦係数や砂粒子と管壁との摩擦係数については、実験で得られた値、すなわち  $\mu_{sb} = 0.44$ ,  $\mu_{kb} = 0.8\mu_{sb}$ ,  $\mu_s = 0.9$ ,  $\mu_k = 0.8\mu_s$ <sup>7)</sup> を用いる。局所的 plug flow の発生限界を定める砂層表面近傍の移動厚  $nd$  は、 $3d_m$  とする。また、集合流動状態における各流砂形態の発生条件に関する限界線の計算にあたっては、土砂体積濃度を  $c = 0.6$  とし、流砂量や排出土砂濃度の計算では、plug flow の場合には  $c = 0.5$  とし、shear flow の場合には  $c = 0.3$  としておく。

Fig. 9 は、上述のパラメータを適用して計算される各流砂形態の発生領域、ならびにエネルギー勾配、

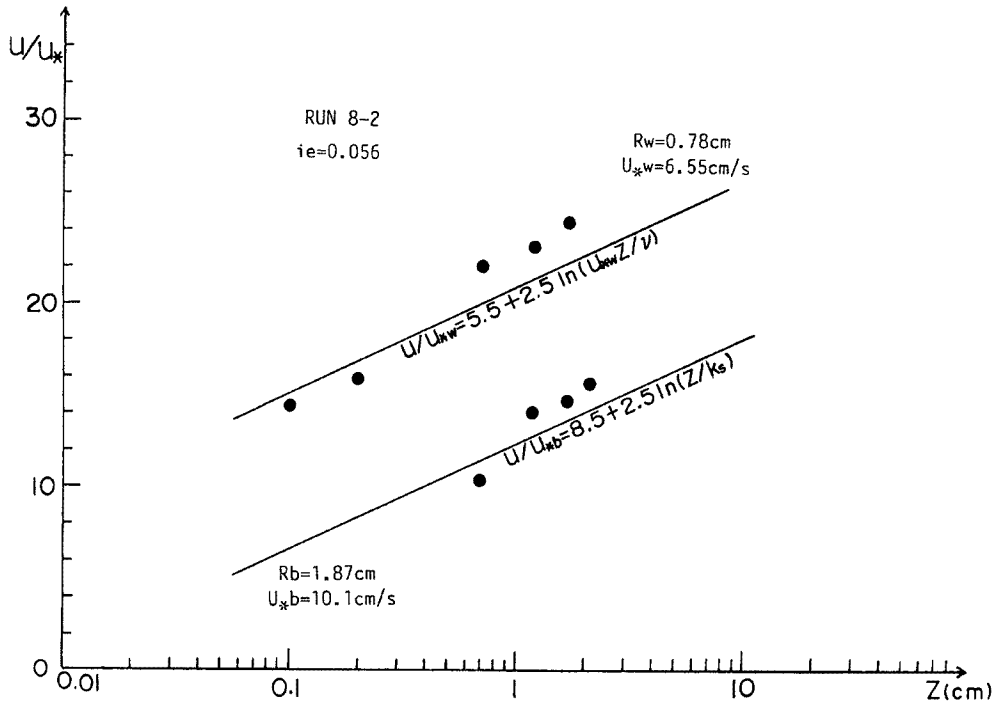


Fig. 8. Velocity profile obtained from Run 8-2.

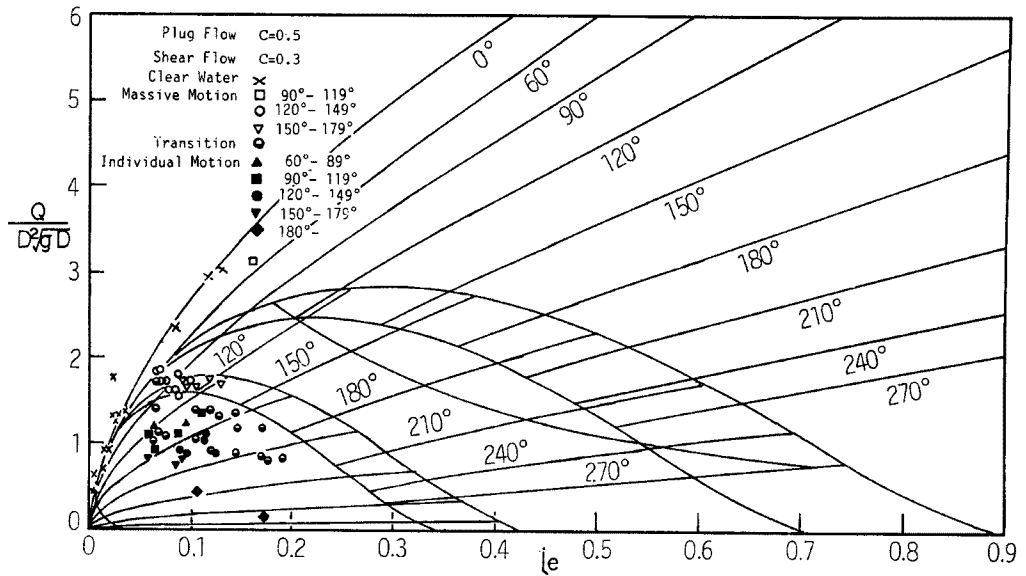


Fig. 9. Modes of sediment movements and relation between the energy gradient, the flow discharge and the depth of sediment layer.

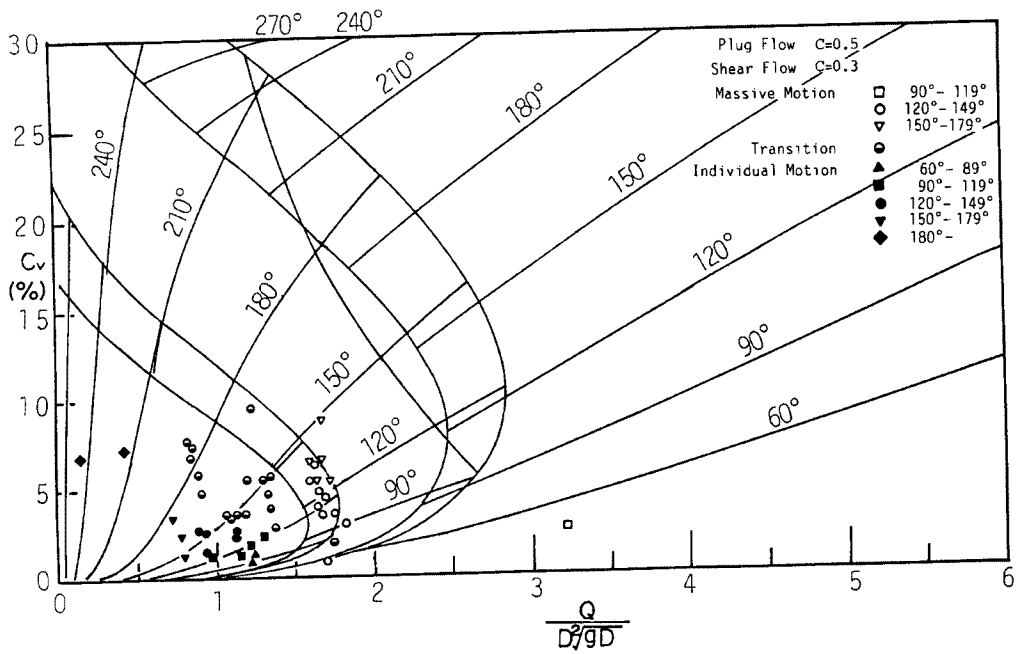


Fig. 10. Modes of sediment movements and relation between the flow discharge, discharging sediment concentration and depth of sediment layer.

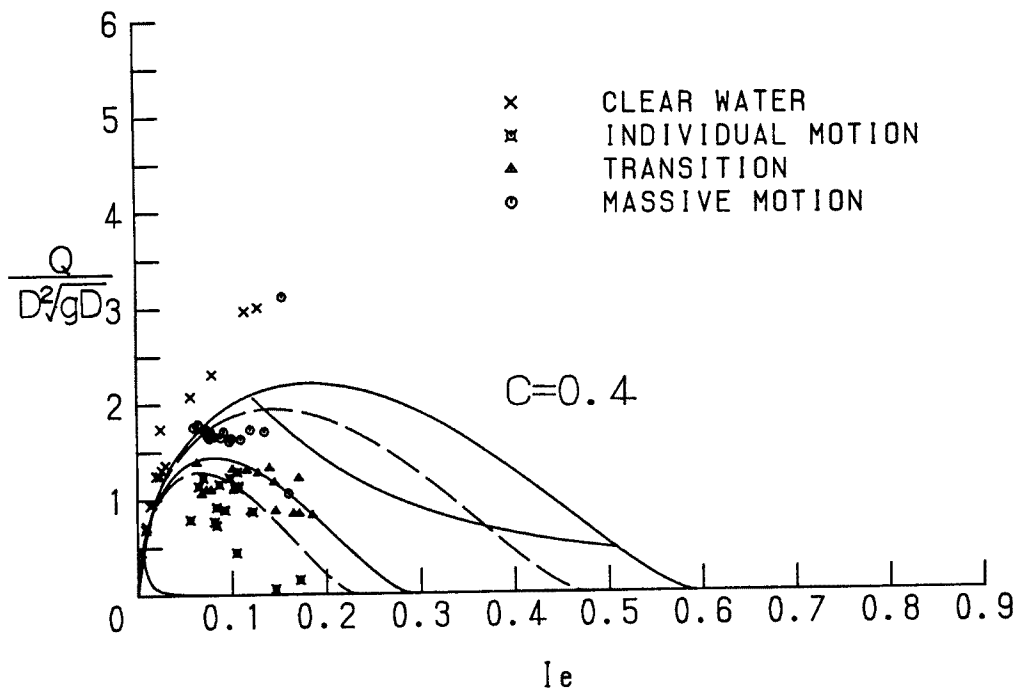


Fig. 11. Critical lines dividing each mode of sediment movement, predicted with  $c=0.4$  instead of  $c=0.6$  in the plane of flow discharge and energy gradient.

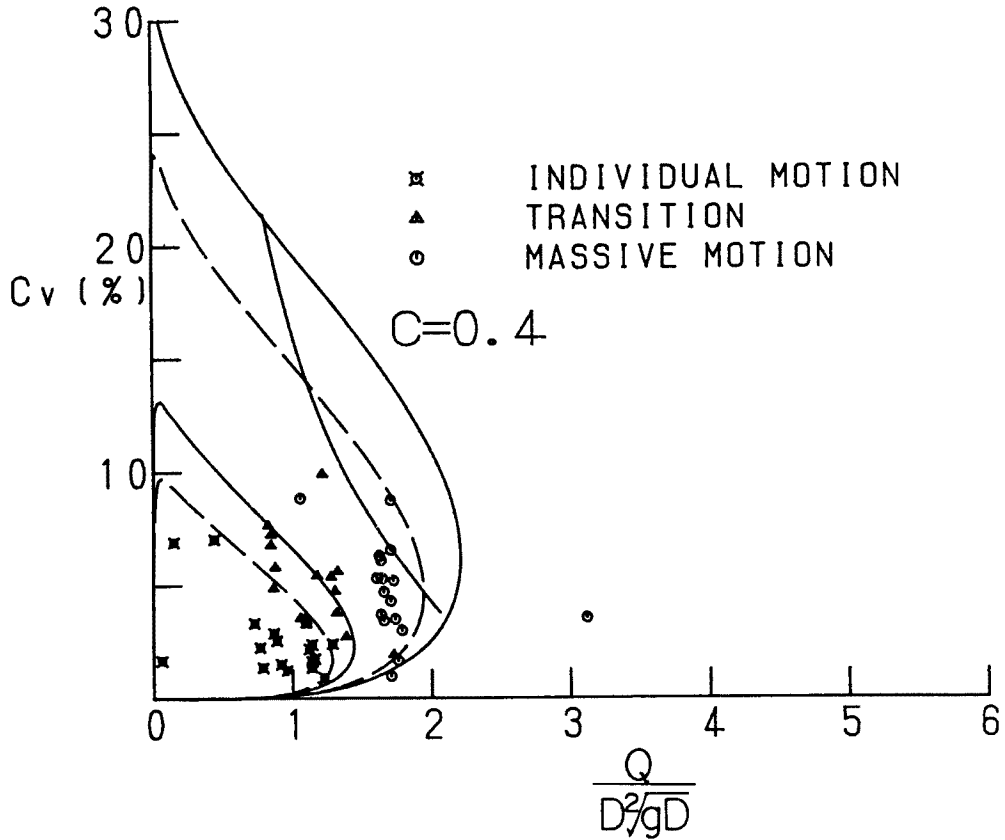


Fig. 12. Critical lines dividing each mode of sediment movement, predicted with  $c = 0.4$  instead of  $c = 0.6$  in the plane of discharging sediment concentration and flow flow discharge.

無次元流量および砂粒子層の中心角  $\theta$  との関係を示したものである。図中には、前章で示した実験データを流砂形態毎に示すとともに、中心角  $\theta$  の範囲ごとに区別している。 $\theta = 0$  は、土砂を含まない水だけのデータである。なお、流砂形態の発生限界線は、2章の Fig. 4 に対応している。

まず、流砂形態についてみてみよう。掃流状態のデータは、いずれも理論的に推定される掃流領域に存在している。遷移領域のデータの殆どは掃流領域にあり、集合流動のデータは plug flow の発生限界線と停止限砂線に挟まれた領域に存在している。このように、理論と実験データとの対応はほぼついているものと思われるが、理論では集合流動が起こりにくい傾向にある。両者のこのようなずれは当然のことでもある。すなわち、流砂形態の発生限界線は、土砂体積濃度を  $c = 0.6$  として算定しているため、plug flow および shear flow とともに計算上は、実際よりも発生しにくい領域になっている。もう少し小さめの  $c$  を採用すれば、発生限界領域は原点側へシフトする。このことを考慮して、流砂形態の発生限界線を計算しなおせば、遷移領域のデータは plug flow の発生限界線と停止限界線との間にくるとともに、集合流動のデータは、plug flow の発生限界線の外側にくることが予想される。

ついで、流量、エネルギー勾配、中心角  $\theta$  に関する計算曲線とデータとの対応についてみてみよう。まず、掃流をみるとデータは計算曲線よりも少し下側にあるが、両者はほぼ一致しているものと見なせる。ついで、集合流動のデータについてみると、これらは  $120^\circ \sim 180^\circ$  の範囲のデータであるが、いずれも  $\theta = 60^\circ \sim 120^\circ$  の理論線の間にある。このように、両者の対応は必ずしも十分とは言えない面もあるが、傾向そのものは一致していると思なせる。

Fig. 10 は、無次元流量、土砂排出濃度および中心角  $\theta$  の関係について計算曲線と実験値との対応をみ

たものである。図にはこのような平面で見た場合の流砂形態の発生領域区分も示されている。まず、流砂形態の発生領域について両者を比較すれば、Fig. 9の場合にみられるものと同様の問題点がある。ついで、排出土砂濃度と無次元流量との関係についてみると、掃流領域については計算値と実験値とはほぼ一致しているが、集合流動の領域においては、計算値の方が若干大きい値を示している。これは、Fig. 9の場合と同様の傾向であって、plug flowの土砂濃度を0.5として計算しているためである。

Fig. 9およびFig. 10における両者のずれは、大半が土砂濃度 $c$ に起因するものであり、集合流動における土砂濃度がどんな機構で決定されるかは、今後の大きな課題である。

これら二つの図において、各流砂形態の発生限界線は前述したように $c=0.6$ として算定しているが、今後のために流砂形態の発生限界線と停止限界線が土砂濃度 $c$ によってどの程度変化するかを調べておく。いま、 $c=0.4$ として他のパラメータには同じものを用いて発生領域を算定してみると、Fig. 11およびFig. 12のような結果を得る。これらによれば、Fig. 9, 10の場合に比べて流砂形態はかなり適切に評価されることが分かる。

## 5. 結 語

本研究では、水平管路における流砂形態とその機構について検討した。ここでは、特に掃流と集合流動に関するこれまでの研究成果を適用して水平管路の土砂水理現象の解明を試みている。以下、本研究によって得られた成果を要約する。

- (1) 開水路における流砂形態に関する知見に基づいて、管路の流砂形態に関する従来の研究を整理し、これらは掃流、集合流動および浮遊の形態に分類されることを示した。流れの構造に着目し、集合流動をさらにplug flow、局所的plug flowおよびshear flowに分類している。
- (2) 各流砂形態の発生限界線、および停止限界線に関する推定法を提案した。ここで、これらの限界線に挟まれた領域は、各流砂形態の発生領域に相当する。また、plug flowの発生限界と停止限界とに挟まれた領域は、掃流と集合流動との遷移領域であることを推察している。
- (3) 水流の連続式、抵抗則、掃流砂量式を適用して、掃流形態における流量、エネルギー勾配、排出土砂濃度、中心角 $\theta$ が間の関係を明らかにした。
- (4) 水流の連続式、水流および集合流動における抵抗則を適用して集合流動形態における流量、エネルギー勾配、排出土砂濃度、中心角 $\theta$ の間の関係を明らかにした。
- (5) 水平管路における土砂輸送実験を行い、掃流形態や集合流動形態に関する多くのデータを得るとともに、これらと(2)～(4)に示す理論解析の結果と比較した。その結果、本論の文中に示したような問題は残されるものの、両者の傾向はほぼ一致しており、(2)～(4)の結果の妥当性が示された。以上、いくつかの興味ある成果が得られたが、今後に残された課題も多い。とくに、集合流動におけるplug flowやshear flowの発生限界および停止限界をどのような粒子濃度を用いて推定するか、また、これらの形成領域において、流砂濃度 $c$ がどんな機構で決定されるのかは大きな問題である。また、従来から行われている管路の土砂輸送に関する研究と本研究との比較も十分でない。今後、こうした課題について検討するとともに、浮遊流れの土砂輸送機構や鉛直管を含む傾斜管路の問題について検討していきたい。

本研究は、一部文部省科学研究費試験研究(1)(代表 芦田和男)の補助を受けている。また、実験にあたっては、農林水産省農業土木試験場の樽屋啓之氏、また京都大学防災研究所吉田義則技官に御協力いただいた。ここに、記して深謝する次第である。



参 考 文 献

- 1) Durand, R.: Proc. 5 th Cong. IAHR (Minneapolis), 1953, pp. 89 - 103.
- 2) 野田佳六：土砂の管路輸送，第 22 回水工学に関する夏期研修会講義集，1986，A-3-1—A-3-16.
- 3) 那須浩平・林泰造：堆積砂層を有する管水路内の流水の抵抗と流砂量について，第 26 回水理講演会論文集，1982，pp. 123 - 131.
- 4) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する研究，土木学会論文集，206 号，1972，pp. 59 - 69.
- 5) 芦田和男・江頭進治・佐々木浩：斜面崩壊の発生と土石流の流動機構，京都大学防災研究所年報，第 30 号 B-2，1987，pp. 507 - 526.
- 6) 江頭進治・芦田和男・佐々木浩：土石流の流動機構，第 32 回水理講演会論文集，1988，pp. 485 - 490.
- 7) 芦田和男・江頭進治・神矢弘：斜面における土塊の滑動・停止機構に関する研究，京都大学防災研究所年報第 27 号 B-2，1984，pp. 331 - 340.