

## 混合砂礫床の粒度分布変化と流砂の機構

芦田 和男・江頭 進治・西野 隆之

### MECHANISM OF ARMOURING PHENOMENA IN MOVABLE BEDS

By Kazuo ASHIDA, Shinji EGASHIRA and Takayuki NISHINO

#### Synopsis

Discussions for armouring phenomena have been made in the study field of sediment hydraulics. Most of them relate that armour coat is caused by selective transportation, and this, in fact, may be reasonable. Recently, some studies emphasized that armour coat was formed even in the steady-uniform conditions that the maximum grain particle composing the bed layer was kept in motion.

Flume experiments are made with attention focused on the armouring phenomena in the conditions with all grains in movement. The particle size distributions of bed layers as well as of bed load are investigated as precisely as possible in these experiments. The results show that the armour coats are caused in such an exchange process that particles of smaller size move downward through pores within sediment layer, resulting in the allocation of larger size particle even though all grains composing of bed layer are in motion. This mechanism is formulated to evaluate the armouring phenomena. The mathematical model presented is tested by data obtained from flume experiments in steady-uniform as well as in unsteady flow conditions.

#### 1. 緒 言

山地河川や礫床河川の河道は、広い粒径範囲の砂礫から構成されており、河床にはアーマーコートや階段状河床波が形成されている<sup>1)</sup>。アーマーコートや階段状河床波は、出水に伴って形成・破壊を繰り返しており、流砂は量的にも質的にも大きく変動することが多い<sup>2)</sup>。

ところで、平水時の河床材料をみると、殆どの場合、河床表面は粗い粒子で覆われており、その形成のプロセスを考えると、従来の分級・流送の概念では説明し得ないものがある。なぜならば、分級に伴うアーマーコートの伝播あるいは、流砂の移動速度は、洪水流の流速に比べて極めて微小であるからである。

上述のようなアーマーコートの存在は、これまでに多くの研究者によって注目されており、その形成機構を土砂水理学的方法によって説明しようとする試も Parker<sup>3)</sup> や鈴木・道上<sup>4)</sup>らによって行われている。Parker<sup>3)</sup> は、流砂量と流砂の粒度分布が時間的にも場所的にも変化しない平衡状態において、河床表面の粒度分布が流砂のそれよりも粗くなっていることを次のように説明した。河床を surface layer とその下層の substrate とに分けて、流砂の粒度分布と substrate のそれとが等しいと仮定し、surface layer のしゃへい係数を評価した。すなわち、これら二つの層の粒度分布を用いて表わされる二つの流砂量式を等置することにより、surface layer における各粒子のしゃへい係数を評価し、surface layer の粒度分布式を導いている。鈴木・道上<sup>4)</sup>は、河床を構成する最大径の粒子が停止することが粗粒化の本質的な機構であると考えた。すなわち、停止した粒子が支配するしゃへい空間に、これよりも細かい粒子が落ち込む

機構を考察することによって、河床表層の粗粒化が起こることを説明している。

二つの研究を概説したが、これらの研究では全く異った概念でアーマーコートの構造が説明されている。このことから分かるように、その形成機構に関する見通しは全く混とんとした状況にある。著者らは、山地河川の流砂問題を解明するための一環として、階段状河床波の形成機構、形状特性、形成・破壊に伴う流砂機構について検討してきており、そうした中で、アーマーコートの果たす役割の重要性を指摘してきた<sup>1),5),6)</sup>。これらの研究においては、アーマーコートの構造を従来の交換層の概念に基づき砂礫の分級流砂過程として扱ってきたが、前述したように、この方法では解決できない問題が生じてきた。そこで、本研究においては、とくに河床表層の粗粒化現象について、次の二点に着目する。

(1) 流砂量とその粒度分布が時間的にも空間的にも変化しない、いわゆる平衡状態において、河床表層の粗粒化が起こるか、起こるとすれば、どのような機構を通して起こるのか。

(2) 流砂量とその粒度分布が時・空間的に変化する場において表層の粗粒化がどのように起こるか。これらの問題について、まず、水路実験によって流砂量、流砂の粒度分布、河床材料の粒度分布を調べ、水路で起こっている現象を詳細に調べる。ついで、これらに基づいて粗粒化現象のモデル化を図り、その数学モデルを提示する。さらに、数学モデルによる数値解析を行い、これと水路実験結果と比較検討し、今後を展望する。

## 2. 流砂・河床砂の粒度分布に関する実験的考察

### 2.1 実験

実験に使用した水路は、長さ12 m (有効長10 m)、幅25 cm、の勾配可変循環式水路であり、これには最大通水量20 l/sのポンプが付設されている。さらに、水路上流端には、ベルトコンベア式の給砂器があり、下流端には流砂量を測定するためのターンテーブルがあって、パソコンにより採砂間隔が制御される。実験に用いた材料の粒度分布をFig. 1に示す。図示のように、最大径は2.54 cm、平均粒径は0.782 cmである。

実験の種類は、通水流量および給砂量ともに定常的に与える定常実験と給砂量を定常的に与え、通水流量を直線的に変化させる非定常実験の2種類であって、これらの条件をTable 1に示している。また、通水条件をFig. 2に示す。Table 1において、Run 1-1、1-2、1-3は定常実験で、Run 2-1は非

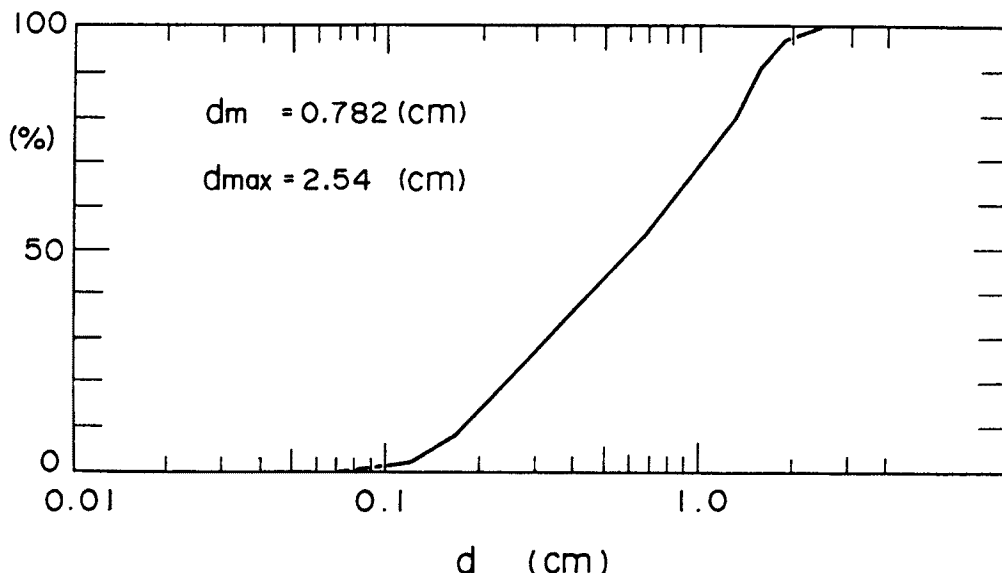


Fig. 1. Particle size distribution of the sediment employed in flume experiments.

Table 1. Steady-uniform and unsteady flow conditions in flume experiments

Run No.	Q (l/sec)		$i_i$	$i_e$	$Q_{bin}$ (gf/sec)	$\tau$ (dyn/cm <sup>2</sup> )	$d_m$ (cm)	$\tau_*$
1-1	9.9	20.0	0.004	0.0162	35.02	112.3	1.14	0.061
1-2		20.0	0.017	0.0153	87.22	100.9	0.832	0.075
1-3		20.0	0.0075	0.0152	10.94	115.5	1.13	0.0632
2-1	6.0	18.0	0.0178	...	10.94	.....	...	...

定常実験である。 $i_i$ は初期河床勾配、 $i_e$ は平衡状態におけるエネルギー勾配、 $Q_{bin}$ は給砂量、 $\tau$ は平衡状態における掃流力 ( $\rho g h i_e$ )、 $d_m$ は平衡状態における河床表面の平均粒径、 $\tau_*$ は平衡状態における無次元掃流力、 $\tau_* = g h i_e / (\sigma / \rho - 1) g d_m$ である。

定常実験は、いずれも河床粒度分布に対する掃流力の影響を調べることを目的として、全粒子が移動するような条件のもとで行っている。通水は、十分に平衡状態が達成されたと判断した時点から3時間継続している。ただし、給砂量の少ないRun 1-3においては、9時間48分通水した。一方、非定常実験においては、Fig. 2に示すように、一定の増加率で流量を6 l/sから20 l/sまで2時間かけて増加させ、その後20 l/sから6 l/sまで減少させている。この間、水位、河床位、下流端流砂量を適当な時間間隔で測定している。

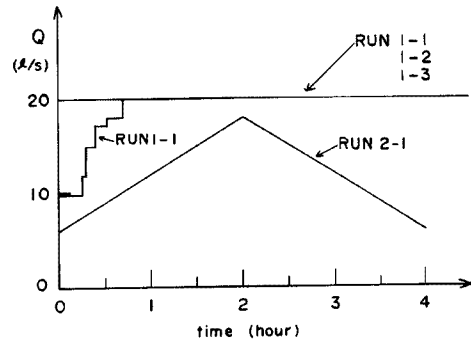


Fig. 2. Flow discharges supplied in flume experiment.

水位は、Run 1-1, 1-3では通水開始から15分間隔で、Run 1-2では12分間隔で測定した。また、Run 2-1では15分間隔に測定している。

河床位の測定は、Run 1-1において、通水後1時間1分 (1<sup>h</sup>01'), 1<sup>h</sup>46', 2<sup>h</sup>58', 4<sup>h</sup>05', 5<sup>h</sup>02'に行い、Run 1-2では1<sup>h</sup>02', 2<sup>h</sup>05', 3<sup>h</sup>20', 3<sup>h</sup>59', Run 1-3では2<sup>h</sup>00', 4<sup>h</sup>04', 5<sup>h</sup>04', 6<sup>h</sup>03', 7<sup>h</sup>03', 9<sup>h</sup>48'に行った。Run 2-1では、30分間隔に測定した。

流砂量の測定は、いずれにおいても採取時間を3分として、これを15分毎に行うことを原則とした。

河床材料の採取は、次の時刻に行った。Run 1-1では、2時間58分 (2<sup>h</sup>58'), 4<sup>h</sup>05', 5<sup>h</sup>20', Run 1-2では2<sup>h</sup>05', 3<sup>h</sup>20', 3<sup>h</sup>59', Run 1-3では6<sup>h</sup>03', 7<sup>h</sup>03', 9<sup>h</sup>48'である。最初の2回は、下流端から4 mの地点で採取し、最後の採取は、上流、中流 (4 m付近) および下流の3地点で行った。採取は、幅15 cm、長さ17 cmの領域で行い、深さ方向には0~1 cm, 1~2 cm, 2~3 cmおよび3~4 cmの4層に分けて行われた。一方、Run 2-1においては、30分ごとに上、中、下流の3箇所で行い、深さ方向には定常実験と同様な層に分けて採取した。

## 2.2 定常実験の結果と考察

### (1) 河床変動, 流砂量, 流砂の粒度分布

Run 1-1において得られた通水後1時間および5時間20分の水位および、1時間以後の河床位をFig. 3に示し、下流端流砂量と流砂の平均粒径をFig. 4に示している。ここに、 $d_{m0}$ は給砂の平均粒径で、 $Q_{bin}$ は給砂量である。この実験では、通水の初期を除いて流量20 l/s、給砂量35.02 gf/secを定常的に供給している。まず、Fig. 3に示す河床位に着目すると、1<sup>h</sup>00'および1<sup>h</sup>46'の河床は、まだ上昇傾向にあるが、2<sup>h</sup>58'とそれ以後の河床形状を比較するとそれらには有意な差はみられない。ここで、Fig. 4の流砂量についてみると、流砂量が給砂量を初めて越えるのは、通水後2時間20分あたりからである。その後、流砂量は給砂量のまわりに変動している。流砂の平均粒径は、通水初期から、給砂の平均粒径

$d_{m0}$  のまわりを変動している。

Fig. 5 は, Run 1-1 における下流端流砂の粒度分布をみたものである。データは, 通水後2時間以後のものである。図には給砂材料の粒度分布も initial として示されている。図示のように, 3時間13分より以前のデータを見ると, いずれも給砂材料よりも粗くなったり, 細くなったりしているのが分かる。その後, このような変動は小さくなり, 殆どのデータは給砂材料の粒度分布に近いものになっている。

以上, 河床変動, 流砂量および流砂の粒度分布に関するデータから判断すれば, 流砂量とその粒度分布が給砂のそれに等しくなり, 場所的にも時間的にも変化しない, すなわち平衡状態が達成されたのは, 通水後3時間前後ではないかと判断される。ただし, 場所的にも時間的にも変化しないというのは, 上述のような変動の時空間スケールよりも大きいスケールで平均した場合の意味である。

これらの例は, いずれも Run 1-1 に関するものであるが, Run 1-2, 1-3 においても同様に調べ

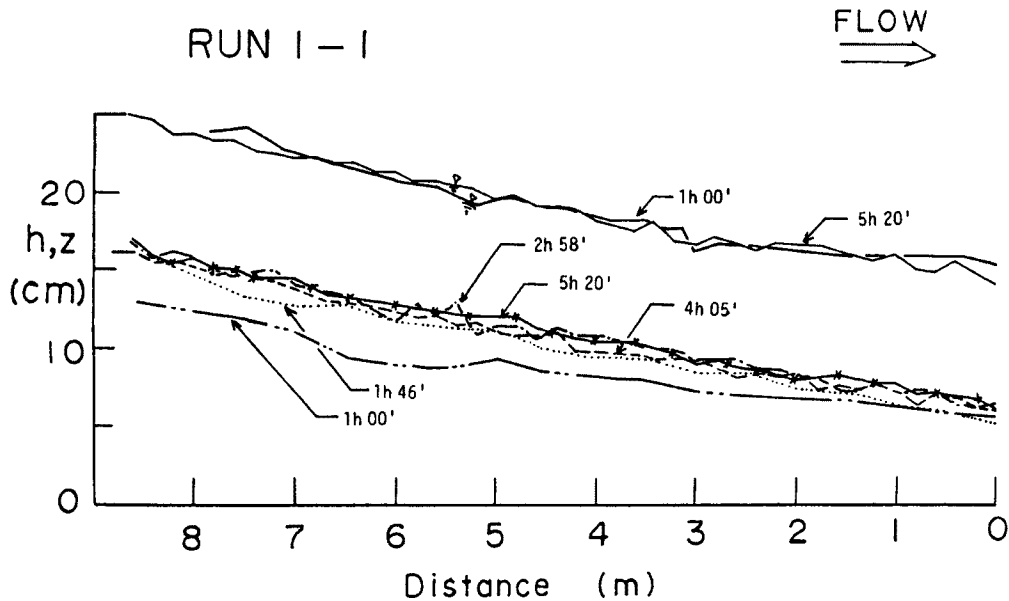


Fig. 3. Variations of water and bed surface elevation in Run 1-1.

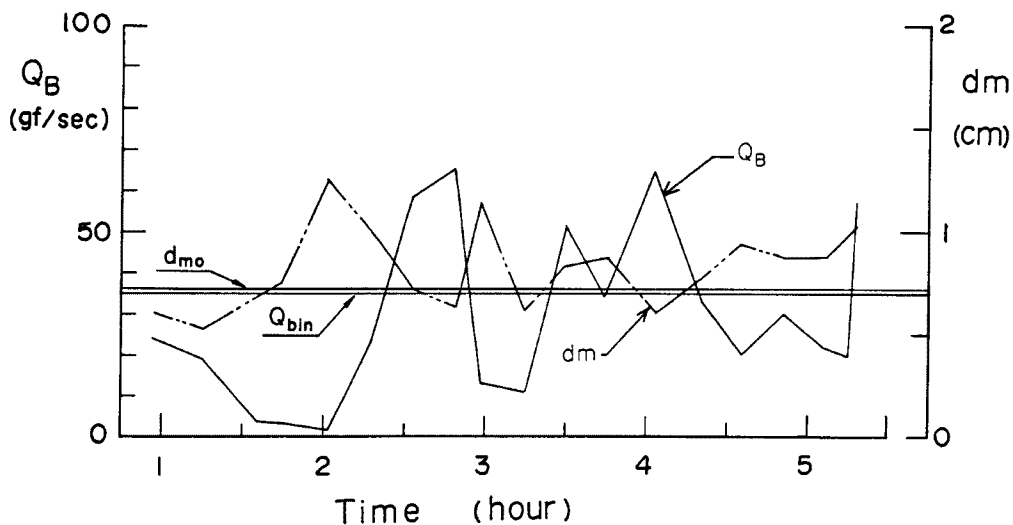


Fig. 4. Changes of the sediment discharge and its mean diameter at the downstream end of the flume in Run 1-1.

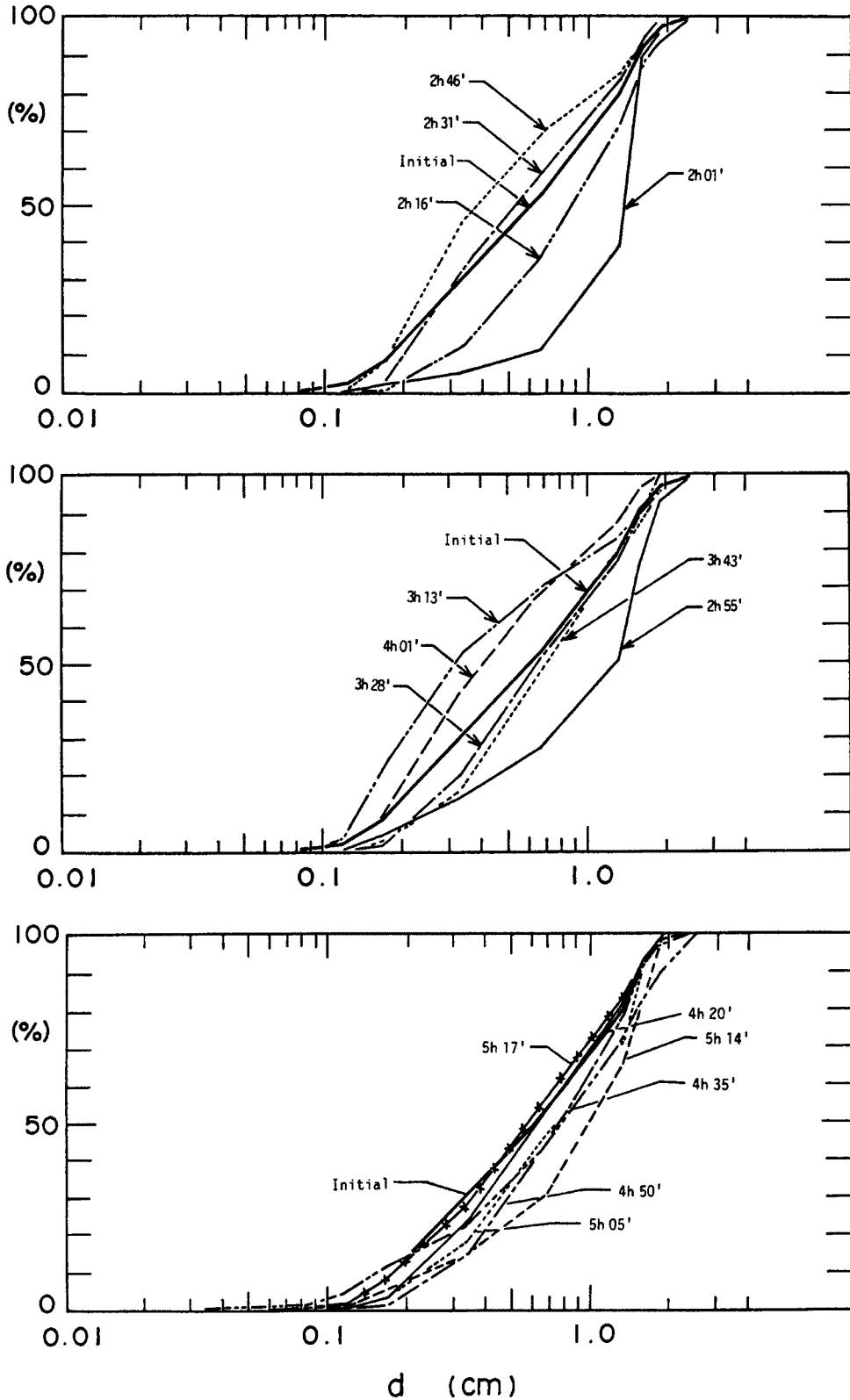


Fig. 5. Temporal changes of particle size distribution of sediment transported to the flume end in Run 1-1.

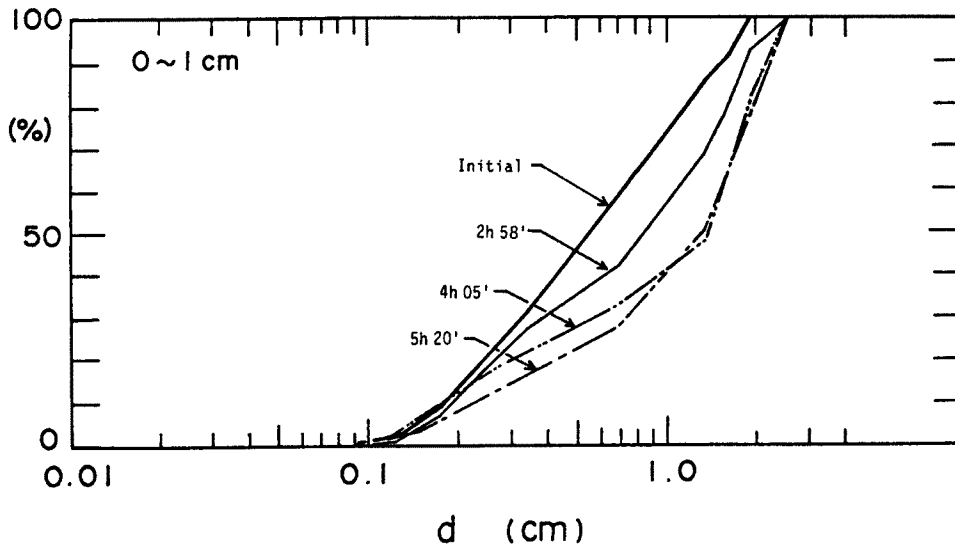
た結果, Run 1-2 では通水後 2 時間前後で平衡状態が達成され, Run 1-3 においては, 4~5 時間程度で平衡状態が作られたものと推察している。

(2) 河床材料の粒度分布と表層の粗粒化

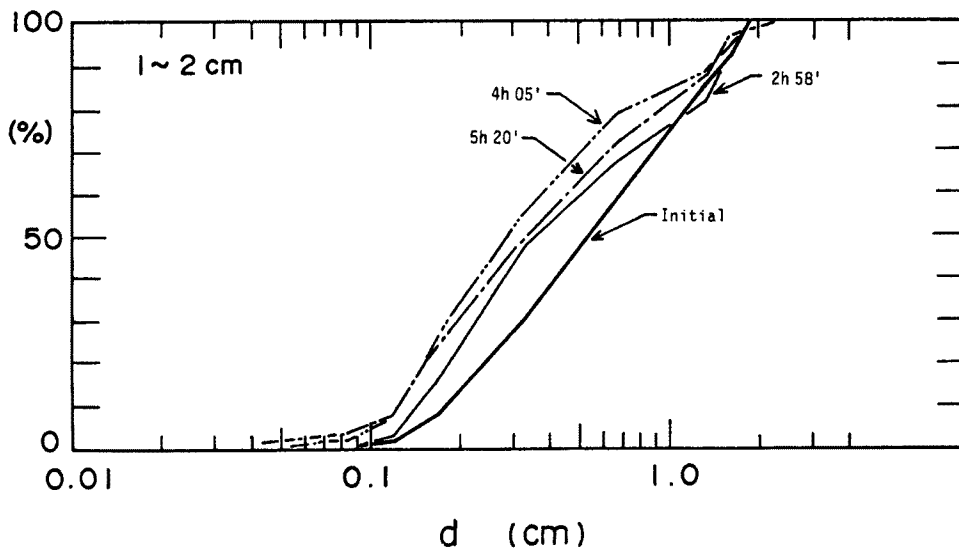
平衡状態, あるいはそれが達成されていると考えられるときの河床材料の粒度分布を調べてみよう。

Fig. 6 (a), (b), (c), (d) には, Run 1-1 において下流端から 4 m 地点で採取された各層 (0~1 cm, 1~2 cm, 2~3 cm, 3~4 cm) の粒度分布の時間変化を示している。表層 0~1 cm の粒度分布をみると, 粒度分布はすでに 2<sup>h</sup>58' において初期材料よりも粗くなっており, 4<sup>h</sup>05', 5<sup>h</sup>20' においては, これよりさらに粗粒化している。しかも 2 cm 前後の粒子の含有率が高くなっている。一方 (b) 図, すなわち 1~2 cm の層の粒度分布は, 表層とは逆に, 初期材料よりも細粒化しており, 粒径 0.1~0.3 cm 程度の含有率が高くなっているのが分かる。さらにその下層の粒度分布 (c, d 図) をみると, 一例を除いて初期材料のものとはほぼ等しく, それらの有意な差はみられない。

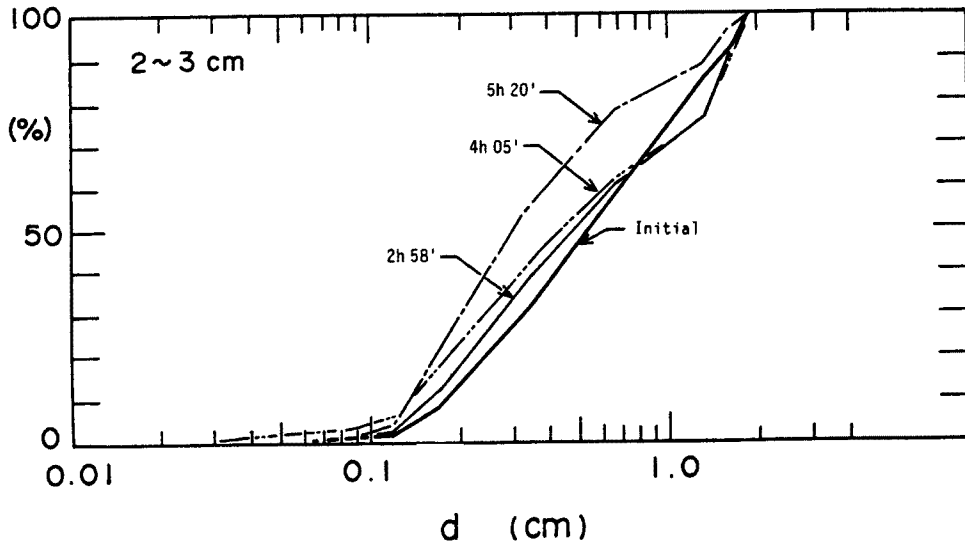
Run 1-2 および 1-3 においても上述の結果と同様の結果が得られており, これらのことから材料の



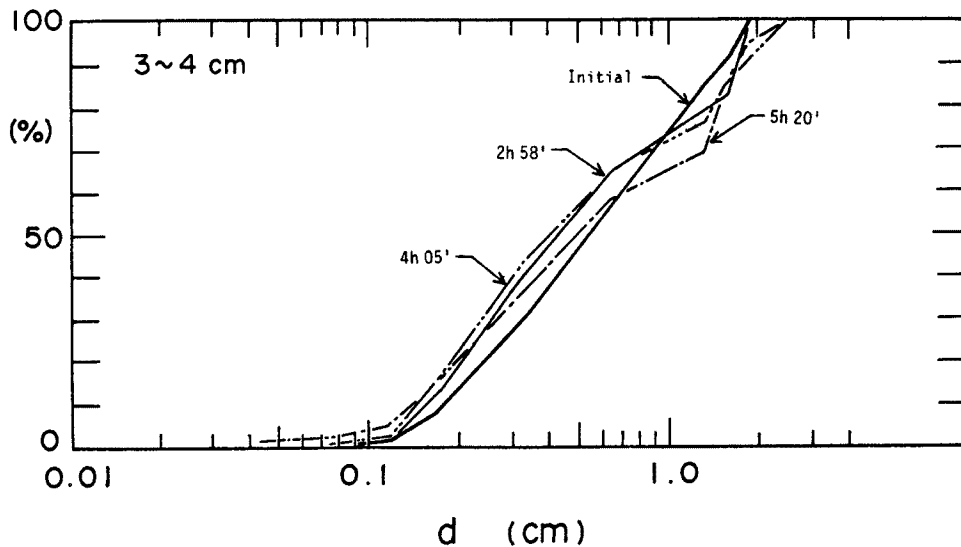
(a) (layer, 0 to 1 cm)



(b) (layer, 1 to 2 cm)



(c) (layer, 2 to 3 cm)



(d) (layer, 3 to 4 cm)

Fig. 6. Particle size distributions sampled temporarily at each layer in Run 1-1.

交換のプロセスとして次のような興味深い機構の存在が示唆される。すなわち、平衡状態における移動層は、河床表面からある深さに限られており、この移動層の中で粒子交換現象が起こっている。すなわち、Run 1-1の場合には、移動層は2 cm程度の厚さであり、この層を上層と下層に2分すれば、下層から粗い粒子が上層へ移動し、上層から細い粒子が落ち込むような機構を通して、ある種の平衡状態が保たれているようである。

Run 1-1, 1-2, 1-3における移動層の厚さは、いずれも最大径程度であった。もちろん、移動層の厚さは、無次元掃流力に依存するものと考えられるが、Table 1に示すように、各Runにおける掃流力の変化幅が狭いため、この問題についての考察は後の課題とする。

### 2.3 非定常実験の結果と考察

河床変動の概要はつぎのようである。河床の変動は通水後1時間を経過するまでは微少であるが、これ

から、ピーク流量の現われる2時間を少し過ぎる頃までは顕著な河床低下が起こる。このとき、初期河床からの低下量は、上流端で3.5 cm程度になり、中流部で1~2 cm程度になっている。2時間以後、流量は直線的に減少するが、河床の顕著な変動はみられなかった。

下流端流砂量とその平均粒径を Fig. 7 に示す。図には、給砂量とその平均粒径も示されている。流砂量は流量が大きくなるに伴って増加しているが、流量のピークが現われる以前に減少し始めるのが特徴であり、しかも通水後3時間、流量が13 l/sを下まわる頃には無視できる程度に減少している。一方、流砂の平均粒径をみると、これは通水後3時間20分あたりまでは、給砂材料の平均粒径のまわりで上下に変動しているが、通水終了時点においては、異常に少くなっている。これは、流量が減少して掃流力が小さくなり、いわゆる河床砂の選択的輸送が起こることによるものであろう。

Fig. 8 (a), (b) には、それぞれ、通水後1時間から2時間の間に測定された流砂の粒度分布と通水後3時間以後に測定された粒度分布を示している。図中の Initial は給砂材料の粒度分布である。これによれば、前者のものは初期材料の分布より細くなったり、粗くなったり、時間的に大きく変動しているが、後者の3時間45分および3時間57分のデータは、初期材料よりも明らかに細くなっており、掃流力の減少に伴い顕著な選択的輸送が起こっていることが理解される。

Fig. 9 (a), (b) は、中流域(下流端から約4 m地点)において採取した河床表層(0~1 cm)の粒度分布を示したものである。これらによれば、一つの例(1時間のデータ)を除いて、いずれも初期材料よりも粗くなっていることが分かる。

上述の流砂の平均粒径や粒度分布の結果から類推すると、選択輸送が起こるのは少なくとも通水後3時間以後であり、河床表層の粗粒化現象は、河床材料の選択的輸送ばかりでなく、全粒子が移動する状態においても起こっていることが理解される。さらに、このような粗粒化現象は、前節の定常実験の結果で考察したような機構を通して起こっていることが予想される。

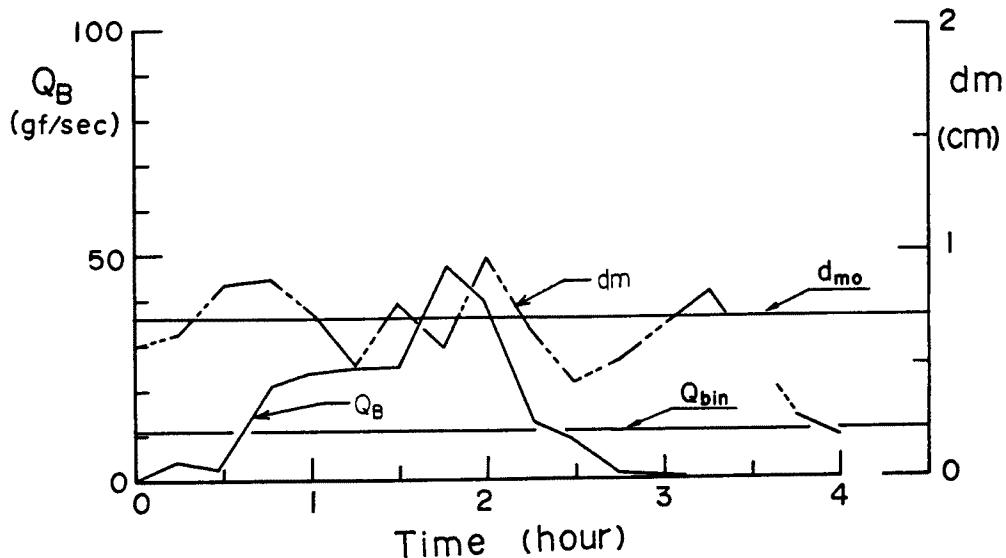


Fig. 7. Temporal changes of the sediment discharge and its mean diameter in Run 2-1.



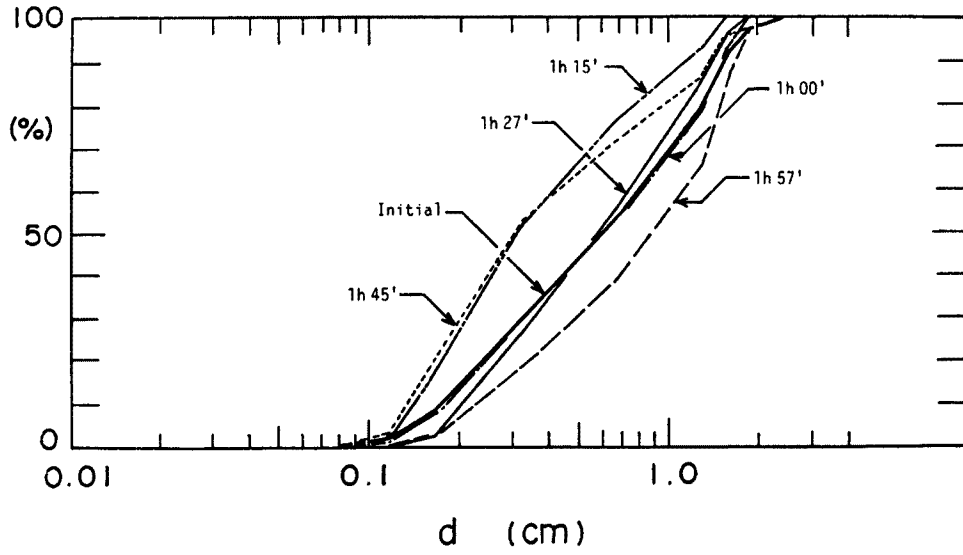


Fig. 8 (a) (Increasing stage of flow discharge)

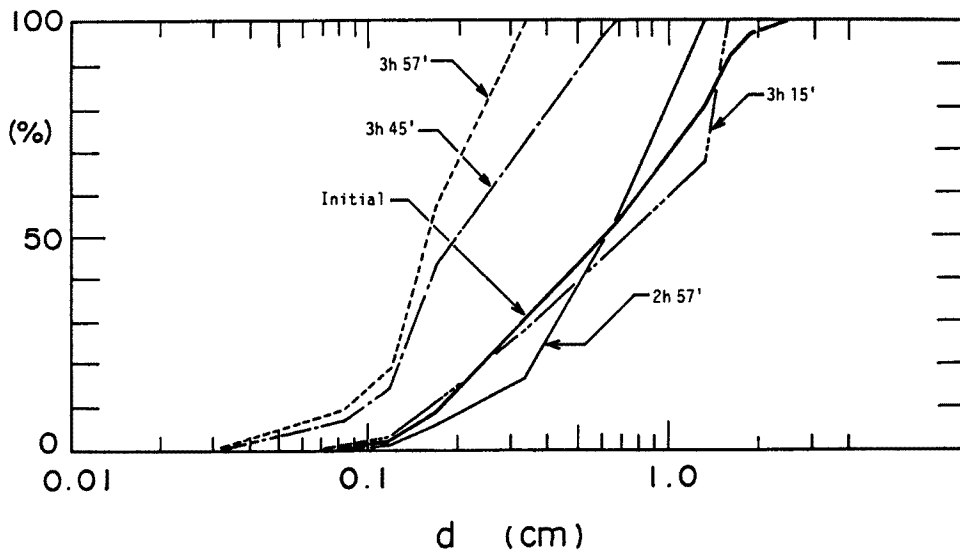


Fig. 8 (b) (Decreasing stage of flow discharge)

Fig. 8. Temporal changes of particle size distribution of transported sediment in Run 2-1.

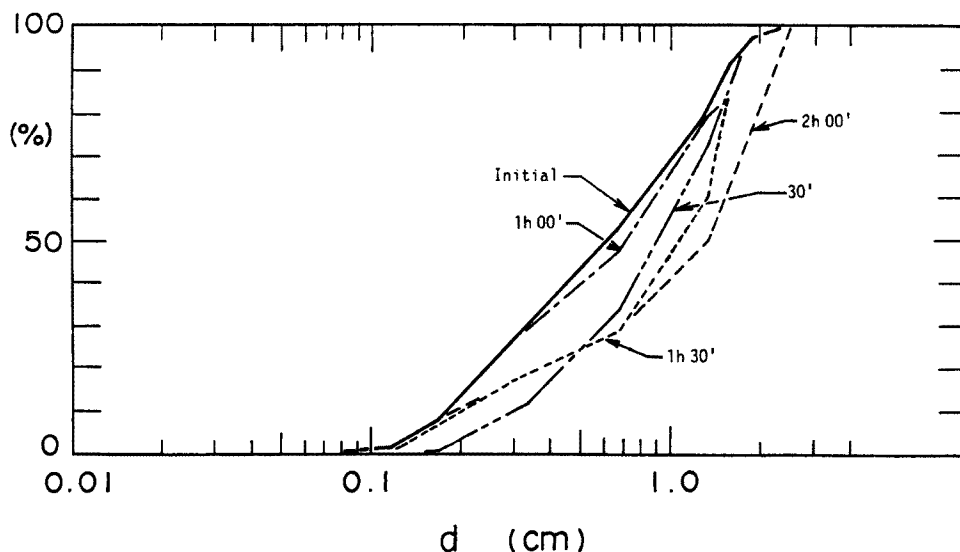


Fig. 9 (a) (Increasing stage of flow discharge)

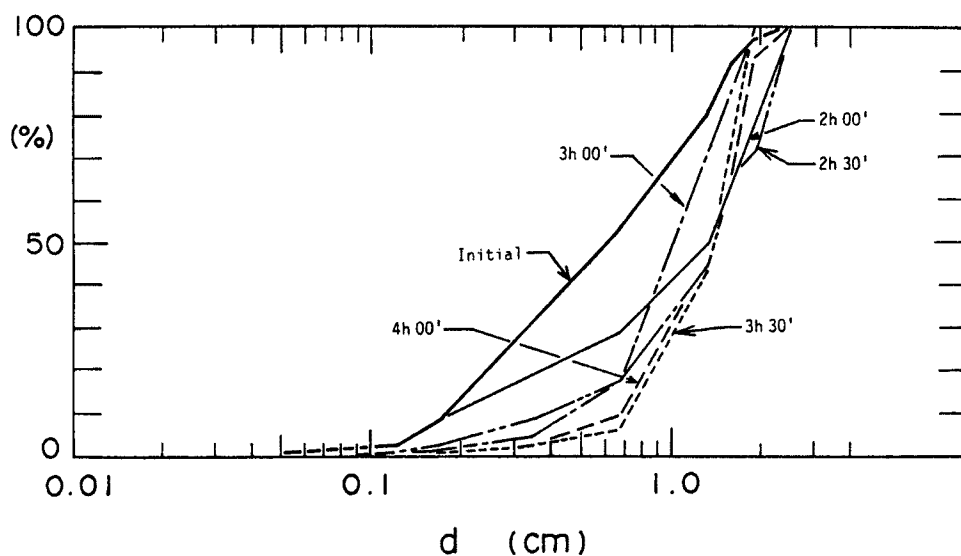


Fig. 9 (b) (Decreasing stage of flow discharge)

Fig. 9. Temporal changes of particle size distribution sampled in the bed layer from 0 to 1 cm in Run 2-1.

### 3. 河床材料の粒度分布式

#### 3.1 多層モデル

河床材料は混合砂からなっており、砂礫層の任意の地点における粒径階  $d_i$  の含有率を  $f_i$ 、密度を  $\sigma_i$  とする。簡単のため2次元鉛直平面内 ( $x, z$ ) の粒子移動を考えることにし、その移動速度成分を  $u_i, w_i$  とする。さらに、 $d_i$  の占有体積を考慮して、その間隙率を  $\lambda_i$  とすれば、粒径  $d_i$  に関する質量保存則は、次式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (1-\lambda_i)\sigma_i f_i \} + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_i u_i f_i) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_i w_i f_i) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

各粒径階の占有空間が変化しない（非圧縮性）ものとし、 $\lambda_i = \lambda = \text{const}$ ,  $\sigma_i = \sigma = \text{const}$  とすれば、上式は次式のようにになる。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (u_i f_i) + \frac{\partial}{\partial z} (w_i f_i) \right\} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

砂礫層内における粒子運動の記述ができれば  $f_i$  が求まるが、こうした議論は現時点においては困難である。

式(2)において、 $\partial (u_i f_i) / \partial x \ll \partial (w_i f_i) / \partial z$  として、粒度分布の変化は、 $z$  方向の移動のみによって起こると仮定し、さらに、移動速度を次式のように分割する。

$$w_i = E_i - D_i \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $E_i$ ,  $D_i$  は、それぞれ上、下方 ( $z$  の正、負) への移動速度である。すると、式(2)は次のようになる。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial E_i f_i}{\partial z} - \frac{\partial D_i f_i}{\partial z} \right\} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、Fig. 10 のように河床を厚さ  $\Delta$  の多層に分割し、上層から順次第 1 層, 2, ... のように名付けよう。式(4)を微分方程式のまま扱うのは困難であるので、各層の平均含有率の形で議論する。上式において、

$$\int_{z_m}^{z_b} \frac{\partial f_i}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_m}^{z_b} f_i dz - f_i(z_b) \frac{\partial z_b}{\partial t} + f_i(z_m) \frac{\partial z_m}{\partial t}$$

$$= \Delta \frac{\partial f_i^1}{\partial t} - \{f_i(z_b) - f_i(z_m)\} \frac{\partial z_b}{\partial t}$$

などの演算を行えば、第 1 層における  $d_i$  の平均含有率  $f_i^1$  は次式のように表される。

$$\Delta \frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \{f_i(z_b) - f_i(z_m)\} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{f_i(z_b)}{1-\lambda} \{E_i(z_b) - D_i(z_b)\} + \frac{f_i(z_m)}{1-\lambda} \{E_i(z_m) - D_i(z_m)\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\Delta$  として一定の厚さを考えているから、 $\partial z_b / \partial t = \partial z_m / \partial t$  としている。

第 2 層における  $d_i$  の平均含有率  $f_i^2$  についても同様に導かれる。

$$\Delta \frac{\partial f_i^2}{\partial t} = \{f_i(z_m) - f_i(z_l)\} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{f_i(z_m)}{1-\lambda} \{E_i(z_m) - D_i(z_m)\} + \frac{f_i(z_l)}{1-\lambda} \{E_i(z_l) - D_i(z_l)\} \dots\dots\dots (6)$$

これより下方の各層についても同様に求められる。

### 3.2 平衡状態における粒度分布式

粒径階  $d_i$  の流砂量を  $q_{bi}$  とすれば、平衡状態においては、 $\partial q_{bi} / \partial x = 0$  より、

$$E_i(z_b) = D_i(z_b) \dots\dots\dots (7)$$

$$\partial z_b / \partial t = 0 \dots\dots\dots (8)$$

各層の厚さ  $\Delta$  は任意に選択できるから、各粒子が移動する領域は第 1 層と第 2 層に限られるものとすれば、

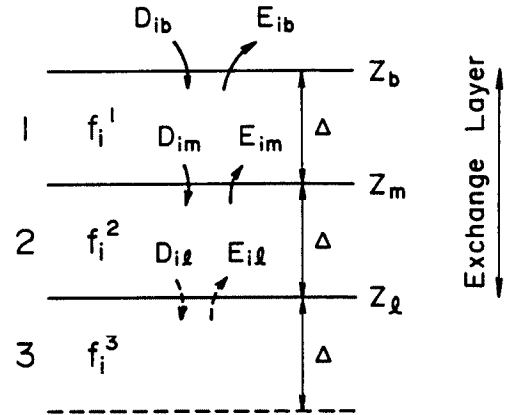


Fig. 10. Multi-layer model for particle exchange in bed.

$$E_i(z_i) = D_i(z_i) = 0 \dots\dots\dots (9)$$

すなわち、 $2\Delta$ が平野<sup>7)</sup>によって導入された交換層の厚さに相当する。

式(5), (6)の  $f_i(z_m)\{E_i(z_m) - D_i(z_m)\} / (1-\lambda)$  の項において、 $f_i(z_m)E_i(z_m)$  は第2層から第1層への移動量を表わし、 $f_i(z_m)D_i(z_m)$  は、第1層から第2層への移動量であるから、この項は、次のように近似できる。

$$\frac{f_i(z_m)}{1-\lambda} \{E_i(z_m) - D_i(z_m)\} = \frac{1}{1-\lambda} \{f_i^2 E_i(z_m) - f_i^1 D_i(z_m)\} \dots\dots\dots (10)$$

式(7), (8), (9), (10)を前述の式(5), (6)に代入すれば、第1層および第2層の粒度分布式は、次のように表される。

$$\frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \{E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial f_i^2}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \{D_{im} f_i^1 - E_{im} f_i^2\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $E_{im} = E_i(z_m)$ ,  $D_{im} = D_i(z_m)$  である。上式より、

$$\partial f_i^1 / \partial t + \partial f_i^2 / \partial t = 0$$

である。これは第1層と第2層に含まれる各粒径が保存されることを示すものであり、両層の境界における粒子交換のみによって、二つの層の粒度分布が決定されることを意味している。

式(11), (12)によれば、 $E_{im}$ ,  $D_{im}$  が決定されると、二つの層における含有率が求められる。 $E_i(z)$  は、 $z = z_b$  で最大値  $E_{ib}$  をとり、 $z = z_e$  で0になるような関数であるが、その関数形については、十分の情報がない。ここでは、便宜的につぎのように与えておく。

$$E_{im} = \alpha E_{ib}, (0 < \alpha < 1) \dots\dots\dots (13A)$$

ここに、 $\alpha$  は係数で、 $E_{ib} = E_i(z_b)$  である。 $E_{ib}$  は流砂に占める粒径  $d_i$  の含有率  $f_i^a$  を用いると、

$$\partial q_{bi} / \partial x = E_{ib} f_i^1 - D_{ib} f_i^a = 0 \dots\dots\dots (14)$$

$$E_{ib} = D_{ib} f_i^a / f_i^1 \dots\dots\dots (15)$$

のように表される。したがって、 $E_{im}$  は、次式のようにも表現できる。

$$E_{im} = \alpha D_{ib} f_i^a / f_i^1 \dots\dots\dots (13B)$$

ここに、 $D_{ib} = D_i(z_b)$  であって、粒径  $d_i$  の step-length  $l_i$  を用いると、

$$D_{ib} f_i^a = q_{bi} / l_i \dots\dots\dots (15)$$

である。したがって、 $E_{im}$  は、流砂量  $q_{bi}$  と step-length  $l_i$  を用いて、次のようにも表される。

$$E_{im} = \alpha q_{bi} / l_i f_i^1 \dots\dots\dots (13C)$$

ついで  $D_{im}$  について考えよう。前章における実験結果の考察において、「下層から粗い粒子が上方へ移動し、上層から下方へ細い粒子が移動して、ある種の平衡状態が形成されている」ことを推察した。このことを参考にして、このような粒子交換機構を次のようにモデル化しよう。

- (a) 第2層から粒径  $d_k$  が第1層へ移動したとき、これよりも小さい粒子 ( $d_i < d_k$ ) が第1層から第2層へ移動する。
- (b) 粒径  $d_i$  の単位時間当たりの移動量は、粒径の射影面積比  $(d_i/d_k)^2$  に強く依存し、これに逆比例する。

すなわち、

$$D_{im} \sim E_{km} \{1 - \beta (d_i/d_k)^2\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $E_{km}$  は粒径  $d_k$  の上方への移動速度である。

これらのことより、 $D_{im}$  は次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} D_{im} &= \gamma \sum_{k=i}^n E_{km} \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \\ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 &= 0, \left( \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 < 1 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $\beta$  は 1 に近い係数、 $n$  は最大粒径を表す階級数であり、 $\gamma$  は、第 1 層と第 2 層との交換量が等しいという条件、すなわち、

$$\sum_i D_{im} f_i^1 = \sum_i E_{im} f_i^2$$

より、次式によって与えられる。

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n E_{im} f_i^2}{\sum_{i=1}^n \left[ f_i^1 \sum_{k=i}^n E_{km} \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \right]} \dots\dots\dots (18)$$

以上の議論によって、係数  $\alpha$ 、 $\beta$  に適当な値を採用して、式 (13 A) ~ 式 (13 C) のうちのいずれかによって  $E_{im}$  が与えられ、式 (17) によって  $D_{im}$  が与えられる。これらを式 (11) および式 (12) に適用することによって、第 1 層および第 2 層の粒度分布が推定される。

### 3.3 非平衡状態における粒度分布式

この場合においても  $E_{im}$  および  $D_{im}$  については、平衡状態の場合のものと同じであるが、式 (5)、(6) において、平衡状態では考慮されなかった項の取り扱いが必要となる。

式 (5)、(6) において次のような変換を行う。

$$\left. \begin{aligned} \{f_i(z_b) - f_i(z_m)\} \frac{\partial z_b}{\partial t} &= F_i^1 \frac{\partial z_b}{\partial t} \\ F_i^1 &= \begin{cases} -f_i^1, & (\partial z_b / \partial t > 0) \\ (f_i^1 - f_i^2), & (\partial z_b / \partial t < 0) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{f_i(z_b)}{1-\lambda} \{E_i(z_b) - D_i(z_b)\} = \frac{1}{1-\lambda} (f_i^1 E_{ib} - f_i^2 D_{ib}) \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \{f_i(z_m) - f_i(z_l)\} \frac{\partial z}{\partial t} &= F_i^2 \frac{\partial z_b}{\partial t} \\ F_i^2 &= \begin{cases} f_i^1 - f_i^2, & (\partial z_b / \partial t > 0) \\ f_i^2 - f_i^3, & (\partial z_b / \partial t < 0) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $f_i^3$  は粒子移動のない第 3 層における  $d_i$  の含有率である。また、移動層厚は  $2\Delta$  と考えているから、

$$E_i(z_l) = D_i(z_l) = 0 \dots\dots\dots (22)$$

(19) ~ (22) を式 (5)、(6) に適用すれば、第 1 層および第 2 層の粒度分布式が次のように求められる。

$$\frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \frac{F_i^1}{\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \{ (E_{ib} f_i^1 - D_{ib} f_i^2) - (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \} \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\partial f_i^2}{\partial t} = \frac{F_i^2}{\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} (E_{im} f_i^2 - D_{im} f_i^1) \dots\dots\dots (24)$$

以上、非平衡状態における粒度分布式が導かれた。

従来の交換層モデルと比較するため、式 (23)、(24) を用いて、 $\partial (f_i^1 + f_i^2) / \partial t$  の形に直し、 $f_i^1 = f_i^2 =$

$f_i$  とすれば,

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} = \frac{F_i^1 + F_i^2}{2\Delta} \frac{\partial z_b}{\partial t} - \frac{1}{2(1-\lambda)\Delta} (E_{ib}f_i^1 - D_{ib}f_i^q) \dots\dots\dots (25)$$

となり, 従来のもとの等価であることが分かる。

#### 4. 水路実験への適用

##### 4.1 支配方程式

前章の粒度分布式によって河床材料の粒度分布を解析するためには, 水流および流砂に関する連続式や運動方程式が必要である。これらは, それぞれつぎのようである。

連続式:

$$dQ/dx=0 \dots\dots\dots (26)$$

運動方程式:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{v^2}{2g} + h \cos \theta + z_b \right) = -i_e, (v=Q/A) \dots\dots\dots (27)$$

流砂の連続式 (河床位方程式):

$$\frac{\partial z_{bi}}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (28A)$$

$$\left( \frac{\partial z_b}{\partial t} = \sum_i \frac{\partial z_{bi}}{\partial t}, \frac{\partial q_b}{\partial x} = \sum_i \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} \right)$$

あるいは,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z_{bi}}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \{E_{ib}f_i^1 - D_{ib}f_i^q\} &= 0 \\ \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} &= E_{ib}f_i^1 - D_{ib}f_i^q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28B)$$

流砂量式:

$$\frac{q_{bi}}{u_{*e}d_i} = 17 f_i^1 \tau_{*ci} \left( 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci}} \right) \left( 1 - \frac{u_{*ci}}{u_*} \right) \dots\dots\dots (29)^8$$

あるいは,

$$\left. \begin{aligned} E_{ib} &= (k_3/k_2) P_{si} d_i \\ \frac{P_{si}}{\sqrt{d_i}(\sigma/\rho-1)g} &= F_0 \tau_{*ci} \left( 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci}} \right)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)^9$$

$$D_{ib}f_i^q = q_{bi}/l_i \dots\dots\dots (31)$$

ここに,  $i_e$  はエネルギー勾配,  $u_{*e}$  は有効摩擦速度,  $\tau_{*ci} = u_{*e}^2 / (\sigma/\rho - 1) g d_i$ ,  $\tau_{*ci}$  は粒径  $d_i$  の無次元限界掃流力,  $k_3/k_2 = 2/3$  (球の場合),  $F_0$  は係数であり,  $0.03 \sim 0.035$ ,  $l_i$  は  $d_i$  の step length である。これらの方程式と3章における粒度分布式によって, 支配方程式は構成される。

$E_{ib}$  および  $D_{ib}$  の定義が慣用的なものとは少し異っていることに注意が必要である。さらに, 式 (28B) や式 (29) における河床材料の粒度分布には,  $f_i = (f_i^1 + f_i^2) / 2$  を採用するのが整合性があるのかもしれないが, ここでは  $f_i^1$  を用いている。これについては, 砂粒子の無次元掃流力や移動限界に関する議論も含めて今後の課題である。

4.2 定常実験における粒度分布の解析

流砂の粒度分布が既知であれば、平衡状態における河床材料の粒度分布は、極めて容易に推定できる。このとき、式 (13C) を式 (11), (12) および式 (17) に適用すれば、これらは、次のように変形される。

$$\frac{\partial f_i^1}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \left\{ \alpha \frac{q_{bi} f_i^2}{l_i f_i^1} - D_{im} f_i^1 \right\} \dots\dots\dots (32)$$

$$\frac{\partial f_i^2}{\partial t} = \frac{1}{(1-\lambda)\Delta} \left\{ D_{im} f_i^1 - \alpha \frac{q_{bi} f_i^2}{l_i f_i^1} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

$$D_{im} = \gamma \sum_{k=1}^n \frac{\alpha q_{bk}}{l_k f_k^1} \left\{ 1 - \beta \left( \frac{d_i}{d_k} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (34)$$

水路実験へ適用する前に、式の性質をみてみる。これらは、 $q_{bi}$ 、層厚 $\Delta$ および粒子交換の限界値を定める $\beta$ に依存する。 $q_{bi}$ が大きく、 $\Delta$ が小さい場合には、 $f_i^1$ および $f_i^2$ は早く定常値に達し、 $\beta$ が大きくな

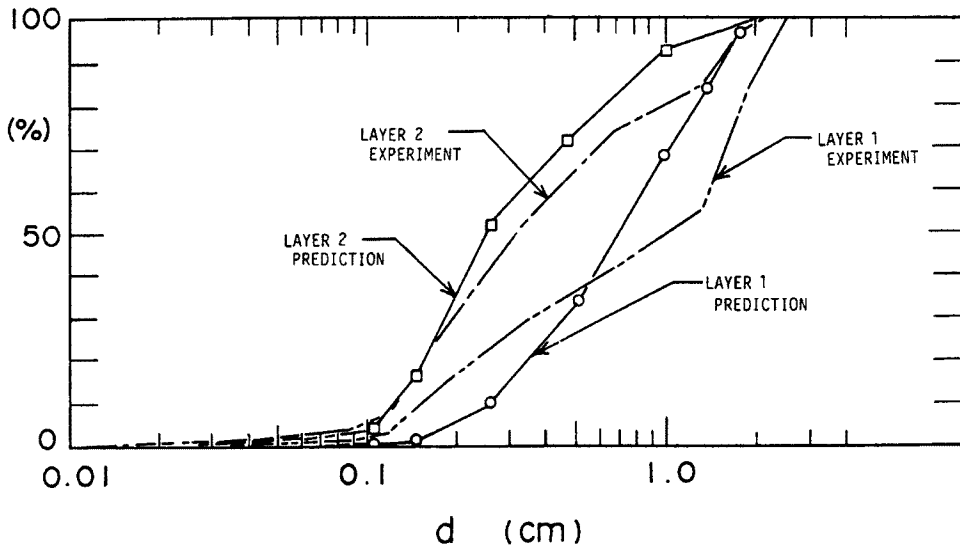


Fig. 11 (a) (Run 1-1)

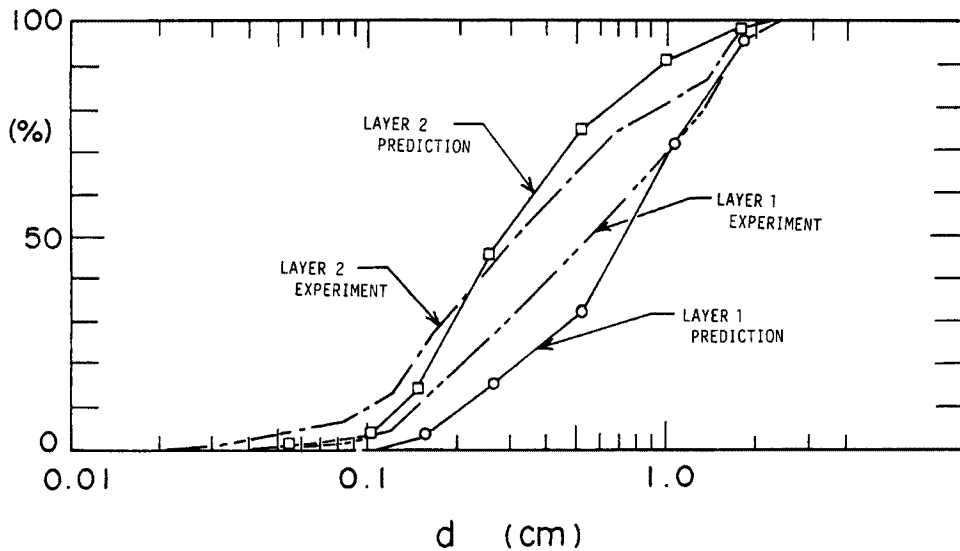


Fig. 11 (b) (Run 1-2)

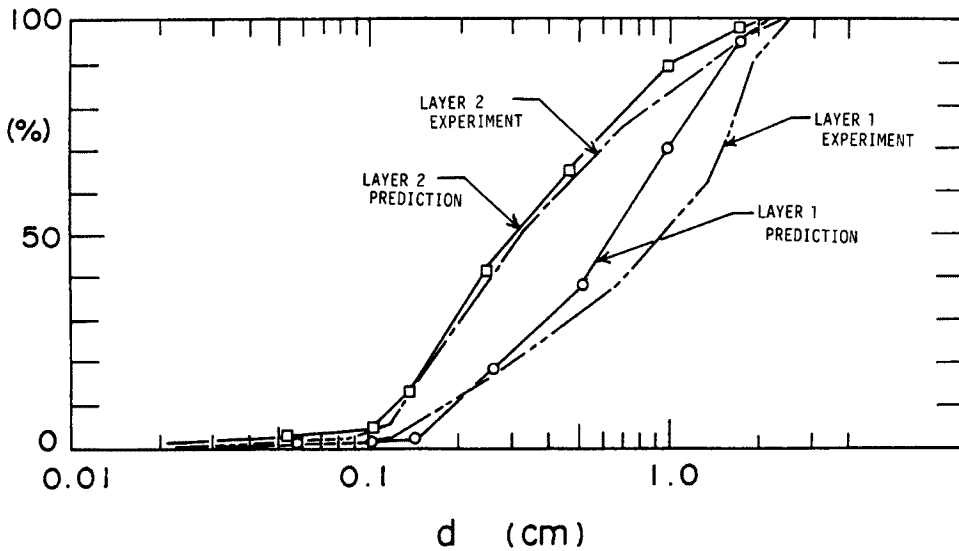


Fig. 11 (c) (Run 1-3)

Fig. 11. Comparison between the particle size distributions predicted with present method and those from flume tests in steady-uniform state.

ると、定常値における第1層と第2層の粒度分布の差が明瞭になる。すなわち、第1層の粗粒化が顕著に起こる。

水路実験に適用するに当たり、次のような条件を採用する。 $\alpha (=E_{im}/E_{ib})$ には $\alpha = 0.5$ を用いる。 $\beta$ は種々検討した結果、 $\beta = 1.5$ とする。これは、第2層から $d_k$ が移動したとき、第1層からは、 $d_i = \sqrt{1/\beta}d_k$ よりも小さい粒子が第2層へ落ち込むことを意味している。 $\Delta$ には最大径の1/2程度の厚さを考えて、 $\Delta = 1.25$  cmとする。河床材料の初期条件には、 $f_i^1 = f_i^2$ として、初期材料の粒度分布を8分割して

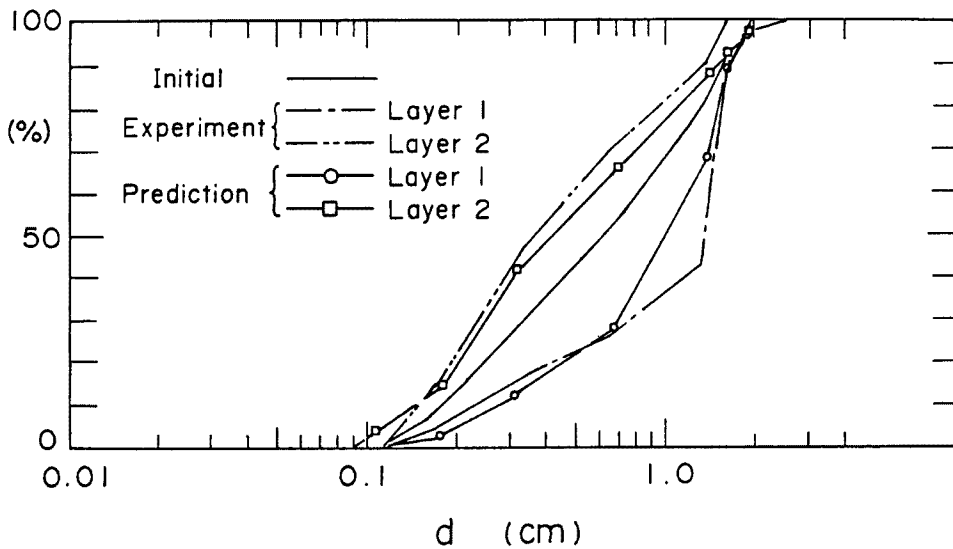


Fig. 12 (a) (One hour later)



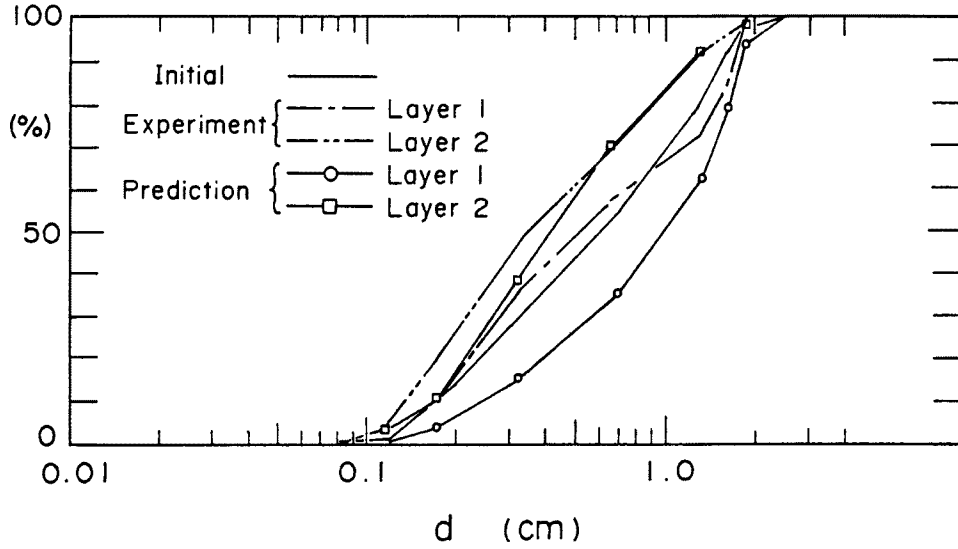


Fig. 12 (b) (Two hours later)

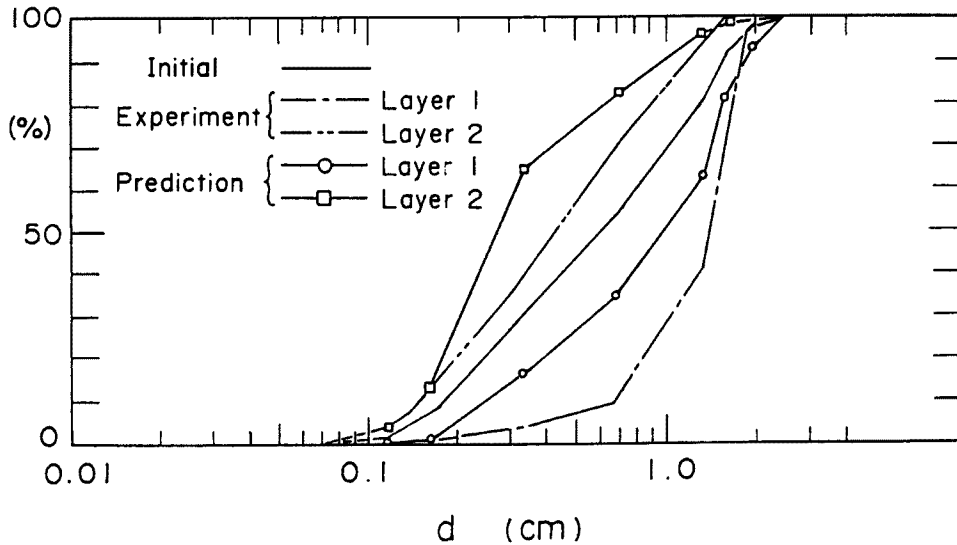


Fig. 12 (c) (Three hours later)

Fig. 12. Comparison between the particle size distributions predicted with the present method and flume data from Run 2-1.

与える。step length は  $l_i = 100 d_i$  とし、 $q_{bi}$  には測定値をそのまま採用する。

Fig. 11 (a), (b), (c) は、それぞれ Run 1-1, 1-2, 1-3 における第1層および第2層における河床粒度分布に関する計算値と実験値を比較したものである。実験値は、層厚 1 cm ごとの採砂によって調べられているが、ここでは、 $\Delta = 1.25$  cm として、計算しなおしたものが示されている。

図示のように、細部には十分でない面も見受けられるが、第1層が粗粒化し、第2層が細粒化する傾向は、十分に再現されており、本論文のモデルは、河床表層の粗粒化現象をかなり適切に評価しているものと推察される。

#### 4.3 非定常実験における粒度分布の解析

Run 2-1 に対し、前章 3.3 に示す粒度分布式および 4.1 に示す支配方程式において、式 (26), (27),

(28 B) および式 (30) を適用して、河床の粒度分布を解析する。このとき、流量および上流端流砂量の条件、初期河床形状は、実験におけるそれに一致させている。粒径別無次元限界掃流力は、芦田・道上による修正 Egiazaroff 式により求めている。その他のパラメータは前節のものと同じものを用いている。

Fig. 12 (a), (b), (c) は、Run 2-1 における通水後、1時間、2時間および3時間における第1層と第2層の粒度分布に関する計算値と実験値を比較したものである。定常実験の場合と同様、両者はかなりずれる場合もあるが、実験値における精度上の問題を考慮すれば、本モデルによって、粗粒化現象は再現できているものと思われる。

## 5. 結 語

本研究においては、河床の全粒子が移動する平衡状態においても河床表層が粗粒化する現象に着目し、これを水路実験によって確かめるとともに、その機構について考察した。以下、本研究によって得られた主要な成果を要約する。

- (1) 全粒子が移動するような定常給水、定常給砂実験において、河床表層が粗粒化し、その下層が細粒化し、さらにその下層は変化しないことを確認した。
- (2) (1) と同様の現象を非定常給水、定常給砂実験によって確認した。
- (3) 上述の2つの層は、掃流砂の移動層に相当しており、これらの層の間で掃流運動に伴い粒子交換が起こっていることを推察した。
- (4) 掃流砂の移動層を上部の第1層と下部の第2層とに分割し、両層間の粒子交換モデルを提案して、平衡状態および非平衡状態における粒度分布式を導いた。粒子交換モデルは、第2層のある粒子が第1層へ移動するとき、これよりも細かい粒子が第1層から第2層へ落ち込むという原理に基づいている。
- (5) 粒度分布式において、平衡状態における第1層の粗粒化と第2層の細粒化は、両層間の粒子交換のみに依存するが、非平衡状態におけるそれは、これに加えて選択的輸送による第1層の粗粒化も考慮されている。
- (6) 定常および非定常実験に対して、上述の粒度分布式を適用した結果、細部には検討すべき点もあるが、粒度分布式はほぼ妥当であることが分かった。

以上のように興味ある結果が得られたが、今後に究明すべき課題も残されている。粒度分布式に含まれる係数  $\alpha$ 、および  $\beta$ 、掃流砂の移動層の厚さ ( $2\Delta$ ) と水量との関係など解明しなければならない。さらに、第1層において粗粒化が起こるのは事実であり、このことの土砂水理学的な意義、すなわち、混合砂礫床の限界掃流力やこれまでに提案されている掃流砂量式にかかわる問題などについて十分に検討しなければならない。

本研究を進めるに当たり、Parker 教授 (ミネソタ大) とアーマーコートに関する議論を行っている。また、京都大学防災研究所吉田義則技官に、実験や実験装置の製作などで御協力いただいた。ここに記して感謝いたします。

## 参 考 文 献

- 1) 江頭進治・芦田和男・澤田豊明・西本直史：山地河道における階段状河床形の形状特性，29回水理講演会論文集，1985，pp. 537-542.
- 2) 芦田和男・高橋 保・澤田豊明：山地流域における出水と土砂流出 (11)，京大防災研究所年報，25号 B-2，1982，pp. 361-373.
- 3) Parker, G.: 粗粒化について：土木学会論文集，375号，II-6，1986，pp. 17-27.

- 4) 鈴木幸一・道上正規: 混合砂礫河床の粗粒化と流砂量, 32回水理講演会論文集, 1988, pp. 389-394
- 5) 江頭進治・芦田和男・西本直史: 階段状河床波と流砂の挙動, 30回水理講演会論文集, 1986, pp. 223-228.
- 6) 芦田和男・江頭進治・西野隆之・亀崎直隆: 階段状河床波の形成・破壊過程における流砂機構, 京大防災研究所年報, 30号B-2, 1987, pp. 493-506.
- 7) 平野宗夫: Armouringを伴う河床低下について, 土木学会論文集, 195号, 1971, pp. 55-65.
- 8) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 206号, 1972, pp. 59-69.
- 9) 中川博次・辻本哲郎: 水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 244号, 1975, pp. 71-80.