

地盤—構造物系の非線形復元力特性の同定

土岐 憲三・佐藤 忠信
清野 純史・市原 和彦

IDENTIFICATION OF RESTORING FORCE CHARACTERISTICS OF NONLINEAR SOIL-STRUCTURE SYSTEM

By *Kenzo TOKI, Tadanobu SATO, Junji KIYONO*
and *Kazuhiko ICHIHARA*

Synopsis

We here report a method to identify the nonlinear restoring force characteristics of multidegree-of-freedom soil-structure system.

Because the soil-structure system under the seismic loading usually exhibits various hysteretic behaviour and has different hysteresis loop for the soil and the structure, many restoring force models of the soil-structure system are proposed. When we identify the restoring force characteristics of soil-structure system, however, it is convenient to use only one restoring force model. In this paper, we adopt a versatile model which can be applied to a large class of hysteretic systems and identify the model parameters with extended Kalman filter technique.

After describing the formulation of identification and showing the validity of this method by the numerical simulation, we applied this method to identify the restoring force characteristics using the observation records which were obtained through the hybrid experiment of soil-foundation structure system.

1. ま え が き

構造物は、その耐用期間中に予想される最大の地震動に対しても崩壊しないように設計されなければならない。現在の構造物の耐震設計は、その簡便さから震度法あるいは修正震度法にしたが行われることが多く、これらは、部材のひずみと断面力の関係を線形と仮定した許容応力度法に基づいている。水平方向に標準設計震度に相当する地震力が作用したと考え、この地震力に対する各部の断面力が、降伏応力に対してある一定の安全率を持つ値以下となるように部材の断面諸元を定める。部材の非線形領域の粘りも期待できるので、こうすれば大地震時にも致命的な損傷は起きないであろうという考えに基づいている。

しかし、構造物の耐震設計がこのような許容応力度法に基づいて行われれば、当然、過剰な強度を持つように設計されることになる。この過剰な設計に伴う経済的損失は、構造物の規模が大きいかほど無視できないものとなる。また、弾性設計を基本的な考え方としながらも非線形領域での粘りなどの非弾性挙動を定性的に取り入れている点にも問題がある。したがって、より合理的な耐震設計を行うためには、構造物の限界状態を対象とした動的解析が行わなければならない。このためには、地盤をも含めた構造物の動的挙動を的確に把握したうえでその動特性を設定する必要がある。常時微動測定や起振機等を用いた強制外

力実験、ハイブリット実験等はこのような動的挙動や構造動特性、動的破壊規範を求めるための手段である。

このような観測データや実験データから、その構造物やそれを取り巻く地盤の動的挙動や動特性を求めて記述するためには、システムの状態を支配する法則やそれを記述する方程式を決定するためのモデリング、そしてこの方程式に含まれる未知パラメータの同定の2段階の手順が必要である。モデリングに関しては、地盤-構造物系の挙動を規定している力学系のような場合、その運動方程式は通常既知であり、対象とする状態方程式とその出力を定める観測方程式のモデルは容易に得ることができる。したがって、問題は状態もしくは観測方程式に含まれる多くの未知パラメータの値を逐一決定することに帰着される。

実際の多くのシステムは外乱として不規則に変動する環境の影響を受けながら駆動しているため、必ず非線形特性を呈示すると言っても過言ではない。しかし、その変動が極めて微小であると期待されるならば線形システムの理論が適用でき、事実、今日までの大部分の同定問題はこの線形システム理論を用いて解析されている。

システムのモデルを線形モデルと捉えて行われる代表的な解析法はモード解析である。これは、各種の実験や測定によって得られた入力あるいは出力の時刻歴データを周波数領域に変換して伝達関数を求め、その形状から固有周期、減衰定数、刺激係数等に代表されるような構造物の動特性を求める¹⁾²⁾方法であるが、この方法で減衰や高次のモード特性を求めるのは困難である。土岐・佐藤³⁾は、線形構造系の応答観測波形をホワイトノイズが入力する1自由度系の出力と考えてAR-MA過程によりモデル化し、その係数と構造動特性との関係を用いて動特性を推定している。また、星谷・斉藤⁴⁾⁵⁾は、拡張カルマンフィルターを用いて線形多自由度系の動特性の同定を行っている。そして、同定結果の精度を高める方法としてEK-WGI法を開発した。この他にも、観測された時系列データを周波数領域に変換せずに時間領域でデータ処理を行い、動特性を同定する方法がいくつか提案されている⁶⁾⁷⁾⁸⁾。

非線形振動系のパラメータ同定に関する研究としては、復元力を変位と速度の多項式で表現し、この多項式を含む2次関数を最小化することによりパラメータを決定したDisterfanoら⁹⁾による研究、修正Newton-Raphson法を取り入れた非線形最小2乗法を用いて構造パラメータを求めたBeliveau¹⁰⁾による研究、復元力の推定誤差ノルムを最小にすることによってパラメータを決定したUdwadia¹¹⁾らによる研究、カルマンフィルターを非線形システムに対する処理法へと拡張した拡張カルマンフィルターを用いて非線形1自由度構造系の同定を行った星谷・丸山の研究¹²⁾などがある。

本研究では、Wenら¹³⁾の復元力特性を用いたこの星谷・丸山の手法を地盤-構造物系の非線形挙動を扱える多自由度系に拡張するとともに、地盤構造物系の非線形復元力特性に関する数式モデル提案のための1つの試みとして実観測記録から非線形復元力特性の同定を行い、その妥当性を検討した。

2. カルマンフィルターと非線形復元力モデル

状態変数法と直交射影理論を基にしてKalmanが提案したフィルターは、ウイナーフィルターで必要とされた定常性、無限時間観測の仮定を必要としていない。このフィルターがカルマンフィルターと呼ばれるものであり、システムの線形性、システム雑音・観測雑音の白色性とガウス性、および最小自乗規範の仮定に基づいて構成されている。

カルマンフィルターは線形システムに対するフィルタリング理論であるが、これを非線形システムに対して適用できるよう拡張されたものが拡張カルマンフィルターである。拡張カルマンフィルターをパラメータ同定問題に適用した場合、その同定精度があまり良くないことが指摘されていた。これに対して星谷・斉藤⁴⁾は、構造物系の同定問題における精度を高める方法として、EK-WGI (Extended Kalman filter-Weighted Global Iteration) 法を提案した。本研究でもこのEK-WGI法を併用して同定精度を

高めている。

同定問題のための定式化に必要な非線形復元力モデルとして、Wen¹³⁾らが提案したVERSATILEモデルを使い、このモデルを使って表された運動方程式を状態方程式に組み込んで拡張カルマンフィルターを定式化する。VERSATILEモデルは、比較的少数のパラメータで多様な履歴形状を表すことができるので、本研究のようにパラメータ同定を行うことによって復元力特性を決定する場合には、その定式化に適している。また、拡張カルマンフィルターの状態ベクトルの選び方次第で、構造動特性および履歴曲線のパラメータの同定と波形の推定を同時に行うことができる¹²⁾。

2.1 カルマンフィルターとアルゴリズム

あるシステムの解析を行う場合は、通常システムを支配する微分方程式を導出し、この微分方程式にしたがって以後の解析を行う。システムを支配する微分方程式が任意階の線形微分方程式で表される場合、この方程式は1階のベクトル微分方程式に置き換えることができる。また、システムの状態量は確率変数であると考えられるから、この方程式は線形確率微分方程式となり、この方程式は以下のような状態方程式となる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = F_t x_t + G_t w_t \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 x_t は状態ベクトル、 F_t は状態ベクトル係数マトリクス、 G_t はシステムノイズ係数マトリクス、 w_t はシステムノイズを表す。

システムを支配する微分方程式は各種の法則から導き出されているが、種々の仮定を前提としているため、ある理想状態を表しているものと考えられる。すなわち、導出された微分方程式と現実の現象との間には、種々の誤差が生じているはずであり、これらすべてを集積したものをシステムノイズ w_t で表している。

システムノイズ w_t の平均値と共分散行列は既知であるものとし、次式で与えられるガウス性ホワイトノイズであると仮定する。

$$E[w_t] = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$E[w_k w_l^T] = Q \delta_{kl} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 δ_{kl} はクロネッカのデルタである。

離散時間カルマンフィルターを考えると、状態方程式の離散表示は次式となる。

$$x_{t+1} = \phi_{t+1/t} x_t + \Gamma_{t+1} w_{t+1} \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi_{t+1/t} = e^{F t} \dots\dots\dots (5)$$

$$\Gamma_{t+1} = \int_t^{t+1} \phi_{t+1/\tau} G d\tau \dots\dots\dots (6)$$

システムの状態量を観測する場合、一つの測定行為は各種の観測装置を通すなどの複雑なプロセスから成り立っているため、その状態量を直接観測できないのが普通である。また、すべての状態量が観測できることは稀で、一般的にはいくつかの状態量しか観測できない。そこで、観測量はシステムの状態量を線形変換させたもので表されると仮定する。すなわち、観測量からなる観測ベクトルは次のように表すことができる。

$$y_{t+1} = H_{t+1} x_{t+1} + v_t \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 y_t は観測ベクトル、 v_t は観測ノイズベクトル、 $\phi_{t+1/t}$ は状態遷移マトリクス、 H_t は観測マトリクスを表す。ただし、 H_t は既知の定係数マトリクスであり、 v_t は測定過程の全体を通じて観測された外乱、雑音、測定誤差などのすべてが集積した観測ノイズである。観測ノイズ v_t の平均値と共分散行列は既知であるものとし、次式で与えられるガウス性ホワイトノイズであると仮定する。

$$E[v_t] = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$E[v_k v_l^T] = R \delta_{kl} \dots \dots \dots (9)$$

状態方程式(4)と観測方程式(7)に対するカルマンフィルタのアルゴリズムは以下のように与えられる¹⁴⁾。

① 初期条件の設定

$$\hat{x}_{0/0} = x_0, \hat{P}_{0/0} = \Sigma_0$$

② 状態ベクトルの推定値の計算

$$\hat{x}_{t+1/t} = \phi_{t+1/t} \hat{x}_{t/t}$$

③ 推定誤差共分散マトリクスの計算

$$P_{t+1/t} = \phi_{t+1/t} P_{t/t} \phi_{t+1/t}^T + \Gamma_t Q_t \Gamma_t^T$$

④ カルマンゲインの計算

$$K_{t+1} = P_{t+1/t} H_{t+1}^T \cdot [H_{t+1} P_{t+1/t} H_{t+1}^T + R_{t+1}]^{-1}$$

⑤ 観測値の取り入れ

$$\hat{x}_{t+1/t+1} = \hat{x}_{t+1/t} + K_{t+1} \cdot [y_{t+1} - H_{t+1} \hat{x}_{t+1/t}]$$

⑥ 推定誤差共分散マトリクスの計算

$$P_{t+1/t+1} = [I - K_{t+1} H_{t+1}] \cdot P_{t+1/t}$$

ステップ②, ③は次の時間ステップの予測を行うアルゴリズムで時間更新アルゴリズム, また, ステップ④~⑥は観測値を取り込む観測更新アルゴリズムと呼ばれる。すなわち, 先験情報として雑音の共分散行列 Q , R を与え, 初期値として状態ベクトル x_0 と推定誤差の共分散行列 Σ_0 を与えれば, 観測値を逐次取り込むことによって状態ベクトルの最適推定値がタイムステップごとに求まる。

カルマンフィルタはシステムの線形性を仮定しているが, これを非線形のシステムに適用できるように拡張したものが拡張カルマンフィルタである。状態方程式と観測方程式が非線形で以下のように表される場合,

$$x_{t+1} = f_t(x_t) + \Gamma_t w_t \dots \dots \dots (8)$$

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \dots \dots \dots (9)$$

これに対応するカルマンフィルタのアルゴリズムはステップ②, ⑤を次のように代えるだけでよい。

② 状態ベクトルの推定値の計算

$$\hat{x}_{t+1/t} = f_t(\hat{x}_{t/t})$$

⑤ 観測値の取り入れ

$$\hat{x}_{t+1/t+1} = \hat{x}_{t+1/t} + K_{t+1} \cdot [y_{t+1} - h_t(\hat{x}_{t+1/t})]$$

ここで, $\phi_{t+1/t}$, H_t は次式で定義される行列である。

$$\phi_{t+1/t} = \left. \frac{\partial f_t}{\partial x_{ij}} \right|_{x=\hat{x}_{t/t}} \dots \dots \dots (10)$$

$$H_t = \left. \frac{\partial h_t}{\partial x_{ij}} \right|_{x=\hat{x}_{t/t}} \dots \dots \dots (11)$$

ところで, 上記のアルゴリズムにしたがって演算を実行すると, 単精度計算の場合, しばしば推定値が全く信頼できないものとなることが早くから知られていた。これはステップ⑥の過程で桁落ちが発生し, 誤差の共分散行列 P の対称性や非負定値性がくずれることが原因である。このカルマンフィルタの数値的安定性を改良するために多くの改良アルゴリズムが発表されている¹⁵⁾¹⁶⁾。本研究ではこれらの改良アルゴリズムのうち, UD分解フィルタ¹⁷⁾を用いている。UD分解フィルタは誤差の共分散行列 P を対角行列 D と単位上三角行列 U に分解して誤差の共分散行列 P の対称性と非負定値性を常に維持できるようなアルゴリズムに置き換えたフィルタである。本研究ではステップ④~⑥, すなわち, 観測更新アルゴリズムにUD分解フィルタを適用して数値的安定性を得ている。

拡張カルマンフィルタを同定問題に適用するには, システムの状態量を表す状態ベクトルと未知パラメータのベクトルを直列に並べたものを新たに状態ベクトルとし, この新しい状態ベクトルに関して状態

方程式と観測方程式を構築すればよい。そして、この状態方程式と観測方程式を基礎とするカルマンフィルターのアルゴリズムに通すことにより、システムの状態変数の最適推定値と未知パラメータの最適推定値が同時に求まる。

2.2 EK-WGI 法⁴⁾

カルマンフィルターを用いてパラメータ同定を行う場合、まず初期値の設定を行わなければならない。カルマンフィルターは、この設定した初期条件に観測データを逐次取り込むことによって最適推定値を求める。このため、設定された初期条件が真値に近ければ少数の観測データから最適解を求めることが可能である。しかしながら、設定された初期条件が真値から離れていると最適解を求めるためには多数の観測データが必要である。したがって、得られた観測データを一度カルマンフィルターに通しただけではその同定結果は設定した初期条件の影響を大きく受ける。

星谷・斉藤はこの問題を解決するためにEK-WGI法を開発した。これは、カルマンフィルターの出力を更びその初期条件として与え、繰り返しカルマンフィルターに通す方法である。このグローバルな繰り返しによって、初期条件の影響を除くことができる。

まず、任意の初期値 x_0, P_0 を設定し、拡張カルマンフィルターにより同定を行う。そして、この同定結果 x, P を初期値 x_0, P_0 と置き、再び拡張カルマンフィルターにより同定を行う。初期値 x_0 と同定結果 x がほぼ等しく収束するまでこのグローバルな繰り返しを行う。この収束した値を最適推定値と見なすものである。

システムが可制御であれば、1回のグローバルな繰り返しによって同定される誤差の共分散行列 P の値はかなり小さくなる。小さい値の誤差の共分散行列 P を初期値に用いると、カルマンゲイン K の値が小さくなり、 x の修正がゆるやかになって収束するためのくり返し数が増加する。そこで、アルゴリズム中に示したように、同定された誤差の共分散行列 P に重み W を乗じて、この問題に対処する。すなわち、重み W を誤差の共分散行列 P に乗じることによって収束速度を速める効果が得られ、不安定な同定結果が判断しやすくなる。このEK-WGI法を用いてもパラメータの同定結果が一定の値に収束しないことがある。星谷・斉藤は、次式で定式化されるような評価値 θ を導入し、その値がある値以下となった時の推定値をもって最適推定値とした。本研究でもこの評価値 θ を導入する。

$$q_i(k) = y_i(k) - h_i \{x(t_k/t_k), t_i\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$r_i = \left[\sum_{k=1}^s q_i^2(k) \right] / \sum_{k=1}^s y_i^2(k) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^a r_i \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\theta = \left\{ \sum_{i=1}^a (r_i - \beta)^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 s は観測波形の離散化個数、 α は観測波形の波形数を表す。

この評価値 θ が最小になるということは、各観測波形に対する各最適推定波形の差の正規化2乗平均 r_i がバランス良く最小になることを意味している。但し、 $\alpha=1$ 、すなわち観測波形が1つしかない場合は θ の値は0となるので、 r_i が最小となるときのグローバルな繰り返し時をもって最適推定値とする。

2.3 非線形復元力モデル

いま、次式で表される非線形1自由度系の運動方程式を考える。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + Z(y) = -m\ddot{u} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 m は質量、 c は減衰係数、 Z は復元力そして \ddot{u} は入力加速度を表す。

非線形復元力モデルとしては、Bouc¹⁸⁾ および Wen¹³⁾ らが提案している VERSATILE 型の復元力のモデルを用いる。このモデルは、少数のパラメータで比較的多くの履歴形状を表すことができる。このモデルは次式で表される。

$$\dot{Z} = -\alpha |\dot{y}| Z^n - \beta \dot{y} |Z|^n + k\dot{y} \dots\dots\dots (17)$$

for n odd

$$\dot{Z} = -\alpha |\dot{y}| Z^{n-1} |Z| - \beta \dot{y} Z^n + k\dot{y} \dots\dots\dots (18)$$

for n even

ここに、 k, n, α, β は履歴形状を支配するパラメータであり、特に k は $Z=0$ の時の $\partial Z/\partial y$ に等しく、復元力が0の時の履歴曲線の接線剛性に相当し、履歴曲線の傾きを支配するパラメータである。

以下では、履歴形状を支配するパラメータ k, n, α, β の値による履歴形状の違いについて検討する。

まず、パラメータ n, α, β について検討するために以下のような応答計算を行った。すなわち、 $c=0, k=0, n=1$ に固定し、固有円振動数 $\omega=1$ (rad/sec), 振幅1 (gal) の正弦波を入力し、定常状態に達するまで、あるいは、30秒までの応答計算を行った。時間刻みは0.01秒であり応答計算はルンゲクッタ法によった。Fig. 1(a)~(f)は $n=1$ に固定し、 α, β の値の組合せごとに計算を行ったときの履歴曲線である。 $\alpha=\beta=0$ の時は系は線形の履歴応答、 $\alpha=0$ の時は非線形弾性、 $\alpha>0, \beta>0$ の時は軟化型の履歴応答、 $\alpha>0, \beta<0$ の時は硬化型の履歴応答を示す。また、 α, β 絶対値の比によって履歴形状のふくらみぐあいが支配されることがわかる。 $|\alpha| \ll |\beta|$ の時は履歴の形状は細くなり、 $|\alpha| \gg |\beta|$ の時は履歴の形状は太くなることわかる。このように、高々2つのパラメータによってかなり多様な履歴の形状を示すことができる。

次に、 n の値の違いによる履歴形状の差について検討する。 $c=0, k=0, \alpha=0.5, \beta=0.5$ に固定し、

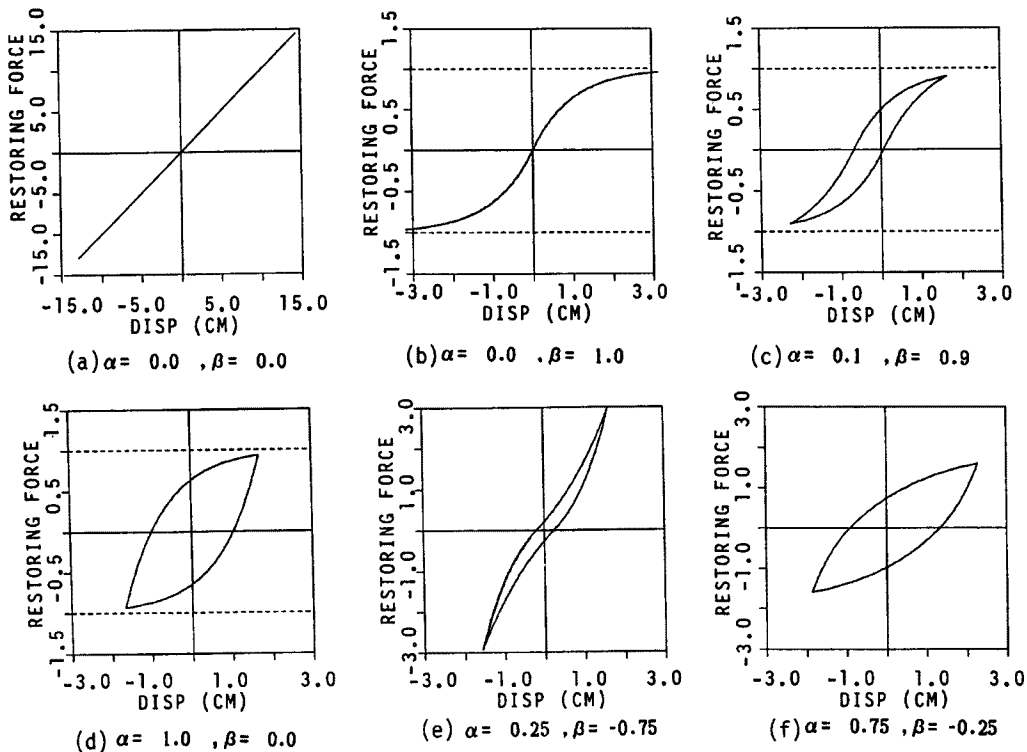


Fig. 1. Hysteretic restoring force of versatile model ($n=1$).

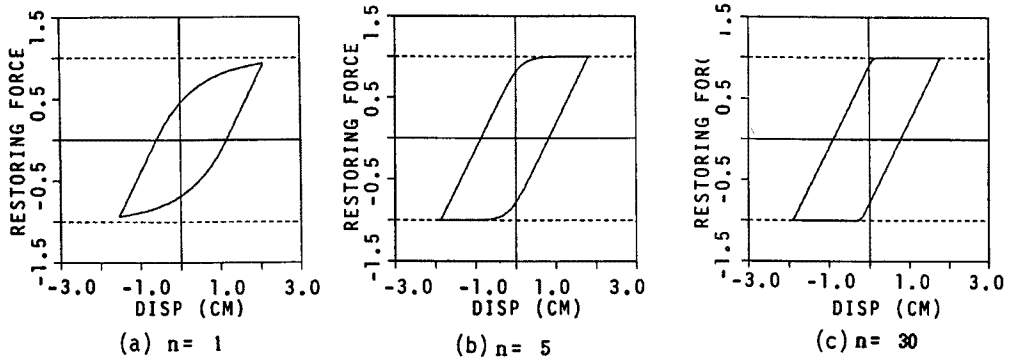


Fig. 2. Hysteretic restoring force for various “n”.

n の値として、1.0、5.0、30.0 を与え、先の応答計算と同様な応答計算を行った。Fig. 2 (a), (b), (c) は、それぞれのケースにおける履歴曲線である。n の値が大きくなるにつれてその形状は完全弾塑性に近づく様子がわかる。なお、 $\alpha > 0, \beta > 0$ 、すなわち、軟化型のモデルの時の塑性時の漸近線は、式(7)から $Z = \pm (k/|\alpha + \beta|)^{1/n}$ である。Fig. 1 (b), (c), (d) および Fig. 2 における $Z = \pm 1$ がその漸近線となる。

以上より、VERSATILE モデルは比較的少数のパラメータで多様な履歴形状を表現できることがわかる。

3. 多自由度系の非線形復元力特性の同定

3.1 多自由度系の非線形復元力特性の同定法の定式化

ここでは、Fig. 3 に示すようなロッキングを含む非線形多自由度系モデルを使って定式化を説明する。非線形多自由度系の運動方程式は次式で表される。

$$[M] \{\ddot{y}\} + [C] \{\dot{y}\} + [T]^T \{Z\} = -[M] \{V\} \ddot{u} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & 0 & \\ & 0 & m_3 & \\ & & & m_4 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (20)$$

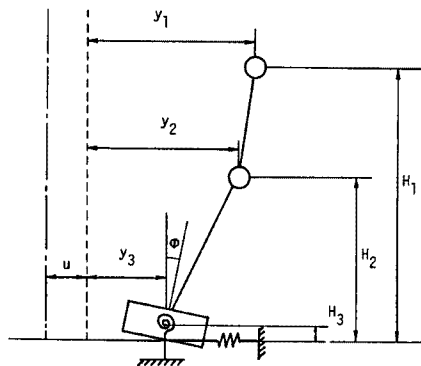


Fig. 3. Nonlinear multidegree-of-freedom model.

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & -H'_1 c_1 \\ -c_1 & c_1+c_2 & -c_2 & H'_1 c_1 - H'_2 c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2+c_3 & H'_2 c_2 - H'_3 c_3 \\ -H'_1 c_1 & H'_1 c_1 - H'_2 c_2 & H'_2 c_2 - H'_3 c_3 & c_4 + \Sigma H_i c_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 Σ は $\sum_{i=1}^4$ を表す。

$$[T]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -H'_1 & -H'_2 & -H'_3 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

$$\{V\} = \{1 \ 1 \ 1 \ 0\}^T \dots\dots\dots (23)$$

$$\{y\} = \{y_1 \ y_2 \ y_3 \ \phi\}^T \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 $H'_i = H_i - H_{i+1}$ 、 m_i は質点 i の質量、 m_4 は基礎の慣性モーメント、 C_i は質点 i と質点 $i+1$ の間の減衰係数、 Z_i は質点 i と質点 $i+1$ の間の非線形ばねの復元力、 y_i は質点 i の地盤に対する相対変位である。

運動方程式、線形加速度法、VERSATILE 型復元力モデルを表す式から、状態方程式と観測方程式を誘導する。

線形加速度法により $\{y\}_{t+1}$ 、 $\{\dot{y}\}_{t+1}$ は次式で示される。

$$\{y\}_{t+1} = \{y\}_t + \frac{\Delta}{2} (\{\dot{y}\}_t + \{\dot{y}\}_{t+1}) \dots\dots\dots (25)$$

$$\{\dot{y}\}_{t+1} = \{\dot{y}\}_t + \Delta \cdot \{\ddot{y}\}_t + \frac{\Delta^2}{3} \cdot \{\ddot{\dot{y}}\}_t + \frac{\Delta^2}{6} \cdot \{\ddot{\dot{y}}\}_{t+1} \dots\dots\dots (26)$$

ただし、 Δ は時間刻みである。

多自由度系の VERSATILE 型モデルを表す式は次のとおりである。

$$\{Z\}_{t+\frac{1}{2}} \frac{1}{\gamma} = \{(k + \gamma \cdot \{Z\}_t) \cdot \exp(\gamma \cdot (\{\delta\}_{t+1} - \{\delta\}_t)) - k\} \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 δ_i は質点 i と質点 $i+1$ の相対変位からロッキングによる相対変位を差し引いたものである。質点 i と質点 $i+1$ の間の非線形ばねの復元力 Z_i は、この δ_i に依存する。

式 (27) の exp を級数展開して $\gamma (\delta_{t+1} - \delta_t)$ の一次の項まで考慮して離散化すると、次式のようになる。

$$\{Z\}_{t+1} = \{Z\}_t + [\gamma Z] (\{\delta\}_{t+1} - \{\delta\}_t) = \{Z\}_t + [\gamma Z] [T] (\{y\}_{t+1} - \{y\}_t) \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 $[T]$ は $\{y\}$ を $\{\delta\}$ に変換する変換マトリクスであり、 $[Z\gamma]$ は以下に示すような対角マトリクスである。

$$[Z\gamma] = [\dots (k + \gamma \cdot Z_i) \dots] \dots\dots\dots (29)$$

入力と加速度、速度、変位が観測される場合には、 \ddot{y} 、 \dot{y} 、 y 、 η 、 c/m 、 k/m 、 a 、 β の同定が可能である。しかし、さらに復元力 Z が観測される場合、 y 、 \dot{y} 、 \ddot{y} 、 Z 、 m 、 c 、 k 、 a 、 β の同定が可能である。

以下では前者の場合を定式化1，後者の場合を定式化2と呼ぶことにする。

(1) 定式化1

同定すべきパラメータは，以下のとおりである。

$$\{a\} = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}^T \dots\dots\dots (30)$$

$$\{\beta\} = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}^T \dots\dots\dots (31)$$

$$\{cm\} = \{c_1/m_1, c_2/m_2, c_3/m_3, c_4/m_4\}^T \dots\dots\dots (32)$$

$$\{km\} = \{k_1/m_1, k_2/m_2, k_3/m_3, k_4/m_4, k_1/m_2, k_2/m_3, k_3/m_4\}^T \dots\dots\dots (33)$$

運動方程式(19)から，未知パラメータをして， c_1/m_2 ， c_2/m_3 ， c_3/m_4 も現れるが，これは次式の関係を使うことによって同定すべき対象から除かれている。

$$\frac{c_{n-1}}{m_n} = \frac{k_{n-1}}{m_n} = \frac{c_{n-1}}{m_{n-1}} \dots\dots\dots (34)$$

ここで $\eta = Z/k$ を導入し，状態ベクトルを次のようにとる。

$$\{x\} = \{\dot{y}\} \{y\} \{\eta\} \{a\} \{\beta\} \{c/m\} \{k/m\}^T \dots\dots\dots (35)$$

式(28)から次式を得る。

$$\{\eta\}_{t+1} = \{\eta\}_t + [\gamma\eta][T](\dot{y})_{t+1} - \{\dot{y}\}_t + \{W\}_t \dots\dots\dots (36)$$

ここに， $[\gamma\eta]$ は次式で表される対角マトリクスである。

$$[\gamma\eta] = [\dots(1+\gamma\eta)^i \dots] \dots\dots\dots (37)$$

式(19)，(25)，(26)，(36)を使って状態方程式を誘導するためにこれらの式を $\{\dot{y}\}$ について解くと，次式のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{y}\}_{t+1} = & -[D_1]^{-1} \left(\frac{\Delta}{2} [CM] + \frac{\Delta^2}{3} [KM][\gamma\eta][T] \right) \{\dot{y}\}_t \\ & - [D_1]^{-1} ([CM] + \Delta [KM][\gamma\eta][T]) \{y\}_t \\ & - [D_1]^{-1} [KM] \{\eta\}_t - [D_1]^{-1} - [KM] \{w\}_t - \{V\} \ddot{u}_{t+1} \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$[D_1] = [I] + \frac{\Delta}{2} ([CM] + [KM][\gamma\eta][T]) \dots\dots\dots (39)$$

ただし，

$$[CM] = [M]^{-1} [C] \dots\dots\dots (40)$$

$$[KM] = [M]^{-1} [T]^T [\dots[k_i] \dots] \dots\dots\dots (41)$$

であり，状態変数中の未知パラメータ c/m と k/m を使って記述される。状態遷移マトリクス $\phi_{t+1/t}$ は，式(10)によって求めることができる。

(2) 定式化2

同定すべきパラメータは，以下の通りである。

$$\{a\} = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}^T \dots\dots\dots (42)$$

$$\{\beta\} = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}^T \dots\dots\dots (43)$$

$$\{m\} = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}^T \dots\dots\dots (44)$$

$$\{c\} = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}^T \dots\dots\dots (45)$$

$$\{k\} = \{k_1, k_2, k_3, k_4\}^T \dots\dots\dots (46)$$

式(19)，(25)，(26)，(36)を使って，状態方程式を誘導する。これらの式を解くと次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\dot{y}\}_{t+1} = & -[D_2]^{-1} \left(\frac{\Delta}{2} [C] + \frac{\Delta^2}{3} [K][\gamma Z][T] \right) \{\dot{y}\}_t \\ & - [D_2]^{-1} ([C] + \Delta [K][\gamma Z][T]) \{y\}_t \\ & - [D_2]^{-1} [T]^T [Z]_t - [D_2]^{-1} - [T] \{w\}_t \end{aligned}$$

$$- [D_2] [M] \{V\} \ddot{u}_{t+1} \dots \dots \dots (47)$$

$$[D_2] = [M] + \frac{\Delta}{2} [C] \frac{\Delta^2}{3} + [K] [\gamma Z] [T] \dots \dots \dots (48)$$

ただし, $[K] = [T]^T [k_i]$ である。 $[M]$, $[C]$, $[K]$ は, 状態変数中の未知パラメータ m , c , k を使って表される。これより m 状態遷移マトリクス $\phi_{t+1/t}$ は, 定式化1と同様に式 (10) によって求めることができる。

3.2 多自由度系の非線形復元力特性の同定

ここでは, 非線形多自由度の数値シミュレーションを行い, 前節で定式化した非線形多自由度系の復元力特性の同定の精度を検証する。

シミュレーションとしては, Fig. 4 に示すような並進と回転の非線形2自由度系を用いた。モデルの諸元と復元力特性のパラメータの値を Table 1 に示す。入力加速度波形は, 0.1 ~ 10 Hz の周波数帯域でフラットなパワーを持つホワイトノイズに2.5秒で最大値を持つ包絡線関数を掛けたものを用いた。Fig. 5 はこの入力加速度波形を示したものである。そして, このシミュレーションにより得られた応答波形に R. M. S. 比10%のホワイトノイズを付加したものを観測データとして同定を行った。

Table 1. Model parameters

	Mass inertia Moment	Damping Coeff. C	Stiffness K	α	β
Sway	0.1	0.2	2.0	2.0	0.5
Rocking	1000	3000	500000	300	50

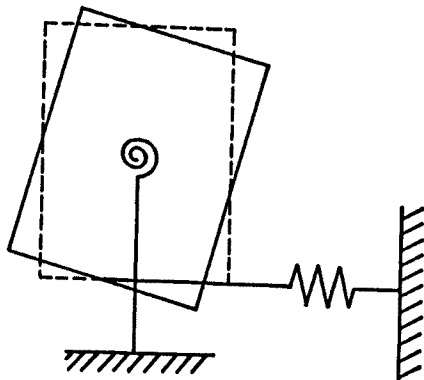


Fig. 4. Nonlinear two degree-of-freedom model.

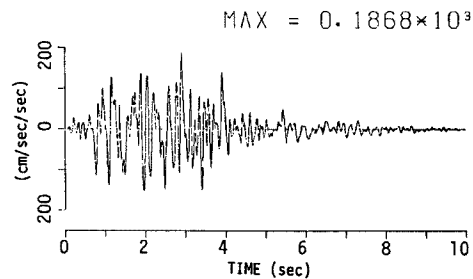


Fig. 5. Input ground acceleration.

Table 2. Result of Identification (Formula 1).

	k_1/m_1	k_2/m_2	k_1/m_2	c_1/m_1	c_2/m_2	α_1	α_2	β_1	β_2
case 1	299.9	489.3	0.0307	1.833	2.894	1.988	305.6	0.434	6.768
case 2	264.0	503.4	0.0262	2.648	0.882	2.295	311.5	-0.137	28.207
case 3	293.7	487.6	0.0292	2.001	2.623	2.015	309.1	0.322	18.990
Exact Value	300.0	500.0	0.0300	2.000	3.000	2.000	300.0	0.500	50.000

Table 3. Result of identification (Formula 2)

	k_1	k_2	c_1	c_2	α_1	α_2	β_1	β_2
case 4	30.25	492028	0.207	2748	1.996	312.3	0.549	21.78
case 5	30.75	499282	0.195	3478	1.912	293.3	0.668	61.40
case 6	30.36	489763	0.208	3014	1.949	303.6	0.559	36.78
Exact Value	30.00	500000	0.200	3000	2.000	300.0	0.500	50.00

観測される場合、case 3 は、並進と回転の速度、変位応答が観測される場合、case 4 は、並進の速度と変位と復元力が観測される場合、case 5 は、回転の速度と変位と復元力が観測される場合、case 6 は、並進と回転の速度と変位と復元力が観測される場合である。case 1 から case 3 までは定式化 1、case 4 から case 6 までは定式化 2 によって同定を行った。Table 2、Table 3 にそれぞれ定式化 1、定式化 2 の各ケースにおけるパラメータの同定結果を示す。Table 2 を見ると回転の応答波形のみ観測されている case 2 の減衰係数 c の項および β_1 の項の同定精度が他と比べて劣っている。また、どのケースも β に関する同定精度が他のパラメータより悪いことがわかる。 β は軟化型や硬化型のような履歴形状を支配するパラメータであるため、減衰や剛性のように系の動特性に直接関わるパラメータがある程度正確に同定されていても、履歴曲線を見る限りは履歴の傾きが実際より大きく、あるいは小さく見える可能性がある。Table 3 は定式化 2 による結果であり、並進、回転のどちらか一方しか応答波形が観測されていない時でも速やかに真値に収束している。また、同定精度も定式化 1 より良いことがわかる。

4. 実験観測データを用いた基礎構造物の非線形復元力特性の同定

4.1 ハイブリッド実験結果への適用

構造物や地盤の動的挙動やその動特性を調べるために、振動台実験、起振機実験、準静的実験、ハイブリッド実験（オンライン計算機制御法、仮動的実験法）等各種の実験が行われるが、このうち、個々の構造物の実際の非線形な動的挙動を最も忠実に再現する方法は、構造物を載せて振動台をゆする振動台実験である。しかし、振動台実験は実験可能な供試体の大きさ、重量、強度に制限がある。このため実験に使う構造物は、大きさを縮小した模型を使わなければならないことが多く、材料および動的な相似則の問題が生ずる。また、部材の復元力特性が非線形領域にまで及ぶ full-scale の実構造物の起振機強制外力実験は他の方法に比べ簡便である反面、作用させる外力が地震波形のように不規則波形であると作用外力の制御が難しくなるという欠点がある。

構造物の非線形な動的挙動を調べるための実験の中で、最も経済的で一般的な方法は準静的実験である。この実験では荷重あるいは変位の時刻歴を決定するために、構造物に対し予め非弾性の動的解析の計算が行われる。計算された荷重あるいは変位は供試体を制御するのに用いられるが、ほとんどのモデル化は実際の構造物の挙動よりかなり単純であるので、計算された荷重または変位の時刻歴は実際に生じている現象を再現していない。

ハイブリッド実験は、準静的実験における強制変位の時刻歴をより現実的な方法とする目的で開発された。供試体に対しては静的に加振し、計算機システムで動的計算を行って両者を応答変位で結び付けたものである。ハイブリッド実験では、与えられた地震動に対して一連の非線形応答が得られると同時に復元

力特性が得られる。

さて、構造物の振動方程式は次式で表される。

$$[M] \{\ddot{y}\} + [C] \{\dot{y}\} + \{Q\} = -[M] \{\ddot{u}\} \dots\dots\dots (49)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリクス、 $[C]$ は減衰マトリクス、 $\{Q\}$ は復元力ベクトル、 $\{\ddot{u}\}$ はあるタイムステップごとに収集された実地震加速度記録である。

ハイブリッド実験は、一方で構造物の加力载荷実験を行い、他方で計算機による振動方程式の数値解析を行うものであり、両者の関係は次の通りである。

- (1) 計算機システムでは、それまでのステップでのデータに基づいて、次のステップでの応答変位を計算する。
- (2) 実験システムでは、その計算変位を供試体に与え、復元力を測定する。
- (3) 測定された復元力データを計算機で読み込み、次のステップへ進む。

このように、復元力を得るための実験と振動方程式の数値解析を行うことにより、与えられた地震動に対応して一連の非線形応答が得られ、同時に復元力特性を得ることができる。このアルゴリズムのフローチャートを Fig. 6 に示す。

実験は Fig. 7 (a), (b), (c) に示す 3 ケースについて行われたが、本研究では(a)の直接基礎と(b)の根入れのある直接基礎のデータを用いて同定を行った。

実験に用いた入力加速度は、Taft の EW 成分原波形の前半 150 ステップをカットしたもので、その最大値を 180 gal または 300 gal に調整したものである。以後それぞれ Taft 180, Taft 300 と呼ぶことにする。時間刻みは 0.02 秒で継続時間は 1000 ステップ、20 秒間である。この実験では、2 つのアクチュエーターの変位量と反力が直接測定されている。

この実験に使われた供試体をモデル化したものが Fig. 8 である。図中の記号は、 X_G は供試体の重心の水平変位、 X_S は供試体の底面の変位、 X_R は回転運動の回転角、 F_S は底面ばねの復元力、 F_R は回転ばねの復元モーメント、 H_1, H_2 は供試体の底面からアクチュエーター 1, 2 までの高さ、 H_G は供試体の底面から供試体の重心までの高さを表している。また、 X_1, X_2 はアクチュエーターの変位量、 F_1, F_2 はアクチュエーターの反力を表している。添字の 1, 2 はそれぞれアクチュエーター 1, 2 を示している。

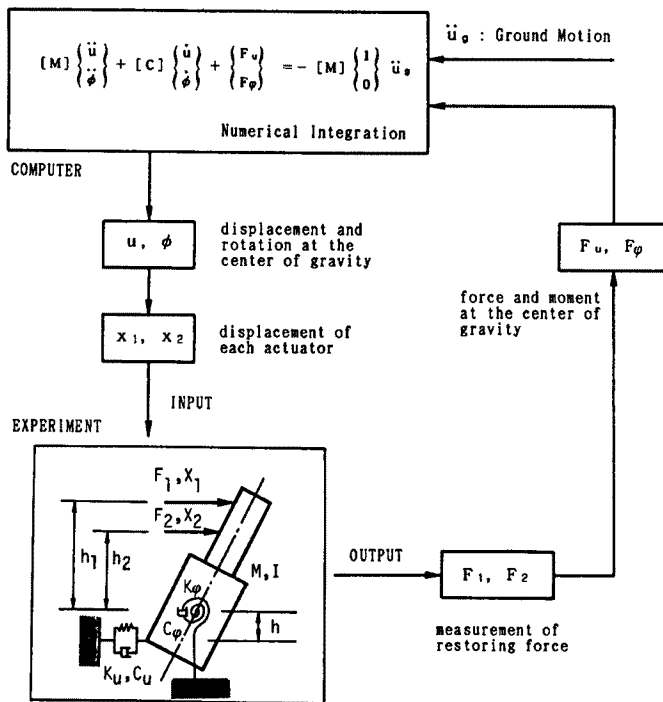


Fig. 6. Algorithm of hybrid experiment.

の復元モーメント、 H_1, H_2 は供試体の底面からアクチュエーター 1, 2 までの高さ、 H_G は供試体の底面から供試体の重心までの高さを表している。また、 X_1, X_2 はアクチュエーターの変位量、 F_1, F_2 はアクチュエーターの反力を表している。添字の 1, 2 はそれぞれアクチュエーター 1, 2 を示している。

まず、実験で観測されたアクチュエーターの変位量を基礎の重心位置の変位量に変換する。そして、この変位応答波形を微分することによって、その速度応答波形と加速度応答波形を得る。また、アクチュエーターの反力は並進と回転のばねの復元力に変換する。これらをすべて観測データとして同定を行った。

本研究で行った同定は、次の2ケースの実験結果である。

CASE 1 : Taft 180 gal 入力, 直接基礎,
constant mass

CASE 2 : Taft 300 gal 入力, 根入れのある直接
基礎, virtual mass

ここで, constant mass とは加振実験で得られた周波数に依存する並進, 回転の減衰係数, ばね剛性から平均値的な値を読み取り, この constant な値を用いて実験を行ったものであり, virtual mass とは周波数に依存するばね剛性の2次の項を付加質量として取り入れて実験を行ったものである。

4.2 同定結果

前章で述べた定式化に従えば, 並進と回転の加速度, 速度, 変位, さらに各ばねの復元力全てを観測データとすることができる。ばねの復元力が観測量として与えられることから, ここでは定式化2による同定を行った。質量と慣性モーメントは既知としてハイブリッド実験の応答計算中で使用された値を与えた。また, 未知パラメータとして定式化した m を既知の定数とするため誤差の共分散行列 P の初期値は状態変数中の m に対応する成分に対して

は, 0.0 とした。未知パラメータとして定式化した m を既知の定数とするためには状態変数の誤差の共分散行列 P の初期値のうち, その m に対応する対角成分を 0 とすれば良い。他の P_{ii} の初期値は, 観測データの最大値の2乗程度のオーダーの値を与えた。また, システムノイズの共分散行列 Q は $[0]$ とした。観測ノイズの共分散行列 R , グローバルイテレーションの重み W は適宜妥当な値を与えた。

(1) CASE 1

入力加速度波形は Taft 180 gal, 供試体は地表面上の直接基礎である。Fig. 9(a)はそれぞれ観測された並進の履歴曲線, 並進ばねの変位, 並進ばねの復元力を表す。同様に Fig. 9(b)は回転に対するものである。これに対し, Fig. 10(a)は同定された並進の履歴曲線, 並進ばねの変位, 並進ばねの復元力を表し, Fig. 10(b)は回転に対して同定されたものである。同定された応答波形や復元力は, いずれもその振幅が小さめに同定されている。これは観測ノイズの共分散 R によってノイズが除去されているためである。同定された回転の履歴曲線は, 時間が経つにつれその傾きが徐々に小さくなっている。Fig. 11(a), (b)はそれぞれ並進, 回転に対して同定された未知パラメータ k, c, α, β の経時変化を示したものである。ここでも回転のパラメータ k が時間の経過と共に減少しており, 回転ばねが剛性劣化していることを示していることがわかる。

(2) CASE 2

入力加速度波形は taft 300 gal, 供試体は根入れのある直接基礎である。Fig. 12(a), (b)は並進, 回転に対して観測されたもの, Fig. 13(a), (b)は同定された結果である。同定された応答波形と復元力は, この場合も観測データに比して振幅がかなり減少している。また同定された回転ばねの履歴曲線の傾きが観測された傾きよりも大きくなっているように見える。観測データから描かれた履歴曲線の傾きはおおよそ 35 と 700000 程度である。これと同定されたパラメータ k の値とを比較すると並進ばねについては同定され

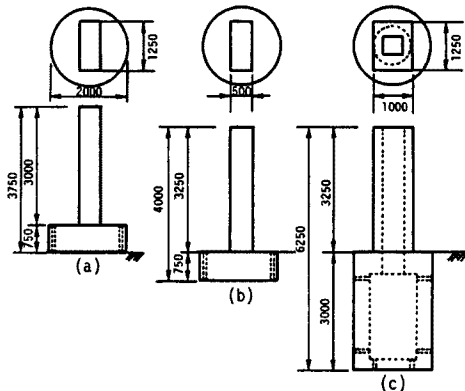


Fig. 7. Foundation types used in the experiment.

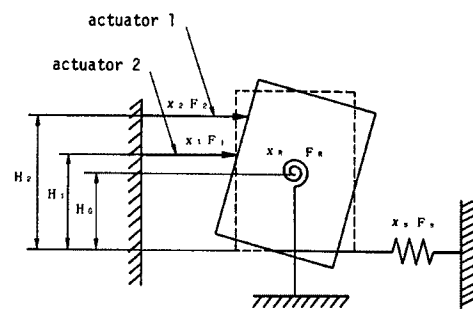


Fig. 8. Foundation model.

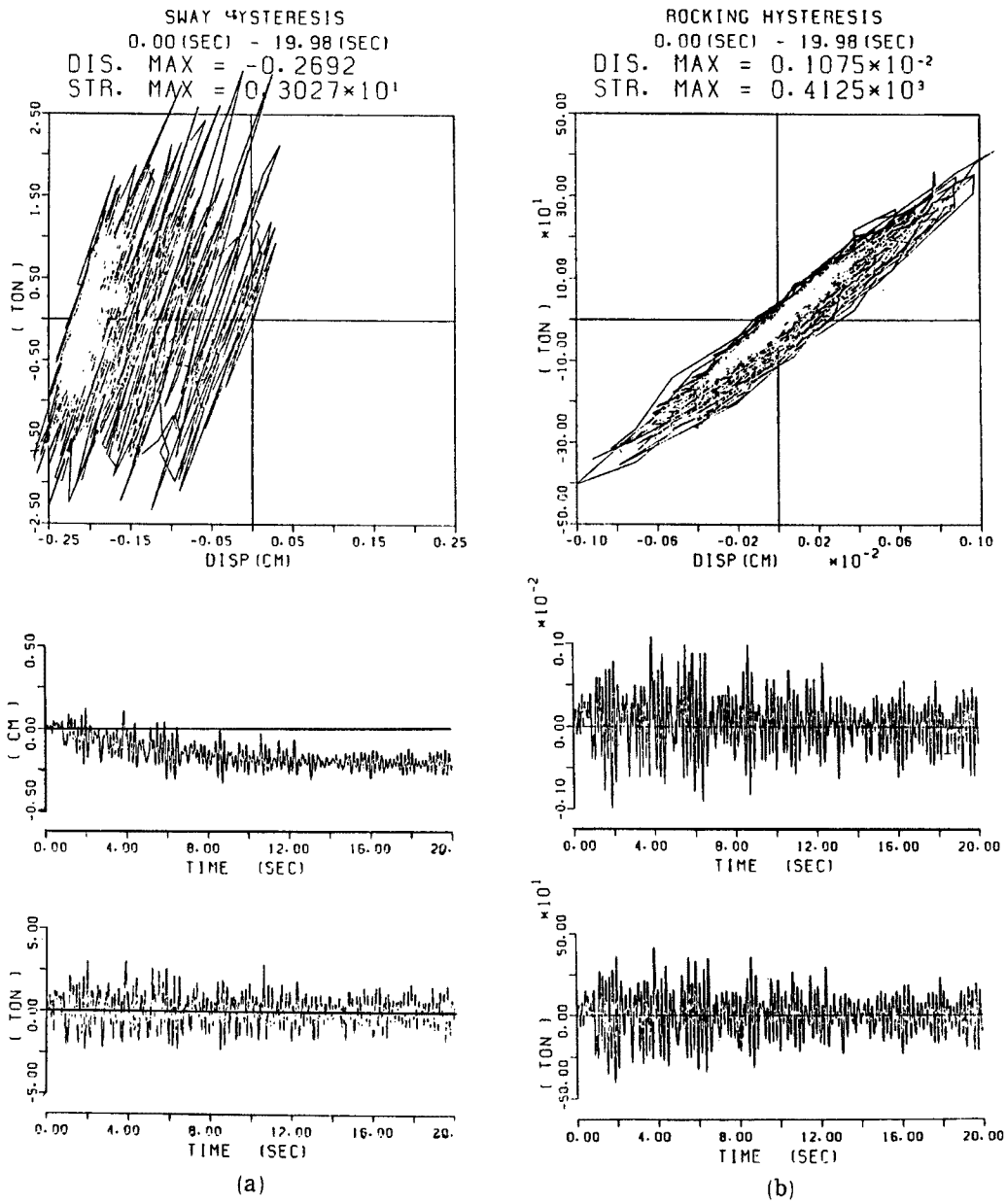


Fig. 9. (a) Observed hysteresis loop, displacement and restoring force (Sway, Taft 180 gal).
(b) Observed hysteresis loop, rotation and restoring moment (Rocking, Taft 180 gal).

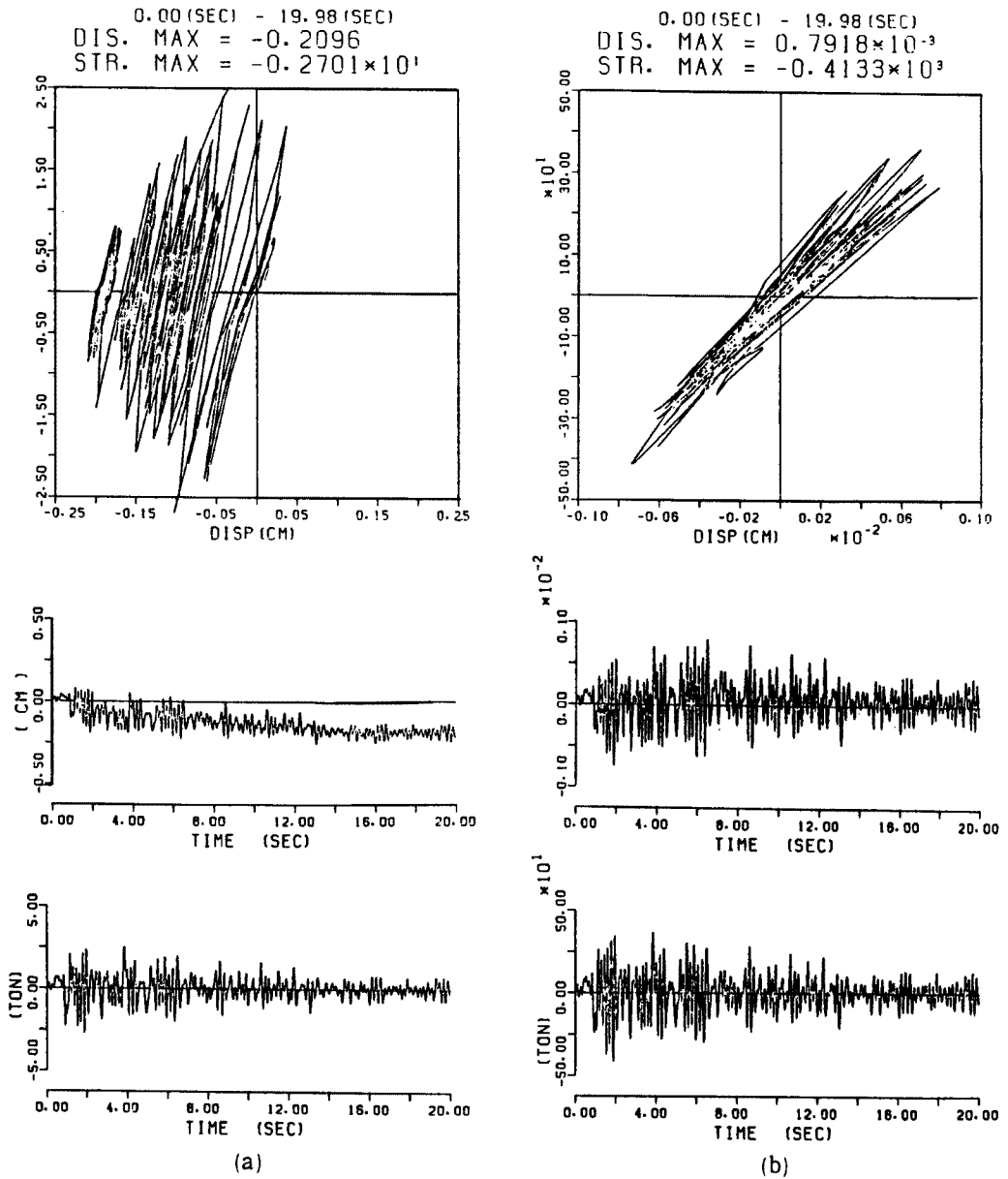


Fig. 10. (a) Identified hysteresis loop, displacement and restoring force (Sway, Taft 180 gal).

(b) Identified hysteresis loop, rotation and restoring moment (Rocking, Taft 180 gal).

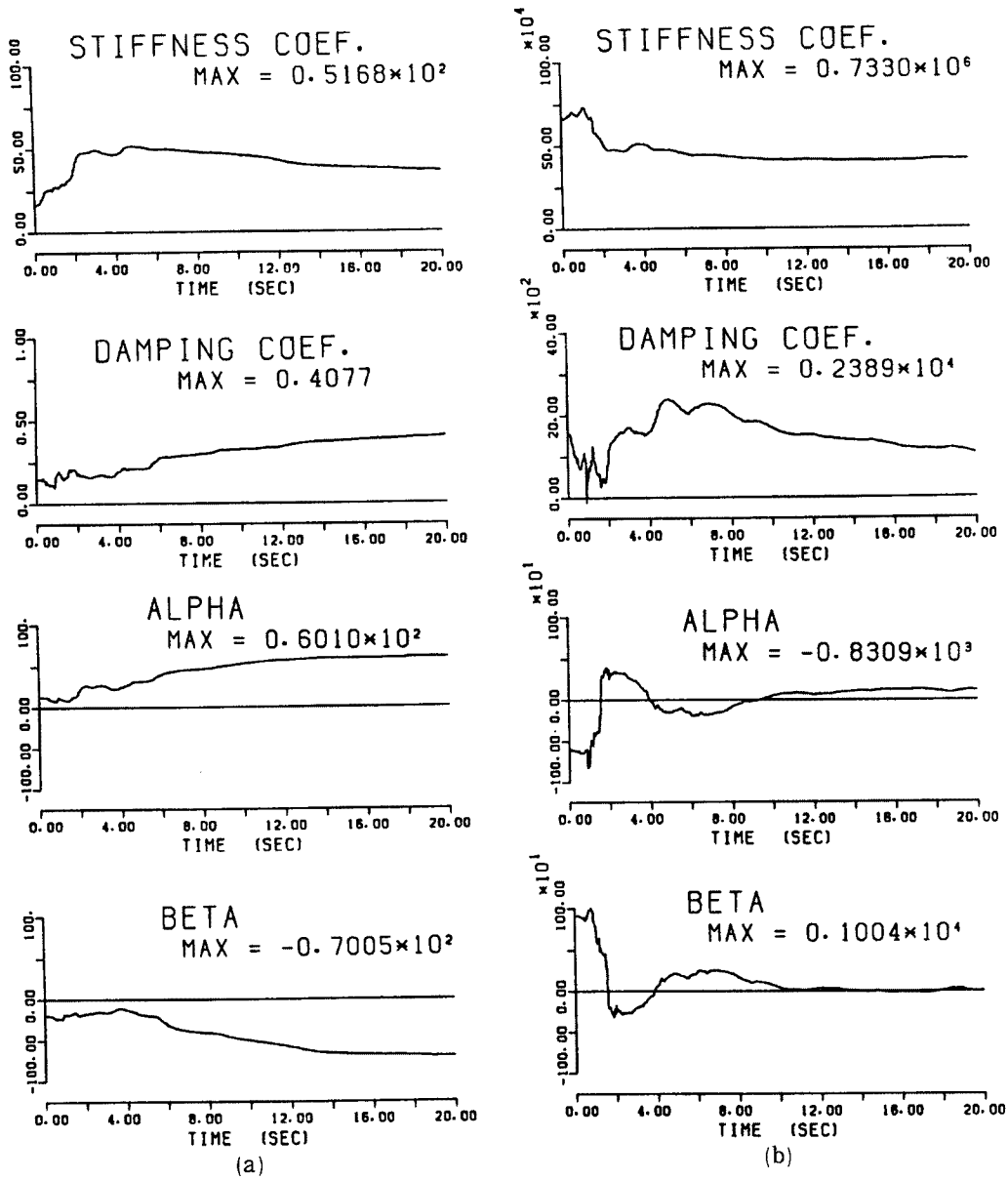


Fig. 11. Time history of identification for each model parameter.

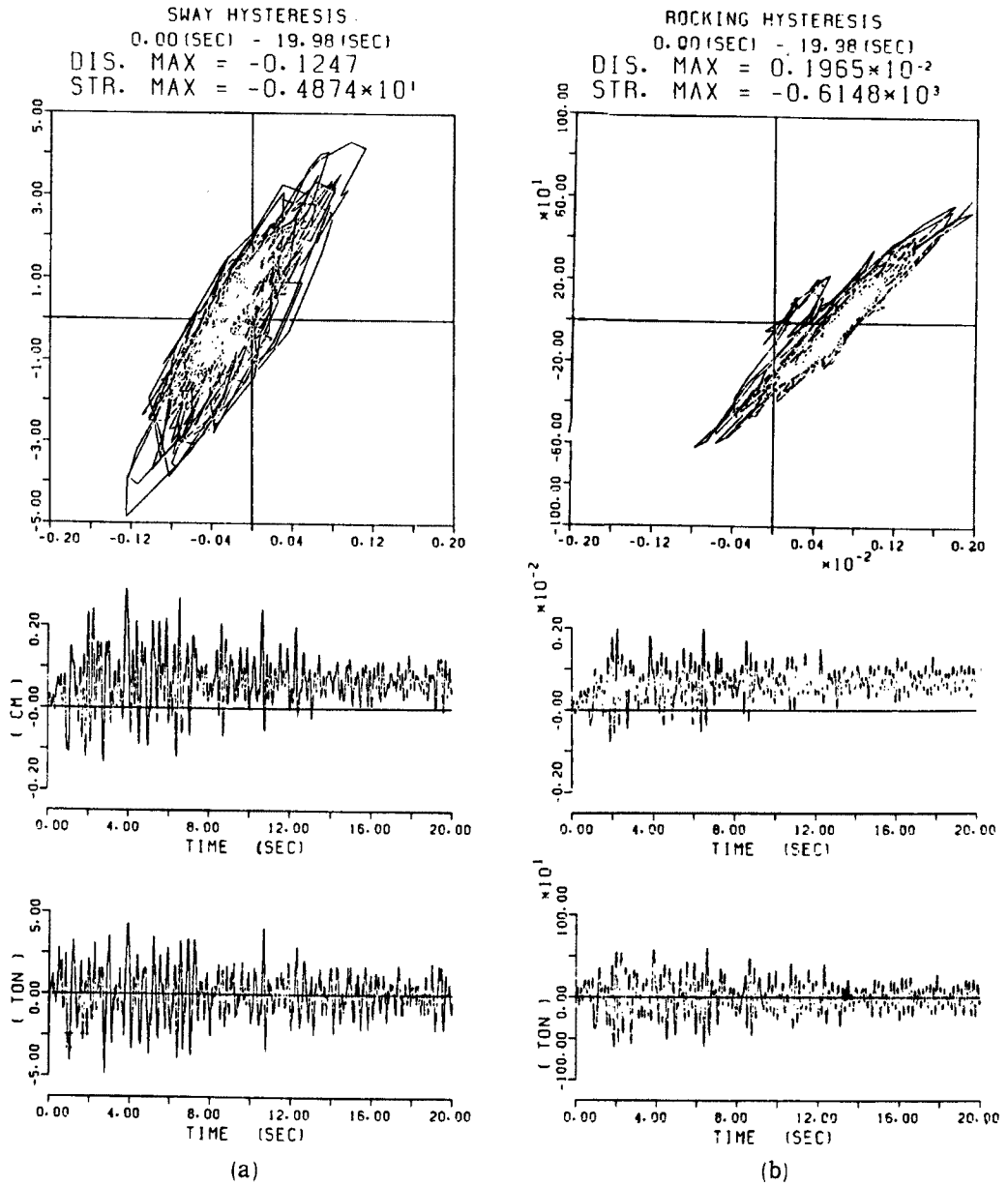


Fig. 12. (a) Observed hysteresis loop, displacement and restoring force (Sway, Taft 300 gal)
(b) Observed hysteresis loop, rotation and restoring moment (Rocking, Taft 300 gal).

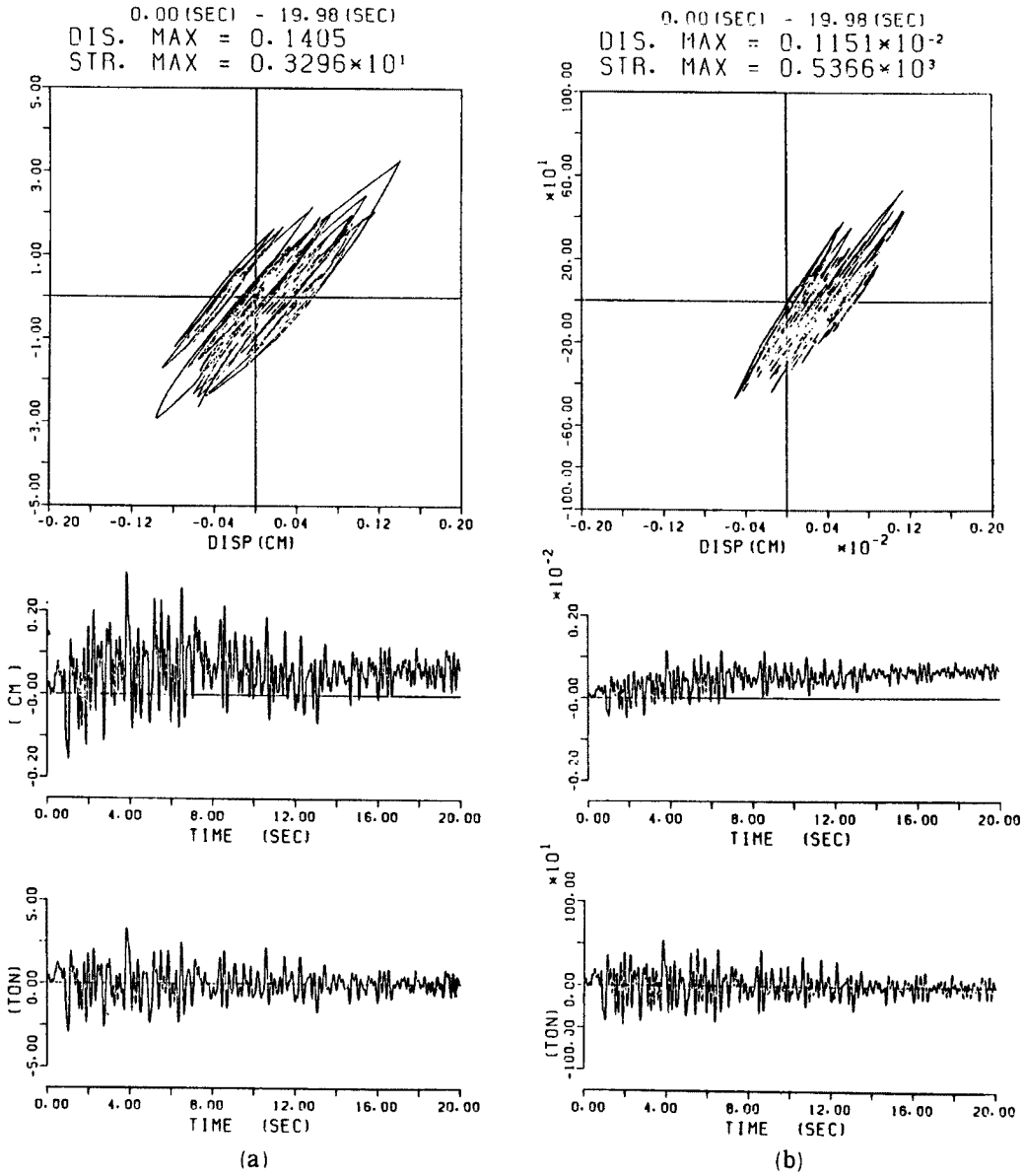


Fig. 13. (a) Identified hysteresis loop, displacement and restoring force (Sway, Taft 300 gal).
 (b) Identified hysteresis loop, rotation and restoring moment (Rocking, Taft 300 gal).

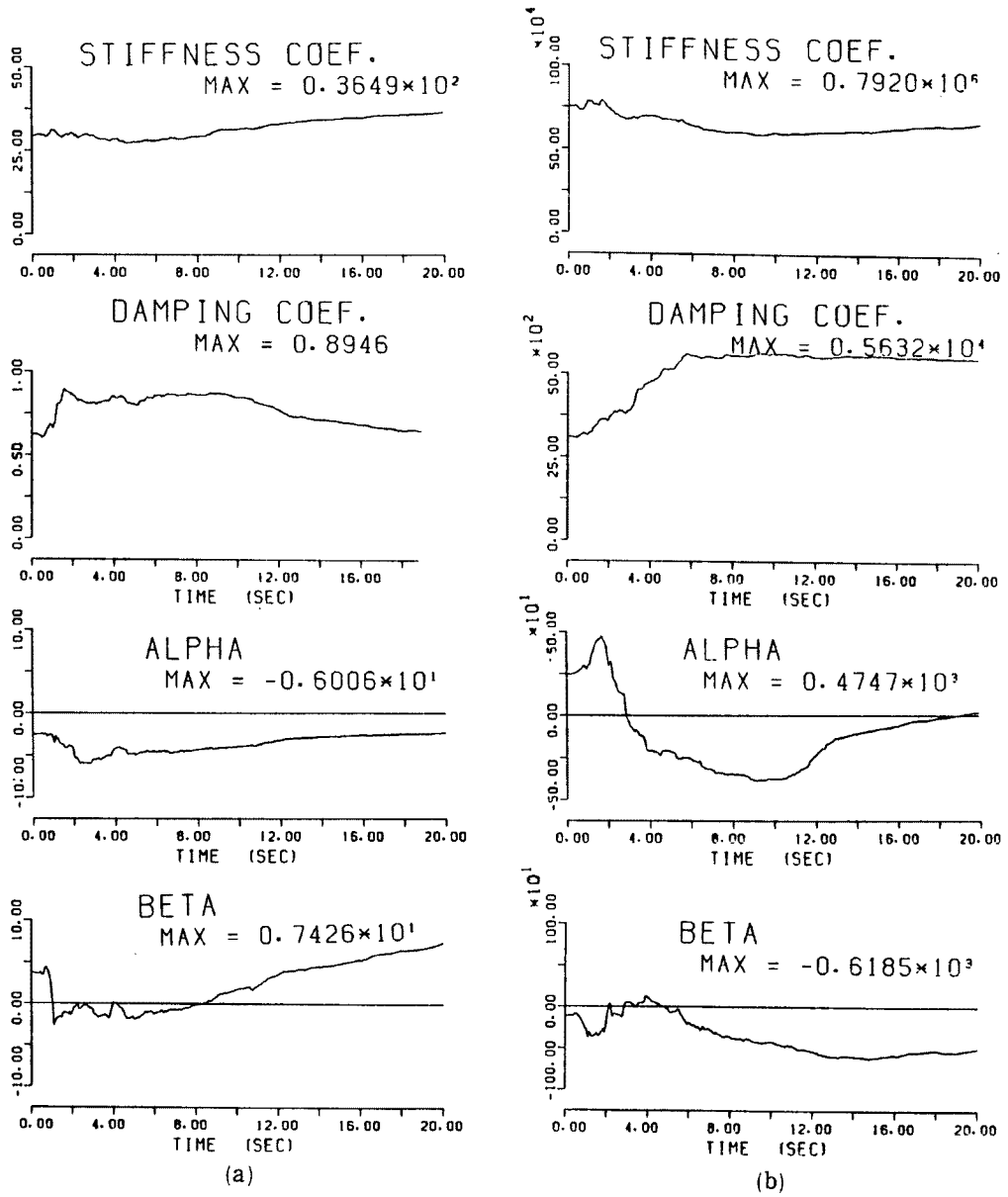


Fig.14. Time history of identification for each model parameter.

た値が約50であり、1.5倍程度の値として同定されている。Fig. 14 (a), (b)は同定された未知パラメータの経時変化を示したものである。

CASE 1, CASE 2とも、履歴形状からもわかるように観測された変位および復元力の振幅より同定された振幅の方が小さくなっている。ハイブリッド実験ではあるステップで反力を取り入れた後数値計算によって次のステップの応答変位を求め、これをアクチュエーターの目標変位として設定する。アクチュエーターはこの目標変位まで1回で直接移動するのではなく、ある時間刻みにしたがってオーバーシュートの有無を確認しながら繰り返し移動する。したがって、この繰り返しによる力や変位の擾乱が観測値に付加されるノイズとして影響してくると考えられる。

本解析ではこのノイズを観測ノイズの共分散 R として除去しているため、同定された振幅が観測値より小さめに出ている。また、CASE 1の並進ばねや、CASE 2の回転ばねで同定された履歴曲線の傾きが大きめに見積られたのは、それぞれFig. 11 (a), Fig. 14 (b)からわかるように β が負となる硬化型の履歴形状を示すためである。

5. 結 論

本研究では、実観測記録を用いて多自由度系の非線形復元力特性を同定した。本研究で行ったこと、および得られた成果は以下の通りである。

(1) EK-WGI法を用いて非線形2自由度系の数値シミュレーションに基づく同定を行った結果、これらの同定法が非線形多自由度問題に対しても有効であることを確認した。

(2) VERSATILE型の非線形復元力モデルは少数のパラメータで多様な復元力を表現できる。従来、地盤-構造物系のように物性の異なるものの復元力を同時に取り扱うような場合には、地盤と構造物の復元力をそれぞれ別々に考えていたが、このモデルを用いれば1つの復元力モデルで対応できる。

(3) VERSATILEモデルを用いて非線形2自由度系に対する定式化を行ったが、この際、復元力が観測される場合と観測されない場合で同定が可能なパラメータの種類が変わるため、2通りの定式化を行った。復元力が観測される場合、定式化2の同定法で剛性劣化をとらえることができ、しかも観測情報が多いため定式化1より同定精度が良好である。したがって、ハイブリッド実験のように復元力も観測される場合には定式化2による同定法が有効である。

(4) 地盤-基礎構造物系のハイブリッド実験で観測されたデータを用い、1質点2自由度系モデルにおける復元力特性の同定を試みた。その結果、カルマンフィルターによってノイズ成分が観測ノイズとして除去されるため、同定された変位応答あるいは復元力の振幅は観測データの振幅より幾分か小さめになる。また、硬化型の履歴形状として同定された場合には履歴曲線の傾きが大きめに見積られる可能性がある。

参 考 文 献

- 1) Beck, J. L. and P. C. Jennings: Structural identification using linear models and earthquake records, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, pp. 145-160, 1980.
 - 2) Mcverry, G. H.: Structural identification in the frequency domain from earthquake records, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, pp. 161-180, 1980.
 - 3) 土岐憲三・佐藤忠信・生木泰秀: 自己回帰・移動平均法による構造物の動的パラメータの推定, 京都大学防災研究所年報, 第21号B-2, pp. 57-68, 1978.
- 集, 第339号, pp. 59-67, カルマンフィルターを用いた各種振動系への応用, 土木学会論文報告集, 1983.

- 5) 星谷 勝・斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文集，第344号/I-1，pp. 289-298，1984.
- 6) Torkamani, M. and G.Hart: Building system identification using earthquake data, UCLA-ENG 7507, 1975.
- 7) Caravani, P., M.L. Watson and W.T. Thomson: Recursive least-squares time domain identification of structural parameters, Trans. ASME, Jour. Applied Mechanics, 1977.
- 8) Kawa, I. and H.D. Mcniven: Investigation of the elastic characteristics of a three-story steel structure using system identification, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, pp.433-445, 1982.
- 9) Distefano, N. and A. Rath: Sequential identification of hysteretic and viscous models in structural seismic dynamics, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 6, pp.219-232, 1975.
- 10) Jean-Guy Beliveau: Structural Identification during an Earthquake, Earthquake Conference, pp. 1-7, 1975.
- 11) F.E. Udawadia and Chin-po Kuot: Non-parametric identification of a class of non-linear close-coupled dynamic systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.9, pp.385-409, 1981.
- 12) 星谷 勝・丸山 収：非線形構造系の地震時挙動特性の同定，土木学会論文集，第384号/I-8，pp.397-405，1987.
- 13) Vi-Kwei Wen: Method for random vibration of hysteretic systems, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.102, No.2, pp.249-263, 1976.
- 14) Andrew H. Jazwinski: Stochastic processes and filtering theory, ACADEMIC PRESS, 1970.
- 15) Petter, J.E.: New statistical formulas, Instrumentation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, Space Guidance Memo 40, 1963.
- 16) Bellantoni, J.F., and Dodge, K.W.: Square root formulation of the Kalman-Schmidt filter, AIAA J. 5, pp.1309-1314, 1967.
- 17) Bierman, G.J.: Measurement updating using the U-D factorization, Automatica 12, pp. 375-382, 1986.
- 19) Bouc, R.,: Forced Vibration of Mechanical Systems with Hysteresis, Abstract, Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillation, Prague, Czechoslovakia, 1967.