

# 強震時における杭基礎構造物の非線形挙動

土岐 憲三・三浦 房紀・野口 雅之

## NON-LINEAR BEHAVIOR OF PILE FOUNDATION DURING STRONG EARTHQUAKE MOTION

By *Kenzo TOKI, Fusanori MIURA and Masayuki NOGUCHI*

### Synopsis

The paper deals with the non-linear behavior of pile foundation during strong earthquake motion. The finite element method considering dynamic separation and sliding at the contact surface between footing, piles and ground is adopted.

The influences of embedment of footing on the dynamic response of structures are examined. The effects of grouping of piles on the seismic response are discussed and compared with those of to static load.

The results indicate that the embedment of footing decreases the magnitude of responses, especially shear stress and bending moment of piles and that the dynamic response of group of piles increases for increasing of number of piles.

### 1. ま え が き

重要構造物の基礎としてはかつてはケーソンなどの剛な基礎が主として用いられ、杭は設計に際しては軸力で鉛直方向の荷重に対して抵抗する機能を期待されるにすぎず、そのため杭基礎の適用範囲も限定されていた。しかしながら、その後鋼管杭や H 形鋼杭が実用に供されるようになり、その曲げ剛性も杭の機能として考慮されることになった。また鋼杭の進歩と平行して RC 杭、PC 杭あるいは場所打ち杭も材料管理、施工技術の進歩を背景として著しい発展をとげており、特に振動公害が問題となる都市部では場所打ち杭が主流となりつつある。

このように杭基礎はかつての井筒、ケーソン工法に代って基礎工法の主流となりつつあり、多柱基礎工法や大型港湾構造物にみられるように、杭は単に上部工の重量を支持するためのものではなく、それ自身も大きな外力を受ける構造物の重要な構造要素としてとらえなければならない。

杭基礎はその周辺を地盤によって囲まれており、地盤との相互作用を抜きにしてその強度を論じることは意味をもたない。本来杭基礎は不静定構造物であり、これに地盤の特性を正当に評価すれば、杭基礎の強度計算は極めて複雑となる。さらに地震時の杭基礎の挙動あるいは安全性の評価に際しては、地盤との動的相互作用を考えねばならず、これが一層その解析を複雑なものとしている。

このような問題に対して従来より、

- (i) 地盤を弾性体と仮定して弾性波動論を杭-地盤系に適用する方法<sup>1-3)</sup>
- (ii) 杭-地盤系を、質点-ばね-ダッシュポット系に置き換える方法<sup>4)</sup>
- (iii) 有限要素法<sup>5-7)</sup>

等により杭の動特性を明らかにする試みが盛んに行なわれ、多くの知見が得られているが、それと同時に解決すべき多くの問題点も明らかにされてきている。そのような問題として、杭の動的な周面摩擦力の定量的な評価の問題、杭基礎構造物の応答や杭の応力に与えるフーチングの根入れの影響、あるいは動的な群杭効果の問題などが挙げられる。杭の周面摩擦力の定量的な評価の必要性は広く認められているにもかかわらず<sup>8)</sup>、

静的な荷重下での検討が行なわれているに止まり<sup>9),10)</sup>、地震時における杭の周面摩擦力に関する検討はほとんど行なわれていないのが現状であり、フーチング周面の動的な応力状態の把握もこれと同じ現状である。また群杭の効果を解明するために数多くの実験や理論解析が行なわれているが、群杭の低減率をはじめなお未解決の問題が残されている<sup>11),12)</sup>。

一方、著者らは既に構造物と地盤との接触面に Goodman によって提案されたジョイント要素<sup>13)</sup>を導入することにより、接触面上における動的な剝離や滑動現象を表現し得るとともに、この面上での応力算定を可能とする動的解析手法を提案している<sup>14)</sup>。本研究はこの解析手法を場所打ち杭を想定した杭基礎構造物の地震応答解析に適用し、上述の問題点を明らかにすることを試みたものである。まず、地震時における杭およびフーチング周面の応力状態を定量的に評価し、系の応答および杭の応力、曲げモーメントに及ぼすフーチングの根入れ効果について検討を行う。次に、地盤を弾性-完全塑性体と仮定することにより材料非線形性を導入して地盤の非線形挙動が系の応答や杭の応力に与える影響を調べる。そして群杭の地震応答解析を行うことにより動的な群杭効果と静的な群杭効果とを比較検討し、地震時における群杭基礎の問題点について言及し、最後に本研究で得られた成果ならびに問題点をまとめる。

## 2. 有限要素法による杭-地盤系の非線形震動解析法

### 2.1 杭-地盤系のモデル化

杭および地盤は連続体と考え、2次元アイソパラメトリック要素でモデル化する。杭は線形弾性体と仮定し、地盤についても基本的には線形弾性体として解析を行っているが、一部 2.2 で述べる通りの弾性-完全塑性体と地盤を仮定し、地盤の非線形性が杭-地盤系の地震応答特性に与える影響を調べている。

次に、杭と地盤との接触面には、Fig. 1 に示すジョイント要素を配列する。これによって、接触面における応力状態の定量的評価が可能となり、さらにこの面に引張力が作用した際には剝離現象を、降伏せん断応力以上のせん断応力が作用した際には滑動現象を考慮に入れた地震応答解析が可能となる。

Fig. 1 に示す局所座標  $(s, n)$  系におけるジョイント要素の剛性マトリックス  $[k]_{I, n}$  は次式で与えられる<sup>13)</sup>。

$$[k]_{I, n} = \frac{l}{4} \begin{pmatrix} k_s & 0 & k_n & 0 & -k_s & 0 & -k_n & 0 \\ 2k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_n \\ & k_s & 0 & -k_n & 0 & -k_n & 0 & \\ & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & 0 & \\ & & & k_s & 0 & k_s & 0 & \\ & & & & 2k_n & 0 & 0 & \\ Symmetric & & & & & k_s & 0 & \\ & & & & & & 2k_n & \end{pmatrix} \dots\dots(1)$$

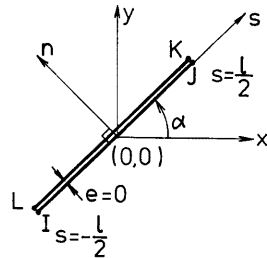


Fig. 1 Configuration of the joint element.

ここに、 $l$  はジョイント要素の長さであり、 $k_s$ 、 $k_n$  はそれぞれ Fig. 1 に示す  $s$  および  $n$  方向への接触面の相対運動に関するばね定数である。

本研究において仮定したジョイント要素に付与すべき構成関係を Fig. 2 に示す。Fig. 2(a) はジョイント面に対して垂直な方向 ( $n$  方向)、(b) はせん断方向 ( $s$  方向) におけるものである。垂直方向に関しては相対変位  $e_0$  が正 (剝離) の場合には力の伝達は行なわれず、 $e_0 < 0$  の場合にはばね定数  $k_n$  を介して構成関係は線形関係にあるものとする。せん断方向に関しては発生しているせん断応力の絶対値が降伏せん断応力  $|\tau_s|$  に達すると滑動を生じ、それ以下であれば線形関係にあるものとする。また、剝離が生じた場合には、せん断応力も伝達されない。ここで、降伏せん断応力  $\tau_s$  は Mohr-Coulomb の降伏条件に従うものとして次式で与える。

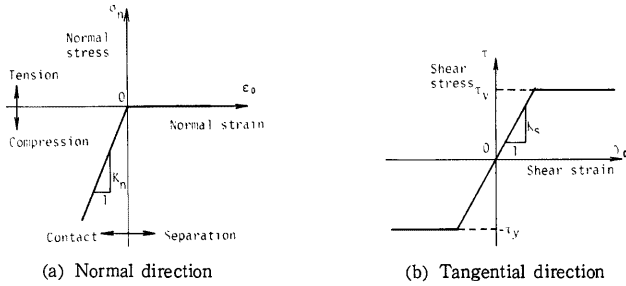


Fig. 2 Constitutive relations of the joint element

$$\left. \begin{aligned} \tau_j &= C_J - \sigma_n \tan \phi_J & \sigma_n \leq 0 & \text{ (圧縮状態)} \\ \tau_j &= 0 & \sigma_n > 0 & \text{ (剝離状態)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $C_J$ 、 $\phi_J$  はそれぞれジョイント要素の粘着力および摩擦角であり、 $\sigma_n$  は垂直応力である。なお、本研究では応力は全て引張りを正としている。

ここで、降伏せん断応力以下および圧縮時に対しては線形ばねを仮定しているが、これは接触面という、媒質が存在しない個所に弾性的な挙動を生ぜしめることであり、たとえば圧縮応力下では接触状態にある2つの媒質が互いに重なり合うという現実には生じ得ない現象を容認することになる。したがってこのような現象を極力小さく抑えるためには、ばね定数を数値解析上の不都合の生じない範囲内でできる限り大きくする必要があります。

2.2 地盤の非線形性の導入

本研究では、取扱いが容易であること、およびジョイント要素の構成関係との対応等を考慮し、弾性-完全塑性体として地盤の非線形性を仮定する。破壊条件も次式で与えられる Mohr-Coulomb の破壊条件を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \tau_j &= C \cos \phi - \sigma_m \sin \phi \\ \sigma_m &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\tau_j$  は降伏せん断応力、 $C$ 、 $\phi$  はそれぞれ土の粘着力および内部摩擦角であり、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_3$  はそれぞれ最大主応力、最小主応力である。

ここでは、荷重伝達法により非線形震動解析を行っているが、この手法は解析に際して弾性定数を終始一定の値として、応力状態が仮定した構成関係を満足するまで反復計算を各時間ステップにおいて行うものである。地盤の破壊形態としては、Fig. 3 に示す様に平均主応力  $\sigma_m$  の大きさによって、2通り考えられる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad \sigma_m \leq C \cot \phi & ; \text{ せん断破壊} \\ \text{(b)} \quad \sigma_m > C \cot \phi & ; \text{ へき開破壊} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である。(a)のせん断破壊の場合には、 $\sigma_m$  および主応力方向は不変であるとして Mohr の応力円が破壊線に接するまで、また(b)のへき開破壊の場合には Mohr の応力円が点 T に収縮するまで反復計算を行う。なお、反復計算法の詳細は文献 (15) を参照されたい。また、ジョイント要素についても同様に Fig. 2 に示す構成関係が満足されるまで反復計算を行っている。

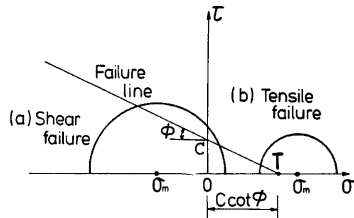


Fig. 3 Failure forms of soil

### 2.3 常時における応力状態 (初期応力状態)

一般の動的解析においては静的につり合った状態からの変動を問題とすればよいが、地盤の降伏や接触面での剝離や滑動といった非線形問題を扱う際には、重力に起因するところの地盤内あるいは接触面における応力を算定し、この応力状態を初期応力状態として外乱を受けるという過程を経る必要がある。

この初期応力は、地盤および杭基礎構造物の自重を次の式 (5) を用いて等価な節点外力  $\{f_0\}$  に置換して静的に問題を解くことにより求まる。

$$\{f_0\} = - \int_V [N]^T \{p\} dV \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $[N]$  は変位関数マトリックス、 $\{p\} = \{0, -\rho g\}^T$ 、 $\rho$  は密度、 $g$  は重力の加速度である。また  $T$  は転置を、 $\int_V \cdot dV$  は要素についての体積積分を意味する。

本研究では、現場の施工過程なども考慮して、次の2段階の過程を経て初期応力を算出している。

- (i) まず、地表面下の構造物 (杭、フーチング) にはその周辺地盤と同じ材料定数を付与し、地上の構造物の重量は考えずに応力を算出する。これは杭基礎構造物施工前の地盤内応力を算出することに対応する。
- (ii) 次に、(i) で求めた初期応力状態の下で、地表面下にある構造物と地盤との重量差、これと地上の構造物の重量との和を荷重として応力を算出し、これと(i)で求められている応力との和を初期応力とする。この第2段階は杭周辺地盤の応力が緩和されず、あるいは一時的に地表面下の構造物の施工に伴って応力が緩和されたとしても元に回復した後に、地表面上の構造物を施工することに対応すると考えられる。

## 3. 杭基礎構造物の地震応答特性に及ぼすフーチングの根入れの影響

### 3.1 解析モデル

ここでは、フーチングの根入れが杭基礎構造物の地震時挙動および杭の応力状態に及ぼす影響について検討を行う。このため以下のような4通りのモデルを想定する。

- (a) **モデル1** はフーチングが地表面下に根入れされている場合であり、根入れ効果としてはフーチング前面での抵抗および底面での摩擦抵抗の両方が期待される。ジョイント要素はフーチングと杭が地盤に接している面の全てに配置してある。
- (b) **モデル2** はフーチングが地表面上にある場合である。したがって、フーチングの前面抵抗はなく、底面における摩擦抵抗のみが期待されるモデルである。ただし、フーチングが地表面上に出ただけ杭長は**モデル1**に較べ8m長くなっている。これは次の**モデル3**も同様である。ジョイント要素はフーチング底面および杭と地盤が接している面に配置してある。
- (c) **モデル3** は**モデル2**と同じくフーチングが地表面上にある場合であるが、フーチング底面にあるジョイント要素には摩擦抵抗を持たせていない。すなわち、地上の構造物に作用する水平方向の地震力は全て杭で抵抗することになる。
- (d) **モデル4** は、**モデル1**と同様にフーチングが根入れされている場合であるが、前面抵抗を生じさせないためフーチング前面のジョイント要素を取り除き、ここではフーチングと地盤は全く独立な挙動を取り得るようにしてある。

以上4通りのモデルの設定条件を **Table 1** にまとめて示す。

一方、地盤に関しても表層を一層地盤とする場合および二層地盤とする場合の2通りのモデル化を行っている。一層地盤モデルの層厚は100m、せん断波速度は180m/sであり、二層地盤モデルの上層はそれぞれ48m、100m/s、下層はそれぞれ52m、300m/sである。これらの値は各々の地盤モデルの一次の固有振動数が一致するように定めたものである。

以上より、4通りのモデルのそれぞれに対して2通りの地盤構成を考えてるので計8通りの杭基礎構造物-地盤系のモデルをここでは扱うことになる。**Fig. 4**に二層地盤の場合の各モデルを示す。また**Fig. 5, 6**に各モデルの有限要素網を示す。また、**Table 2, 3**に各モデルの諸元を示す。なお、以下においては、

Table 1. Conditions of the models used in the analyses.

Model	1	2	3	4
Condition				
Position of the footing (Below or on the ground surface)	below	on	on	below
Normal resistance of the front wall of the footing	exist	not exist	not exist	exist
Shear resistance at the bottom of the footing	exist	exist	not exist	exist
Length of a pile (m)	48	56	56	48

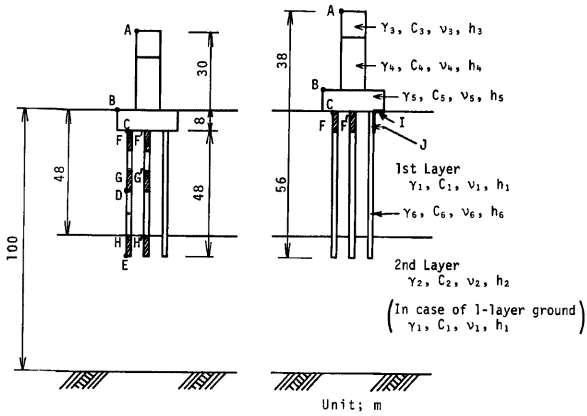


Fig. 4 General view of soil-pile-structure system.

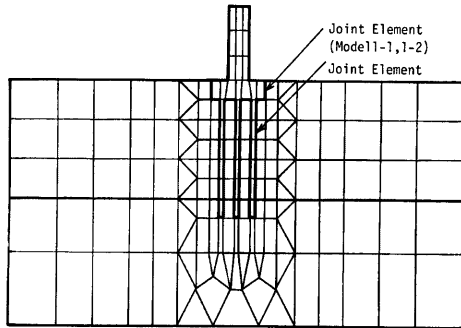


Fig. 5 Finite element mesh of Model 1-1, 1-2, 4-1, 4-2.

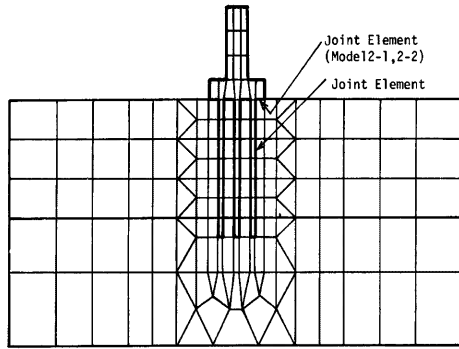


Fig. 6 Finite element mesh of Model 2-1, 2-2, 3-1, 3-2.

Table 2. Physical properties of 1-layer ground models.

	Unit weight $\gamma$ (tf/m <sup>3</sup> )	Shear wave velocity $C$ (m/sec)	Poisson's ratio $\nu$	Damping factor $h$
Ground	$\gamma_1=1.8$	$C_1=180$	$\nu_1=0.333$	$h_1=0.20$
Sub-structure	$\gamma_3=3.0$	$C_3=1600$	$\nu_3=0.167$	$h_3=0.05$
	$\gamma_4=2.4$	$C_4=1600$	$\nu_4=0.167$	$h_4=0.05$
Footing	$\gamma_5=2.4$	$C_5=1600$	$\nu_5=0.167$	$h_5=0.05$
Pile	$\gamma_6=2.4$	$C_6=1600$	$\nu_6=0.167$	$h_6=0.05$
Joint	Normal spring constant		$k_n=1,000,000$ tf/m <sup>3</sup>	
	Shear spring constant		$k_s=300,000$ tf/m <sup>3</sup>	
	Cohesion		$C_J=10$ tf/m <sup>2</sup>	
	Angle of friction		$\phi_J=30^\circ$	

Table 3. Physical properties of 2-layers ground models.

	Unit Weight $\gamma$ (tf/m <sup>3</sup> )	Shear wave velocity $C$ (m/sec)	Poisson's ratio $\nu$	Damping factor $h$
Ground	$\gamma_1=1.7$	$C_1=100$	$\nu_1=0.333$	$h_1=0.20$
	$\gamma_2=1.8$	$C_2=300$	$\nu_2=0.333$	$h_2=0.20$
Sub-structure	$\gamma_3=3.0$	$C_3=1600$	$\nu_3=0.167$	$h_3=0.05$
	$\gamma_4=2.4$	$C_4=1600$	$\nu_4=0.167$	$h_4=0.05$
Footing	$\gamma_5=2.4$	$C_5=1600$	$\nu_5=0.167$	$h_5=0.05$
Pile	$\gamma_6=2.4$	$C_6=1600$	$\nu_6=0.167$	$h_6=0.05$
Joint	Normal spring constant		$k_n=1,000,000$ tf/m <sup>3</sup>	
	Shear spring constant		$k_s=300,000$ tf/m <sup>3</sup>	
	Cohesion		$C_J=10$ tf/m <sup>2</sup>	
	Angle of friction		$\phi_J=30^\circ$	

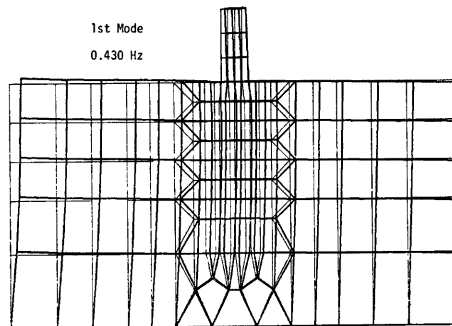
モデル1の地盤が一層からなるものを「モデル1-1」、二層からなるものを「モデル1-2」と呼び、他のモデルについても同様に呼ぶことにする。

まず各モデルの基本的な動特性を知るために、杭基礎と地盤との間にジョイント要素を配置しない線形モデルを用いて、フーチングが根入れされている場合（モデル1、4に対応）、フーチングが地上にある場合（モデル2、3に対応）について固有値解析を行って得られた固有振動数を Table 4 に示す。1次の振動形

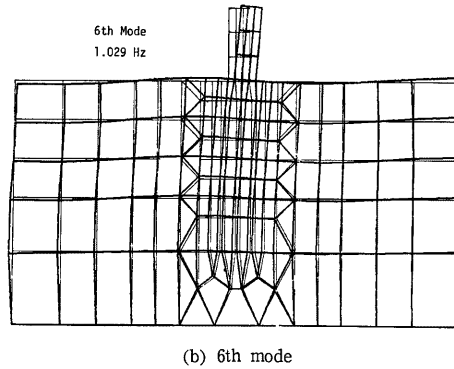
Table 4. Natural frequencies of the models (Hz).

Mode	Surface ground	1-layer		2-layers	
	Model	Model 1-1	Model 2-1	Model 1-2	Model 2-2
1		0.430	0.481	0.449	0.473
2		0.652	0.513	0.771	0.553
3		0.936	0.888	0.898	0.841
4		0.962	0.958	1.061	0.04
5		1.006	1.033	1.076	1.000
6		<b>1.029</b>	1.104	<b>1.106</b>	1.010
7		1.448	<b>1.119</b>	1.321	1.056
8		1.510	1.228	1.477	<b>1.202</b>

はいずれも地盤のせん断振動とともに基礎構造物並進運動が卓越したものである。基礎構造物の動揺運動が卓越する次数については Table 4 中に太字で示してある。Fig. 7 に、フーチングが根入れされ一層地盤からなるモデルの1次および6次の振動形を示す。他の場合についても振動形はほぼ同様である。



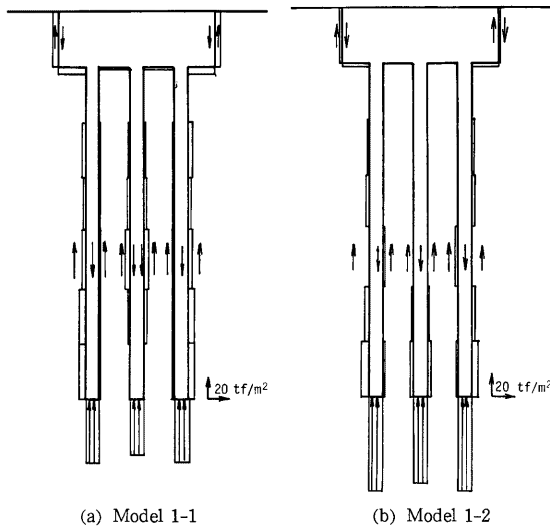
(a) 1st mode



(b) 6th mode  
Fig. 7 Mode shapes of Model 1-1.

### 3.2 杭基礎周面の初期応力状態

モデル1-1およびモデル1-2における鉛直方向に作用している静的な応力分布状態をそれぞれ Fig. 8 (a), (b) に示す。なお、この図には2.3で述べた初期応力算定の際の第(i)段階に生じる地盤の自重による応力を差し引いて図示してある。図から明らかなように、両モデルでの応力の分布状態には差異が認められる。モデル1-1では応力は杭の周面およびフーチング周面にはほぼ一様に分布しているのに対して、モデル1-2ではその大部分が杭先端に集中している。Table 5 および Table 6 はこの応力状態を分担荷重に換算し、併せて荷重分担率を算定したものであり、Table 5 がモデル1-1に、Table 6 がモデル1-2に対



(a) Model 1-1 (b) Model 1-2  
Fig. 8 Distribution of initial stresses along the contact surface.



Table 5. Initial force along the contact surface (Model 1-1).

		Sharing force (tf/m)	Sharing rate (%)		
Shear force	Footing	99.0	8	52	62
	Piles	530.7	44		
Normal force	Footing	124.1	10	48	
	Piles	456.6	38		
Total		1210.4	100		

Table 6. Initial force along the contact surface (Model 1-2).

		Sharing force (tf/m)	Sharing rate (%)		
Shear force	Footing	30.1	3	34	36
	Piles	337.9	31		
Normal force	Footing	22.7	2	66	
	Piles	697.4	64		
Total		1088.1	100		

するものである。ここで、鉛直力およびせん断力は Fig. 8 に示した応力に接触面の長さをかけたものであり単位奥行き当りの値である。これより以下のことがわかる。まず、一層地盤である **モデル 1-1** では杭先端での鉛直方向の荷重分担率は約38%であり、残り62%をフーチング周面と杭周面で受け持ち、摩擦杭的な機構となっていると考えられる。一方、二層地盤である **モデル 1-2** では、杭先端での鉛直力による分担率は64%となり、**モデル 1-1** の場合と分担率の大小関係が逆になっている。すなわち **モデル 1-2** は先端支持杭的な機構になっていると考えられ、他のモデルについてもこれと傾向は同様である。

### 3.3 杭およびフーチングによる震動荷重の分担特性

前項で述べた応力状態を初期条件として、El Centro (1940) 加速度記録の NS と UD の両成分を 3.1 に示した計 8 通りのモデルに対して入力する。その際、水平最大加速度を 200 gal に、鉛直成分に対してもこれと同じ割合に修正 (最大加速度 117 gal) したものをを用いている。

応答開始後約 4.5 秒経過した時に、**モデル 2-2** では約 0.2 秒間フーチング底面と地盤との間に (Fig. 4 の要素 I) 剝離現象が生じ、また杭と地盤の間にも杭頭付近 (Fig. 4 の要素 J) で滑動現象が生じている。**モデル 3-2** においても、同じ杭頭付近で滑動現象が生じている。しかしながら他のモデルについては剝離や滑動現象は認められない。

地盤内に深く根入れを有する杭基礎構造物の地震荷重に対する抵抗としては、一般に以下の分担成分が考えられる。まず鉛直方向に関しては、

- (a) 杭先端での垂直抵抗
- (b) 杭の周面摩擦抵抗
- (c) フーチング底面での垂直抵抗
- (d) フーチング側面での摩擦抵抗

また水平方向に関しては、以下の成分が考えられる。

- (e) 杭周面での垂直（水平）抵抗
- (f) 杭底面での摩擦抵抗
- (g) フーチング側面（振動方向に関して前面）での垂直抵抗
- (h) フーチング側面（振動方向に平行な面）での摩擦抵抗
- (i) フーチング底面での摩擦抵抗

本研究では問題を2次元平面ひずみ問題として扱っており、このため3次元モデルでなければ評価できない(h)に関してはここでは検討を行っていない。

- (1) 鉛直方向に対する地震荷重の分担特性

Fig. 9はモデル1-1およびモデル1-2のフーチングと杭の周面に生じる鉛直方向に作用する最大応力の分布を示した図であり、(a)はモデル1-1に、(b)はモデル1-2に対するものである。フーチング底面、杭先端に関しては接触面上の動的な垂直応力、またフーチング側面、杭周面に関しては接触面上のせん断応力がこれに対応している。(a)、(b)両図を比較すると、一層地盤からなるモデル1-1では杭先端の荷重分担は小さく、杭周面のせん断力もほぼ一様に分布しているのに対して、モデル1-2では杭先端での荷重分担は大きく、またせん断力も杭先端の方へ集中していることが判る。

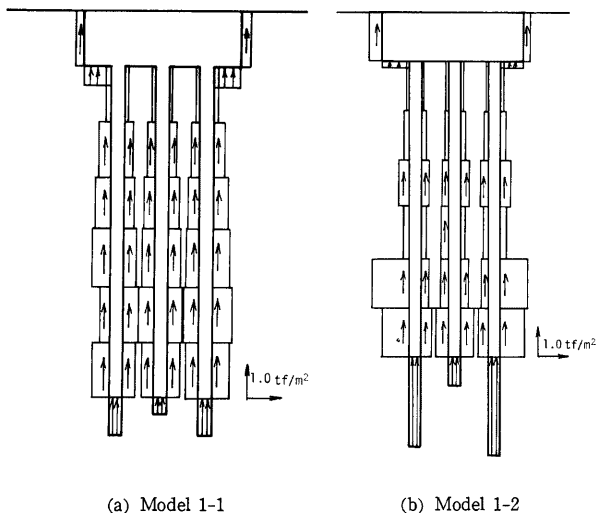


Fig. 9 Distribution of dynamic stresses along the contact surface.

さて、この応力にジョイント要素の長さを掛けて単位奥行当りの力に換算し、これをフーチングのせん断力、垂直力、杭のせん断力、垂直力ごとの百分率で8通りのモデルについて示したものがFig. 10である。鉛直方向の力を考える場合、根入れによってフーチング側面に生じるせん断力の寄与が考えられるが、モデル1-1、モデル1-2とも4~6%足らずであり、これによるフーチングの根入れ効果はほとんど期待できないことが判る。また、この図より根入れの有無にかかわらずフーチングの分担率は一層地盤の場合で10%程度、二層地盤の場合で2~7%程度とほぼ一定であり大きくない。地震荷重の大部分は杭の周面摩擦力

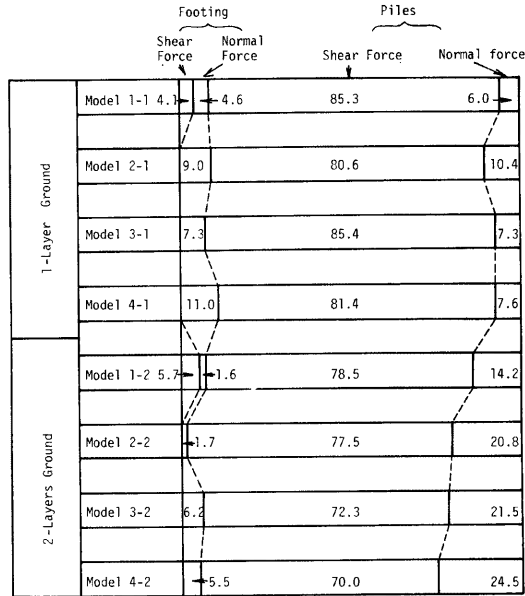


Fig. 10 Sharing rate of seismic force (vertical direction).

で分担されており、一層地盤モデルの場合で80～85%、二層地盤モデルで70～80%にもなる。

ここで、フーチングと杭周面の分担率を合計すると、一層地盤の場合で約90%、二層地盤で約74～80%となる。残りの約10%および15～25%を杭先端で分担しているわけであるが、3.2で初期応力について算定した荷重分担率の38%、64%に比べこの値は極めて小さな値となっている。

杭基礎の設計に際しては動的な荷重を静的な荷重に置き換えて杭先端での鉛直力を算出し、これと地盤の支持力との比から安全率を定めるわけであるが、ここで明らかにされたように動的な荷重下ではそのほとんどがフーチングと杭の周面摩擦力によって受け持たれており、杭先端における鉛直力の増加は小さいものであることを考えると、安全率を算定する際に動的な荷重を静的な荷重に置き換えることは杭先端での鉛直力を過大に評価することになる。すなわち、各種の設計基準、設計指針<sup>18)</sup>は常時および地震時のそれぞれの場合について杭の支持力が確保すべき安全率を定めているが、杭の断面形状が地震時の安全率によって決定されるような場合には過度な安全率を見込んでいることになる。したがってここで行ったように、動的な荷重下での杭およびフーチング周面の応力状態を詳細に検討することにより、より合理的な杭基礎の設計が可能となるものと考えられる<sup>17)</sup>。

#### (2) 水平方向に対する地震荷重の分担特性

Fig. 11 は、Fig. 10 と同様に杭とフーチング周面に生じる応力のうち、水平方向に作用するものを単位奥行当りの力に換算したのち、百分率で8通りのモデルについて示したものである。まず、モデル1-1、モデル1-2ともにフーチング前面での抵抗による分担率は約20%存在するが、フーチング底面における摩擦抵抗の分担率は1～2%と極めて小さい。これはフーチングおよび杭の運動につれて地盤も同様に運動するためと考えられる。また、フーチングが根入れされていない場合には底面での摩擦抵抗による荷重分担率

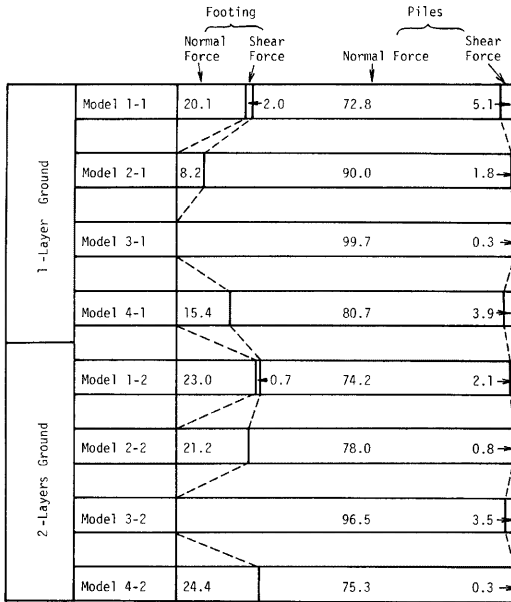


Fig. 11 Sharing rate of seismic force (horizontal direction).

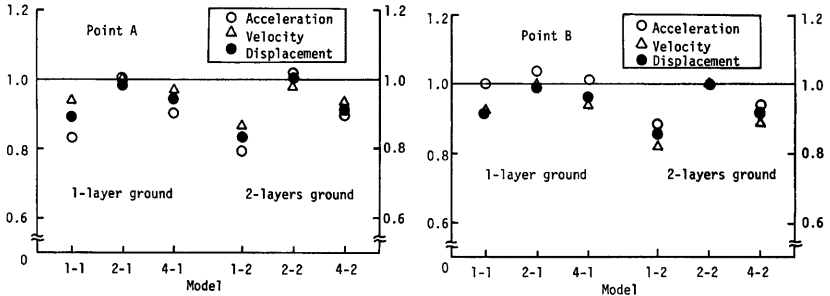
は根入れされている場合のフーチング前面でのその半分からはほぼ同程度のものとなっている。しかしながら、後述するように、加速度、速度、変位応答や杭の応力には、フーチング底面での摩擦抵抗を考えた場合と考えない場合との間にはほとんど差異はなく、フーチング底面の摩擦抵抗の系の応答に及ぼす影響は小さいものと考えられる。

次に、杭径の大きいものに対しては、水平抵抗に杭先端での摩擦も考慮する必要があるとの指摘があり<sup>18)</sup>、実際本研究によっても数%の分担率が存在するが、この程度のものであれば杭底面での水平摩擦抵抗は考慮する必要はないと考えてよからう。

3.4 杭基礎構造物の加速度、速度、変位応答に及ぼすフーチングの根入れの影響

ここでは杭基礎構造物の最大加速度、速度、変位応答量を比較検討し、フーチングの根入れがこれらの応答量に与える影響を調べる。

Fig. 12 は各モデルでの最大応答量を、一層地盤の場合はモデル3-1の応答量で、二層地盤の場合はモデル3-2の応答量で正規化して示したものである。このモデル3-1とモデル3-2はフーチングの前面抵抗および底面での摩擦抵抗のいずれをも考慮に入れていないモデルである。図(a)は基礎構造物天端(Fig. 4の点A)における値であり、図(b)はフーチング上の一点(点B)における値である。水平加速度の比を○印で、水平速度の比を△印で、水平変位の比を●印で示してある。これより、フーチングが根入れされているモデル1-1およびモデル1-2に関しては一層地盤の場合のフーチングでの速度応答を除いてはほぼ10~20%程度の応答量の低下が認められる。これは、フーチングの根入れ効果として制振効果が期待できることを示唆するものである。次に、モデル4-1、モデル4-2をみると、この場合フーチングの根入れは無いにもかかわらず5~10%程度の応答量の低下が認められる。これは前項で検討したように、フーチング底面での摩擦抵抗による水平方向の荷重分担率がそれぞれ15、25%程度と比較的大きいことも関係がありそうで



(a) Point A; Top of the substructure (b) Point B; On the footing  
 Fig. 12 Maximum response values normalized by those of Model 3-1 or 3-2.

あるが、モデル 2-1 およびモデル 2-2 に関してはフーチングの底面における水平荷重の分担率はそれぞれ 8, 20%程度あるにもかかわらず、ここに示すように応答量の低下は認められず、フーチング底面における摩擦抵抗と制振効果との関係は明確でない。

Table 7 に杭頭、杭の中間点、杭先端の水平変位も含めて各点における最大応答量をまとめておく。

Table 7. Maximum response values.

Position	Item	Model							
		1-1	2-1	3-1	4-1	1-2	2-2	3-2	4-2
Point A	Acceleration (gal)	105	127	126	112	183	235	230	201
	Velocity (kine)	47	50	50	48	50	57	58	51
	Displacement (cm)	13.4	14.9	15.0	14.1	17.3	20.6	20.7	18.3
Point B	Acceleration (gal)	87	91	87	88	107	122	121	111
	Velocity (kine)	40	43	43	41	37	45	45	38
	Displacement (cm)	11.2	12.0	12.1	11.5	12.7	14.7	14.7	13.1
Point C	Displacement (cm)	10.7	11.4	11.4	10.9	11.6	13.3	13.3	11.9
Point D		8.4	9.0	9.0	8.4	6.3	8.0	8.0	6.3
Point E		5.7	5.6	5.6	5.7	2.2	2.2	2.2	2.2

3.5 杭の動的応力に及ぼすフーチングの根入れの影響

Fig. 13 は杭頭要素 (Fig. 4 の要素 F) における動的な応力の最大値を、Fig. 12 と同様の一層地盤の場合にはモデル 3-1 の応力で、二層地盤の場合にはモデル 3-2 で正規化して示したものである。ここでは杭軸方向の応力 (曲げ圧縮応力)  $\sigma_y$  およびこれと直角な水平面に生じるせん断応力  $\tau_{xy}$  について検討を行う。 $\sigma_y$  を○印、 $\tau_{xy}$  を▲印で示してある。これよりフーチングが根入れされて、前面での抵抗と底面における摩擦抵抗の

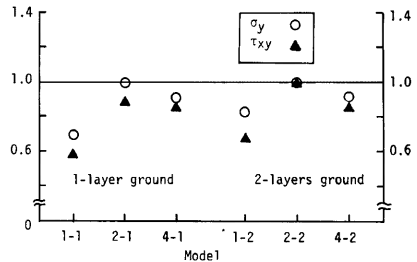


Fig. 13. Maximum response stresses at the pile head normalized by those of Model 3-1 or 3-2.

両方が働くモデル1-1とモデル1-2の応力の低下が著しいことがわかる。特にその傾向は曲げ圧縮応力  $\sigma_c$  よりもせん断応力  $\tau_{xy}$  に対して顕著であり、モデル1-1ではほぼ半減している。モデル4-1、モデル4-2についても応力の低下がみられるが、約10%程度であり、モデル2-1、モデル2-2においてはほとんど応力の低下がみられず、以上のことを勘案するとフーチング前面での抵抗は杭の応力低下に大きく影響を及ぼすが、フーチング底面における摩擦抵抗はこれに対してあまり影響を及ぼさないと考えられる。

3.6 杭の曲げモーメントに及ぼす影響

ここではフーチングの根入れが杭の曲げモーメントに及ぼす影響を調べる。これまで用いてきたモデルで

は杭の曲げモーメントは算定できないので、新たに Fig.14 に示すように、杭を2列の要素でモデル化したものを用いて以下のように曲げモーメントを算出する。

Fig.15 に示す2つの要素の中心にお

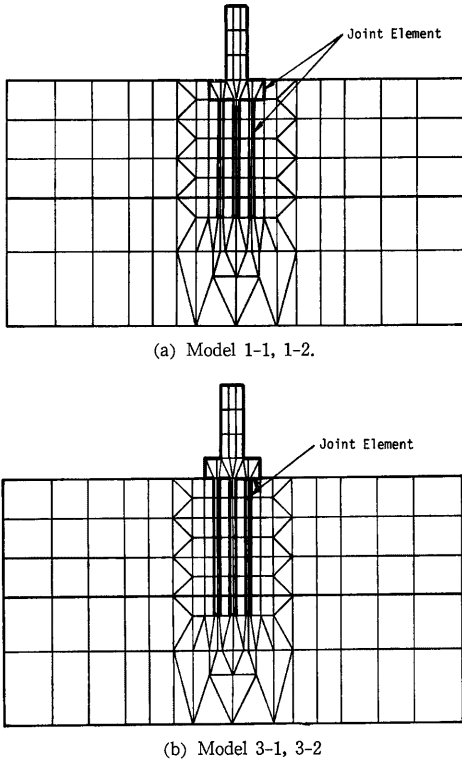


Fig.14. Finite element mesh of the models used to estimate the bending moment.

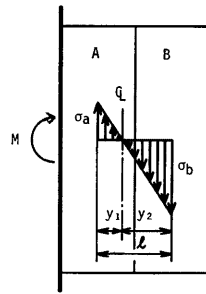


Fig.15. Relationship between bending moment  $M$  and normal stresses  $\sigma_a$  and  $\sigma_b$ .

ける杭軸方向の応力  $\sigma_a$  と  $\sigma_b$  は曲げモーメント  $M$  と次式の関係にある。

$$\sigma_a = -\frac{M}{I}y_1, \quad \sigma_b = \frac{M}{I}y_2 \quad \dots\dots(6)$$

これと  $y_1+y_2=l$  なる関係を用いて、曲げモーメントは次式で与えられる。

$$M = \frac{I}{l} (-\sigma_a + \sigma_b) \quad \dots\dots(7)$$

ここに、 $I$ ；杭の断面2次モーメント、

$l$ ；要素の中心点間の距離である。

Fig.16, Fig.17 は杭の最大曲げモーメントの分布を示したものである。Fig.16 は地盤が二層からなる場合、Fig.17 は一層からなる場合であり、それぞれ (a) はフーチングが根入れされている場合、(モデル1-1, モデル1-2)、(b) はフーチングによる抵抗を全く考えない場合(モデル3-1, モデル3-2)である。二層地盤でのモーメント分布を示した Fig.16 (a), (b) を比較するとフーチングの根入れを有するモデル1-2の曲げモーメントは根入れのないモデル3-2のそれに比較して半分以下となっており、これは

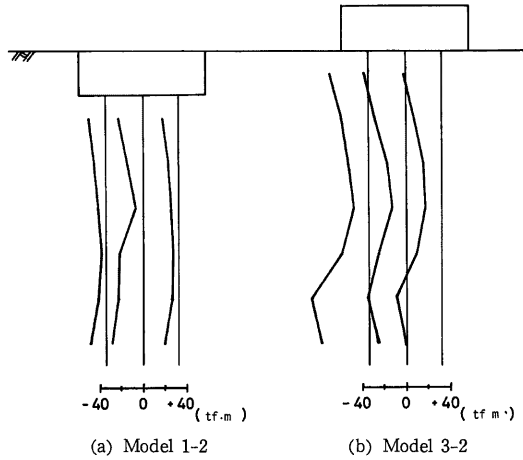


Fig. 16. Distribution of maximum bending moment.

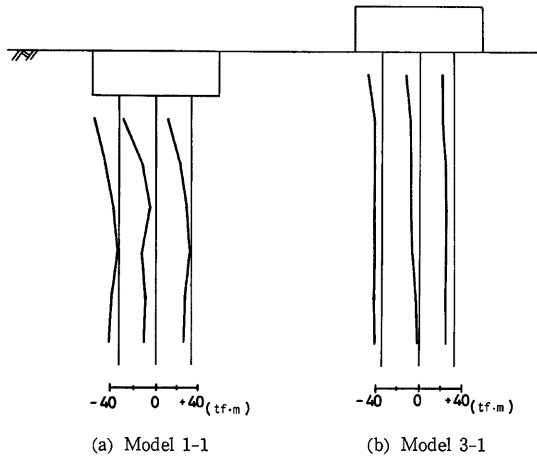


Fig. 17. Distribution of maximum bending moment.

曲げモーメントに及ぼすフーチングの根入れ効果と考えられよう。しかしながら Fig. 17 から明らかなように必ずしもフーチングの根入れによって曲げモーメントの低下が認められない場合の存在することもある。

なお、二層地盤においては、杭頭付近の他に、地盤の上層と下層との境界においても大きな曲げモーメントが生じていることに留意を要する。

以上、本章においては地震荷重のフーチングおよび杭による分担特性を調べ、さらに杭基礎構造物の加速度、速度、変位、および杭の応力、曲げモーメント等の応答量に対してフーチングの根入れ効果という観点

から考察を加えて来た。その結果、フーチングの根入れ効果として、制振効果、杭の応力、曲げモーメントの低減効果が認められること、また、フーチング前面での水平抵抗がこれらに対して支配的であることも明らかとなったが、一層地盤におけるモーメントのような例外もあり、一般的な結論を得るためには、さらに多くの検討を行なう必要がある。

#### 4. 杭基礎構造物の応答に及ぼす地盤の非線形性の影響

##### 4.1 解析モデル

本研究のように対象とする構造物が大規模となり、また強震時における挙動を対象とする場合には、変形量も大きくなり、構造物と地盤との間の接触面における剝離や滑動現象の生じる可能性だけでなく、地盤の非線形挙動の可能性も考える必要がある。ここでは2.2で述べたように、地盤を弾性-完全塑性体と仮定して地盤の非線形性が杭基礎構造物の応答に及ぼす影響について考察する。このため、Fig.18に示すところの斜線部に非線形地盤を用いたモデルを想定し、これと線形地盤からなるモデル1-2に対する応答結果に対して比較検討を行う。地盤材料としては粘着力  $C=0 \text{ tf/m}^2$ 、内部摩擦角  $\phi=35^\circ$  の砂質土を想定している。また接触面における強度定数も、砂とモルタルの接触面の強度に関する実験<sup>19)</sup>から得られた結果を用いて  $C_f=0 \text{ tf/m}^2$ 、 $\phi_f=30^\circ$  としている。入力加速度は振幅を修正していない El Centro (1940) のNS, UD の両成分 (NS成分; 最大340 gal, UD成分; 209 gal) を用いている。

##### 4.2 応答量に及ぼす地盤の非線形性の影響

応答解析の結果、フーチング側方の地盤要素 (Fig.18の要素 K, L) においてせん断降伏が認められた。Fig.19に要素 K におけるせん断応力  $\tau_{xy}$  とせん断ひずみ  $\gamma_{xy}$  の履歴曲線を示す。これより塑性ひずみ量はあまり大きいものではないことがわかる。

Table 8 に Fig. 4 に示す点 A~E における最大応答加速度、速度、変位を線形地盤モデルと非線形地盤モデルについて示す。また、Fig. 20 はこれより線形地盤モデルにおける各応答量を非線形地盤モデルの各応答量で正規化して示したものである。図から明らかなように、これらの比はいずれも 1.0 以上であり、地盤を線形弾性体と仮定することは系の応答量を大きく評価する可能性があることがわかる。速度に関してはほとんどこの傾向は認められないが、加速度、変位の順に顕著になる傾向がみられる。変位に関してはこの量は構造物先端 (点 A) で約25%、フーチング (点 B) で約17%、杭頭 (点 C) で約13%

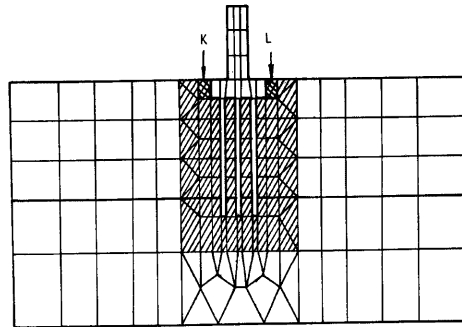


Fig. 18. Finite element mesh of non-linear ground model.

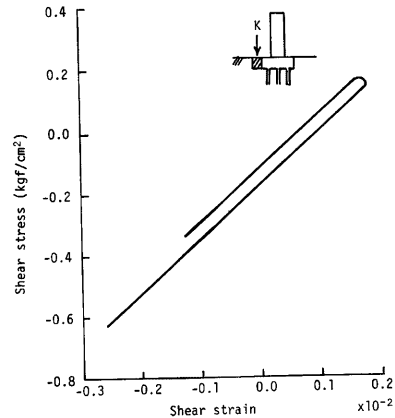


Fig. 19. Hysteresis curve of  $\tau_{xy}$ - $\gamma_{xy}$  of element K.



Table 8. Maximum response values.

Position	Item	Linear ground model	Non-linear ground model
Point A	Acceleration (gal)	314	296
	Velocity (kine)	88	88
	Displacement (cm)	30.3	24.4
Point B	Acceleration (gal)	157	145
	Velocity (kine)	66	66
	Displacement (cm)	22.1	18.9
Point C		20.2	17.9
Point D	Displacement (cm)	10.7	10.1
Point E		3.8	3.8

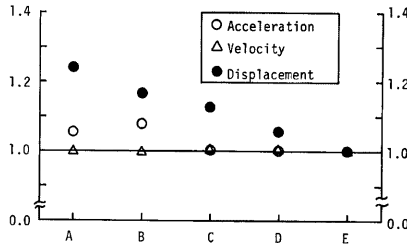


Fig. 20. Maximum response values of linear ground model normalized by those of non-linear ground model.

である。

次に Table 9 は杭の異なる点、すなわち Fig. 4 に示す杭頭の要素 F, F', 杭の中間にある要素 G, G' および杭先端の要素 H, H' の中心点における杭軸方向の応力（杭の曲げ圧縮応力） $\sigma_y$  とせん断応力  $\tau_{xy}$  の動的な最大応力を示したものである。また Fig. 21 は Fig. 20 と同様に非線形地盤モデルの応答量で正規化して示したものである。これより杭の曲げ圧縮応力  $\sigma_y$  はほとんど地盤の線形、非線形性に影響されない

Table 9. Maximum dynamic stresses in the pile (kgf/cm<sup>2</sup>).

Point	Pile Ground conditon stress	Left pile		Center pile	
		Linear ground	Non-linear ground	Linear ground	Non-linear ground
Pile head (Element F, F')	$\sigma_y$	36.60	36.50	23.20	23.10
	$\tau_{xy}$	6.64	5.92	5.40	4.35
Middle of the pile (Element G, G')	$\sigma_y$	41.60	41.50	20.80	20.80
	$\tau_{xy}$	5.38	5.37	4.60	4.36
Pile tip (Element H, H')	$\sigma_y$	38.60	38.40	14.80	14.80
	$\tau_{xy}$	2.78	2.75	2.77	2.75

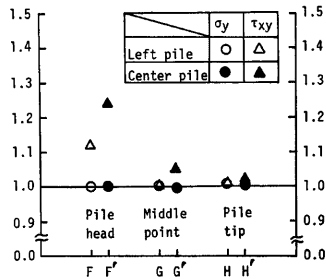


Fig.21. Maximum response stresses of the pile of linear grouping model normalized by those of non-linear ground model.

が、せん断応力  $\tau_{xy}$  にはその影響は明らかに認められ、線形地盤での応答量の方が大きく、その割合は変位応答に対して得られたものと同程度である。

なお、入力加速度振幅を修正 (NS 成分; 200 gal, UD 成分; 117 gal) して応答計算を行っているが、この場合には地盤の降伏は生じることなく、したがって線形地盤モデルと非線形地盤モデルは当然同じ応答となっている。

## 5. 地震応答特性における群杭効果

### 5.1 解析モデル

ここでは単杭および群杭モデルの応答解析を行い、その結果を比較検討することによって群杭の動特性を明らかにする。このため、これまでに用いたモデルの他にも群杭のモデルを設ける。Fig. 22 に杭が5本からなる群杭モデルの有限要素網を示す。図中、No. 1～No. 5 は杭の番号であり、以下においてはこれを各々の杭の呼称とする。フーチング底面と地盤との接触面にジョイント要素を配列し、これによって、この面では剝離、滑動現象を考慮に入れたモデル化を行っている。

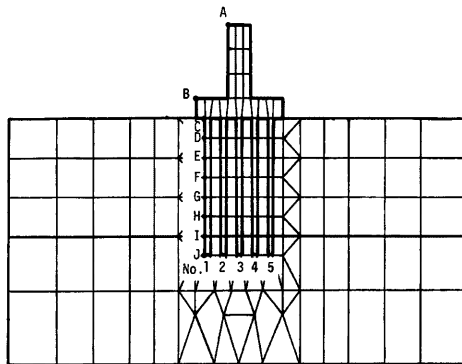


Fig.22. Finite element mesh of the soil-piles-structure system.

単杭モデルおよび杭が2本からなるモデルにおいてもこれと同じ有限要素網を用いるが、単杭の場合には **No. 3** だけに、2本杭の場合には **No. 1** と **No. 5** だけに杭の材料定数を与え、他については地盤と同じ材料定数を与えて解析に供している。以下、単杭モデルを**モデルG 1**、2本杭のモデルを**モデルG 2**、5本杭のモデルを**モデルG 5**と呼ぶことにする。地盤は二層からなる場合を考えている。

## 5.2 群杭の応答量に関する検討

3章と同様に最大加速度をそれぞれ200 gal, 117 gal に修正した El Centro (1940) の NS と UD 成分の同時入力に対する**モデルG 1**、**モデルG 2**、**モデルG 5**の応答結果を **Fig. 23** に示す。図は (a) から順に水平方向の最大加速度、速度、変位応答であり、記号 **A**～**J** は **Fig. 22** に示してある各点を意味する。

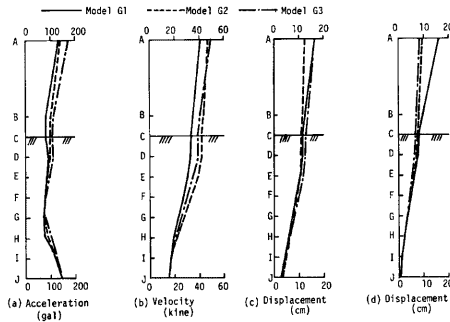


Fig. 23. Comparison of maximum response values between Model G1, Model G2 and Model G5.

これらの3つのモデルの挙動を鉛直方向の運動も考慮に入れて検討した結果、**モデルG 1**は動揺運動が卓越し、**モデルG 2**は並進運動が卓越し、**モデルG 5**は動揺運動の傾向はみられるがほぼ**モデルG 2**と同様の並進運動の卓越した運動をしていることが明らかとなった。図 (e) の変位応答の分布図からもこの傾向がうかがえる。この図で特に注目すべき点は、杭が5本ある**モデルG 5**は必ずしも杭が2本である**モデルG 2**に比べ応答量が小さくないという点である。加速度と変位に関しては、杭の本数の多い**モデルG 5**の方が**モデルG 2**より基礎構造物天端(点A)で約30%、杭頭(点C)で約15%大きな応答量となっている。また杭が1本である**モデルG 1**の応答量は加速度、速度では**モデルG 2**および**モデルG 5**よりも小さく、変位についても**モデルG 5**より小さい値となっている。すなわち、杭の本数が多いことは応答量の低減をもたらさずむしろ逆に増加をもたらす傾向にあることがわかる。

同図 (d) は、震度が0.2に相当する水平荷重をフーチングと基礎構造物の重心に静的に作用させた際の水平変位を示したものである。この図から明らかなように、静的な荷重に対する応答量は**モデルG 5**が最小で、**モデルG 1**が最大となり、杭の本数の少ない方が応答量は大きいものとなっている。そしてこの傾向は地震時における応答量とは逆の傾向となっている。

そこで、杭頭における最大応答変位量を用いて群杭効率を算定し、これによって地震時における群杭特性を静的な場合と比較検討する。群杭効率の定義にはいくつかあるが、よく用いられるものに次の2つがある<sup>8)</sup>。

(i) 水平支持力に対する群杭効果

$$e = \frac{P'}{P_0} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $e$ ：群杭効率、 $p_0$ ：一定変位に対する単杭の水平支持力、 $p'$ ：群杭の水平支持力を杭の本数で除した値である。

(ii) 変位に対する群杭効果

$$e = \frac{y_0}{y'} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $y_0$ ：一定外力に対する単杭の変位、 $y'$ ：「一定外力×杭の本数」なる外力に対する群杭の変位である。しかしながら本研究では一定外力に対する単杭および群杭の変位を求めているため、上の2式を直接適用できない。そこで、ここでは次式を便宜的に用いて群杭効率に対する検討を行う。

$$e' = \frac{y_0}{ny_0} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $n$ ：群杭の杭の本数、 $y_0$ ：一定外力に対する群杭の変位である。この定義によれば、群杭の各々の杭が完全に独立に荷重に対して抵抗している場合は  $e'=1$  となり、その逆に群杭としての機能を全く発揮することなく、全体で単杭と同じだけの抵抗能しか有しない場合には  $e'=1/n$  となる。そして、一般には  $e'$  はこの中間の値にあると考えられる。なおこの定義による結果は系が線形系であれば式(9)で与えられる結果と同じものとなる。

Table 10 に上記の3通りのモデルの杭頭における水平変位をまとめて示す。表には正弦波 (1 Hz, 200 gal) をフーチングと基礎構造物に入力した場合の応答変位も示してある。そして Table 11 にこの値を用いて求めた群杭効率  $e'$  を示す。表には併せて  $1/n$  の値も示してある。これより静的な荷重下においては  $e'$  の値はそれぞれ 0.537, 0.237 であり、0.5 および 0.2 に近い値ではあるが、いずれも 0.5 および 0.2 以上あり群杭としての効果、すなわち、一定外力下において単杭よりも変形量が小さくなる効果は認められる。しかしながら動的な荷重下においては  $e$  の値はそれぞれ 0.5, 1.2 よりも小さい値となっている。すなわち、静的な外力下においては地盤は静止しており、このため各々の杭に対して地盤は抵抗するので群杭としての制振効果は期待し得るのに対して、動的な外力下においては地盤も杭と一緒に運動しており、このため単杭、群杭にかかわらず地盤からの抵抗は大差なくなり群杭としての制振効果は期待できなくなるものと考えられる。さらには、むしろ質量の大きい群杭の方が慣性力が大きく、これも一因となって群杭の応答量が大きくなったものとも考えられる。しかしながら、このような現象に関してはまだ1例が示されたに過

Table 10. Maximum horizontal response displacement at the pile head (cm).

Force Model	Seismic (El Centro)	Sinusoidal (1 Hz)	Static
Model G1	10.1	2.55	7.93
Model G2	11.3	2.95	7.39
Model G5	12.7	2.68	6.70

Table 11. Comparison of effects of group of piles between in case of dynamic analyses and in case of static analyses.

Force Case	Seismic (El Centro)	Sinusoidal (1 Hz)	Static	1/n
Model G1/Model G2	0.447	0.432	0.537	0.500
Model G1/Model G5	0.159	0.190	0.237	0.200

きずももっと多くの場合についての検討が必要である。いずれにせよ、地震時の群杭効果と静的な外力に対する群杭効果は本質的に異なることが示されたわけであり、設計に当っては地震時の群杭効果に対して十分な考慮を要することを、ここでの解析結果は示唆しているといえよう。

## 6. 結 論

本研究は、杭およびフーチングと地盤との接触面にジョイント要素を配列した杭基礎構造物-地盤系のモデルを想定し、これに対して接触面における滑動、剝離現象をも考慮に入れた地震応答解析を行い、フーチングの根入れ効果、動的な群杭効果等について検討を行ったものである。本研究により得られた成果は以下の通りである。

- 1) 地震時における杭の周面摩擦係数およびフーチングによる鉛直方向の荷重分担率は、静的な鉛直荷重に対する分担率の40~60%という値に比べて高く、フーチングが根入れされている場合には85~95%にも達することが明らかとなった。これは杭およびフーチングの周面での力を定量的に詳細に検討することによって、より合理的で経済的な断面形状を有する杭基礎の設計が可能であることを示唆するものと思われる。
- 2) フーチングを根入れすることにより、杭基礎構造物の各部での加速度、速度、変位応答に対して10~20%、杭の応力、特にせん断応力および曲げモーメントに対して場合によっては40%程度の応答量の低減が認められた。このようにフーチングの根入れ効果として制振効果が期待され、この効果に対してはフーチングの前面での水平抵抗が支配的であることが明らかとなった。
- 3) 地盤の材料非線形性を考慮に入れて、修正を施さない El Centro 地震波形に対して地震応答解析を行ったところ、フーチング前面の地盤にせん断降伏が認められ、この結果、基礎構造物各部位における応答量の低下、並びに杭の応力低下が認められた。しかしながら水平最大加速度振幅を 200 gal に修正した加速度入力に対しては地盤の降伏は認められなかった。
- 4) 静的な外力および地震外力、正弦波による動的な外力に対して群杭効果に関する検討を行った結果、静的な外力に対しては単杭より群杭の変形量が小さくなる現象は認められたが、動的な外力に対しては逆に群杭の変形量が単杭のそれより大きく、静的な場合とは全く逆の結果が得られた。すなわちこれは地震時の群杭特性と静的な外力に対する群杭のそれとは本質的に異なることを意味し、したがって設計に際しては地震時における群杭効果に対して十分な考慮を払う必要のあることを示唆するものと考えられる。

一方、今後に残された問題点として次のようなことが考えられる。まず、本研究で入力として用いた地震波は El Centro (1940) の NS と UD 成分だけであり、ここで得られた結果はこの地震波の特性を必然的に反映するものである。したがって、さらに一般的な結論を得るには異なる特性をもつ地震波に対しても解析を行う必要がある。

次に杭の挙動は本来3次元的なものであるが、本研究では2次元平面ひずみ問題として取り扱っている。したがって地下連続壁のような構造物に対してはここで提案した手法は直接適用できるが、杭構造物を対象とする場合にはより現実の挙動を表現し得るモデル化の工夫をさらに行う必要がある。

## 参 考 文 献

- 1) Kuhlemeyer, R. L. : Vertical Vibration of Piles, GT2, ASCE, Feb, 1979, pp. 273-287.
- 2) Satter, M. A. : Dynamic Behavior of Partially Embedded Pile, GT7, ASCE, Jul., 1976.
- 3) Novak, M. : Dynamic Stiffness and Damping of Piles, CAN, GEOTECH. J., Vol. 11, 1974, pp. 574-598.
- 4) Penz en, J., Scheffey, C. F. and Parmelee, R. A. : Seismic Analysis of Bridges on Long Piles, EM3, ASCE, Vol. 90, 1964, pp. 223-254.
- 5) 吉田修：多柱基礎の設計法に関する一考察，第11回土質工学研究発表会，1973，pp. 969-972.
- 6) 長岡弘明，吉田映，榎原昭：鋼管矢板井筒の有限要素振動解析と野外実験結果との比較，土木学会論

- 文報告集, 第254号, 1976, pp. 61-72.
- 7) Randolph, M. F. and Wroth, C. P.: Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles GT12, ASCE, Dec, 1978, pp. 1465-1488.
  - 8) 脇田英治: 水平力を受ける群杭基礎の二次元有限要素法による解析, 土と基礎, Sep., 1979, pp. 35-42.
  - 9) 伊勢田哲也, 棚橋由彦, 樋口敏昭: 壁面摩擦を考慮した FEM 解析, 第14回土質工学研究発表会, 1979, pp. 989-992.
  - 10) 山下清, 伴野松次郎, 吉田悦郎: 摩擦杭基礎による地中増加応力の解析例, 第14回土質工学研究発表会, 1979, pp. 777-780.
  - 11) 吉田巖, 多田浩彦, 山根哲雄: 多柱基礎の群ぐい効果について, 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, 1972, pp. 403~406.
  - 12) 多賀直恒, 富樫豊: 混合体 FEM による群杭地盤の基本動特性, 第13回土質工学研究発表会, 1978, pp. 1077~1080.
  - 13) Goodman, R. E.: Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks, West publishing Company, ch. 8, 1976, pp. 300~368.
  - 14) 土岐憲三, 佐藤忠信, 三浦房紀: 強震時における地盤と構造物の間の剝離と滑動, 土木学会論文報告集, 第302号, 1980, pp. 31~41.
  - 15) 土岐憲三, 三浦房紀: 地盤-構造物系の非線形地震応答解析, 土木学会論文報告集, 第317号, 1982.
  - 16) 島田安正: 土木構造物の基礎, 選び方と設計, 鹿島出版会, 1977, pp. 80-81.
  - 17) 野口雅之, 土岐憲三, 三浦房紀: 強震時における杭基礎の鉛直支持力と周面摩擦力, 土木学会第35回年次学術講演会講演概要集, 1980, pp. 458-459.
  - 18) 浅沼秀弥: 道路橋示方書(IV下部構造編)の問題点と今後の方向, 土木技術資料, Vol. 22, No. 5, 1980, pp. 12~14.
  - 19) 土岐憲三, 三浦房紀, 石川佳秀: 構造物の動的滑動現象における摩擦特性, 土木学会関西支部年次学術講演概要, 1981, 1-53.