

# 河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について

中川 博次・辻本 哲郎・矢田 篤

## ON RELATION BETWEEN BED CONFIGURATION AND SEDIMENT TRANSPORT AND DEFORMATION PROCESS OF SAND WAVES

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO and Atsushi YADA*

### Synopsis

In this study, bed form response to change of water discharge was investigated experimentally and consequently, it was noticed that such an alluvial process was to depend much upon the geometrical properties of bed forms and their distribution. Therefore, the relationship between bed configuration and sediment transport was investigated by an experiment for two-dimensional scour and the geometrical properties of individual waves of sand waves were inspected based on bed profile data.

Next, using some techniques in the theory of stochastic process, the distributions of the scale of sand waves were discussed. And in the last part of this paper, a model to describe the collapse process of sand waves due to suddenly decreasing of water discharge has been derived and was verified by the experimental results.

### 1. 概 論

移動床では水流、流砂、河床形状が緊密に作用し合い様々な水理現象が出現するが、これらの相互作用の複雑さのために従来の研究におけるこれらの取り扱いはいわゆる個別的になりがちで、流砂機構の面からみて合理的に、かつ移動床問題という点から体系的に扱うことを試みた例は少ない。これに鑑み、本研究ではとくに流砂特性と河床変形特性の間の相互関係に注目し、移動床過程の体系的記述を狙ったものであり、現象としては流量変化に対する河床波の変形過程を扱った。

まず、移動床実験水路において流量を三段階に変化させた場合の河床形状の変化を詳しく調べその特徴を把握した。なお本研究では主に掃流過程に主眼をおいており水理条件もいわゆる lower regime (とくに dune beds) に限った。

次にこのようなある程度発達した河床波では砂粒運動が河床形状に強く規制されていることに注目し、二次元洗掘実験を行なって、このような状況が移動床現象では必然的に出現するものであることを確認した。

さらに dune bed で個々の河床波の形状特性量を調べ、結局 dunes など河床波の形成された水路では、その後の移動床過程は河床波のスケールの分布によって支配されていると考えられることを示した。したがって、次に河床波のスケールの分布性状について不規則変動過程の零交叉問題を基礎とした確率過程論的な検討を行ない、適切と考えられる分布形を提案した。

こうした実験的、理論的背景のもとに流量変化に対する河床形状の応答において現象が特徴的な流量急減後の河床波の崩壊過程をモデル化し、そのモデル化の手順に沿って実験結果との比較検証を行なった。

すなわち、本研究では掃流過程という点から観て、いわゆる平衡平坦河床でのそれと Fig. 1 に示す対応のもとに現象を説明しようとしているわけで、平衡平坦河床と理論展開の面では同型式をとり、そのパラ



メータを河床形状で代用できるということを主張している。もっともこうした dune bed での砂粒運動のパラメータである形状特性を個々の砂粒運動の力学機構や河床波上の流れの機構から解明することが必要であり、これらは今後の研究課題としたい。

## 2. 流量急変に対する河床形状の応答性状に関する実験的考察

### 2.1 実験方法

実験は長さ 9m, 幅 33cm のアクリル製側壁を有する鋼製勾配可変水路 (Fig. 2 参照) で行なわれ、水路全長のうち中央部 7.5m の区間は厚さ 7cm の移動床とし、その上・下流部は固定床粗面に仕上げられている。下流端には採砂箱、上流端には自動給砂装置が設置され、前者で測定された流砂量に応じて給砂が行なわれ、移動床部の平均河床高が実験中を通じて変化しないように注意した。

実験は水路の上流端のバルブ (Fig. 2 参照) の調節によって流量を三段階  $Q_1, Q_2, Q_3$  ( $Q_2 > Q_1$ ) に変化させ

	Flat Beds	Dune Beds
系の構成要素	砂粒	砂粒 (河床波の個々の波)
構成要素の挙動を要するパラメータ	$P_s, A$	$P_s, A$ ( $U_w/L, L$ )
構成要素の挙動の特徴	不規則性	不規則性
構成要素の挙動を支配する主要因	流体力変動	不規則河床形状
特性長	砂粒スケール	河床波長のスケール
特性時間	$\sim \delta T (\sigma/\rho - 1)g$	$\sim L/U_w$
パラメータの推定	力学的なモデルを介在	(1) 河床形状特性で代用 (2) 流れ, 流砂機構の検討
		

Stochastic Model' の組立

分散	着目砂粒群の分散性状	着目砂粒群の分散性状
輸送現象	流砂量	流砂量
「非平衡状態」の出現	<ul style="list-style-type: none"> <li>初期の砂面不規則性の形成過程</li> <li>Armor Coat の形成・仮ばの過程 etc.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>初期 flat bed からの河床波の成長過程</li> <li>流量急減後の河床波の変形過程 etc.</li> </ul>

非平衡状況の持続 → 境界形状 (条件) の変化

Fig. 1. Comparison between sediment transport on flat bed and one on dune bed.

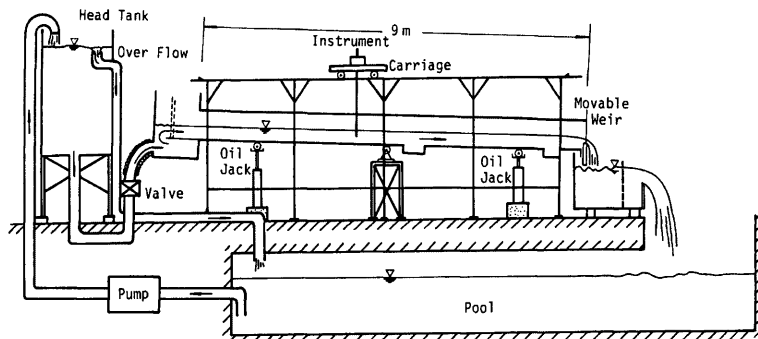


Fig. 2. Experimental flume.

て行ない、各流量での通水中をそれぞれ Run 1, 2, 3 と呼び、いずれも従来の実験<sup>1)</sup>等を参考に充分な時間通水した。また、水路下流端の堰は Run 1 での河床の平衡状態ではほぼ等流状態が得られるように予備実験をもとに調節してある。

実験砂としては中央粒径 ( $d$ ) が 0.068cm, 比重 ( $\sigma/\rho$ ) が 2.60 の自然砂を用い、実験条件はほぼ dunes の領域 ( $Re_* > 20, Re_* = u_* d / \nu$ : 砂粒 Reynolds 数,  $u_*$ : 摩擦速度,  $\nu$ : 流体の動粘性係数) に限られた。その実験条件は Table 1 および Table 2 に示され、Table 1 には第 3 章で河床波の個々の波の特性を調べるの

Table 1. Experimental conditions (a).

Case	I	Run	h(cm)	U(cm/sec)	Fr	$u_*$ (cm/sec)	$Re_*$	$\tau_*$	h/d	$q_B$ ( $cm^2/sec$ )	$q_{B*}$
2	0.0033	1	5.38	43.3	0.597	4.19	28.5	0.160	79.1	0.066	0.093
		2	9.58	60.9	0.629	5.59	38.0	0.285	134.5	0.206	0.289
		3	5.32	42.3	0.585	4.17	28.4	0.158	75.7	0.066	0.093
3	0.0033	1	5.12	41.4	0.585	4.09	27.8	0.152	75.2	0.065	0.092
		2	9.13	63.3	0.669	5.46	37.1	0.271	134.2	0.213	0.299
		3	5.41	43.9	0.602	4.20	28.6	0.161	79.5	0.065	0.091
4	0.0033	1	4.99	41.8	0.598	4.04	27.5	0.148	73.3	0.066	0.093
		2	9.36	57.6	0.601	5.53	37.6	0.278	137.6	0.245	0.344
		3	5.34	43.7	0.605	4.18	28.4	0.159	78.5	0.068	0.095
11	0.0020	1	6.35	40.6	0.515	3.53	24.0	0.133	93.4	0.038	0.059
		2	8.43	47.7	0.525	4.06	27.6	0.150	124.0	0.120	0.168
		3	6.47	39.4	0.495	3.56	24.2	0.115	95.2	0.048	0.067
12	0.0020	1	6.28	41.1	0.524	3.51	23.9	0.112	92.4	0.040	0.057
		2	8.32	49.3	0.546	4.04	27.5	0.148	122.4	0.120	0.168
		3	6.29	41.9	0.533	3.51	23.9	0.112	92.5	0.041	0.057

Table 2. Experimental conditions (b).

Case	I	Run	h(cm)	U(cm/sec)	Fr	$u_*$ (cm/sec)	$Re_*$	$\tau_*$	h/d	$q_B$ ( $cm^2/sec$ )	$q_{B*}$
5	0.0033	1	4.25	39.1	0.605	3.73	25.4	0.126	62.5	0.045	0.063
		2	8.64	61.0	0.663	5.31	36.1	0.257	127.1	0.121	0.290
		3	4.22	41.8	0.650	3.71	25.3	0.125	62.1	0.043	0.061
6	0.0033	1	4.37	39.3	0.601	3.78	25.7	0.129	64.3	0.042	0.059
		2	8.65	60.6	0.658	5.32	36.2	0.257	127.2	0.203	0.285
		3	4.50	42.6	0.642	3.83	26.1	0.134	66.2	0.040	0.057
7	0.0033	1	4.42	36.1	0.549	3.80	25.8	0.131	65.0	0.037	0.053
		2	9.10	56.2	0.595	5.45	37.1	0.270	133.8	0.212	0.297
		3	4.93	38.2	0.549	4.01	27.3	0.146	72.5	0.038	0.053
8	0.0033	1	4.70	35.7	0.526	3.92	26.6	0.140	69.1	0.016	0.023
		2	9.72	55.6	0.569	5.63	38.3	0.289	142.9	0.261	0.366
		3	4.98	36.3	0.524	4.03	27.4	0.148	73.2	0.013	0.018
9	0.0020	1	6.28	40.8	0.521	3.51	23.9	0.112	92.4	0.047	0.066
		2	10.19	56.3	0.563	4.47	30.4	0.182	149.9	0.235	0.330
		3	6.29	40.5	0.515	3.51	23.9	0.112	92.5	0.039	0.054
10	0.0020	1	6.37	40.2	0.509	3.53	24.0	0.114	93.7	0.044	0.062
		2	10.38	53.3	0.529	4.51	30.7	0.185	152.7	0.247	0.318
		3	6.32	40.6	0.517	3.52	23.9	0.113	92.9	0.040	0.056
13	0.0020	1	4.76	34.2	0.500	3.05	20.8	0.085	70.0	0.005	0.006
		2	6.54	40.4	0.592	3.58	24.3	0.117	96.2	0.040	0.057
		3	4.75	33.7	0.494	3.05	20.8	0.085	69.9	0.005	0.006
14	0.0020	1	4.43	32.4	0.492	2.95	20.0	0.079	65.2	0.005	0.006
		2	8.36	48.9	0.540	4.05	27.5	0.149	122.9	0.114	0.160
		3	4.47	32.5	0.490	2.96	20.1	0.080	65.7	0.004	0.006
15	0.00125	1	5.70	25.8	0.345	2.64	18.0	0.064	83.8	0.003	0.004
		2	9.46	43.8	0.455	3.40	23.2	0.105	139.1	0.057	0.080
		3	5.85	24.5	0.323	2.68	18.2	0.065	86.0	0.002	0.003
16	0.00125	1	7.70	38.3	0.441	3.07	20.9	0.086	113.2	0.025	0.035
		2	10.85	48.0	0.466	3.65	24.8	0.121	159.6	0.128	0.180
		3	7.80	38.3	0.438	3.09	21.0	0.087	114.7	0.024	0.034

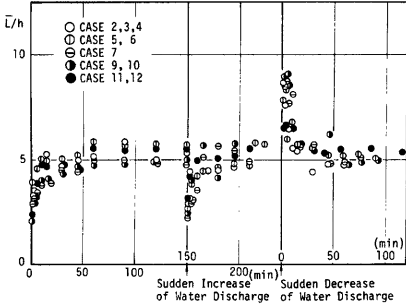


Fig. 3. Temporal variation of wave length due to change of water discharge.

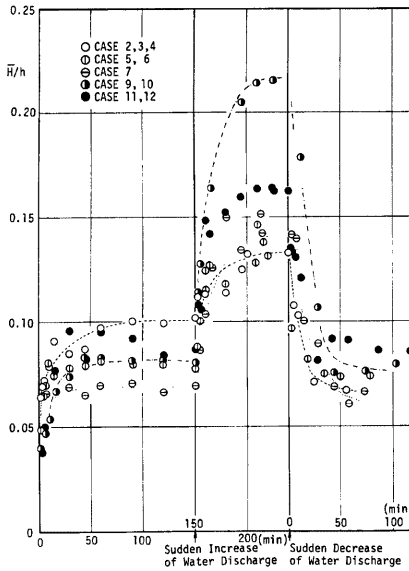


Fig. 4. Temporal variation of wave height due to change of water discharge.

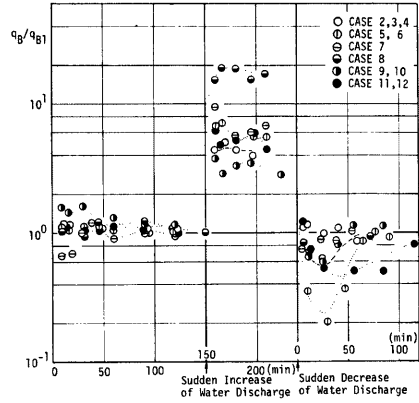


Fig. 5. Temporal variation of sediment transport rate due to change of water discharge.

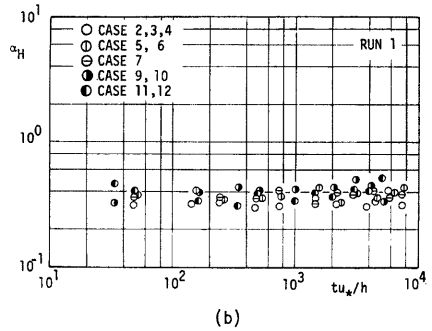
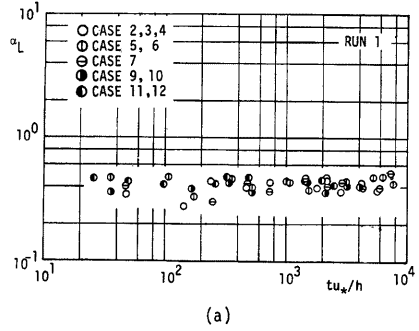


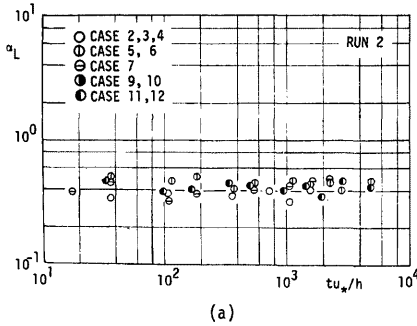
Fig. 6. Variation coefficients of wave length and wave height (RUN 1).

にも用いたものを分けて掲げた。なお、これらのうち Case 13~16 の実験は Run 1 および Run 3 での水理条件が限界掃流力付近、すなわち  $0.064 \leq \tau_* \leq 0.087$  ( $\tau_* = u_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\}$ ) のもので、この水理条件ではかなり長時間の通水によっても顕著な河床波は形成されなかった。他方、Case 2~12 の実験は各 Run とともに限界掃流力より充分大きい水理条件 ( $\tau_* \geq 0.112$ ) で行なわれた。なお、一回の実験によって得られる資料に限られているため、各水理条件に対しほぼ同一と見なせる条件での実験を数ケース実施し、これによって得られた資料を平均して実験結果を検討した。

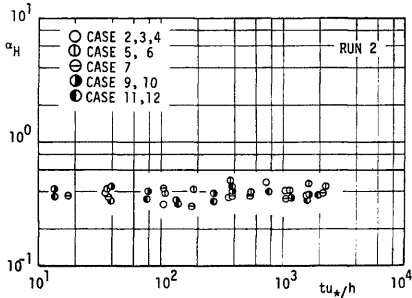
また、河床形状の測定には自走式超音波測深器（自走速度 20cm/sec）が用いられ、適当な時間間隔で河床の縦断形状がリアペンレコーダによって記録された。以下の解析はこれをもとに行なわれたものである。

2.2 実験結果とその考察

実験によって得られた河床縦断記録より河床波形状の時間的変化を検討した。Fig. 3 および Fig. 4 にそれぞれ平均波長と平均波高の時間的変化 (Case 2~12) を示した。図には流量急増時、急減時を明示してあり、Run 3 については急減後の時間を示した。なお、平均波長、波高とも各 Run の平均水深で無次元化して示してある。これらの結果、Run 1 での状況は前報<sup>1)</sup>で述べた河床波の発達性状と同じ特性を示しており、Run 2 においても今回の実験のように Run 2 で形成される河床波が Run 1 のものに比べて充分大きい場合、Run 1 での履歴には殆んど無関係に発達・成長することが認められた。しかも波長の場合は今回の実験範囲 ( $Fr = 0.35 \sim 0.65$ ,  $Fr = U/\sqrt{gh}$ : Froude 数,  $U$ : 平均流速,  $h$ : 平均水深) では各 Run とともに平衡状態での波

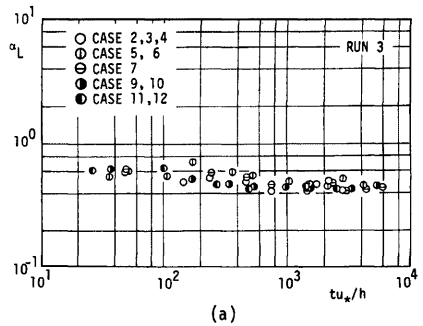


(a)

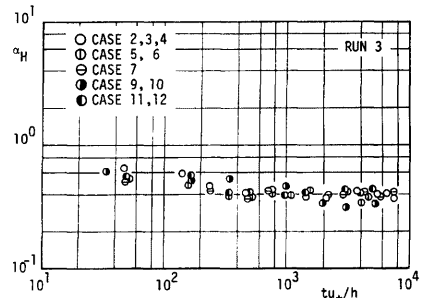


(b)

Fig. 7. Variation coefficients of wave length and wave height (Run 2).



(a)



(b)

Fig. 8. Variation coefficients of wave length and wave height (Run 3).

長水深比は約 5 となっていることが認められる。もっとも波高水深比は平衡状態でも水理条件によってそれに対応した値をとっている。

次に、Fig. 5 には実験水路下流端に設けられた採砂箱によって測定された流砂量の時間的変化を示した。図は Run 1 における平衡状態での流砂量  $q_{B1}$  によって規準化して示してある。この図より、Run 1, Run 2 では通水中の流砂量変化は著しくないが、Run 3 の初期には流砂量が激減する場合が見られるなど、各 Case によっても流砂量変化が著しい。これは Run 2 で形成されて Run 3 に残存する河床波と採砂箱との相対位置による点も多く、Run 3 において残存している大きい河床波の直下流部ではそれがある程度消滅するまでは流砂量が極端に減じることがわかった。これは、この時期には流砂の多くの分が大きな残存河床波の埋め戻しに使われるためである。こうした現象は実際河川においては砂州などの下流部の洗掘箇所、洗掘部への給砂量が極端に少ないため局所洗掘が助長されることにつながり、こうした状況での流砂量の時間的・場所的变化を適確に予測することが必要と考えられる。

次に、河床波の波長・波高の分布性状について、これらの変動係数に注目して検討した。Fig. 6 は Run 1 に対応するもの、Fig. 7 は Run 2 に対応するものでそれぞれについて波長、波高の変動係数の時間的変化を示した。これらの図より、河床波の成長過程においては河床波長、波高の変動係数は時間的に変化せず、また Run 1, Run 2 とかなり異なった水理条件に対しても同一の値で約 0.4 程度であることがわかる。

一方、Run 3 の場合について示したのが Fig. 8 で、この場合は初期（流量急減後）には若干変動が大き

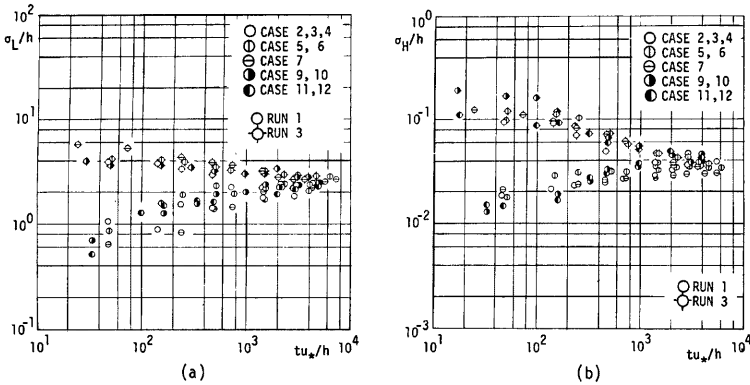


Fig. 9. Temporal variations of standard deviations of wave length and wave height in Run 1 and Run 3.

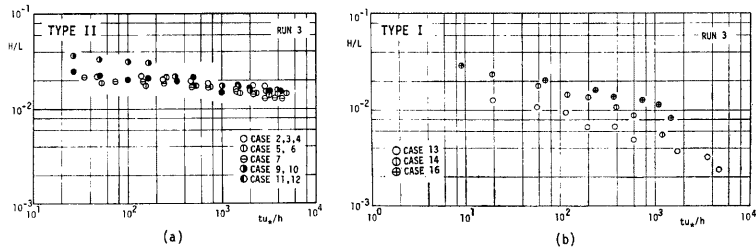


Fig. 10. Temporal variation of steepness of sand wave in Run 3.

く（波長，波高とも0.6程度），時間が経過するとやはり0.4程度に落ち着く。これは Run 2 で形成された大きな河床波が Run 3 の初期において残存し，Run 3 の水理条件に対応して形成される波と混在するため一般の場合とは異なった分布構造となっているためと考えられる。これに対し Run 1 から Run 2 への遷移の場合では後者の波がスケールの卓越し，Run 1 の波が Run 2 のそれに埋没してしまうためこのような混乱した分布性状が出現しないものと考えられる。

なお，Fig. 9 は河床波長，波高の標準偏差の時間的変化を Run 1 と Run 3 の場合を対照させて示したものである。この図より，平坦河床から河床波が発達する場合も，より混乱した状態から河床波が減衰する場合にも，平均値だけでなく標準偏差も同一の平衡値に収束することがわかる。またこの図は，得られた変動係数の最終平衡値が普遍的なものであることを示している点で有意義であると言える。

さて，河床波の崩壊過程においては，Run 3 の水理条件が顕著な河床波が形成されるようなものか否かでその特性はかなり異なる。前者の場合，Run 3 における波形勾配の時間的減少は，Fig. 10-a に示されるように後者の場合（Fig. 10-b）に比べ比較的緩やかである。とくにある程度の時間が経過した後，その差は顕著である。なお，Fig. 11 には，後者の場合における Run 2 で形成された河床波の一つ一つについて Run 3 での変化過程を示した。図において  $H_e$  は Run 2 の最後における波高を示している。これにより，個々の波の波高がほぼ指数関数的に減衰し，その結果として平均波形勾配が時間的に減少していくものであることがわかる。

### 3. 河床形状と流砂の相互関係に関する考察

#### 3.1 概 説

前章で実験結果にもとづいて述べたように，移動床における流砂と河床変形過程の問題は多くの複雑な要素を含み，その解明は難しいものと思われる。しかし複雑な現象の中にも例えば，河床波の分布性状など普遍的な性質も見出せるし，もう一つ流砂と河床形状の間の強い相関が認められる。すでに Simons ら<sup>2)</sup> によって指摘され実験結果

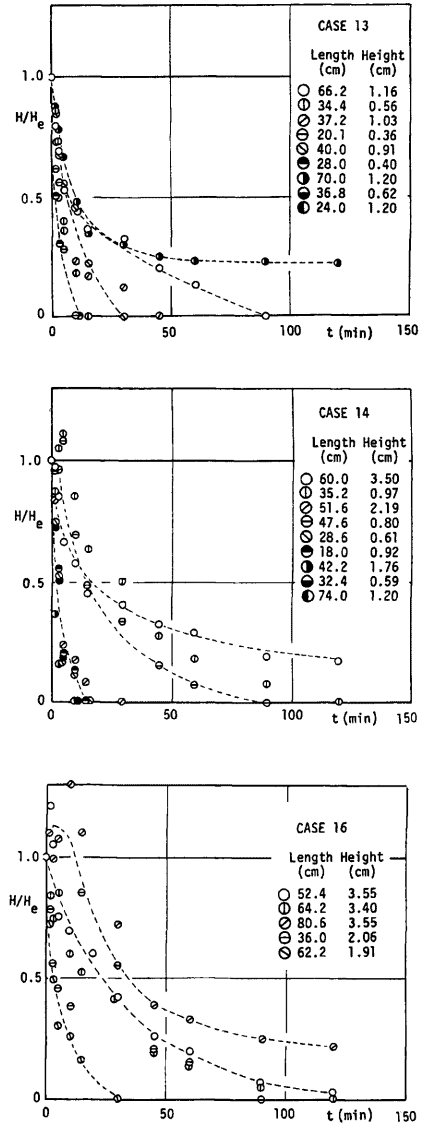


Fig. 11. Decrease of height of individual waves in Run 3.

によっても検証されているように、河床波の波速、波高と流砂量の間には次式の関係が知られている。

$$q_B = \hat{s}(1 - \rho_0) \bar{U}_w \bar{H} \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに  $\hat{s}$ : 河床波の形状によって決まる定数,  $\bar{U}_w$ : 河床波の平均進行速度,  $\bar{H}$ : 平均波高,  $\rho_0$ : 砂の空隙率である。これは流砂が形状に完全に規制された動きをしているからに他ならず、このような特徴が移動床過程では必然的に出現することを、次のような特別な条件のもとでの流砂と河床変形を実験的に調べることによって確認した。

**3.2 二次元洗掘実験による考察**

河床波は流砂の局所的な非平衡の出現によって発生し、河床波のスケール程度の粗視化で平衡状態とみなせる状態にまで発達する。この形成過程を原理的に模擬し、固定床粗面と移動床面を接続することによって強制的に非平衡状況を作り出した二次元洗掘実験の観測を行なった。

実験は前章と同一の水路で行なわれ、固定床粗面と移動床は同一砂(中央粒径 0.065cm)にしてある。実験条件は Table 3 に示す通りで、通水開始時は金網によって移動床面を保存し、金網除去と同時に自走式超音波測深器を洗掘箇所上を頻りに走行させて河床縦断形状を記録した。一方、下流端では流砂量が測定された。

Table 3. Experimental conditions of two-dimensional scour.

RUN	d(cm)	I	h(cm)	$u_{*c}$ (cm/sec)	$\tau_*$	$q_{B*}$
US- 6	0.065	0.0020	9.69	4.36	0.1807	0.2053
US- 7	0.065	0.0020	6.63	3.61	0.1237	0.08641
US- 8	0.065	0.0020	8.05	3.97	0.1501	0.09169
US- 9	0.065	0.0020	4.67	3.03	0.0871	0.00960
US-10	0.065	0.0033	7.79	5.05	0.2422	0.3728

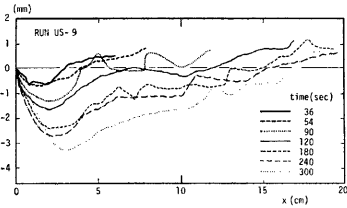


Fig. 12. Temporal variation of bed profile down-stream of fixed bed.

実験によって得られた河床縦断形状の時間的変化の一例を Fig. 12 に示した。また、洗掘孔の最大洗掘深  $z_{smax}$  の時間的変化は Fig. 13 に示される。この図によると最大洗掘深は初期には時間に比例して増加し、その後時間の平方根に比例して増加する過程が認められる。このことは次のように説明される。すなわち洗掘初期においては個々の砂粒の運動についていわゆる Euler 的に理解した stochastic model を連続式と組み合わせて用いると、

$$\frac{\partial y(x)}{\partial t} = A_1 d \left\{ \int_0^x p_s(x-\xi) f_x(\xi) d\xi - p_s(x) \right\} \dots\dots\dots (3.2)$$

が成り立つ。ここに  $A_1$ : 砂の形状係数,  $p_s(x)$ : 砂粒の pick-up rate,  $f_x(\xi)$ : step length の確率密度関数であり、 $y$  は初期河床を 0 とした河床高さである。上式において  $p_s$  を場所的に変化しないものとし、step length の分布が平均値  $A$  の指数分布であるとして次式を得た。

$$y(x) = -p_s t A_1 d \cdot \exp(-x/A) \dots\dots\dots (3.3)$$

これは最大洗掘深 ( $x=0$ ) が時間に比例して増加することを示している。一方、最大洗掘深の変化が時間の平方根に比例することは次に示すように、砂粒運動が形状に規制され、洗掘孔形状の時間的相似性が保たれるように現象が起きているからに他ならない。いま、洗掘孔の相似性と、流砂量(洗掘孔から充分下流側で



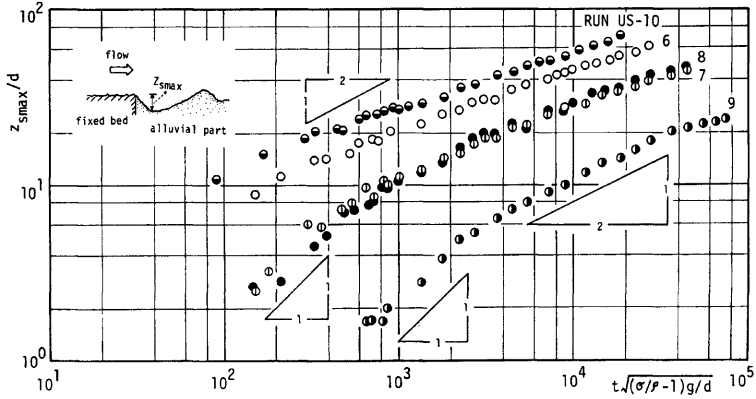


Fig. 13. Temporal variation of maximum scour depth.

の流砂量  $q_{B0}$  が一定であることを仮定すると、

$$\partial V_S / \partial t = q_{B0} = \text{const.}$$

$$V_S = S_0 (z_{smax})^2 \quad \dots \dots \dots (3.4)$$

が得られる。ここに  $V_S$  は洗掘孔容積、 $S_0$  は洗掘孔の水平スケールを  $X_S$  とし、洗掘孔形状を三角形にすると、

$$S_0 = X_S / 2 z_{smax} \quad \dots \dots \dots (3.5)$$

である。これより、

$$z_{smax} / d = \sqrt{q_{B0} t / S_0 d^2} \quad \dots \dots \dots (3.6)$$

が得られ、最大洗掘深が時間の平方根に比例して増加することが示される。これらの結果、河床変形の初期では平坦路床で詳しく検討される流砂機構にもついた解析が適当で、その後河床形状の特性に応じて砂の挙動が説明される過程が出現することがわかり、Fig. 1 に示した解析手法が有意義であることがわかった。

なお、Fig. 14 に洗掘孔の水平スケールと鉛直スケールの関係を示し、これらの線形相関の認められる過程を確認した。この図によると、底面せん断応力の大小により若干の相違はあるが今回の実験の範囲では  $S_0$  の値が約 18.5 であることがわかる。さて式 (3.2) および式 (3.6) より次式が得られる。

$$z_{smax} / d = A_1 p_{S*} t_* \quad \dots \dots \dots (3.7)$$

$$z_{smax} / d = \sqrt{p_{S*} \lambda (A_3 / A_2) / S_0} \sqrt{t_*} \quad \dots \dots \dots (3.8)$$

ここに  $A_2, A_3$  は砂の面積および体積に関する形状係数、 $\lambda$  は無次元平均 step length ( $A/d$ ) であり、

$$\left. \begin{aligned} p_{S*} &= p_S \sqrt{d} / (\sigma / \rho - 1) g \\ t_* &= t \sqrt{(\sigma / \rho - 1) g / d} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (3.9)$$

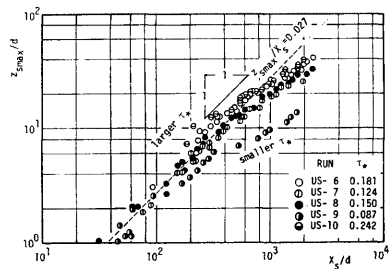


Fig. 14. The relationship between horizontal scale and vertical one of scour hole.

である。式 (3.7) あよび式 (3.8) を等置することから洗掘状況の遷移時間  $t_{*T}$  が求められ、

$$t_{*T} = (A_3 / A_2 A_1^2) / p_{S*} S_0 \dots \dots \dots (3.10)$$

さらにその場の洗掘深  $x_{ST}$  は次式で与えられる。

$$x_{ST} / d = (A_3 / A_1 A_2) \lambda / S_0 \dots \dots \dots (3.11)$$

ここで、 $\lambda \approx 100$ ,  $S_0 \approx 20$ ,  $A_3 / A_1 A_2 \approx 1$  であることから  $x_{ST} / d \approx 5$  となり、これは Fig. 13 に示された実験結果と良く一致している。

3.3 個々の河床波の性状に関する実験的考察

前節で河床変形がある程度進むと砂粒運動が河床形状に規制されることを簡単な実験を通して考察したが、本節では前章の実験資料 (Table 1) を用いて河床波の個々の波についてこれに関連した検討を行なう。なお、実験において各時刻の河床縦断形状を記録する際、微小時間間隔 (30~40秒) で 2 回超音波測深器を走行させ、個々の波について波速が求められるようにした (Fig. 15 参照)。

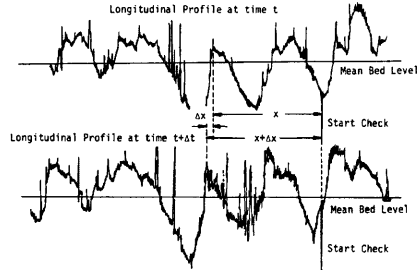


Fig. 15. Example of bed profile data.

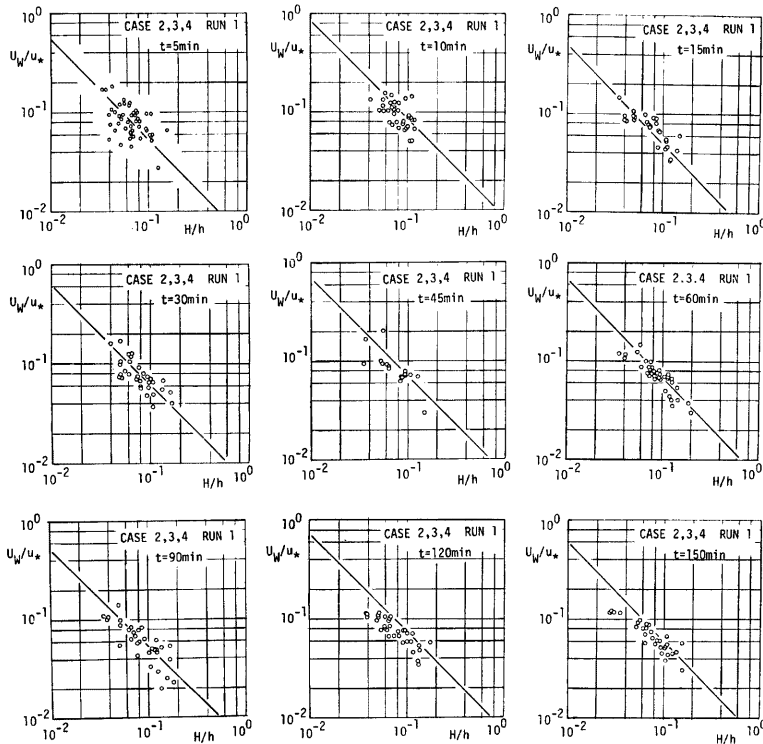


Fig. 16. The relationship between wave height and wave celerity (Run 1).

Fig. 16 および Fig. 17 にはそれぞれ Run 1 および Run 2 の実験結果から得られた個々の波のスケールと波速との関係を示した。これらの図より、 $U_w/u_{*}$  と  $H/h$  との間には反比例の関係が認められる。なお図中の実線は、 $q_B$  を実測流砂量として、

$$q_B = \hat{s}(1 - \rho_0)U_w H \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

の関係を示したもので、 $\hat{s} = 0.5$ 、 $\rho_0 = 0.4$  とした。すなわち、式 (3.12) の関係が個々の波について成立していることがわかる。これは個々の波の受け持つ流砂量が等しく、波のスケールによって波速が異なることを示している。また Fig. 18 を見てもわかるように、実測流砂量が極端に少ない Run 3 の初期でも式 (3.12) は成立している。

次に、Fig. 19 は Run 1 における個々の波の波長と波高の相関を調べたもので、これによると河床波を概ね波高波長比（波形勾配）の一定な波の集合とみなして良いことがわかる。なお、こうした関係に見られるばらつきは波のスケールの差によって生じる個々の波の間の追いつき合体の直前にみられる波長、波高の定義の困難さに依るところが大きい。またこのような個々の波についての諸量の検討におけるばらつきは各波の統計的性質、測定誤差などのため避け難いものである。

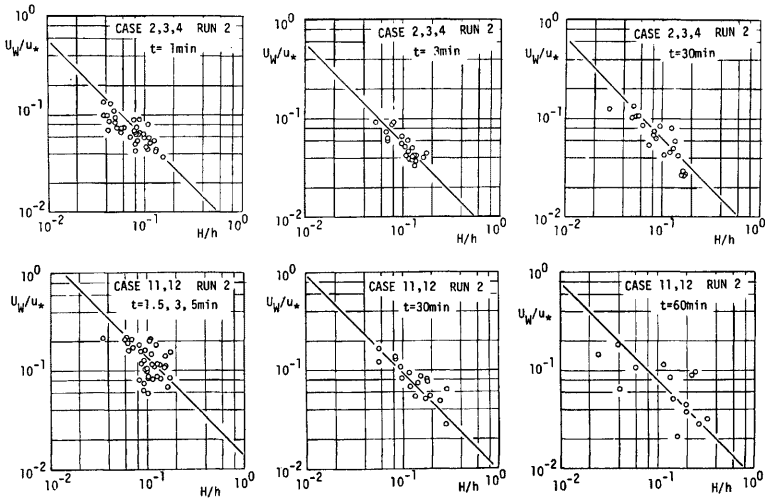


Fig. 17. The relationship between wave height and wave celerity (Run 2).

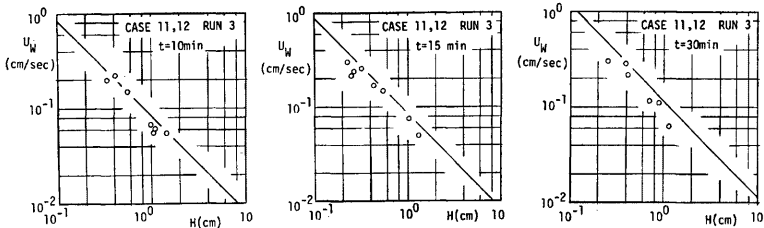


Fig. 18. The relationship between wave height and wave celerity (Run 3).

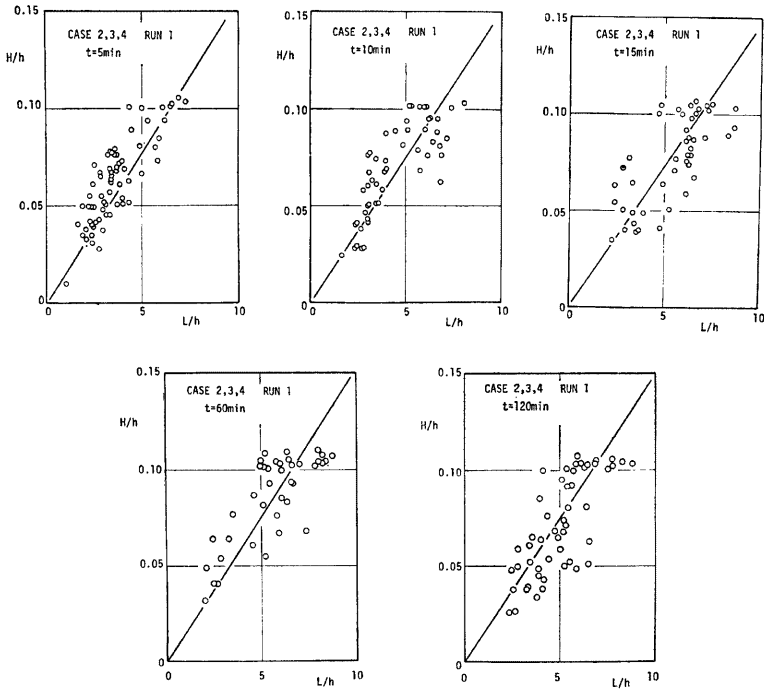


Fig. 19. The relationship between wave height and wave length about individual sand waves.

#### 4. 河床波のスケールの分布性状に関する確率過程論的考察

##### 4.1 概 説

河床形状の特性は1960年代以降その統計的性質に着目され多くの研究者によって調べられ、とくに波長・波高分布の検討ならびに河床の相関関数またはスペクトル特性に関する検討がなされた。前者は実際に流砂量や抵抗の算定、さらには河床波の挙動の記述への適用性に優れている（著者らはかつて波長分布を仮定して河床波の成長過程の記述を試みた<sup>1)</sup>）と思われるが、統計的な理論展開や物理的意味付けの可能性からみると後者が有益であろう。このことは Nordin と Algert<sup>3)</sup> の Markov モデルが先駆をなすものでこうした研究に対しては日野<sup>4)</sup>、Jain<sup>5)</sup> らの研究が示唆的である。また具体的に波長、波高分布を提示した研究もこれまでにいくつか見られる（芦田・田中<sup>6)</sup>、Nordin<sup>7)</sup>、Yang と Sayre<sup>8)</sup>）が、いずれも実験結果を検討して適合性を論じただけにすぎず、理論的な意味付けはほとんどなされていない。

本章では、河床の相関関数を検討する研究と具体的な分布性状を提示する研究の橋渡しを狙ったもので、河床波の平衡状態において河床の縦断形状を確率過程  $y(x)$  として扱い、確率過程論における常套手段を駆使して河床波の具体的な、かつ利用度の高い統計的性質として波長分布を検討することとする。もっとも、本章において  $y(x)$  の統計的構造について多くの仮定が用いられており、これらの詳しい検討が必要なのは言うまでもなく、現在なお研究中である。

4.2 河床縦断形状過程の零交叉間隔の統計的性質

河床形状の縦断形状を  $y(x)$  (平均河床高からの高さで表わす) とすると、河床波の平衡状態ではこれは零平均定常 Gaussian 過程として扱うことができ<sup>1),7)</sup>、確率過程論を適用することができる。河床波の波長については Rice<sup>9)</sup> らによって盛んに研究された零交叉問題の成果が適用される。すなわち、零平均定常過程  $y(x)$  の単位長さ当りの零交叉発生確率密度を  $r_0$  とすると、これは零交叉間隔  $\xi$  の期待値の逆数であり、これまで多くの研究者によって求められている<sup>9)</sup>。

ここでは著者らの興味は平均値そのものよりもむしろその分布であり、これの検討のため次式で定義される新しい確率過程を考える。

$$z(x) = 2U[y(x)] - 1 \dots\dots\dots (4.1)$$

ここに  $U[\cdot]$  は unit step function である。 $z(x)z(x+\xi)$  の値は  $[x, x+\xi]$  の中の零点の数が偶数ならば +1, 奇数ならば -1 となるから、 $[x, x+\xi]$  の間の零交叉点個数が  $n$  である確率を  $p(n; \xi)$  とすると  $z(x)$  の自己相関関数は次式となる。

$$R_{zz}(\xi) = E[z(x)z(x+\xi)] = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n p(n; \xi) \dots\dots\dots (4.2)$$

ここに  $E[\cdot]$  は期待値オペレータである。ところで、

$$\begin{aligned} p'(n; \xi) d\xi &= p(n; \xi + d\xi) - p(n; \xi) \\ &= r_0 d\xi \left[ \int_{\xi}^{\infty} \{f_n(x) - f_{n-1}(x)\} dx - \int_{\xi}^{\infty} \{f_{n-1}(x) - f_{n-2}(x)\} dx \right] \\ &= r_0 d\xi \int_{\xi}^{\infty} \{f_n(x) - 2f_{n-1}(x) + f_{n-2}(x)\} dx \dots\dots\dots (4.3) \end{aligned}$$

であり、ここに  $f_n(\xi)$  は  $(n+1)$  個の零交叉間隔の総和の確率密度関数である。上式より、

$$p'(n; \xi) = r_0 \{f_n(\xi) - 2f_{n-1}(\xi) + f_{n-2}(\xi)\} \dots\dots\dots (4.4)$$

が得られる。

さて、式 (4.2) を 2 回微分して式 (4.4) を代入することで次式を得る。

$$\frac{R_{zz}''(\xi)}{4r_0} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n f_n(\xi) \dots\dots\dots (4.5)$$

ところで隣合う零交叉間隔が統計的に独立すると、 $f_n(\xi)$  は  $f_0(\xi)$  の  $(n+1)$  重畳み込みとして表わされる。したがって式 (4.5) の両辺を Fourier 変換して次式が得られる。

$$\frac{1}{4r_0} \psi_{zz}(u) = \sum_{n=0}^{\infty} [-\phi_0(u)]^{n+1} = \frac{\phi_0(u)}{1 + \phi_0(u)} \dots\dots\dots (4.6)$$

ここに、

$$\phi_0(u) = F[f_0(\xi)] = \int_0^{\infty} e^{i u \xi} f_0(\xi) d\xi \dots\dots\dots (4.7)$$

$$\psi_{zz}(u) = F[R_{zz}''(\xi)] = \int_0^{\infty} e^{i u \xi} R_{zz}''(\xi) d\xi \dots\dots\dots (4.8)$$

である。ところで、 $\phi_0(u)$  は確率変数  $\xi$  の特性関数であるから、

$$\phi_0(0) = 1 \dots\dots\dots (4.9)$$

$$\phi_0'(0) = i E[\xi], \quad \phi_0''(0) = -E[\xi^2] \dots\dots\dots (4.10)$$

である。また、

$$\psi_{zz}(0) = [R_{zz}'(\xi)]_0^{\infty}, \quad \psi_{zz}'(0) = i \{ [\xi R_{zz}'(\xi)]_0^{\infty} - [R_{zz}(\xi)]_0^{\infty} \},$$

$$\psi_{zz}''(0) = - \left\{ [\xi^2 R_{zz}'(\xi)]_0^{\infty} - 2 \left\{ [\xi R_{zz}(\xi)]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} R_{zz}(\xi) d\xi \right\} \right\}$$

であり、ここにおいて  $R_{zz}(0) = 1$  であること、また相関関数の性質より  $\xi \rightarrow \infty$  で、

$$\begin{aligned} R_{zz}(\xi) &\longrightarrow 0, & \xi R_{zz}(\xi) &\longrightarrow 0, \\ R_{zz}'(\xi) &\longrightarrow 0, & \xi R_{zz}'(\xi) &\longrightarrow 0, & \xi^2 R_{zz}'(\xi) &\longrightarrow 0 \end{aligned}$$

であることを考慮して結局,

$$\psi_z(0) = -R'(0), \quad \psi_z'(0) = i$$

$$\psi_z''(0) = -2 \int_0^\infty R_{zz}(\xi) d\xi$$

となる。さらに式 (4.6) より,

$$\phi_0(u) = \psi_z(u) \{4r_0 - \psi_z(u)\}^{-1} \dots\dots\dots (4.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_0'(u) &= 4r_0 \psi_z'(u) \{4r_0 - \psi_z(u)\}^{-2} \\ \phi_0''(u) &= 4r_0 [\psi_z''(u) \{4r_0 - \psi_z(u)\} + 2 \{\psi_z'(u)\}^2 \{4r_0 - \psi_z(u)\}^{-3}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.12)$$

となる。式 (4.9) と式 (4.11) より,

$$\psi_z(0) = 2r_0 \dots\dots\dots (4.13)$$

が得られ、式 (4.12) で  $u=0$  とおいて上式を代入し、式 (4.10) と比較することから結局次の関係式が得られる。

$$E[\bar{\varepsilon}] = 1/r_0 \dots\dots\dots (4.14)$$

$$E[\bar{\varepsilon}^2] = \left\{ 1 + 2r_0 \int_0^\infty R_{zz}(\xi) d\xi \right\} / r_0^2 \dots\dots\dots (4.15)$$

すなわち零交叉間隔  $\bar{\varepsilon}$  の分散は,

$$Var[\bar{\varepsilon}] = E[\bar{\varepsilon}^2] - \{E[\bar{\varepsilon}]\}^2 = \frac{2}{r_0} \int_0^\infty R_{zz}(\xi) d\xi \dots\dots\dots (4.16)$$

となる。

ところで  $R_{zz}(\xi)$  はその定義から次式で表わされる。

$$\begin{aligned} R_{zz}(\xi) &= E[\{2U[y(x)] - 1\} \{2U[y(x+\xi)] - 1\}] \\ &= 1 + 4 \left\{ \int_0^\infty \int_0^\infty f(y_1, x; y_2, x+\xi) dy_1 dy_2 - \int_0^\infty f(y, x) dy \right\} \end{aligned}$$

ここに  $f(y_1, x; y_2, x+\xi)$  は  $y(x)$  の結合確率密度関数であり  $y(x)$  が Gaussian 過程でその相関係数を  $\rho_y(\xi)$  とすると、上式の積分が実行されて結局次式が得られる。

$$R_{zz}(\xi) = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \rho_y(\xi) \dots\dots\dots (4.17)$$

したがってこの場合  $\bar{\varepsilon}$  の分散は次式で与えられることになる。

$$Var[\bar{\varepsilon}] = \frac{4}{\pi r_0} \int_0^\infty \sin^{-1} \rho_y(\xi) d\xi \dots\dots\dots (4.18)$$

ところで、 $\rho_y(\xi)$  の形は河床形状の統計的構造が明らかにされないとわからないし、仮に得られても上式の積分が困難となる場合が多く、ここではさしあたって指数型の相関係数を用いて試算することにする。この場合指数型相関係数の緩和距離として平均波長を課した。すなわち,

$$\rho_y(\xi) = \exp(-\pi r_0 \xi) \dots\dots\dots (4.19)$$

を仮定すると,

$$\int_0^\infty \sin^{-1} \rho_y(\xi) d\xi = \frac{1}{\pi r_0} \int_0^1 \frac{\sin^{-1} \rho_y}{\rho_y} d\rho_y = \frac{\ln 2}{2r_0}$$

となり結局

$$Var[\bar{\varepsilon}] = 2(\ln 2) / \pi r_0^2 \dots\dots\dots (4.20)$$

が得られる。

### 4.3 河床波のスケールの分布性状

前節で河床縦断形状を確率過程と考え、その零交叉間隔の統計的性質を調べたが、河床波の波長は、たとえ  $y=0$  を上向きに横切る間隔として定義して良いから、前節での  $f_1(\xi)$  が波長分布の確率密度関数  $\hat{f}_L(\xi)$  とみなして良いと推定される。また隣り合う零交叉間隔が統計的に独立であると考えると  $f_1(\xi)$  は  $f_0(\xi)$  の 2

重畳み込みとして表わされ、その平均値、分散は零交叉間隔のそれらのそれぞれ2倍となる。したがって、

$$\left. \begin{aligned} E[L] &= 2/r_0 \\ Var[L] &= 4ln2/(\pi r_0^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.21)$$

となる。すなわち波長の変動係数  $\alpha_L$  は次のように与えられる。

$$\alpha_L = \sqrt{Var[L]/E[L]} = \sqrt{ln2/\pi} \approx 0.47 \dots\dots\dots (4.22)$$

この値は著者らの以前の実験結果<sup>1)</sup>ならびに第2章で示した波長の変動係数と良く一致している。

ところで、波長分布のさらに高次のモーメントの計算では上記の理論展開における仮定の弊害が現れると考えられるので、ここでは変動係数が上式で与えられる gamma 分布を提示しておく。すなわち、平均値で規準化された波長 ( $\xi=L/\bar{L}$ ) の分布の確率密度関数を次式の形で表わす。

$$f_L(\xi) = \frac{r}{\Gamma(r)} (r\xi)^{r-1} \exp(-r\xi) \dots\dots\dots (4.23)$$

ここに  $r$  は gamma 分布の shape parameter で  $\alpha_L$  と次の関係にある。

$$r = 1/\alpha_L^2 \dots\dots\dots (4.24)$$

したがって上に得られた結果を代入して shape parameter は約4.5となる。Fig. 20 にはこうした gamma 分布と実験<sup>1)</sup>によって得られた波長分布を比較したが、その適合性は充分良好であると判断される。なお図中の実線は  $r=6$ 、破線は  $r=4$  の場合の gamma 分布の理論曲線である。

一方、波高分布は河床の縦断形状と時間変動記録の両方から同等に評価されるはずのものであり、その理論的取り扱いが困難であるが、第3章で検討したように個々の波についての相似性（波形勾配が一定）が認められれば、波長分布と同様の分布が期待され、実際 Fig. 21 に示されるように、gamma 分布での表示が可能であることがわかった。

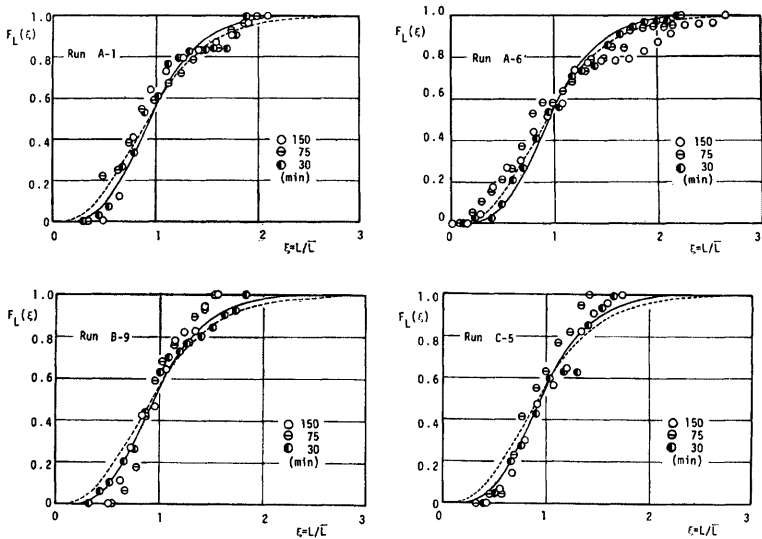


Fig. 20. Distribution of wave length of sand waves.

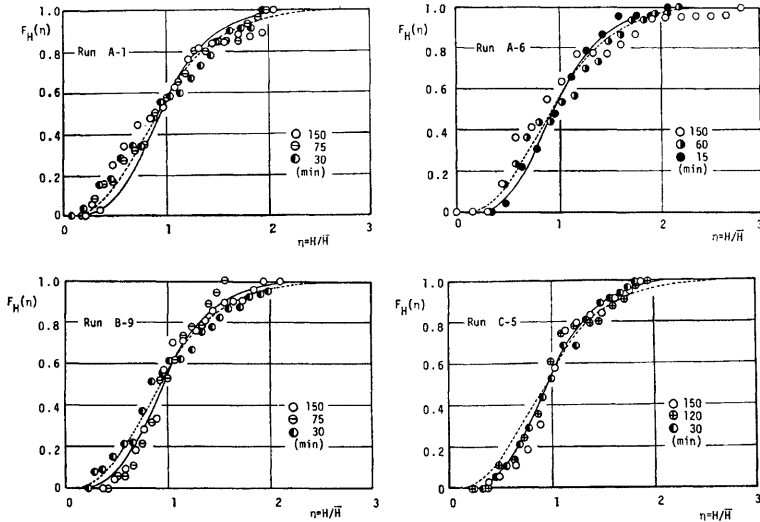


Fig. 21. Distribution of wave height of sand waves.

5. 河床波の崩壊過程に関する理論的考察

5.1 河床波の崩壊過程のモデル化

本章では、前報<sup>1)</sup>の成長過程のモデル化と同様に、河床波の形状特性、とくにその分布性状に注目して崩壊過程のモデル化を行なう。これらのモデル化の骨組は、個々の河床波のレベルで発達または崩壊に寄与している現象に注目し、これに対し連続式をもとにモデル化し、波の配列または分布性状を加味して平均的な変化特性を記述するという手法である。

さて、流量急減に伴う河床波の崩壊に対する基礎事象は残存河床波の埋め戻しと考えられる。流量急減以前に形成された残存河床波の任意の1個に注目し、これに関する量に添字 *i* を付して示し、簡単のため

Fig. 22 のような矩形凹凸モデルを考える。凸部で洗掘され凹部に堆積する状況は実験によって観察される。このように考えると、一つの河床波内で流砂の連続式は閉じてしまい河床波の凹部の端部では流砂量が零になり、これは流量急減後の状態が限界掃流力付近の場合に相当する。流砂の連続式より、流砂量と埋め戻しによる波高の変化との間に次式が成立する。

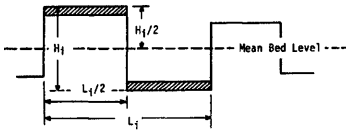


Fig. 22. Definition sketch.

$$s \frac{L_i}{2} \left( -\frac{dH_i}{2} \right) = \frac{q_{Bi}}{1-\rho_0} dt \dots\dots\dots (5.1)$$

ここに、*s* は河床波の形状に関する補正係数で、三角形なら0.5として良い。また *q<sub>Bi</sub>* は *i* 番目の河床波の受け持つ流砂量であり、各河床波とも一定と考える。すなわち、

$$q_{Bi} = q_B = \text{const.} \dots\dots\dots (5.2)$$

として議論を進める。また、式(5.1)において *L<sub>i</sub>* は時間的に変化しないものとする。これは一つの河床



波内で流砂の連続式が閉じているため河床波が進行しないこと、そのため追いつき合体が生じず波長変化が起きないのであって実験によっても支持されている。さて式 (5.1) を初期条件、 $t=0$  で  $H_i=H_{ei}$  のもとに解くと、次式が得られる。

$$H_i = H_{ei} \left\{ 1 - \frac{4q_B t}{sL_i H_{ei}(1-\rho_0)} \right\},$$

$$0 \leq H_i \leq H_{ei} \dots \dots (5.3)$$

ここで  $H_i=0$  とおくとこの波の消滅に要する時間が求められ、これを  $T_{ei}$  とすると、

$$T_{ei} = \frac{sL_i H_{ei}(1-\rho_0)}{4q_B} \dots \dots (5.4)$$

である。なお式 (5.3) を、

$$L_i H_{ei} \left( 1 - \frac{H_i}{H_{ei}} \right) = \frac{4q_B t}{s(1-\rho_0)},$$

$$0 \leq H_i \leq H_{ei} \dots \dots (5.5)$$

と書き直すと、各波についての実験値は Fig. 23 に示すように、 $0 \leq H_i \leq H_{ei}$  の範囲で一直線上にのるはずとなる。ただし、実際には  $q_B$  は  $i$  によって  $q_B$  のまわりにばらつき、また各波についてもその変形によって若干変化するであろうから、実験値は Fig. 24 のように若干のばらつきが避けられないが、ほぼ式 (5.5) で個々の波の崩壊過程が表示できることがわかる。なお Fig. 24 中の実線は、 $q_B$  を Run 3 での平衡状態の流砂量にとって式 (5.5) を計算したものである。

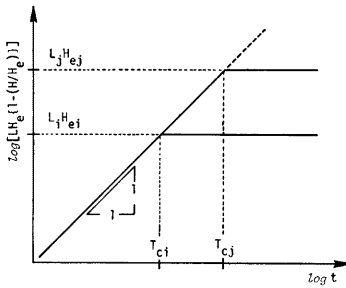


Fig. 23. Behaviour of Equation (5.5).

さて、Run 3 の状態が限界掃流力付近で新しい河床波の発生が無視し得る程度であれば、上述の機構で残存河床波が逐次消滅し、河床は平坦化していく。このとき、流量急減直後 ( $t=0$ ) の単位

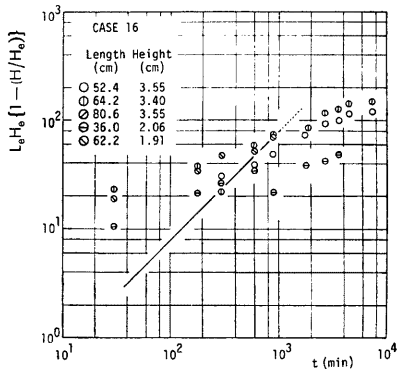
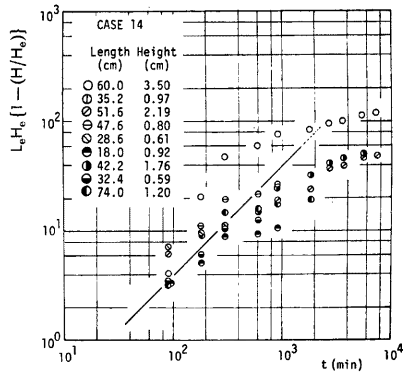
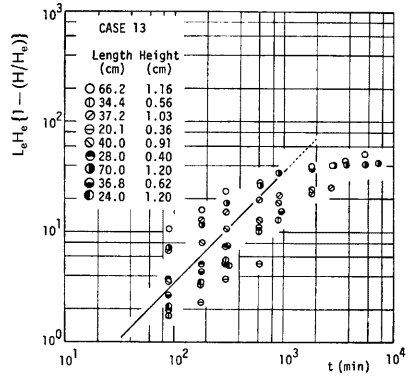


Fig. 24. Decreasing process of individual sand waves.

長さ当りの残存河床波数  $N_0$  は, Run 2 における平衡状態の平均波長を  $L_c$ , 波長分布の密度関数を  $\hat{f}_L(\xi)$  とすると,

$$N_0 = \left\{ \int_0^{\infty} \xi \hat{f}_L(\xi) d\xi \right\}^{-1} = 1/L_c \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

である。ところで流量急減後時間  $t$  の間に消滅する波は,  $T_{c_i} \leq t$  を満たすもので, これは  $t = T_c$  である波の波高を  $H_c(t)$  とすると,

$$H_{c_i} \leq H_c(t) \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

を満たすものである。さらに,  $H_{c_i} = H_c(t)$  である波の波長を  $L_c(t)$  とすると, Run 2 の平衡状態で各波の波形勾配が一定で  $\theta_c (= H_c/L_c)$  と仮定すれば, 式 (5.4) を用いて結局,

$$L_c(t) = \sqrt{4q_B t / s \theta_c (1 - \rho_0)} \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

が得られる。したがって, 時間  $t$  の間に消滅する波の単位長さ当りの個数  $\tilde{N}(t)$  は,

$$\tilde{N}(t) = N_0 \int_0^{L_c(t)} \hat{f}_L(\xi) d\xi = N_0 \hat{F}_L(\sqrt{4q_B t / s \theta_c (1 - \rho_0)}) \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

となる。ここに  $\hat{F}_L(\cdot)$  は  $\hat{f}_L(\cdot)$  に対する分布関数である。このため, 時間  $t$  後の残存河床波の単位長さ当りの個数  $N_1(t)$  は,

$$N_1(t) = N_0 - \tilde{N}(t) = N_0 \{1 - \hat{F}_L(L_c(t))\} \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

となり, Run 3 に固有の河床波が形成されない場合 ( $\tau_{*3} \approx \tau_{*c}$ ) には, 平均波長の変化は次式で与えられる。

$$\frac{L(t)}{L_c} = \{1 - \hat{F}_L(\sqrt{4q_B t / s \theta_c (1 - \rho_0)})\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

なお, 残存河床波の消滅によって平坦化する部分の単位長さ当りの割合を  $A_f$  とすると,

$$A_f(t) = \tilde{N}(t) \int_0^{L_c(t)} \xi \hat{f}_L(\xi) d\xi / \int_0^{L_c(t)} \hat{f}_L(\xi) d\xi = N_0 \hat{I}(L_c(t)) \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

となる。ただし,

$$\hat{I}_1(\zeta) = \int_0^{\zeta} \xi \hat{f}_L(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (5.13)$$

である。

ところで, 流量急減後の水理条件に対しても顕著な河床波が形成される場合 ( $\tau_{*3} \gg \tau_{*c}$ ) には, 実験によると新しい河床波は平坦化部分 ( $A_f$ ) に形成されるのが殆んどであるからその平均波長を  $1/\nu$  とすると, 結局  $t$  時間後に始在する波の単位長さ当りの個数は次のようになる。

$$N(t) = N_1(t) + M(t) \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

ここに  $M(t)$  は新しく形成された波の単位長さ当りの個数で  $\nu A_f(t)$  となるから, 結局次式が得られる。

$$N(t) = N_0 \{1 - \hat{F}_L(L_c(t)) + \nu \hat{I}_1(L_c(t))\} \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

すなわち平均波長の変化は次式で表わすことができる。

$$\frac{L(t)}{L_c} = \{1 - \hat{F}_L(L_c(t)) + \nu \hat{I}_1(L_c(t))\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

ただし, 新しく形成された河床波にも実際は成長過程が存在するため  $\nu$  は時間の関数であろうが, 初期には  $\nu$  の効果は小さく  $\nu$  が重要になってくる時期には  $\nu$  はほぼ一定となると考えられるので, ここでは水理条件によって決まる定数とした。

なお, Run 3 において河床波が新しく形成される場合には, 残存河床波の進行が観察される。すなわち, 流砂は必ずしも一波長内で閉じておらず, 残存河床波の埋め戻しに使われるのは全流砂の一部である。流砂量のこうした配分を考え, この場合には,

$$q_{B_i} = \text{const.} = c q_B, \quad 0 \leq c \leq 1 \quad \dots\dots\dots (5.17)$$

とするのが妥当と考えられる。この場合  $(1-c)q_B$  は河床波の進行を受け持つ流砂量で, このような「閉じていない流砂量」が実測される流砂量にほぼ等しい。

ところで,  $c$  の値は先に述べた  $\tau_{*3} \approx \tau_{*c}$  の場合は 1, 河床波の平衡状態で形状不変のまま定常進行する

場合は0となり、このように河床波の非平衡性を示す重要な量と考えられる。ただし、波状路床での流砂機構の詳細が明らかでない現時点では実験定数として扱う他ない。このとき閉じない流砂量  $q_{B0}(t)$  (実測流砂量にほぼ等しい)の性状は、

$$q_{B0}(t)/q_B = 1 - c[1 - \{\hat{I}_1(L_c(t))/L_c\}] \dots\dots\dots (5.18)$$

で表わされる。

**5.2 河床波の崩壊過程のモデルの検証**

本節では、前節で展開したモデルに河床波のスケールの分布を考慮し、さらに実験結果との比較を行なう。

まず、議論の便宜のため分布の密度関数等を規準化して扱い、前節で得られた諸式を無次元表示する。

$$\lambda_c(t) \equiv L_c(t)/L_e = \sqrt{4cq_B t}/sL_e H_c(1-\rho_0) \dots\dots\dots (5.19)$$

$$\frac{N_1(t)}{N_0} = 1 - F_L(\lambda_c(t)) \dots\dots\dots (5.20)$$

$$\frac{A_f(t)}{N_0 L_e} = I_1(\lambda_c(t)) \dots\dots\dots (5.21)$$

$$M(t)/N_0 = \nu L_e I_1(\lambda_c(t)) \dots\dots\dots (5.22)$$

$$N(t)/N_0 = 1 - F_L(\lambda_c(t)) + \nu L_e I_1(\lambda_c(t)) \dots\dots\dots (5.23)$$

$$L(t)/L_e = \{1 - F_L(\lambda_c(t)) + \nu L_e I_1(\lambda_c(t))\}^{-1} \dots\dots\dots (5.24)$$

ここに、 $F_L(\xi), I_1(\xi)$  は  $f_L(\xi)$  を規準化された河床波長 ( $\xi = L/\bar{L}$ ) の確率密度関数として次式で計算される。

$$F_L(\zeta) = \int_0^\zeta f_L(\xi) d\xi, \quad I_1(\zeta) = \int_0^\zeta \xi f_L(\xi) d\xi \dots\dots\dots (5.25)$$

なお、波長分布としては第4章の結果から gamma 分布を採用することとし、shape parameter  $r$  をいくつか変えて式 (5.25) を計算したものを Fig. 25 に示した。図には波長分布として Rayleigh 分布を用いた場合の結果も併示してある。これらを参考にして式 (5.20), (5.22), (5.23) および式 (5.24) を検討する。

まず Fig. 26 は式 (5.20) と実験結果を比較したもので、Run 3 における水理条件が限界掃流力付近のもの (Type I と呼ぶ) と、限界掃流力を充分超えているもの (Type II と呼ぶ) とに分けて示した。Type I では  $c=1$ , Type II では  $c=0.18$  として計算曲線を与えている。この結果、残存河床波の完全な消滅が実際には生じないことから、長時間後の計算値と実験値の対応は良くないが、概ね残存河床波の消滅状況が記述されたと言える。

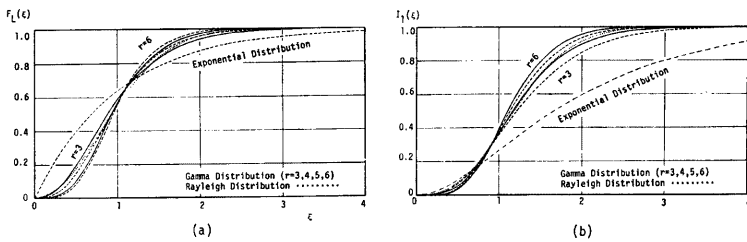


Fig. 25. Distribution curves and the first moments of some theoretical distributions.

次に Fig. 27 は新しく形成される河床波個数の時間的変化を示したもので、図中の曲線はいくつかの波長分布を仮定して式 (5.22) を計算したものである。図によると、流量急減後、初期においては実験値が理論値よりも若干大きい、これは新しく形成された波が発生初期には充分成長しておらず、前述したような新しい波の成長過程を考慮すれば、実験値との対応はより良くなるものと考えられる。

さて、崩壊消滅した河床波、新しく形成された河床波を考慮して河床波個数の合計の時間的変化を Fig. 28

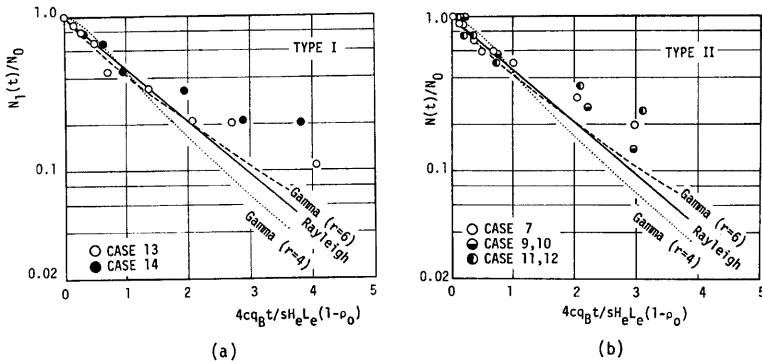


Fig. 26. Temporal variation of the number of survival waves.

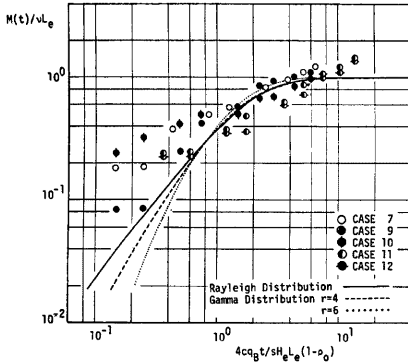


Fig. 27. Temporal variation of the number of waves formed in Run 3 newly.

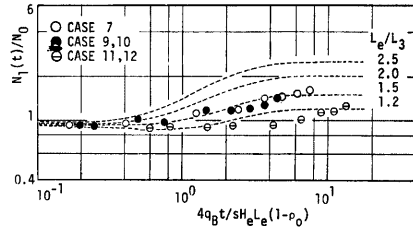


Fig. 28. Temporal variation of the number of waves in Run 3.

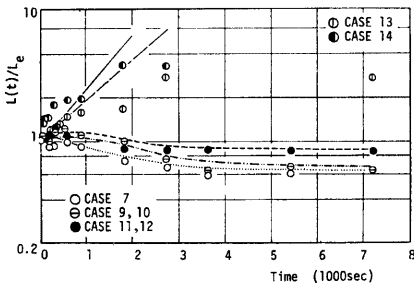


Fig. 29. Temporal variation of wave length in Run 3.

に示した。図中の破線は  $\nu L_e (\nu=1/L_0)$  を 1.2, 1.5, 2.0, 2.5 として式 (5.23) を計算したものである。Run 2, Run 3 の平衡状態の平均波長  $L_e, L_3$  を実験結果で与えると、理論値と実験結果との対応は良好である。なお、一般に  $L_e, L_3$  は各水理条件から推定され、たとえば Yalin<sup>10)</sup> の実験式のように平衡波長が水深に比例するとすると、 $\nu_e L$  は Run 2 と Run 3 の水深の比で置き換えられる。Fig. 28 の計算曲線は  $r=5$  の gamma 分布を仮定して計算されたものである。

最後に、式 (5.24) で与えられる波長の時間的変化を実験値とともに Fig. 29 に示した。Fig. 29 に示される実験値は測深記録より零交叉法によって読み取られた波長の平均値である。また、図には Type I, II の両方を示した。すな

わち、Type I については式 (5.24) において  $\nu=0$  とした。図によると、実験値との対応は良好であると言える。

これらの結果、本章に示した取り扱いで流量急減後の河床波の崩壊過程における特徴的な性状をうまく説明できることがわかった。すなわち前報<sup>1)</sup>の結果と併せて、河床波の発達、崩壊等の変形過程に対しては、ここに述べたように個々の波の挙動に注目してモデル化し、分布性状を考慮して平均特性を記述するという手法が有効であることがわかった。

## 6. 結 言

本研究は lower regime における河床波を中心とした移動床過程を体系的に記述するための研究の一環として行なわれたものであり、とくに流量急減後の河床波の崩壊過程を対象として実験的、理論的検討を行なった。そして、このような河床波の波長スケールの河床変形過程の記述では、流砂過程が河床形状のスケールとその分布性状とで表現できることを示し、これらを詳しく検討した。今後さらに河床波上の流れおよび流砂の機構にもとづいた取り扱いを進め、本論文で用いられた仮定の妥当性を確認していく予定である。

なお、本研究の遂行に当り、実験ならびに資料整理に協力頂いた当時京都大学大学院生藤井嘉彦君（現兵庫県）をはじめ水理学研究室諸氏に謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 中川博次・辻本哲郎：河床波の発達性状に関する実験的考察，京都大学防災研究所年報第19号 B-2, 1976, pp. 289-309.
- 2) Simons, D. B., E. V. Richardson and C. F. Nordin: Bedload Equation for Ripples and Dunes, Geological Survey Professional Paper, 462-H, U. S. Government Printing Office, 1965, 9p.
- 3) Nordin, C. F. and J. H. Algert: Spectral Analysis of Sand Waves, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY2, 1966, pp. 95-114.
- 4) Hino, M.: Equilibrium Range Spectra of Sand Waves Formed by Flowing Water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 3, 1968, pp. 565-573.
- 5) Jain, S. C.: Evolution of Sand Wave Spectra, Ph. D. Dissertation, The University of Iowa, 1971, 102p.
- 6) 芦田和男・田中祐一朗：砂漣に関する実験的研究 (3), 京都大学防災研究所年報, 第10号 B, 1971, pp. 121-132.
- 7) Nordin, C. F.: Statistical Properties of Dune Profiles, Geological Survey Professional Paper, 562-F, U. S. Government Printing Office, 1971, 41p.
- 8) Yang, C. T. and W. W. Sayre: Stochastic Model for Sand Dispersion, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY2, 1971, pp. 265-288.
- 9) Rice, S. O.: Mathematical Analysis of Random Noise, Bell System Technical Journal, 23, 1944, pp. 282-332, 24, 1945, pp. 46-156, Reprinted in "Selected Papers on Noise and Stochastic Processes" (N. Wax ed.), Dover, New York, 1954.
- 10) Yalin, M. S.: Geometrical Properties of Sand Waves, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY9, 1964, pp. 105-119.