

裸地斜面域における土壌水の流動解析

岡 太 郎

NUMERICAL ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL TRANSIENT SUBSURFACE FLOW IN BARE SLOPE

By Taro OKA

Synopsis

In this paper, the two-dimensional governed equation of the transient saturated-unsaturated subsurface flow is numerically solved by the successive overrelaxation technique on a finite difference scheme for a bare slope of a watershed. On the basis of the numerical solutions, some characteristics of the subsurface flow in the bare slope are discussed to elucidate the soil moisture movement, the rising and falling processes of saturated zone, and hydrographs of groundwater runoff.

Moreover, a simplified numerical method is presented to deal with the problems of transient two-dimensional subsurface flow. This model takes the modified and extended form of the linked model proposed first by M. F. Pikul et al. [1974]. The solution by the modified linked model shows good agreement with the result obtained by the numerical analysis of the two-dimensional equation.

1. ま え が き

丘陵地斜面域における土壌水流動は、雨水流出現象と密接に関連しており、流出過程の数理表示法を考える上で無視し得ない水文条件の一つである。しかし、丘陵地斜面域の土壌水の流動現象はきわめて複雑であって、その二次元的・三次元的挙動はほとんどわかっていない。これはきわめて単純化した一つの斜面形を考へても、そこには飽和・不飽和領域が複合し、その支配方程式の解析法が煩雑であって数値解を求めることすら容易でないこと、したがってまた雨水の浸潤と不透層上の地下水帯の挙動や地下水流出の関係についても不明な点が少ないことなどのためである。

本研究は、こうした問題に基礎的にアプローチしようとしたもので、ここではまず、理想化された裸地斜面域における土壌水流動の二次元解析を行い、土壌水分の消長と地下水帯の挙動や地下水流出過程について考察する。また、この種の扱いは計算が膨大になるのが常であるが、その難点を緩和する目的で開発されている linked model, すなわち、鉛直方向の土壌水流動を Richards の式、水平方向の地下水流動を Boussinesq の式を用いて解析し、両者を組み合わせる実用法を、Boussinesq の式が不成立の場合にも適用できるように拡張を試みた結果についても述べる。

2. 土壌水流動の二次元解析法

2.1 土壌水流動の支配方程式と境界・初期条件

一般に丘陵地斜面域の土壌水の動きは飽和領域と不飽和領域とに分けられるが、いずれも次の Richards の式によって表現できる。

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ψ は飽和領域では地下水圧力水頭 ($\psi \geq 0$)、不飽和領域では土壌水分吸水水頭 ($\psi < 0$)、 $C(\psi)$ は圧力水頭の増分に対する土壌水分量の変化の割合であって、specific moisture capacity (比水分容量) と呼ばれ、水及び土粒子の圧縮性を無視すると $C(\psi) = d\theta/d\psi$ で表わされる。ここに θ は体積含水率表示の土壌水分量である。 $K_x(\psi)$ 、 $K_z(\psi)$ はそれぞれ x 、 z 方向の透水係数、 x は水平座標、 z は上向き正の縦座標、 t は時間である。

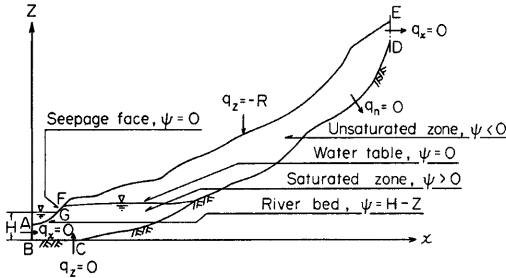


Fig. 1. A schematic sketch of flow region.

蒸発時には蒸発強度を、降雨時には、土壌表面が不飽和か飽和かによって次のいずれかの式を用いる。

不飽和： $q_n = -R$ (3)

飽和： $\psi_{sur} = 0$ (4)

ここで R は正のとき降雨強度、負のとき蒸発強度また ψ_{sur} は土壌表面の ψ の値である。

(iii) FG すなわち浸潤面では (5) 式が成立する。

$\psi = 0$ (5)

(iv) GA すなわち河床部では (6) 式が成立する。

$\psi = H - z$ (6)

ここで、 H は河川水面の基準面からの高さである。

(2) 初期条件

初期条件としては、実測値などを考慮して適当な値を与えればよいが、ここでは (7) 式により算出した。

$\psi = H - z$ (7)

ただし不飽和領域で $\psi < \psi_a$ となった場合には $\psi = \psi_a$ とした。なお ψ_a は適当に定められる定数である。

2.2 数値計算法

不飽和浸透流の一次元解析法としては多くの研究があるが、飽和—不飽和領域を区別せず土壌水流動を二・三次元的に取扱った研究はあまり多くなく、差分法で Rubin¹⁾、Freeze²⁾、有限要素法で Neumann³⁾、赤井ら⁴⁾の研究が知られている程度である。ここでは Freeze の手法を準用する。

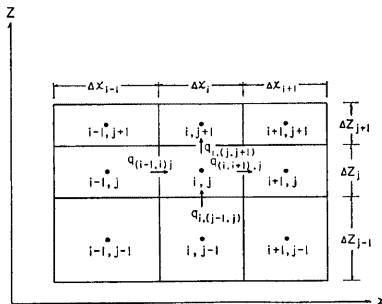


Fig. 2. Finite difference grid used to solve the governed equation.

(1) 差分近似式とSOR法

鉛直二次元系を Fig. 2 に示すような不等間隔の格子で分割し、(1)式を中央差分を用いて近似すると(8)式を得る。

$$\begin{aligned}
 C(\psi_{i,j}^{t-\Delta t/2}) & \left(\frac{\psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) \\
 & = \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ K_x(\psi_{i+\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2}) \left(\frac{\psi_{i+1,j}^t + \psi_{i+1,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} \right) \right. \\
 & \quad \left. - K_x(\psi_{i-\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2}) \left(\frac{\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i-1,j}^t - \psi_{i-1,j}^{t-\Delta t}}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \right) \right\} \\
 & \quad + \frac{1}{\Delta z_j} \left\{ K_z(\psi_{i,j+\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2}) \left(\frac{\psi_{i,j+1}^t + \psi_{i,j+1}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} + 1 \right) \right. \\
 & \quad \left. - K_z(\psi_{i,j-\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2}) \left(\frac{\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j-1}^t - \psi_{i,j-1}^{t-\Delta t}}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} + 1 \right) \right\} \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\psi_{i,j}^t$ は求めようとする ψ の t 時における微小長方形 (i, j) の中央値、 $\Delta x_i, \Delta z_j$ は水平または鉛直方向の増分すなわち長方形 (i, j) の辺長、 Δt は時間増分である。なお $t - \Delta t/2$ は t と $t - \Delta t$ 時の中間値を表わす。また $\psi_{i,j}^{t-\Delta t/2}, \psi_{i,j+\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2}$ は格子間隔を考慮してそれぞれ (9), (10) 式を用いて計算しうる。

$$\psi_{i,j}^{t-\Delta t/2} = \frac{1}{2} (\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t}) \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_{i,j+\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2} & = \frac{1}{2} \left[\left\{ \psi_{i,j}^t + \left(\frac{\psi_{i,j+1}^t - \psi_{i,j}^t}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} \right) \Delta z_j \right\} \right. \\
 & \quad \left. + \left\{ \psi_{i,j}^{t-\Delta t} + \left(\frac{\psi_{i,j+1}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta z_{j+1} + \Delta z_j} \right) \Delta z_j \right\} \right] \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

なお、 $\psi_{i,j-\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2}, \psi_{i+\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2}, \psi_{i-\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2}$ についても (10) 式と同様にして計算しうる。いま、(8)式の係数と既知量を (11), (12) 式のようにおき、(8)式を整理すると (13)式を得る。

$$\left. \begin{aligned}
 XIA & = \frac{K_x(\psi_{i+\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2})}{\Delta x_i(\Delta x_{i+1} + \Delta x_i)}, & XIB & = \frac{K_x(\psi_{i-\Delta x_i/2,j}^{t-\Delta t/2})}{\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})} \\
 ZJA & = \frac{K_z(\psi_{i,j+\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2})}{\Delta z_j(\Delta z_{j+1} + \Delta z_j)}, & ZJB & = \frac{K_z(\psi_{i,j-\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2})}{\Delta z_j(\Delta z_j + \Delta z_{j-1})} \\
 AK A & = \frac{K_x(\psi_{i,j+\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2})}{\Delta z_j}, & AK B & = \frac{K_z(\psi_{i,j-\Delta z_j/2}^{t-\Delta t/2})}{\Delta z_j}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned}
 CC & = \frac{C(\psi_{i,j}^{t-\Delta t/2})}{\Delta t} \\
 XIAP & = XIA(\psi_{i+1,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}) \\
 XIBP & = XIB(\psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i-1,j}^{t-\Delta t}) \\
 ZJAP & = ZJA(\psi_{i,j+1}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}) \\
 ZJBP & = ZJB(\psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j-1}^{t-\Delta t})
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned}
 & XIA\psi_{i+1,j}^t + XIB\psi_{i-1,j}^t + ZJA\psi_{i,j+1}^t + ZJB\psi_{i,j-1}^t \\
 & - (CC + XIA + XIB + ZJA + ZJB)\psi_{i,j}^t = -(XIAP - XIBP + ZJAP \\
 & - ZJBP + AK A - AK B + CC)\psi_{i,j}^{t-\Delta t} \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

(13) 式は解析領域内の各格子で成立するから、 ψ の値は、格子数を元の大きさとする連立一次方程式を解くことにより一応求められるが、(1) または (8) 式から明らかのように、式中の係数は ψ の値を含み、かつ ψ の値の微小な変化でも大きく変化するので、数値計算では、得られた ψ の収束性を吟味し、収束していない場合には反復修正計算が必要である。このような繰返し計算法にはいくつかの手法が提案されているが、ここでは次のSOR (successive over-relaxation) 法を採用する。(11) 式をSOR法の基本形になおすと(14)式となる。

$$(\psi_{i,j}^t)^{m+1} = (\psi_{i,j}^t)^m + \omega RA \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 ω は加速係数、 m は SOR 計算における繰返し数、また RA は (15) 式で表わされる。

$$RA = \frac{XIA(\psi_{i+1,j}^t)^m + XIB(\psi_{i-1,j}^t)^{m+1} + ZJA(\psi_{i,j+1}^t)^m + ZJB(\psi_{i,j-1}^t)^{m+1}}{CC + XIA + XIB + ZJA + ZJB} + \frac{XIAP - XIBP + ZJAP - ZJB P + AKA - AKB + CC \cdot \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{CC + XIA + XIB + ZJA + ZJB} - (\psi_{i,j}^t)^m \quad (15)$$

なお、(15) 式中の $m+1$ は、すでに修正が行われた ψ についてはその値を使用することを意味している。

(14) 式の収束判定には (16) 式を用いる。

$$\epsilon \geq \sum_{i,j} |RA| \quad (16)$$

ここに、 ϵ はあらかじめ設定しておく小さな値である。

(2) 境界条件の導入

境界条件は ψ が既知の場合と q_n が既知の場合に大別しうる。前者の場合には境界に相当する微小長方形領域にその値を代入することにより容易に導入しうる。なお、厳密には、代入された値は微小長方形領域の中央値となるため、境界の位置が $\Delta x_i/2$ もしくは $\Delta x_j/2$ だけずれることになるが、この種の取扱いでは止むを得ないところである。一方、後者の場合には次のようにする。(8) 式の右辺はそれぞれ 2 項の和よりなる中括弧でくくられているが、これら 4 項はそれぞれ Fig. 2 に示されている $q_{(i,i+1)}$, $q_{(i-1,i)}$, $q_{(i,j+1)}$ 及び $q_{(i,j-1)}$ の符号を逆にしたものと一致する。したがって境界上で q_n が与えられる場合には (8) 式の右辺の該当する項にこの境界値を代入することにより容易に境界条件の導入を行うことができる。

Fig. 1 のような系における解析では、浸潤面 (FG) が現われるが、浸出点 (F) の位置を算出するためにはかなり煩雑な手続きを要する。ここでは Freeze の手法⁵⁾を準用すると次のようである。

Fig. 1 に示されるように、F 点は土壌表面と地下水面が交わる点であり、その位置は上流側の土壌水分の増大減少に伴い上下する。上昇過程では、はじめ F 点を $t-\Delta t$ 時の位置に仮定して、 t 時の $\psi_{i,j}$ の値を求める。その結果、F 点直上の長方形領域の ψ の値が負であれば F 点を移動させる必要はないが、正の場合には F 点を一格子点だけ上昇させ再び t 時の値を計算する。一方降下過程では、まず F 点を $t-\Delta t$ 時の位置より一格子点だけの位置に移動し、 t 時の ψ の値を求める。その結果、F 点直上の ψ が負であればこの点を t 時の F 点とみなせるが、もし正であれば F 点をもとの位置にもどし再計算を行い ψ の値を求めなおす。なお F 点の上昇・降下過程の判断は F 点直上の長方形領域の ψ の値の時間的な変化から判断する。

(3) 計算手順

計算条件として境界・初期条件の他に $\theta(\psi)$, $K(\psi)$ 及び $C(\psi)$ 曲線が与えられているものとする。

計算手順は、求めようとする各微小長方形領域の $\psi_{i,j}$ の第 0 近似値に Δt 前の値を用いることにすると次のようになる。

- (i) $\psi_{i,j}^m$ を用いて係数 K, C を算出する。
- (ii) (11), (12) 式を用いて (13) 式の係数を求めた後、(14) 式により全格子点の ψ の値を修正する。
- (iii) (16) 式を用いて収束判定を行い、収束していない場合には今求めた $(\psi_{i,j}^t)^{m+1}$ を $(\psi_{i,j}^t)^m$ として (i)~(ii) の計算を繰返す。
- (iv) ψ が収束した段階で、浸出点に関する検証を行う。浸出点が変更された場合には再び (i)~(iii) を繰返す。
- (v) 以上の繰返し計算で浸出点と ψ について希望する精度の解が得られたら、 $\theta(\psi)$ 曲線を用いて $\theta_{i,j}^t$ を求めた後、計算時間を Δt だけ進め、この計算を継続する。なお、各時刻の地下水流出量 Q_o は次式より求められる。

$$Q_o = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \{(\theta_{i,j}^{t-\Delta t} - \theta_{i,j}^t) \Delta x_i \Delta y_j / \Delta t + I_{sur}\} \quad (17)$$

ここで I_{sur} は地表面からの浸入量であり、地表面が飽和していない場合には降雨強度もしくは蒸発強度に

地表面積を乗じた値である。また地表面が飽和状態に達した時は、地表面を近似している長方形領域下辺からの降下浸透量の総和である。

3. 斜面域における土壌水流動の二次元解析

3.1 大斜面域における土壌水流動の解析 (Case A)

(1) 解析条件

丘陵地斜面についてはさまざまな規模・形状が考えられるが、ここでは Fig. 3 に示すような斜面域について解析を行うことにする。この斜面形状は我々が水文観測・調査を実施している京都市西部小畑川支流下狩川上流域⁹⁾の丘陵地斜面の一部に相当するが、不透層の位置の大部分は仮定である。なお、Fig. 1 に示すように地下水帯の存在する部分を谷底部、他の部分を斜面部と呼称することにする。

Fig. 3 に数値解析に用いた格子分割、Fig. 4 に土壌水分特性値すなわち $\theta(\psi)$, $C(\psi)$, $K(\psi)$ 曲線を示す。Fig. 4 の各曲線は浸潤過程と排水過程でヒステリシス現象を示すが、ここではこれらを無視し、また $K_x = K_z$ として計算を進めた。この計算では、全計算時間を10日間、下流側水位を一定、 $H=2.0$ m、時間増分 $\Delta t=30$ min、 $\Delta x=1.5$ m、 $\Delta z=0.5$ m、 $\phi_a=-1.5$ m、加速係数 $\omega=1.0$ 及び打切り誤差を一格子点につき 0.0006 とした。なお計算に用いた降雨条件を Fig. 5 に併示してある。

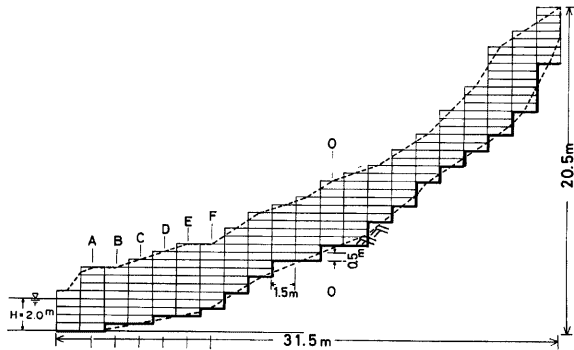


Fig. 3. A flow region and its nodal network for the numerical calculation (Case A).

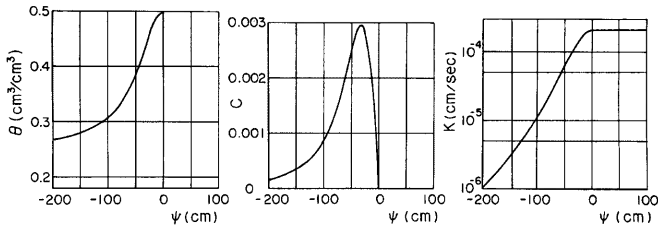


Fig. 4. Relationships of moisture content θ , the specific moisture capacity C and the hydraulic conductivity K to the pressure head ψ .

(2) 計算結果

計算結果より得られた土壌水分分布を Fig. 5 に、また Fig. 3 の O-O 断面の土壌水分の消長を Fig. 6 に

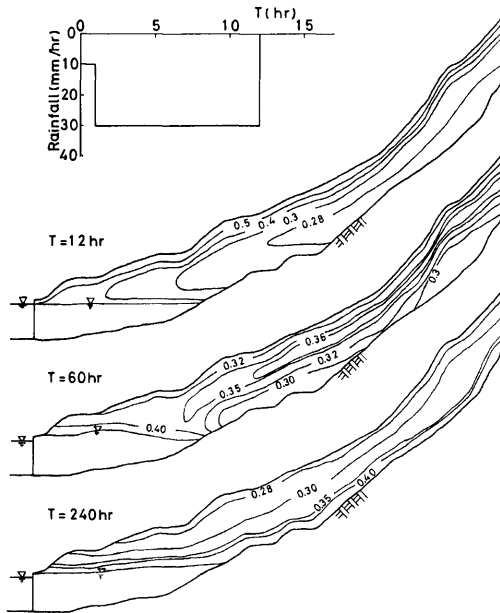


Fig. 5. Water content distributions for a given rain condition.

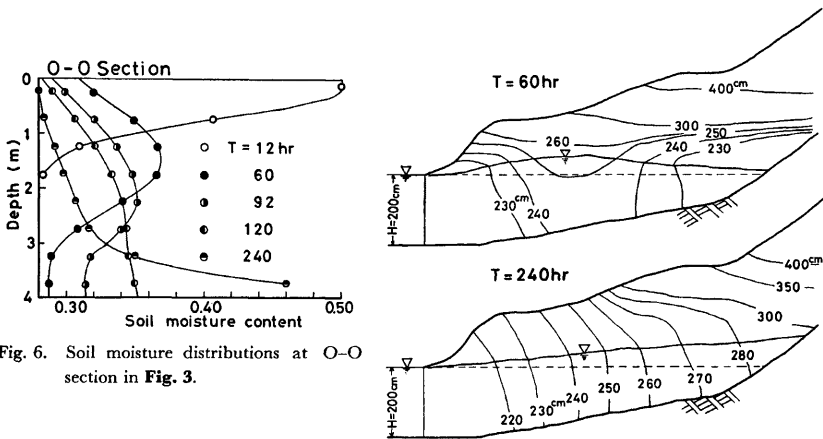


Fig. 6. Soil moisture distributions at O-O section in Fig. 3.

Fig. 7. Contours of total potential ($\psi+z$) and positions of water table.

示す。他の断面の土壌水分も同図と大差はない。この計算では降雨開始8時間後に深さ50cmの表層土が飽和し、wetting frontは12時間後にほぼ深さ1m、60時間後に2.5m、そして100時間後に不透層上に達している。この間の土壌水分の最大値はwetting frontの降下に伴い減少するが、不透層に達した後に急激に増大し、不透層上に含水率のかなり高い領域が形成されている。このように斜面部の土壌水流動は、 $K_x=K_z$ を仮定する限り鉛直方向の成分が卓越し、水平方向の成分はそれほど大きくない。したがって不透層付近に達した雨水は不透層上に一度貯留されるようにさえ見える。この計算では $\Delta z=0.5\text{m}$ としたため、詳細な議論はできないが、斜面部の不透層上に飽和領域は認められなかった。

Fig. 7に谷底部付近のポテンシャル分布を示す。同図より降雨終了直後では地下水面が局所的に盛り上がり、Dupuit-Forchheimerの仮定が成立していない状態が認められる。これは地下水面上の土壌厚が場所毎に異なり、雨水の地下水面への到達時間に差があるために生じたものと考えられる。一方、降雨終了後かなり時間が経過すると斜面部に浸透した雨水が谷底部に到達し、地下水帯は斜面部の方に発達している。この時にはDupuit-Forchheimerの仮定が近似的に成立しているといえよう。

Fig. 8にFig. 3のA~F断面の地下水位変動を示す。なお、これらの地下水位は ψ が正である最高位の長方形領域における ψ の値より換算したものである。Fig. 8より谷川に近い場所では地下水位の上昇高は小さく、地下水面上の土壌厚が薄いほど雨水の到達が早く地下水面上の上昇・降下も早い。一方斜面部に接するF断面では斜面部からの雨水流下の影響を受け、計算終了時点でもお水位上昇を示している。

Fig. 9には(17)式で求めた地下水流出量を示す。これより地下水流出は降雨終了18~28時間後にピーク

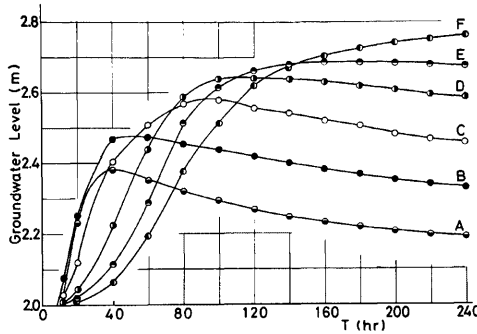


Fig. 8. Variations of groundwater level at sections A-F in Fig. 3.

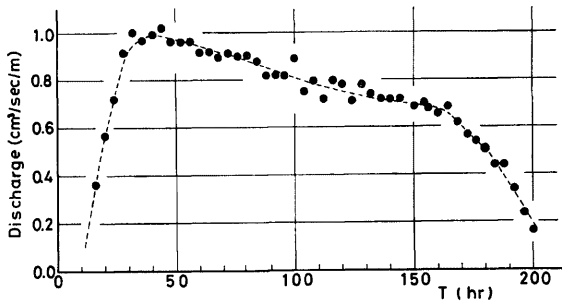


Fig. 9. A hydrograph of groundwater runoff.

に達しているが、Fig. 8 に示されているように A, B 断面以外は、この時刻の谷底部の地下水位はなお上昇過程にあり、斜面部からの雨水はほとんど谷底部に達していないことになる。このことから、地下水流出量ピークは主として谷川に近い領域からの流出成分により形成され、斜面部の雨水は主として低減部の流出に参与していることがわかる。

この計算の電子計算機使用時間は FACOM 230-48 で約41分であった。

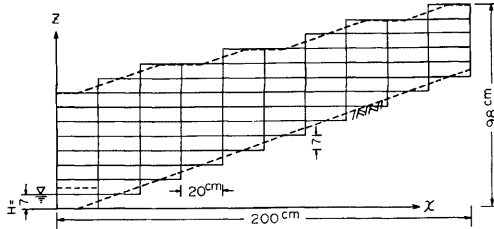


Fig. 10. A flow region and its nodal network for the numerical calculation (Case B).

3.2 小斜面域における土壌水流動の解析 (Case B)

(1) 解析条件

Case A の計算では格子分割がかなり粗であり、不透層上に形成される高水分領域の性状などについては明確にされなかった。ここでは不透層上に形成される高水分領域と下流側の地下水帯の挙動を考察するため、Fig. 10 の小規模斜面について格子分割を細かくとり解析を行った。解析に用いた $\theta(\phi)$, $C(\phi)$ 及び $K(\phi)$ 曲線は Case A と同じである。

この計算では、全計算時間を60時間、時間増分 $dt=30$ sec, 距離増分 $dx=20$ cm, $dz=7$ cm, 下流側水位 $H=7$ cm, $\phi_a=-100$ cm, 加速係数 $\omega=1.0$ 及び打ち切り誤差を一格子点につき 0.00005 とした。なお計算に用いた降雨条件を Fig. 11 に併示してある。

(2) 計算結果

Fig. 11 に計算結果より得られる土壌水分分布, Fig. 12 に地下水流出量, Fig. 13 に飽和領域すなわち地下水帯の消長を示す。

Figs. 11, 12 より Case A と同様な土壌水分流動及び地下水流出特性が認められる。Fig. 13 にみられるように、飽和領域は下流側から舌状を呈し不透層を上昇するが、上流からの供給が減少すると降下を始め、短時間で消失し、その後不透層上に高水分領域が形成される。このことは、丘陵地斜面部地下

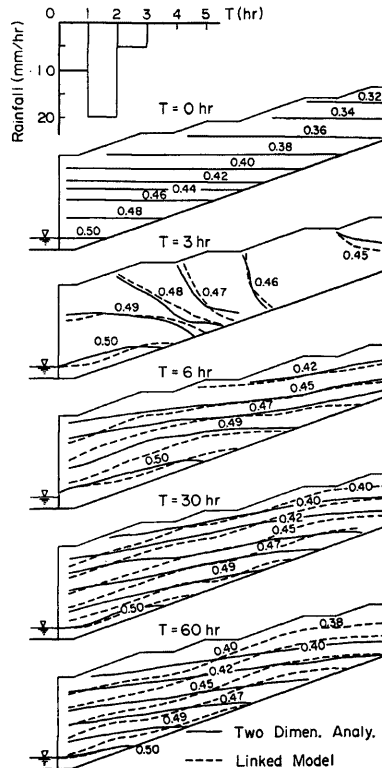


Fig. 11. Water content distributions for a given rain condition.

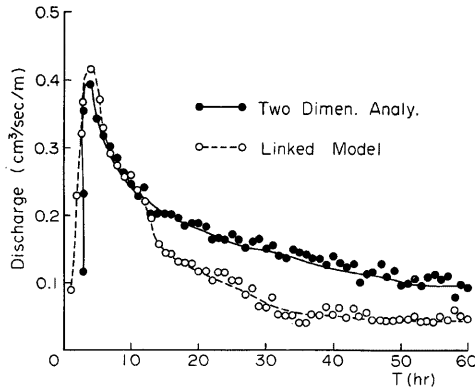


Fig. 12. Hydrographs of groundwater runoff.

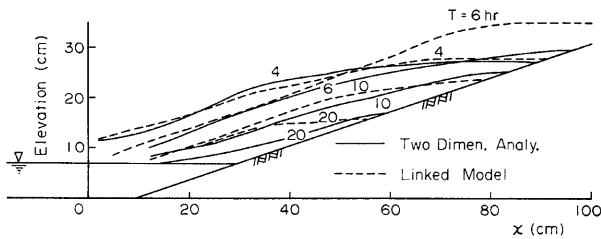


Fig. 13. Changes of saturated zone.

水解析で Boussinesq の式を採用することには若干問題があることを示唆している。

この計算には FACOM 230-48 で約48分を要した。

3.3 裸地斜面域における土壌水流動の二次元特性

解析例が少ないため、これらの計算結果より一般的議論を行うには若干問題があるが、ここで得られた裸地斜面域の土壌水流動特性をまとめると次のようである。

(1) 斜面部の土壌水流動は水平成分に比較して鉛直成分が卓越しており、地表面に到達した雨水の浸透成分はほぼ一様に鉛直降下する。

(2) 不透層上付近には上部からの雨水浸潤により高水分領域が形成されるが、斜面上流では飽和帯は形成されない。また谷底部の飽和帯は、雨水浸潤に伴って下流側から舌状を呈し不透層上を上昇するが、上層からの供給が減少するとすぐ降下を始め、それほど大きくは発達しない。

(3) 谷底部の飽和帯では、鉛直方向の多量の水供給が認められるときには、Dupuit-Forchheimer の仮定が成立しないが、降雨終了後かなり時間が経過すると水供給は斜面部からの成分が主となり、この時には Dupuit-Forchheimer の仮定が近似的に成立する。

(4) 地下水流出ハイドログラフにおいて、ピーク付近は谷底下流領域からの雨水流出成分、その低減部は斜面部からの流出成分で形成されている。

なお、これらの解析の結果、浸透能曲線は一応得られているが、 λz が大きく十分な議論はできないので省略した。

4. 二次元解析の簡単化

土壌水流動の二次元解析には多大の計算を必要とし、実用上の問題は少なくない。この難点を解決する試みとして、次のような linked model が提案され実用に供されている。これは、不透層の傾斜が緩であり、土壌層の下部全域に飽和帯が存在することを前提として、まず代表的土壌柱について不飽和帯の土壌水流動を鉛直一次元表示の Richards の式を用いて解析し、次にこの結果より得られる 不飽和帯からの水供給を考慮して水平方向の飽和帯地下水流動を Boussinesq の式を用いて解析する近似解法である^{7),8)}。このモデルは、土壌水流動は鉛直成分が卓越して、水平成分はそれほど大きくなく、また飽和帯では降雨直後の一時期を除くと Dupuit-Forchheimer の仮定が成立しているという前述の土壌水流動特性を考慮すると、土壌水流動の二次元近似解法として有用であることが十分考えられるが、不透層が傾斜し、飽和帯が部分的にしか認められない場合には適用上問題が生ずる。ここでは、これらの点を改善し、Figs. 3, 10 のような系についても適用できるように linked model の拡張を試みる。

4.1 Linked model の拡張

(1) 土壌水流動の鉛直一次元解析

解析領域を二次元解析の場合と同じように格子分割し、水平方向の土壌水流動は生じないものと考え、各鉛直土壌柱について (18) 式により土壌水流動解析を行う。

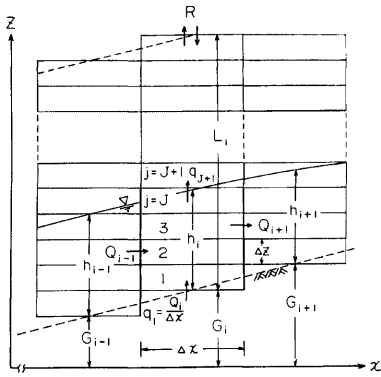


Fig. 14. A nodal grid used for the linked model.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right\} + \frac{\partial K_z(\theta)}{\partial z}$$

ここに、 $D_z(\theta)$ は土壌水分拡散係数である。この式を解くための境界・初期条件を Fig. 14 の記号を用いて表わすと次のとおりである。

(i) 地表面上すなわち $z=L_i$ では $\theta_{z=L_i} < \theta_{sat}$ のとき、 $q_{z=L_i} = -R$ 、 $\theta_{z=L_i} \geq \theta_{sat}$ のとき $\theta_{z=L_i} = \theta_{sat}$ 。ここで L_i は鉛直土壌柱 i の全長、 θ_{sat} は飽和土壌水分量である。

(ii) 不透層上すなわち $z=G_i$ では $q_{z=G_i} = \Delta Q_i / \Delta x$ 、 ΔQ_i は次の水平流動の解析結果より得られる。なお不透層上に飽和帯が形成された場合には、飽和帯直上の不飽和微小領域 ($J+1$) の下方からの土壌水分流動量 q_{J+1} は (19) 式で計算しうる。

$$q_{J+1} = -\frac{\Delta Q_i}{\Delta x} - \sum_{j=1}^{j=J} \left\{ (\theta_{j,sat,t} - \theta_{j,t-\Delta t}) \frac{\Delta z_j}{\Delta t} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

ここで、 G_i は不透層の基準面からの高さ、 J は飽和微小領域数である。

(iii) 初期条件としては、はじめ $G_i \leq z \leq L_i$ の各微小領域に $\psi = H - z$ を与え、後に θ に変換する。

(2) 水平流動の解析

不透層上に達した雨水の水平流動を飽和帯の有無を区別して次のように取扱う。

(i) 飽和帯が存在する場合

Dupuit-Forchheimer の仮定が成立するものとして、 $i-1$ から i への水平流動量 Q_{i-1} を (20) 式で計算する。(Fig. 14 参照)

$$Q_{i-1} = -K(\theta_{sat}) \frac{(h_i + G_i) - (h_{i-1} + G_{i-1})}{\Delta x} \frac{(h_i + h_{i-1})}{2} \dots \dots \dots (20)$$

ここで h_i は土壌柱 i の飽和帯厚である。

(ii) 飽和帯が存在しない場合

$$Q_{i-1} = -K(\theta_{i,j=1}) \frac{(\psi_{i,j=1} + G_i) - (\psi_{i-1,j=1} + G_{i-1})}{\Delta x} \Delta z_{i,j=1} \dots\dots\dots(21)$$

ここで、 $\psi_{i,j=1}$ 、 $K(\theta_{i,j=1})$ 及び $\Delta z_{i,j=1}$ はそれぞれ不透層直上の微小区分 ($i, j=1$) における土壌水分吸引水頭、透水係数及び鉛直方向の距離増分である。

なお、土壌水流動の鉛直一次元解析で用いられる ΔQ_i は (22) 式で算出される。

$$\Delta Q_i = Q_{i+1} - Q_{i-1} \dots\dots\dots(22)$$

(18)~(22)式が同時に満足するまで繰返し計算を行うことにより、斜面域の土壌水流動の近似解が得られる。

4.2 適用例と考察

ここでは Fig. 10 の領域 (Case B) について計算を行い、このモデルの適応性を吟味する。解析条件は Case B の場合とほぼ同一であるが、(20)、(21) 式の計算では、土壌水分量が0.49以上の部分を飽和帯とみなし、また流出量の計算精度を上げるため下流端土壌柱の Δx を一部細かくとり解析を行った。計算結果を、Fig. 11 に土壌水分分布、Fig. 12 に地下水流出量、Fig. 13 に飽和領域の消長について、二次元解析結果と対比して示してある。

これらの図を用いて、linked model による計算結果と二次元解析結果と対比すると次の事項が明らかになる。

(1) Fig. 11 にみられるように、土壌水分分布については、降雨開始後15時間頃まではかなり一致しているが、その後は上流側斜面部で過大、下流側で過少の傾向にある。

(2) Fig. 12 の地下水流出ハイドログラフでは、13時間頃まではかなりよい一致を示すが、その後急減している。

(3) 飽和帯の消長については、Fig. 13 に示されているように、両者はかなりよく一致しており、飽和帯の再現性についてはほとんど問題はない。

(4) 上述の結果を総合的に判断すると、飽和帯の発達過程では両者は良く合致しているが、縮退過程では、上流斜面からの流出量が過少評価されるため、上流斜面部の土壌水分の過大評価及び地下水流出の急減を生じている。これは飽和帯が消失した後の水平流動量の推定に若干問題があることを示しており、(21)式の流動幅について検討する必要があることを示唆している。

(5) しかしながら全般的にみた場合、拡張型 linked model は全般的に二次元解析結果をかなりよく再現しており、その実用性は十分認められる。この拡張型 linked model では、従来の linked model に比べて、定義があいまいであった有効間隙率が不要となること、適用範囲を拡大していること、ないしはより厳密解を与えるなどの特長を持っている。さらに二次元解析法と対比すると、本例の場合計算時間は FACOM 230-48で25分となり、約1/2に短縮されている。

5. あとがき

本報告では、はじめに、丘陵地斜面域における飽和一不飽和領域を一体とした土壌水流動の二次元数値解析法を示すとともに、二例の計算結果より土壌水流動特性について考察した。さらに多くの事例についての解析と現地調査・実験的研究を必要とするが、ここで得られた計算結果は斜面域の土壌水流動特性の一端を明らかにし、低水流出機構などを究明するための基礎資料を提示したものと考えられる。ただ、数値解析に用いた差分法の格子分割が粗く、計算精度上若干問題があり、地表面付近の土壌水分量と浸透能との関係などについて十分な解を得ることができず今後の問題として残った。

次に、二次元解析の簡単化手法として、linked model の拡張を試みた。その適用結果は二次元解析結果とかなりよく一致しており、このモデルの有用性と今後の改良の方向を明らかにすることができた。

最後に、数値計算には、京都大学防災研究所防災科学資料センターの FACOM 230-25、化学研究所 FACOM 230-48 及び大型計算センター FACOM 230-75、M190 を使用したこと、本研究は昭和51年度文部

省科学研究費試験研究(2)による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Rubin, J.: Theoretical Analysis of Two-dimensional Transient Flow of Water in Unsaturated Soil, Soil Science Society of America Proceedings, vol. 32, 1968, pp. 607-615.
- 2) Freeze, R. A.: Three-dimensional Transient Saturated-Unsaturated Flow in a Ground Water Basin, Water Resources Research, vol. 7, No. 2, 1971, pp. 347-363.
- 3) Neuman, S. P.: Saturated Unsaturated Seepage by Finite Elements, Proc. of ASCE, vol. 99, No. HY12, 1973, pp. 2233-2250.
- 4) 赤井造一・大西有三・西垣 誠: 有限要素法による飽和一不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, 第264号, 1977, pp. 87-96.
- 5) Freeze, R. A.: Influence of the Unsaturated Flow Domain of Seepage Through Earth Dams, Water Resources Research, vol. 7, No. 4, 1971, pp. 929-941.
- 6) 岡 太郎・角屋 睦: 丘陵地斜面域における雨水の浸入・流出過程, 京都大学防災研究所年報, 第18号 B, 1971, pp. 469-482.
- 7) 岡 太郎・角屋 睦: 裸地斜面域における雨水の浸入と地下水流出(2), 京都大学防災研究所年報, 第17号 B, 1974, pp. 523-533.
- 8) Pikul, M. F., R. L. Street and I. Remson: A Numerical Method Based on Coupled One-Dimensional Richards and Boussinesq Equations, Water Resources Research, vol. 10, No. 2, 1974, pp. 295-302.