

洪水流出モデルの適用比較

——丘陵山地流域及び市街地流域を対象として——

永井明博・角屋 睦

INTERRELATIONS OF FLOOD RUNOFF MODELS

——Flood Runoff in Natural Hilly and Urban Watersheds——

By *Akihiro* NAGAI and *Mutsumi* KADOYA

Synopsis

This paper discusses the interrelations of three typical flood runoff models, such as the tanks model of series type, the storage function model and the kinematic runoff model, through the results of flood runoff analysis in the River Shimokari of natural hilly watershed, and the River Tenjin of urban area. The optimum parameters of the tanks and storage function models are estimated by applying the Powell's conjugate gradient method. The main results are summarized as follows:

Runoff from the first tank of the tanks model in the Shimokari basin is equivalent to surface runoff and subsurface runoff, that from the second tank to interflow, and that from the third and fourth tanks to groundwater runoff.

The tanks model composed of the two tanks gives the accurate results in the sense of engineering practice in the Tenjin basin where surface runoff is the most important component.

There exist several tanks models obtained by the optimization technique. The models are differ from each other in the parameters but show almost the same relation between storage and discharge.

The storage function models in both basins correspond to the kinematic runoff model for overland flow of the Manning's or Chezy's type. The parameters of the storage function model are estimated from the kinematic runoff model or the practical formula for the time of concentration, and yet the estimated values are closer to the optimum parameters.

Comparing the tanks and storage function models in both basins, it is clear that the storage effect on direct runoff of the Tenjin basin is less than that of the Shimokari basin.

1. ま え が き

流出解析法については、今日まで各種の方法が提案され多くの流域に適用されてきている。しかし各流域ごとに別個の方法が用いられているために、各モデルの相互の関連性や得失は必ずしも明確ではなく、土地利用形態に応じたモデル定数の差異も判然としない。したがって流域の開発に伴う流出特性の変化の表現法もまだ確立されておらず、これらモデルの適応性をせばめている。

本文では代表的な流出解析法としてタンクモデル、貯留関数法及び雨水流モデルを選び、これらを下狩川丘陵山地流域及び天神川市街地流域の洪水流出解析に適用し、各モデルの得失、相互関連性について若干の興味ある結果を得たので報告する。

2. 流域の概要

2.1 下狩川丘陵山地流域

下狩川は京都市西南部に位置する小畑川上流域の一支川で、流域面積は 1.32 km² である。概要を Fig. 1 に示す。この流域の上流山地部は古生層に属し、雑木林が主で、その面積は全体の 1/3 を占めている。また残り 2/3 の中下流部は、川沿いの一部が沖積層となっているが、大部分は洪積層であって竹が主植生である。山林・竹林の全面積に占める割合は93%で、他は水田5%、道路2%となっている。

なおタンクモデル、貯留関数法による流出解析では、流域のモデル化は必要ないが、雨水流モデルを適用する際の流域モデルを Fig. 2 に示す。

2.2 天神川市街地流域

対象とする流域は、京都市西北部に位置し、Fig. 3 の天神川上下流水位観測点間に流入する 2.625 km² の市街地である。その大部分は宅地・商業地であって、道路網・下水路網もよく整備され、完成された市街地流域とみられる。この流域の排水河川である天神川は、上流端で丘陵山地流域（流域面積 5.27 km²）河川である紙屋川に接続し、また対象地区内の下水も流入している。

雨水流モデル適用時の流域モデルを Fig. 4 に示す。

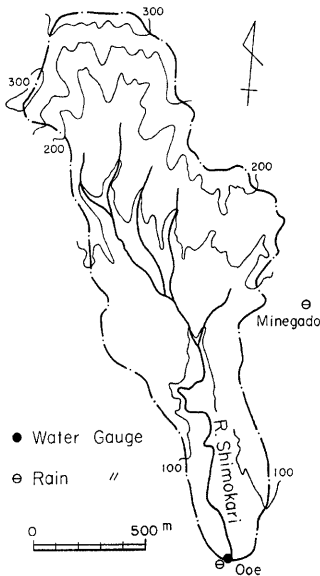


Fig. 1. Physiographical map of the Shimokari basin.

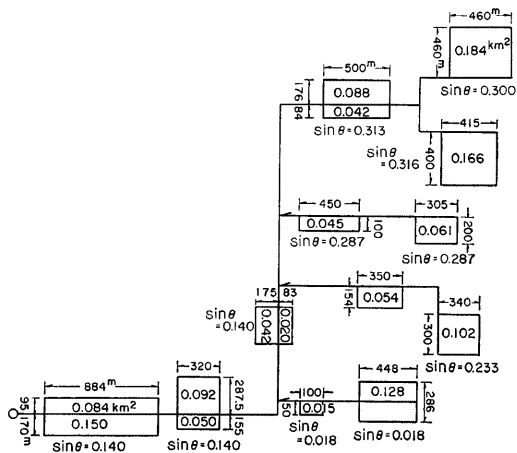


Fig. 2. Model of the Shimokari basin for the kinematic runoff analysis.

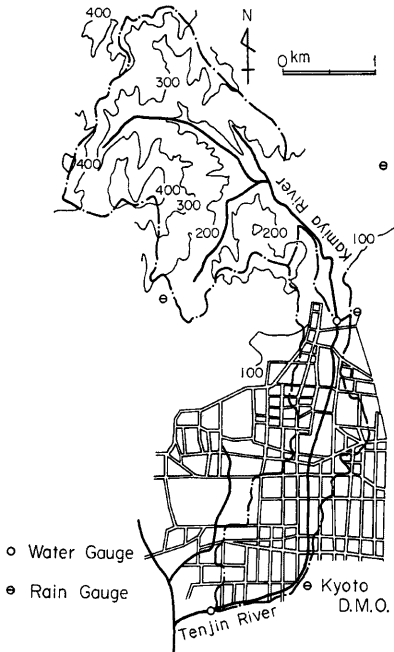


Fig. 3. Physiographical map of the Tenjin basin.

3. 解析対象洪水

下狩川については、Table 1 に示すようにピーク流量が 9.41~3.76 m³/s の 4 個の大中出水を対象とした。雨量記録は Fig. 1 の大枝、峰ヶ堂及び流域近傍数地点の雨量波形を吟味した後、差が顕著でない場合には大枝または峰ヶ堂の毎時雨量記録を採用し、差が顕著に認められた昭和46年の豪雨については、小畑川流域 (23.7 km²) の内外13ヶ所の記録を用い、等雨量線法により流域平均雨量を推定した。

天神川では Table 2 に示す出水を対象とした。この流域の下流端流量には、上流山地からの雨水及び自己流域からの下水も含まれている。そこで市街地域のみからの雨水流出量として、下流端流量から、上流端流入量を流下時間だけ遅らせた流量と下水量推定値との合計を差し引いた値を採用した。なお流下時間は流量及び横流入量により変化するが、ここでは簡単に洪水ごとに一定 (10~30分) とした。また毎時下水量は洪水前後の期間のハイドログラフから推定した。雨量記録としては京都地方気象台10分雨量を用いた。

Table 1. Records of rainfall and discharge used for runoff analysis in the Shimokari basin.

Date	Total rainfall depth (mm)	Max. 1 hr rainfall (mm/hr)	Peak discharge (m ³ /s)
June, 1969	196.0	30.0	9.41
Sept., 1971	213.8	30.4	5.55
Sept., 1972	143.0	30.0	7.08
Aug., 1975	132.0	31.5	3.76

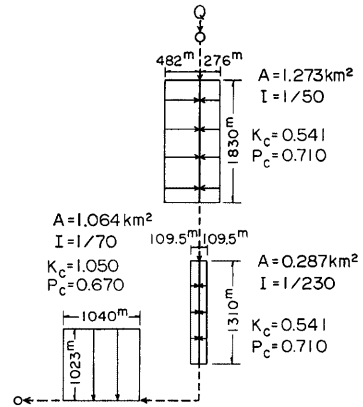


Fig. 4. Model of the Tenjin basin for the kinematic runoff analysis.

Table 2. Records of rainfall and discharge used for runoff analysis in the Tenjin basin.

Date	Total rainfall depth (mm)	Max. 10 min rainfall (mm/10 min)	Peak discharge (m^3/s)
Aug., 1973	33.5	14.5	28.8
June, 1974	125.5	10.5	37.2
July, 1974	46.0	10.0	19.0

4. 有効降雨

タンクモデルについては雨量観測値をそのまま与えるが、貯留関数法、雨水流モデルは有効雨量を入力とする。有効雨量は累加雨量～累加損失雨量曲線（以下損失雨量曲線と呼ぶ）から推定することにした。

下狩川丘陵山地流域の場合、地下水流出は指数関数的に低減するものとして降雨終了時刻まで逆挿し、この点と立ち上がり点を結んで、直接流出成分を分離した。ただし明瞭な分離が困難なハイドログラフについては、地下水流出量を大きく想定した場合と水平分離法に近く小さく見積る場合の両者とも検討した。損失雨量曲線を Fig. 5 に示す。

天神川市街地域のみからの流出量には、地下水流出成分はほとんど見られないので、全量を直接流出量とした。損失雨量曲線を Fig. 6 に示す。

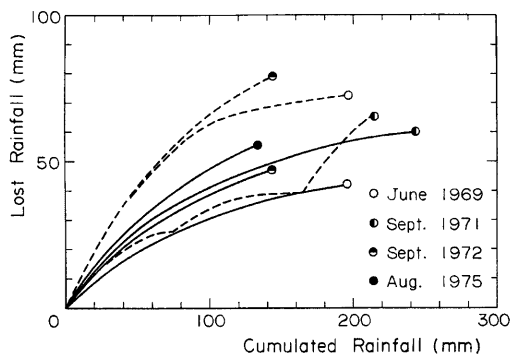


Fig. 5. Cumulated rainfall and lost rainfall curves in the Shimokari basin.

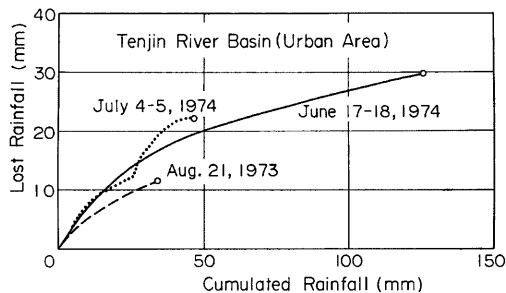


Fig. 6. Cumulated rainfall and lost rainfall curves in the Tenjin basin.

5. 流出モデルとモデル定数の決定

流出解析法については今まで各種の方法が提案されてきているが、実用的にはタンクモデル、貯留関数法及び雨水流モデル (kinematic runoff モデル, 等価粗度法とも呼ばれる) が代表的なものと目されるので、これら3種の流出モデルを採用するものとする。

5.1 タンクモデル

各種流出解析法の比較検討を行う場合、モデルを最適化することが望ましい。タンクモデル¹⁾については、従来パラメータを試行錯誤的に定めざるを得ないのが最大の欠点であった。しかし最近ではいろいろと最適化が試みられているようであり、小林ら²⁾は非線形最適化手法の一手法である Powell の共役傾斜法を用いて、日流量解析用タンクモデルを定め良好な結果を得ている。菅原ら³⁾も独自の方法で定数の自動決定を試みているが、小林らの方法の方がより一般的である。そこで本研究でも Powell の共役傾斜法を用いてタンクモデル定数の探索を行うことにする。

共役傾斜法は n 個の共役ベクトルの集合が与えられるとき、 n 次元変数 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ の正值2次形式

$$F(x) = \frac{1}{2}x^T A x + b^T x + c$$

の最小点 x^0 は、これらのベクトル方向に沿ってただか n 回の降下により到達しようという事実に基づいている。

共役傾斜法の中でも Powell の方法は1階偏導関数値を計算しなくてもよい点が大きな特長となっている。またわれわれの用いる目的関数は、最小点近傍では正值2次形式近似が期待できるが、常にこの形式で表わされるとは限らない。その点この方法では一つの基準を設けて各段階で作られた共役方向の有効性を判断し、基準が満たされる場合はそれを採用して現在の方向のうちの一つと取り替え、そうでない場合は現在の方向をそのまま用いて降下させ、最小点を探索していくという工夫がなされている⁴⁾。

さて最適タンクモデルの探索に際し、タンクの構造はどの出水に対しても同一で初期水深のみが異なるものとする。たとえば4洪水を同時に解析する場合、 x と Fig. 7 のパラメータとの対応は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a_1, x_2 = c_1, x_3 = a_2, x_4 = c_2, x_5 = b_1, x_6 = h_{11}, x_7 = h_{12}, \\ x_8 &= h_{13}, x_9 = h_{14}, x_{10} = a_3, x_{11} = c_3, x_{12} = b_2, x_{13} = h_{21}, x_{14} = h_{22}, \\ x_{15} &= h_{23}, x_{16} = h_{24}, x_{17} = a_4, x_{18} = c_4, x_{19} = b_3, x_{20} = h_{31}, x_{21} = h_{32}, \\ x_{22} &= h_{33}, x_{23} = h_{34}, x_{24} = a_5, x_{25} = h_{41}, x_{26} = h_{42}, x_{27} = h_{43}, x_{28} = h_{44} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに h_{ij} : i 段目タンクの j 番目洪水初期水深。

最適解を得るための目的関数 $F(x)$ として次式を採用する。

$$F(x) = F_1(x) + F_2(x) \longrightarrow \min \dots\dots\dots (2)$$

$$F_1(x) = \sum \frac{|Q_0 - Q_c|}{\sqrt{Q_0}} \longrightarrow \min \dots\dots\dots (3)$$

または

$$F_1(x) = \sum |Q_0 - Q_c| \longrightarrow \min \dots\dots\dots (4)$$

ここに $F_1(x)$: 誤差基準, Q_0 : 実測流量, Q_c : 計算流量。

誤差の評価法としては相対誤差や絶対誤差を用いる方法もあるが、相対評価では低水部の誤差が高水部のそれに比べて大きく評価され、絶対誤差評価法はその逆となり、いずれも再現性に問題の残る場合が多い。

(3) 式は相対誤差に $\sqrt{Q_0}$ の重みをつけて高水部と低水部とを効率よく同時に再現するために導入する重み

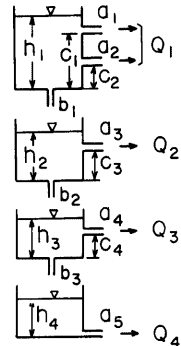


Fig. 7. Tanks model.

つき評価基準であって、相対誤差及び絶対誤差の中間的なものである。なおこの基準は適合度検定によく用いられる χ^2 -基準の平方根をとった形式に相応していることから、その有用性が推察できよう。

次に $F_2(x)$ について考える。Powell の共役傾斜法は制約条件のない場合の最適手法であり、負の定数が得られる可能性もあるので、この難点を解消するためペナルティ関数を用いる³⁾。制約条件として次式を考える。

$$\left. \begin{aligned} x_i &\geq 0 & i=1, 2, \dots, 28 \\ c_1 - c_2 &\geq 0 \\ 1 - (a_1 + a_2 + b_1) &\geq 0, & 1 - (a_3 + b_2) \geq 0, & 1 - (a_4 + b_3) \geq 0, & 1 - a_5 \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

もし、この条件が満足されない場合には目的関数が非常に大きな値をとるものとする。たとえば $c_1 - c_2 \geq 0$ の条件については次のようにする。

$$F_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } c_1 - c_2 \geq 0 \\ (c_2 - c_1) \times 10^6 & \text{for } c_1 - c_2 < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

他の条件についても同様に処理できる。したがって目的関数を (2) 式のように設定すれば、タンクモデル定数は合理的に探索できることになる。

5.2 貯留関数法

貯留関数法⁵⁾ は次式のように連続式及び運動方程式で構成される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_t}{dt} &= r_e - Q_t \\ S_t &= KQ_t^P \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに r_e : 有効降雨強度 (mm/dt), $Q_t(t) = Q_t(t + T_t)$: 遅れ時間 T_t を考慮した直接流出高 (mm/dt), S_t : みかけの流域貯留量 (mm), t : 時間, K, P : 定数。

一般には r_e の代わりに流入係数 f と降雨強度 r を用いて fr が用いられる。しかしこの流入係数は流域面積の大きい場合を想定して導入された係数であって、ここで対象とするように流域面積も小さく、流域平均雨量も精度よく推定できる場合は上記の表現の方が合理的であろう。

計算は (7) 式をまとめた次式で行う。

$$\frac{dQ_t}{dt} = -\frac{1}{KP} (r_e - Q_t) Q_t^{1-P} \dots\dots\dots (8)$$

数値解法としては Runge-Kutta 法を用いることにする。 $Q_t(t)$ が既知のとき、(8) 式に基づいて $Q_t(t + \Delta t)$ を求めるアルゴリズムは以下のようである。

- (i) $Q_t(t)$ を (8) 式の右辺に代入し $(dQ_t/dt)_0$ を求める。
- (ii) $Q_{t1} = Q_t(t) + (dQ_t/dt)_0 \cdot \Delta t/2$ とし、 $(dQ_t/dt)_1$ を求める。
- (iii) $Q_{t2} = Q_t(t) + (dQ_t/dt)_1 \cdot \Delta t/2$ とし、 $(dQ_t/dt)_2$ を求める。
- (iv) $Q_{t3} = Q_t(t) + (dQ_t/dt)_2 \cdot \Delta t$ とし、 $(dQ_t/dt)_3$ を求める。
- (v) $Q_t(t + \Delta t) = Q_t(t) + \frac{\Delta t}{6} \left\{ \left(\frac{dQ_t}{dt} \right)_0 + 2 \left(\frac{dQ_t}{dt} \right)_1 + 2 \left(\frac{dQ_t}{dt} \right)_2 + \left(\frac{dQ_t}{dt} \right)_3 \right\}$ とする。

ここでも Powell の共役傾斜法によりモデル定数の最適化を行う。決定すべき変数を K, P の 2 個とし次のようにおく。

$$x_1 = K, x_2 = P \dots\dots\dots (9)$$

目的関数として (4) 式の絶対誤差を用いる。これはタンクモデルの場合とは異なり、有効雨量の総量と全直接流出量とが等しくなるため、高水部を合わせれば低水部もよく再現されると判断したためである。

次の制約条件はペナルティ関数で処理する。

$$0 < K, 0 < P \leq 1 \dots\dots\dots (10)$$

$$\Delta t \leq 2KPQ_{\max}^{P-1} \dots\dots\dots (11)$$

$$\Delta t \leq KQ_{\max}^{P-1} \dots\dots\dots (12)$$

ここに Q_{\max} : 実測ピーク流出高。

(11), (12) 式は計算の安定条件であり, (11) 式は図解法での条件⁶⁾, (12) 式は Q_{\max} が Δt 間続いても貯留量は 0 にならないという条件である。

5.3 雨水流モデル

雨水流モデル⁷⁾ の基礎式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \text{斜面: } h_s &= k_s q^{p_s} \\ \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= r_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{河道: } W &= k_c Q^{p_c} \\ \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} &= q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに h : 水深, q : 単位幅流量, W : 流積, Q : 流量, x : 距離。 k_s, p_s : 斜面流動数で Manning を仮定すると $p_s=0.6, k_s=(N/\sqrt{I})^{p_s}, I$: 斜面勾配, N : 等価粗度。また k_c, p_c は河道流動数である。実際の計算では, これらの式の特性曲線を利用して雨水追跡を行う。

下狩川の有効雨量は Fig. 5 の破線からの推定値を用いたが, 流域モデルは Fig. 2 である。天神川流域モデルは Fig. 4 であり上流端からの流入量は境界条件として与えた。

斜面の等価粗度 N は従来の値を用いた。すなわち下狩川丘陵山地流域⁸⁾ では一律に $N=0.8 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$, 天神川市街地流域⁹⁾ では最下流斜面は $N=0.004 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$, 他は $N=0.006 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ とした。

6. 流出解析の結果

タンクモデル, 貯留関数法及び雨水流モデルによる再現結果の一例を Fig. 8, 9 に, ピーク流量について実測値と計算値の対比を Fig. 10, 11 に示す。各モデルとも再現性は実用上十分と思われるが, 得られた結果を詳細に述べると以下のようである。

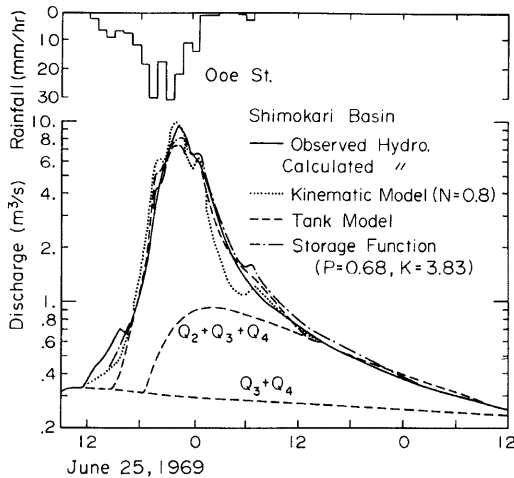


Fig. 8. An example of the results obtained by three flood runoff models in the Shimokari basin.

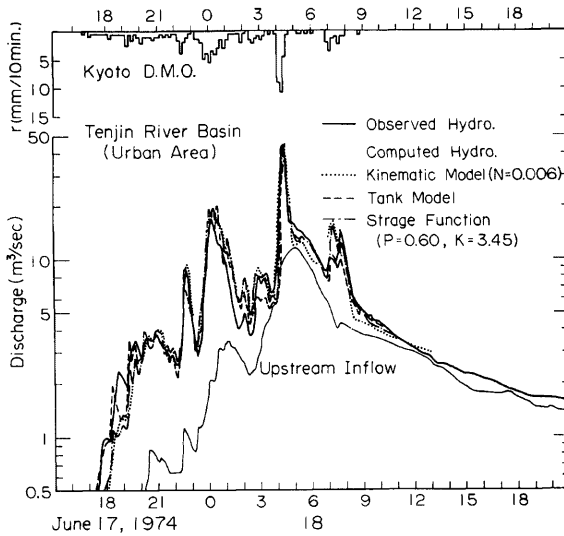


Fig. 9. An example of the results obtained by three flood runoff models in the Tenjin basin.

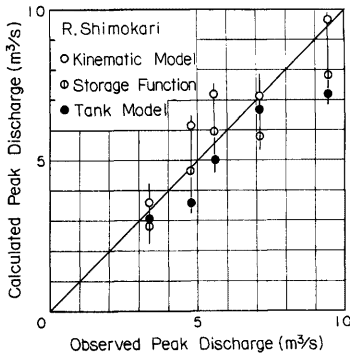


Fig. 10. Comparison between observed and calculated peak discharges obtained by three flood runoff models in the Shimokari basin.

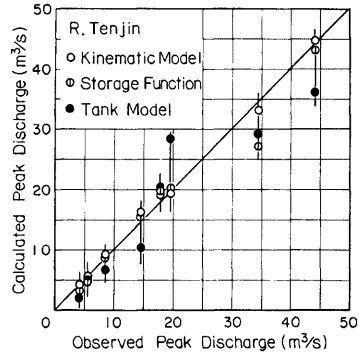


Fig. 11. Comparison between observed and calculated peak discharges obtained by three flood runoff models in the Tenjin basin.

6.1 タンクモデル

Fig. 12 は下狩川タンクモデルの一例である。再現結果と各タンクからの流出状況を Fig. 8 の破線で例示するが、第1段は表面流と洪水初期の中間流、2段は低減部の中間流、3、4段は地下水流出分に対応していると判断される。なお目的関数は(3)式であり、 $\Delta t=1$ hrとした。

Fig. 13 は天神川タンクモデルの一例である。第4段目の定数は不合理な値となっているが、4段目からの流出量は0であり洪水流出には無関係になっていることがわかる。すなわち直列4段型モデルを想定して

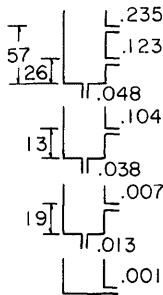


Fig. 12. An example of the tanks models in the Shimokari basin ($\Delta t=1$ hr).

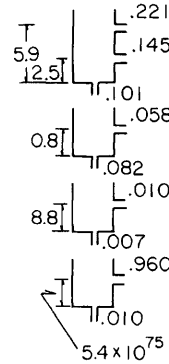


Fig. 13. An example of the tanks models in the Tenjin basin ($\Delta t=5$ min).

定数を求めたところ、3段のタンクモデルが得られたことになる。また種々検討したところ、3段目タンクは流域内にある丘陵域からの遅い流出に相当していると考えられ、流出に占める割合は小さく、完全に市街化された流域では2段モデルで十分と判断された。Fig. 13は(3)式の下での準最適モデルであるが、この他にも(4)式の目的関数を用いて定数を求めてみたところ、目で判断する限り再現性は同程度であった。なお $\Delta t=5$ minである。

タンクモデルによるハイドログラフ全体の再現性は、下狩川の場合他の2方法に比べて優れているようである。しかしピーク流量については、Fig. 10に示すように貯留関数法と同様、大部分の場合小さく計算されている。これは $\Delta t=1$ hrごとの実測値を再現したため、任意時刻に発生するピーク流量を対象としなかったことによるものである。

また天神川の場合Fig. 11からも察されるように、タンクモデルよりも他の解析方法の方が、より良好な結果を与えている。これは一つには第1段タンクの側面流出孔数を2個としたため、流量の大きい場合の非線形貯留流出関係を十分に表現し得なかったためと判断される。第二には流域平均雨量として、京都地方気象台の記録のみをそのまま用いたためであろう。

6.2 貯留関数法

前述の定式化方法により最適値を求めた。下狩川流域では低い地下水流出分離曲線を用いた場合、 $\Delta t=1$ hrとして $P=0.44$, $K=14.5$, $T_i=0$ (Fig. 14), 高い分離曲線を用いて $P=0.68$, $K=3.83$, $T_i=0$ (Fig. 15)を得た。天神川流域の場合は、 $\Delta t=5$ minとして $P=0.60$, $K=3.45$, $T_i=0$ ($\Delta t=1$ hrに換算して $K=0.78$)が得られた(Fig. 16)。この結果から判断すると、都市化に伴い K の値は大きく変化するが、 P はあまり変わらないといえる。

貯留関数による結果は、両流域とも、ハイドログラフ全体の再現性からみても、またピーク付近に着目しても、他の2方法によるその中間位にある。

Fig. 14は下狩川流域において流域貯留量と流出量の関係をプロットしたものである。これからみると、貯留量に応じて P を変化させ、2本の折線で貯留関数を表現する方が良法とも推察される。しかし、そうした場合再現性は若干良くなるが必ずしも大幅な改善になるとはいえない。また貯留流出関係は、低い分離曲線を用いるの方が高い分離曲線の場合よりも一価対応が得やすいことをFig. 14が示唆している。

6.3 雨水流モデル

雨水流モデルについてはモデル定数の最適値を探索しなかったが、実測値との対比から判断する限り、下

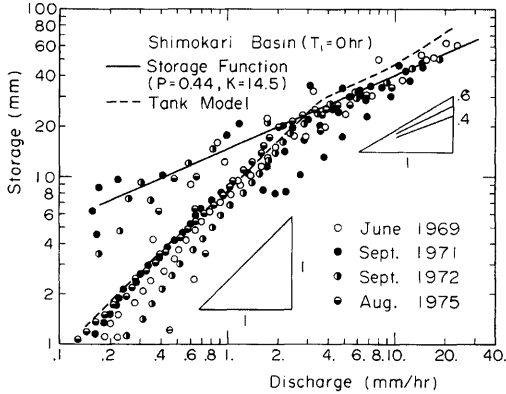


Fig. 14. Relation between storage and discharge for direct runoff in the Shimokari basin.

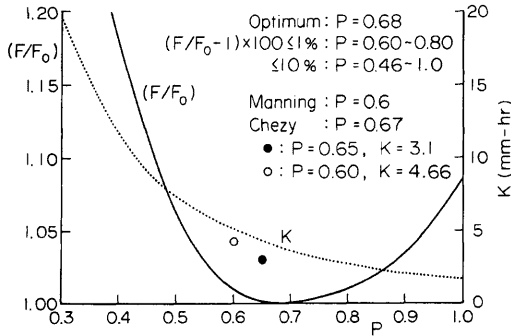


Fig. 15. The relative objective function (F/F_0) and the optimum values of K for a given value of P in applying the storage function model to the Shimokari basin.

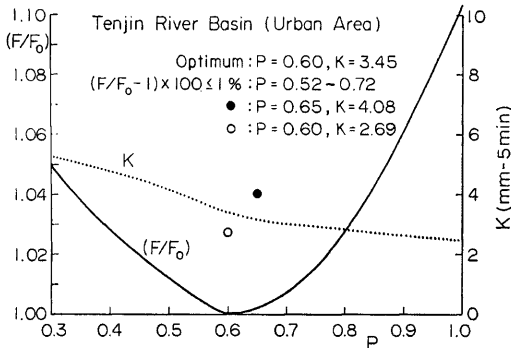


Fig. 16. The relative objective function (F/F_0) and the optimum values of K for a given value of P in applying the storage function model to the Tenjin basin.

狩川流域では最適値より若干小さめの N を、天神川流域の場合には最適値に十分近い N を与えていると推察される。

下狩川流域については、地下水流出量を大きく評価する方が、再現結果は良好である。ここでは雨水流モデルとして Manning 型の表面流モデルを用いていることからすれば当然といえよう。再現性はピーク流量に関しては、他のモデルより若干良いかまたは同程度 (Fig. 10) であるが、低減部はあまり良好ではなく (Fig. 8), モデル定数の最適化あるいは中間流との複合モデルを考慮する必要があったのかも知れない。

天神川流域の場合の再現性は非常に良く、3方法中最良と判断される。これは雨水流出の大部分が表面流出成分であるためとみられる。

7. 流出モデルの相互関連性

7.1 下狩川丘陵山地流域

(1) 貯留関数と雨水流モデル

いま流域が、長さ L の河道の両側に幅 B の長方形斜面を持つ単一ブロックに総合化できるものとする。ここに面的に一律で強度一定の有効降雨強度 r_c が継続する場合、ピーク時の貯留量 V は (13), (14) 式より次のようになる。

$$V = 2L \int_0^B h_s dx + \int_0^L W dx = \frac{k_s L}{1+p_c} \left(\frac{1+p_c}{1+p_s} \frac{t_s}{t_c} + 1 \right) Q^{p_c} \dots\dots\dots (15)$$

ここに t_s, t_c : 斜面及び河道の伝播時間。

上式は河道貯留量に着目した表現であるが、これを斜面のそれに変換し貯留量も水深 S で表わすと次式が得られる。

$$S = \frac{k_s B p_s}{1+p_s} \left(1 + \frac{1+p_s}{1+p_c} \frac{t_c}{t_s} \right) r_c p_s \dots\dots\dots (15')$$

(15), (15') 式は同一の値を与える式であり、貯留関数 $S_i = K Q_i^P$ との関係として次式が得られる。

$$P = p_s \sim p_c, K = \frac{k_s B p_s}{1+p_s} \left(1 + \frac{1+p_s}{1+p_c} \frac{t_c}{t_s} \right) \dots\dots\dots (16)$$

流域面積の小さい場合には河道の効果は無視できる程小さいと考えられるから、貯留関数の K, P は斜面流の抵抗則に支配されることになる。そこで層流型表面流の $P=1/3$ から Darcy 型中間流の $P=1$ の範囲にわたり、Fig. 5 の破線の損失雨量曲線を用いて、貯留関数の P を変えた場合の相対目的関数 (F/F_0) の値を吟味すると、Fig. 15 のようになる。ここに F_0 は最小目的関数である。同図中には P ごとの最適な K 値も併示してある。最適値は $P=0.68, K=3.83$ であるが、 F_0 の 1% 以内では $P=0.60 \sim 0.80$ を得る。この範囲には Manning 則の 0.60, Chezy 則の 0.67 が含まれるから、結局貯留関数は表面流モデルに相当していることがわかる。

そこで S_i を mm, Q_i を mm/hr 単位で表わすこととして、Manning 型表面流を想定すると次式が得られる。

$$P=0.6, K = \frac{\alpha_1}{1+P} \left(\frac{NB}{\sqrt{I}} \right)^P \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha_1 = (3.6 \times 10^6)^{-0.6} \times 10^3 \approx 0.116$$

上式に $N=0.8 \text{ m}^{-1/3}, B=486 \text{ m}, I=0.144$ を代入すると $K=4.66$ を得る。この値は Fig. 15 より最適値に近い値となっていることがわかる。

また洪水到達時間 t_P は次式である。

$$t_P = t_s + t_c = \frac{k_s B p_s}{r_c I^{-1/3}} \left(1 + \frac{t_c}{t_s} \right) \dots\dots\dots (18)$$

角屋・福島の実用提案式¹⁰⁾に次式がある。

$$t_P = C_P A^{0.22} r_c^{-0.35} \dots\dots\dots (19)$$

ここに t_P : 洪水到達時間 (min), A : 流域面積 (km^2), r_e : 有効降雨強度 (mm/hr), C_P : 土地利用形態により異なる定数で丘陵山地域では 290.

$(1+p_s) \cong (1+p_c)$ とおけるから, (16), (18), (19) 式から貯留関数の K, P は次のようになる.

$$P \cong 0.65, K = \alpha_s \frac{C_P A^{0.22}}{1+p_s} \frac{1 + \frac{1+p_s}{1+p_c} \frac{t_c}{t_s}}{1 + \frac{t_c}{t_s}} \cong \alpha_s \frac{C_P A^{0.22}}{1+P} \dots (20)$$

$$\alpha_s = 1/60$$

下狩川流域の場合 $A=1.32\text{km}^2$ を代入すると, $K=3.11$ となり, 最適値に近い値となっている (Fig. 15).

(2) 貯留関数と中間流

Fig. 14 は, 遅れ時間 $T_l=0$ の場合の貯留量 S_l と直接流出高 Q_l を示したものである. 同図で直接流出高が約 2mm/hr の所で折れ点が見られ, それ以上の流出高では $P=0.4\sim 0.6$, 以下では $P=1$ である. この $P=1$ は中間流出の卓越する領域であって, 貯留関数を $S_l=K_l Q_l$ とおくと $1/K_l$ は中間流出の低減係数 $\lambda_s(\text{hr}^{-1})$ である. 中間流出最大強度 r_a を折れ点の 2mm/hr とみると, 見かけの表層厚さ γD は次式のようになる¹¹⁾.

$$\gamma D = r_a / \lambda_s = r_a K_l \dots (21)$$

$K_l=8.3 \text{ hr}$ を代入して, $\gamma D=16.6 \text{ mm}$ が得られる.

(3) タンクモデルの第 1 段目の構造

Fig. 8 に示すように第 1 段からの流出は表面流と洪水初期の中間流に対応している. Fig. 7 で c_2 は初期損失に相当すると考えられるが, Fig. 12 のモデルについて (h_1-c_2) と Q_1 の関係を調べると Fig. 14 中示す曲線となる. 実際の $S_l \sim Q_l$ と比較するとほぼ平行になっているが, この中には 2 段以下への供給分も含まれており, 同一流出高に対する貯留量は若干大きくなっている. また洪水初期には $h_2 < c_3$ であり, 雨水流モデルでは初期はほとんど中間流であることを考えれば, a_2 は初期の中間流に対応すると思われる. また最適手法によれば再現性のよいタンクモデルはいくつか得られるが, 第 1 段の $(h_1-c_2) \sim Q_1$ 関係を示した Fig. 17 からみられるように, 各モデルとも構造はかなり異なるにもかかわらず類似の貯留構造を持っていることがわかる. なお同図中実線のタンクは Fig. 14 の破線で示されるものである.

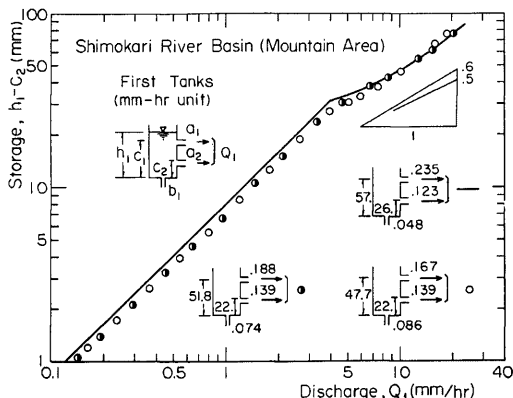


Fig. 17. Relation between (h_1-c_2) and Q_1 in Fig. 7 for various first tanks in the Shimokari basin.

(4) タンクモデルの第2段目の構造

前述のように2段目は中間流出に対応すると考えられるので、いま低減部に着目して1段目からの流出が終った時点を $t=0$ とし、1段目の水深をある一定値 c_2' とおくと、 $t=n \cdot \Delta t$ 後の2段目からの流出高 $Q_2(n \cdot \Delta t)$ は次のように表現できる。

$$Q_2(n \cdot \Delta t) = \left\{ Q_2(0) + \frac{a_3(b_1c_2' - b_2c_3)}{a_3 + b_2} \right\} \lambda^n + \frac{a_3(b_1c_2' - b_2c_3)}{a_3 + b_2} \dots \dots \dots (22)$$

$$\lambda = 1 - (a_3 + b_2)\Delta t$$

$t=n \cdot \Delta t$ を一定にし $n \rightarrow \infty$ とすれば $\lambda^n \rightarrow e^{-(a_3+b_2)t}$ である。上式右辺第2項は小さいから $Q_2(n \cdot \Delta t)$ は近似的に指数減水し、中間流出低減係数は $\lambda_2 = 1/K_2 \approx a_3 + b_2$ となる。Fig. 14 からは $\lambda_2 = 0.12 \text{ hr}^{-1}$ であるが、Fig. 12 のモデルでは $(a_3 + b_2) = 0.142 \text{ hr}^{-1}$ となる。

また2段から3段への供給量 $i_3(n \cdot \Delta t)$ は地下水補給量と考えられ、次式のようになる。

$$i_3(n \cdot \Delta t) = \left\{ i_3(0) + \frac{b_2(a_3c_3 + b_1c_2')}{a_3 + b_2} \right\} \lambda^n + \frac{b_2(a_3c_3 + b_1c_2')}{a_3 + b_2} \dots \dots \dots (23)$$

$c_2' = 0$ とおくと第2項は一定値で Fig. 12 のモデルでは 0.36 mm/hr である。これを最終浸透能 f_c と対応づけると、従来の値は下狩川では $f_c = 1.28 \text{ mm/hr}$ 、小畑川で 0.74 mm/hr となっており¹²⁾、若干異なるが大きな矛盾はない。

$t=0$ で中間流出最大強度 r_a が発生し、その時 i_3 は最終浸透能に近いと考えると、 $r_a = Q_2(0) = a_3h_2(0) - a_3c_3$ 、 $b_2h_2(0) = f_c$ から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} r_a &= a_3 f_c / b_2 - a_3 c_3 \\ \gamma D &= r_a / (a_3 + b_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

ここで $f_c = 1.28 \text{ mm/hr}$ を代入すると $r_a = 2.15 \text{ mm/hr}$ 、 $\gamma D = 15.2 \text{ mm}$ が得られ、上述の貯留関数より求まる値と大差はない。

7.2 天神川市街地流域

(1) 貯留関数と雨水流モデル

貯留関数の P に対する相対目的関数 (F/F_0) と最適な K の変化を Fig. 16 に示す。 S_i を mm 、 Q_i を $\text{mm}/5\text{min}$ で計算するとして最適値は $P=0.60$ 、 $K=3.45$ 、最小目的関数値 F_0 の1%以内では $P=0.52 \sim 0.72$ となる。また損失雨量曲線を若干変えると最適値は $P=0.62$ 、 $K=3.29$ 、同じく F_0 の1%以内では $P=0.54 \sim 0.70$ となる。これらの P の範囲に Manning 則の 0.60 や Chézy 則の 0.67 が含まれるから、下狩川流域の場合と同様、貯留関数は表面流モデルに相当していることになる。

いま斜面の流れに Manning 則が仮定でき、ピーク流量時に流域最遠点の擾乱が下流端に到達するものとする。河道の効果を無視すると (17) 式より K, P が求められるが、この式に $N=0.004 \text{ m}^{-1/3}$ 、 $B=1032 \text{ m}$ 、 $I=1/70$ を代入すると $P=0.60$ 、 $K=2.69$ を得る。一般に市街地からの流出には河道の占めるウエイトが大きいので、 $t_c/t_s=1$ 、 $p_s=0.60$ 、 $p_c=0.67 \sim 0.71 \approx 0.7$ とすると (16) 式から $P=0.60$ 、 $K=4.38$ が得られる。ただし単位換算係数は $\alpha_1 = (3.6 \times 10^6)^{-0.6} \cdot 10^3 \cdot 12^{0.6} \approx 0.517$ である。

洪水到達時間推定式を利用した (20) 式からも K, P の概略値が得られる。市街地域では $C_p=60 \sim 90$ であり、 $C_p=65$ 、 $A=2.625 \text{ km}^2$ を代入すると $P=0.65$ 、 $K=4.08$ となる。ただし上の $\text{mm}-5\text{min}$ 単位では $\alpha_2 = 12^{0.65} \cdot 60 \approx 0.0838$ である。このように推定された K, P の値は、いずれも最適値に近い (Fig. 16)。また定数 C_p については上述の丘陵山地流域、市街地流域の他にも放牧地・ゴルフ場の値も得られており、(20) 式を利用すれば土地利用形態及び流域面積に応じて、貯留関数の K 及び P の概略値が予測できることになる。

(2) タンクモデル

市街地からの雨水流出は表面流出成分がほとんどで、タンクモデルは実用上2段で十分であることは前述したが、2段目は流出の微調整的な役割を受け持ち、流域の貯留特性はほとんど1段目の構造に集約される格好になっている。第1段の $(h_1 - c_2) \sim Q_1$ 関係を Fig. 18 に示すが、流出高の大きい所で次の表現が可能

なことが察される。

$$h_1 - c_2 \doteq K_t Q_1^{P_t} \dots\dots\dots (25)$$

ここに K_t, P_t : 定数。

同図中には最適貯留関数 ($P=0.60$), 洪水到達時間推定式から求めた貯留関数 ($P=0.65$) も併示してあるが, これらとほぼ平行になっていることから, 次の関係式が得られる。

貯留関数法との関係:

$$P_t \doteq P, f_1 \cdot K_t \doteq K, f_1 = 0.6 \sim 0.7 \dots\dots\dots (26)$$

洪水到達時間推定式との関係:

$$P_t \doteq 0.65, f_2 \cdot K_t \doteq \alpha_2 \frac{C_p A^{0.22}}{1 + P}, f_2 = 0.8 \sim 0.95 \dots\dots\dots (27)$$

雨水流モデルとの関係:

$$\left. \begin{aligned} P_t \doteq p_s = 0.6, f_3 \cdot K_t \doteq \alpha_1 \frac{k_s B^{p_s}}{1 + p_s} \left(1 + \frac{1 + p_s}{1 + p_c} \frac{t_c}{t_s} \right), f_3 = 0.75 \sim 0.9 \\ \text{or } \doteq \alpha_1 \frac{k_s B^{p_s}}{1 + p_s}, f_3 = 0.5 \sim 0.55 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ここに f_1, f_2, f_3 は $(h_1 - c_2)$ 中で直接流出に関与する貯留量を表わす定数で, 2 段以下の複雑な貯留流出関係を総合的に表示するパラメータである。

また再現性のよいタンクモデルは, 最適化を行う際初期値を変えることにより多く得られる。これらの第 1 段の貯留関係も Fig. 18 に示すが, いずれも類似の貯留構造を備えている。下狩川流域での考察からも察されるように, タンクモデルの個々のパラメータの物理的意味については明確でない点が多いが, 定数の組み合わせに物理性が備わっているといえよう。

Fig. 17 と Fig. 18 の対比から下狩川流域に比べ天神川流域では, 貯留効果が大きく減少しているといえる。ただパラメータは Δt により変化するから上の対比は大略のものである。また (27) 式から土地利用形態と流域面積に応じ, 概略の $(h_1 - c_2) \sim Q_1$ 関係が期待されるが, 詳細は今後検討する必要がある。

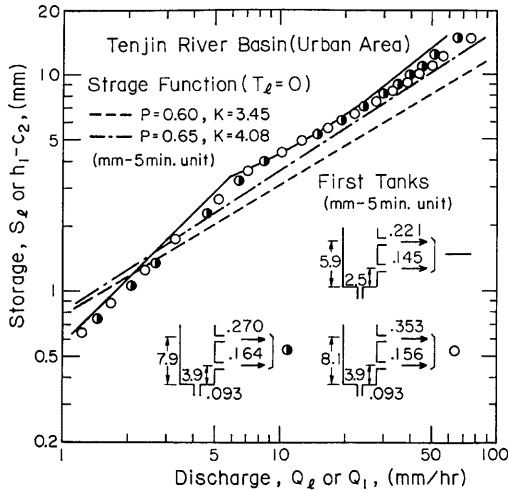


Fig. 18. Relation between $(h_1 - c_2)$ and Q_1 in Fig. 7 for various first tanks in the Tenjin basin.

8. あとがき

本報告は代表的な流出モデルとしてタンクモデル、貯留関数法及び雨水流モデルをとりあげ、これまで不明確な点の多かった流出モデル間の関連性について、下狩川丘陵山地流域と天神川市街地流域を対象に検討したものである。得られた結果を要約すると以下のようである。

(1) Powellの共役傾斜法を用いて貯留関数 $S_t = KQ_t^P$ の P の最適値を求めると、下狩川流域では0.68、天神川流域では0.60が得られ、いずれも表面流モデルに相当していた。

(2) 上の2流域について最適貯留関数の P はあまり変わらないが K は大きく異なる。また洪水到達時間推定式を利用すれば、土地利用状態に応じ K, P の目安値が得られるが、この K 値及び雨水流モデルからの K 値は最適値に近い値となる。

(3) タンクモデルの定数も最適手法により求めた。この第1段は一見複雑であるが、貯留関係に着目すると雨水流モデル、貯留関数と密接に関係していることがわかった。また下狩川流域のタンクモデルと天神川流域のそれは、第1段の貯留関係に明瞭な差異が認められた。

(4) 下狩川流域のタンクモデルの第2段は中間流出と密接な関連があり、その定数は最終浸透能、中間流出の低減係数及び中間流出最大強度と関連づけられる。

(5) 各モデルの得失は一概に結論づけられないが、再現性に関しては各方法とも実用上十分である。

一方今後さらに検討すべき問題点も多く残されている。特に雨水流モデルの最適化、タンクモデル構造の解釈、貯留関数法の遅れ時間及び他の土地利用形態の流域における各種流出モデルの比較などについて今後の研究を進めたいと考えている。

本報告で用いた水文資料は、過去及び現在の研究室員の方々の労苦の結晶であり、特に本研究所角田吉弘技官の功績が大きい。また図面の作製に当っては本研究所永田敏治技官に負う所が大きい。記して深謝の意を表するものである。

本研究の計算には京都大学大型計算機センター FACOM M-190、及び化学研究所 FACOM 230-48 を使い、共役傾斜法及び直線上の極小化のプログラムは、同センター開発のサブルーチン POW 及び LMINF を使用した。また本研究の遂行にあたり、昭和52年度文部省科学研究費の援助を受けたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 菅原正巳：流出解析法，共立出版，1972。
- 2) 小林慎太郎・丸山利輔：Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索，農業土木学会論文集，第65号，1976，pp. 42-47。
- 3) 菅原正巳・尾崎脊子・渡辺一郎・勝山ヨシ子：タンク・モデルの構造を自動的に定める計算機プログラムの開発（第1報），国立防災科学技術センター研究報告，第17号，1977，pp. 43-89。
- 4) たとえば，Kowalik, J. and Osborne, M. R. 著，山本善之・小山健夫訳：非線形最適化問題，共立出版，1970，pp. 57-64。
- 5) 木村俊晃：貯留関数法，土木技術資料，No. 4, Vol. 1, 1962, pp. 41-51。
- 6) 建設省水文研究会編：流出計算例題集2，1971，p. 101。
- 7) 末石富太郎：特性曲線法による出水解析について，土木学会論文集，第29号，1955，pp. 74-87。
- 8) Kadoya, M.: Predictive Study on Urbanizing Effect of Drainage Basin on Flood Runoff, Proc. ISH, 1972, pp. 436-449。
- 9) 角屋 睦・岡 太郎：市街地域の雨水流出特性，京都大学防災研究所年報，第14号 B, 1971, pp. 143-155。
- 10) 角屋 睦・福島 辰：中小河川の洪水到達時間，京都大学防災研究所年報，第19号 B2, 1976, pp. 143-152。
- 11) 石原藤次郎・石原英雄・高棟琢馬・頼 千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報，第5号，1962，pp. 147-173。
- 12) 角屋 睦：都市化と流出，土木学会水理委員会，水工学シリーズ・74-A-2, 1974。