

スカイスクレーパーの弾塑性応答と耐震設計法

小堀 鐸二・南井良一郎

ELASTO-PLASTIC RESPONSE AND ASEISMIC DESIGN OF SKYSCRAPER

by Dr. Eng. Takuji KOBORI and Ryoichiro MINAI

Synopsis

The aseismic design should be intended to give the reasonable dynamic characteristic toward buildings and other structures so that the earthquake responses of them may safely occur within their allowable values against the prescribed group of the destructive earthquake excitations. In this paper, to obtain such a reasonable dynamic characteristic of the tall building structure, the optimum dynamic one of the elasto-plastic system which makes the maximum responses to uniformly distribute in accordance with their allowable value is determined by means of the earthquake response analysis technique, and is expressed in the available form to a practical aseismic design.

1. まえがき

一般に、耐震設計とは将来生起すると予想される地震外乱群に対して、構造物系各部の耐震安全性を示す尺度で表わされた地震応答が各部に対応して定まる許容値以内に、予め指定された適正な空間的分布で出来るだけ収るよう構造物系の動力学特性を最も経済的に設計することに他ならぬ。斯かる立場での動的耐震設計法の原理とその方法は、構造物系を構成する上部主構造、基礎、周辺地盤、媒体地盤の諸性状と地震外乱の諸性質によつて異なるものである。一般的な韌性材料の構造物を対象とすれば発生頻度の小さい激震に対しては、外乱安全率を導入して終局状態で耐震安全性を判定する弾塑性終局耐震設計法と、頻度の大きい中乃至強震を対象として比較的大きい応答安全率を導入した等価弾性統計的耐震設計法が同時に適用されるべきである。これ等に関する応答計算法と設計法の原則的な過程は既に示したところである。¹⁾ 地震応答計算に基づく動的耐震計算法は一般には二段階に分離して考えられる。第1段の過程は、重力、風外乱等の種々の外乱形態と並列して、構造物系の各部材、各接合部に至るまで設計するための耐震設計資料を得るまでの段階である。ここでは、構造物系を類型的、かつ概括的に把握し、各部の耐震安全性を総括的に測る尺度を選定して応答を定義し、そのうえで構造物系の地震応答の制御に第一義的な意味をもつ構造物系の動力学特性を規定するパラメーターを選んで構造物系モデルを設定して地震応答解析がなされ、その結果、最適動力学特性が見出され、これから諸種の第1段耐震設計資料が得られる。第2段の過程は、第1段で得られた耐震設計資料とともに、重力、風力等に関する設計資料や、他の諸条件で総合的に設計され実現した構造物に対して耐震安全性を再検討する過程である。典型的な類型化した構造物系については、第1段の過程と同様な外乱群と構造物モデルと耐震安全性の尺度で再検討するか、若しくは全然不要になる様に第1段の設計資料が調整されるべきであるが、新しい構造材料、構造形式のものあるいは複雑な構造物系では、構造物系を可及的精確に把握し、各部分、例えば部材、接合部等の局所的破壊を規定する耐震安全性の尺度を選んで、構

造物系モデルを具体的かつ精確に設定し、同時に地震外乱も構造物系モデルに関連して妥当に設定して応答解析を実施し構造物系各部の耐震安全性を検証する必要がある。この二段の過程は当然密接な関係にあり、両者相俟つて耐震設計法が完成されるのであるが、全過程を量量化するためには未だ検討を加え明らかにされねばならない幾多の諸問題を残していると言わねばならない。本論文においては、韌性材料の高層建築物の激震に対する弾塑性終局耐震設計法の第1段過程に目標を限定し、既に前論文¹⁾に示された手順に従つて耐震的見地から妥当な最適動力学特性を定量的に求め、これ等を設計に便利な形の耐震設計資料として表現する。

2. 地震波外乱、構造物系モデル、耐震安全性の尺度の設定

地震応答計算では先づ地震波外乱、構造物系モデルと耐震安全性の尺度が相互の関連において妥当に設定されねばならない。地震波形は不規則で広い周波数範囲と振巾分布をもつてゐるが、高層構造物においては構造物系低次周波数が地震加速度波のスペクトル密度の大な卓越周波数帯域より小さく、従つて高次非定常共振の傾向が強いと思われる。一方、弾塑性終局耐震設計法では、理想化された単純な等価波形関数を有し、簡単な最大加速度振巾の周波数特性で規定した外乱群が採用出来るが¹⁾、これを定量的に求めるには、先づ可及的具体性を有する地震波波形関数による応答解析が數種の第一義的な耐震安全性の尺度に関して先行されねばならない。斯かる見地からここでは、無次元地震外乱波形関数として典型的な確率統計的性質を示す El Centro, May, 18, 1940, N-S Component を採用する。^{1), 2)} 而して外乱安全率を導入した地震外乱群を規定する最大加速度振巾の周波数特性は、高周波数帯域で同一最大加速度特性、中間周波数帯域で同一最大速度特性、低周波数帯域で同一最大変位特性で与える。

$A = C_d$, $T_d \leq T_{dl}$ 同一最大加速度

$$A = C_p / T_d, \quad T_{dl} \leq T_d \leq T_{du} \quad \dots \dots \text{同一最大速度}$$

$$A = C_d / T_d^2, \quad T_{du} < T_d \quad \dots \dots \dots \text{同一最大変位}$$

ここで、普通の地盤条件に対して次の数値を設定する。

$$C_a = 0.4g = 3.92 \times 10^2 \text{ cm/sec}^2, \quad C_v = 10^4 \text{ cm/sec}, \quad C_d = 7.65 \times 10^5 \text{ cm}, \quad T_{al} = 25.5 \text{ sec}, \quad T_{au} = 76.5 \text{ sec}$$

ここで、 \bar{Y} ：地動変位、 t ：時間、 A ：最大加速度振巾、 $a(t)$ ：加速度波形関数、 T_a ：時定数、 T_{dl} 、 T_{du} ：境界時定数、 C_a 、 C_v 、 C_d ：同一最大加速度、速度、変位特性を規定する定数。 T_a は継続時間であるが、特定の波形関数については例えばスペクトル密度のピーク周波数の如き周波数基準量と対応する時定数としての意味が大きい。ここで設定した数値は、群としての最大加速度振巾 $A_{max}=0.4g$ 、最大速度振巾 $V_{max}=38.5\text{cm/sec}$ 、最大変位振巾 $D_{max}=40.2\text{cm}$ に相当し、El Centro における $A=0.32g$ 、 $V=35\text{cm/sec}$ 、 $D=13.5\text{cm}$ 、 $T_a=29\text{sec}$ に比較して振巾にも周波数にも或る程度の外乱安全率が導入してあることになる。斯くの如く外乱群としての想定は、非予測性かつ不確定な激震に対して安定な設計を行なうためである。構造物系モデルの設定にあたつては、地震波動を入力として、地盤、周辺地盤、構造物系がフィード・バック系を形成し、地盤がエネルギー拡散媒体となるとともに、周辺地盤は弾塑性挙動によりエネルギー消散機構となり、全体として固有なフィルター作用をもつ動力学系を構成するから、構造物、周辺地盤、地盤を連成系としてモデル化するのが原則であるが、地盤連成の効果を量的に評価するには、さらに地下構造物、周辺地盤、媒体地盤の力学的性質や空間構成等の関数として地震波動の伝達特性を明らかにする基礎的研究が必要である。³⁾ 然し乍ら一方、完全弾塑性せん断型 3 質点および 1 質点で夫々上部、下部構造をモデル化し下部構造の弾塑性性状を規定するパラメーターを変化させて連成効果を調べた結果では、下部構造の上部構造に対する相対的初期剛性または相対的弹性限強度につき連成度に関する臨界点が存在し、それ以下では連成度は大であるが、臨界点以上では小さく、ある程度離れると上部構造の弾塑性応答に関する限り、下部構造の

達成効果を殆んど無視して誤りがないことが判つている。^{4),5)} 高層構造物を対象とすれば、良好な地盤と堅固な基礎構造が選ばれるとともに、構造的にも計画的にも地上部分の高層化に伴つて地下部分は平面的にも深さ方向にも拡張されると前提し、また一方、地震応答における高次成分の誘発とともに下部構造の達成効果が減少することを考慮して、第1段の地震応答解析のための構造物系モデルとしては上部構造のみを対象とし、1次元せん断型3質点系に設定する。このことは架構形式を主体とした高層建築物を主対象とし、その上層、中層、下層部を代表せしめることとせん断型で3次高次成分まで考慮することを意味するが、一般に高い次数まで有し、またせん断、曲げ、振り性状を有する高層建築物を代表せしめるには不足かも知れない。構造物系モデルの妥当性は、元来構造設計の基本方針と関連を有するものであり、個々の場合には検討を要するが、原構造物系とある単純化された低い次数の構造物系モデルの対応さえ明らかであるならば、逆にモデルに関する地震応答性状の知見は原構造物系に関する知見に拡張することが出来よう。なお、復元力および減衰特性はここでは完全弾塑性履歴特性とする。粘性減衰の評価や履歴特性の第2分枝の正勾配の導入は、特に構造物系の低次周波数に比べ、比較的低い基準周波数と比較的大きい振幅を有する外乱に対する地震応答制御と安定化に有効であるが、高層建築物では相対的に高い基準周波数の外乱が決定的となるので、一応それ等を除外して安全側として完全弾塑性履歴特性に限つた。応答解析の出力に選ばれる耐震安全性の尺度は、構造物の動的破壊または機能障害を規定するものでなければならないが、これは設定した構造物系モデルによつて異なるとともに一般には要素的尺度の複雑な関数として規定される。ここで設定した様な、弾塑性履歴特性をもつ質点系モデルでは、第一義的な要素的尺度として弾塑性率または韌性率と履歴消費エネルギー率を選ぶ。前者は瞬時の変形状態で規定される破壊現象に関する変位系統の尺度であり、後者は履歴過程で累積的な動的低周波数疲労破壊現象に関するエネルギー系統の尺度であり、ともに弹性限の値を基準値として測つた無次元量で表わされる。すなわち韌性率は弾塑性相対変位と等価的弹性限相対変位の比、履歴消費エネルギー率は、履歴消費エネルギーと等価的弹性限ボテンシャル・エネルギーの比として定義される。韌性率は既に、N.M. Newmark によって導入されたものであるが、⁶⁾ それは最大弾塑性相対変位と弹性限相対変位の比として定義されているが、ここでは履歴消費エネルギー率とともに韌性率は弾塑性状態を規定する要素的な連続変数とし、その最大値と構造物系で予め与えられる許容値との比較において耐震安全性を判定する。その他、耐震安全性の尺度としては、直接次元を有する弾塑性変位または相対変位の絶対量が、重力場での横変位に伴なう不安定化現象の判定に必要とならうが、重力の影響は既に構造物系モデルにおいて弾塑性履歴特性の分枝勾配の減少、あるいは軸力の影響を含んで定まる等価弹性限強度として評価すれば、これ等を第一義的な要素と考える必要はないと思われる。

3. 地震応答計算と動的耐震設計法の基本方針

地震外乱、構造物系モデルおよび耐震安全性の尺度が定められると問題の数式的表現が可能となる。一群の外乱に対して最も適正な最適動力学特性を定めるためには、個々の地震外乱を最大振巾と時定数と無次元波形関数に分離するとともに、構造物系の動力学特性も規準量と分布に分けて考え、無次元化した基礎方程式に基づいて地震応答解析を行なうのが便利である。一般に任意外乱を受ける3次元弾塑性質点系モデルに関する無次元基礎方程式は次の如く vector-matrix equation で表現される。

ここに、 $[a]$ ：慣性分布、 $[b]$ ：等価粘性減衰係数分布、 $[k]$ ：初期剛性分布、 $\{x\}$ ：無次元変位、 $\{\varphi\}$ ：無次元履歴特性関数、 $\{f\}$ ：無次元外乱、 τ ：無次元時間、 $[a]$ 、 $[b]$ は夫々実対称マトリックスと考えてよいが、 $[k]$ は実数であるが必ずしも対称とも square とも限らない。ただし、無次元履歴特性関数ベクトル $\{\varphi\}$ を poly-linearize したときの任意線型分枝上では $[k]\{\varphi\} \rightarrow [c]\{x\}$ となり $[c]$ は実数対称としてよい。ここで扱うモデルは 1 次元せん断型完全弾塑性 3 質点系で極めて特殊な場合である。曲げ性状、捩り性状は考慮の外に置いているが、例えば後者は、質量分布に対応して、初期剛性分布と弾性限強度分布の両者

で定まる完全弾塑性系の等価的な動的剛性分布を調整することによって1次元化することが可能となる。⁷⁾ 結局この場合の無次元基礎方程式は次の様に簡単な形になる。

$$m_i \frac{d^2\eta_i}{dt^2} + \kappa_i \varphi_i(\eta_i - \eta_{i-1}; \delta_i) - \kappa_{i+1} \varphi_{i+1}(\eta_{i+1} - \eta_i; \delta_{i+1}) = -m_i \alpha \alpha(\tau) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$i=1,2,3, \eta_0=0, \eta_3=\eta_4$

ここに, $\tau = \sqrt{\bar{K}/\bar{M}} \cdot t, \eta_i = (Y_i - \bar{Y})/\bar{A}$ (4)

$$m_i = M_i/\bar{M}, \kappa_i = K_i/\bar{K}, \delta_i = A_i/\bar{A},$$

$$\beta_i = \kappa_i \delta_i = B_i/\bar{B} = K_i A_i / \bar{K} \bar{A} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\varphi_i(\eta_i - \eta_{i-1}; \delta_i) = \Phi_i(Y_i - Y_{i-1}; K_i, A_i) / \bar{A} K_i$$

$$\alpha = A \bar{M} / \bar{K} \bar{A}, \alpha(\tau) = a(\sqrt{\bar{M}/\bar{K}} \cdot \tau) = (d^2 \bar{Y} / dt^2) / A \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\rho = T_{a/1} T = \tau_{a/1} \tau$$

ここで, t : 時間, Y_i : i 層絶対変位, M_i, K_i, A_i, B_i : i 層質量, 初期剛性, 弹性限変位, 弹性限強度, Φ_i : i 層完全弾塑性履歴特性, $\bar{M}, \bar{K}, \bar{A}, \bar{B}$: 質量, 剛性, 変位, 強度の規準量, A : 最大加速度振巾, $a(t)$: 加速度波形関数, $\bar{Y} = Y_0$: 地動変位, T_a : 時定数(継続時間), $\tau_{a/1} T$: 構造物系基本固有周期。かかる構造物系モデルの動力学的特性は, 夫々質量, 初期剛性, 弹性限変位または弹性限強度に関する分布ベクトル $\{m_i\}, \{\kappa_i\}, \{\delta_i\}$ または $\{\beta_i\}$ とこれ等に対応する規準量 $\bar{M}, \bar{K}, \bar{A}$ または \bar{B} の積で表わされる。主な設計対象である履歴特性は, $\bar{K}\{\kappa_i\}, \bar{A}\{\delta_i\}$ または $\bar{B}\{\beta_i\}$ で定まるが, この第1分枝における固有周期ベクトル $\{\tau_{a/1} T\}$ は, $\{m_i\}, \{\kappa_i\}$ で一意的に定まる無次元固有周期ベクトル $\{\tau\}$ と $\sqrt{\bar{M}/\bar{K}}$ の積で表わされる。一方, 個々の外乱は先に想定した無次元波形関数 $\alpha(\tau)$, 無次元強度および周波数パラメータ α, ρ^{-1} と構造物系の無次元基本周期 τ および諸規準量 $\bar{M}, \bar{K}, \bar{A}$ または \bar{B} によつて表わされ, 外乱群は最大加速度振巾の周波数特性 $A = A(T_a)$ によつて与えられるが, (1) 式に想定した同一最大加速度, 速度, 変位特性に対応して夫々次の様に書き換えられる。

$$\begin{aligned} \alpha &= C_a \bar{M} / \bar{B}, \rho < \rho_i = T_{a/1} / T \\ \alpha \rho &= C_v \sqrt{\bar{M} \bar{K}} / \tau_{a/1} \bar{B}, \rho_i \leqq \rho \leqq \rho_u = T_{a/1} u / T \\ \alpha \rho^2 &= C_d \bar{K} / \tau_{a/1}^2 \bar{B} \quad \rho_u < \rho \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

応答計算の出力として採用される韌性率および履歴消費エネルギー率の独立変数に関する最大値は夫々次式で評価される。

$$\begin{aligned} \gamma_{dt} &= |\eta_i - \eta_{i-1}|_{max} / \delta_i = |Y_i - Y_{i-1}|_{max} / A_i \quad \dots \dots \dots \text{最大韌性率} \\ \gamma_{et} &= 2u_i / \delta_i = B_i U_i / E_i \quad \dots \dots \dots \text{最終履歴消費エネルギー率} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに, U_i : Φ_i の塑性流れ絶対値和, $E_i = B_i A_i / 2$: 弹性限ポテンシャル・エネルギー, 斂くして想定された一群の外乱に対して最適動力学特性を見出す目的の地震応答計算は, 各種の動力学特性分布と外乱と構造物系との相対的な量として定義された外乱強度と外乱周波数無次元パラメーターの広い領域で基礎方程式の非線型非定常解を求めることがあるが, その手段には近年発達したアナログまたはデジタル電子計算機が用いられる。前者はバックラッシュ要素を含む模擬演算回路で行なわれるが, 後者は線型分枝接続法¹¹⁾, ¹⁰⁾あるいは階差法系列の数値積分法, 例えは Runge Kutta's method¹⁰⁾ が適用される。これで第1段耐震設計資料を得るための応答計算に這入る準備が完了したのであるが, ここで前論文¹¹⁾に示された応答解析を基礎とする動的耐震設計法の一般的手順を示すことが有用であらう。

a) 耐震設計原理の選定…ここでは弾塑性終局設計法, b) 地震波外乱パターンの設定：ここではランダム性加速度波形関数の典型として El Centro, May 18, 1940, N-S Component, c) 構造物系モデルの設定：ここではせん断型完全弾塑性 3 質点系, d) 耐震安全性の尺度としての応答量の選定：ここでは最大韌性率および最終履歴消費エネルギー率, e) 無次元地震応答計算結果の基本応答図表示, f) 最適動力学特性分布の決定, g) 最適動力学特性規準量の決定：これは次の段階に別れる。i) 許容応答値の設定；応答安全率の導入, ii) 最大加速度振巾の周波数特性の設定による地震外乱群の規定；外乱安全率の導入, iii) 構造物系基本周期の指定または推定, iv) 規準量の決定, h) 最適動力学特性の決定：f), g) の積, これは c) で設定された構造物系モデルに関するものである。i) 第 1 段耐震設計資料の決定：i) 最適動力学特性の高次構造物系モデルへの拡張, ii) ベース・シャー係数, 震度分布等の誘導, j) 構造物系の設計：静力学による断面計算, 变形計算。以上で第 1 段の耐震設計, ここでは弾塑性終局耐震設計法が完了するが, なお耐震設計として中乃至強震を対象として同様な手順で弹性統計的耐震設計法が行なわれ, さらに一般に構造物系は耐風設計等も併せ行なわれ, 重力および地震外乱に対して得られた最適動力学特性と実現される動力学特性とは差をもつのが普通であるから第 1 段耐震設計の最終段に種々の検定を設ける。k) 設計された動力学特性に対する耐震安全性の検討：i) 動力学的検討：同様な地震外乱群, 構造物系モデル, 耐震安全性の尺度で基本応答図により検討, ii) 静力学的検討, 等価横力または等価変形を与えて準静的弾塑性変形計算を実施し, 局所的な耐震安全性の尺度, 例えは部材断面, あるいは接合部の塑性回転量で検討, さらに複雑な構造物, 典型化していない新しい構造形式, 材料の構造物系に対しては, 第 2 段動的耐震設計で, より具体的な構造物モデルと局所的耐震安全性尺度を用いて耐震安全性を応答解析により検討する。勿論, 典型化した構造物系では第 2 段の動的検討の結果が既に第 1 段耐震設計資料, あるいは k), ii) の準静的検討に反映される様考慮される必要がある。

4. 基本応答図と最適動力学特性

特定の動力学特性分布に関して, 無次元パラメーターの適当な領域での無次元地震応答計算の結果を基本応答図として表わす。動力学特性分布 $\{m_i\}$, $\{\kappa_i\}$, $\{\delta_i\}$ または $\{\beta_i\}$ は最適分布の組を求める関係上, 妥当と考えられる種々の場合が想定されねばならない。選定すべき無次元パラメーター α , ρ の範囲は, 設計対象とする外乱群と構造物系の大略の特性から予め推定する。特に相対的な周波数関係, および波形関数の性質からある程度定められる。ここでは, 基本固有周期 1sec 以上, 等価弹性限强度設計用ベース・シャー係数 0.3 以下の高層建築物を予想し, 先に設定された外乱群の周波数特性から, $0.4 \leq \alpha \leq 1.2$, $15 \leq \rho \leq 50$ に選んだ。このことは, また一方, El Centro 加速度波形関数の性質として, ピークを有する high cut band limited white spectrum を有していることから¹⁾, $15 \leq \rho \leq 50$ は最も応答量変動の顕著な領域であり, $\rho < 15$ では低周波数成分により比較的一様, $\rho > 50$ では $\rho = 50$ でピーカーを有し, 高周波数成分で平坦部を保つた後減少することが既往の解析から判つてゐる^{2), 3)}。構造物系動力学特性の規準量は便宜上すべて最下層に選んだ。通常設計既知分布である質量分布は標準分布として共通に $\{m_i\} = \{1, 1, 1\}$ に選び, 設計未知分布である初期剛性分布 $\{\kappa_i\}$, 弹性限変位分布 $\{\delta_i\}$ は A I (= A II), B I, B II, C I, C II の 5 通りを選んだ。ここに A, B, C, は初期剛性分布に関し次のような直線型分布である。A : $\{\kappa_i\} = \{1, 1, 1\}$, B : $\{\kappa_i\} = \{1, 7/9, 5/9\}$, C : $\{\kappa_i\} = \{1, 5/7, 3/7\}$, 添字 I, II は初期剛性分布と弹性限分布または弹性限强度分布の相関を示すもので構造形式に対応する。I : $\{\delta_i\} = \{1, 1, 1\}$, i.e., $\{\kappa_i\} = \{\beta_i\}$, II : $\{\delta_i\} = \{\kappa_i^{-1/2}\}$, i.e., $\{\kappa_i^{1/2}\} = \{\beta_i\}$ 通常 I は筋違を主力とした構造形式, II は剛接架構を主力とした構造形式を代表するものと考える。数值計算法は, Runge Kutta's 3rd order procedure を用い, 京都大学に設置されたデジタル・コンピューター KDC-I によつた。その結果得られた最大韌性率, 最終履歴消費エネルギー率に関する基本応答図の数例を Figs. 1~6 に示す。

最大韌性率および最終履歴消費エネルギー率に関する基本応答図は, 後者が前者より滑らかであるが, 対応する両応答量は大略同様な定性的傾向を示し, 共に α , ρ の增加関数であるが, ρ に関しては, ある程度

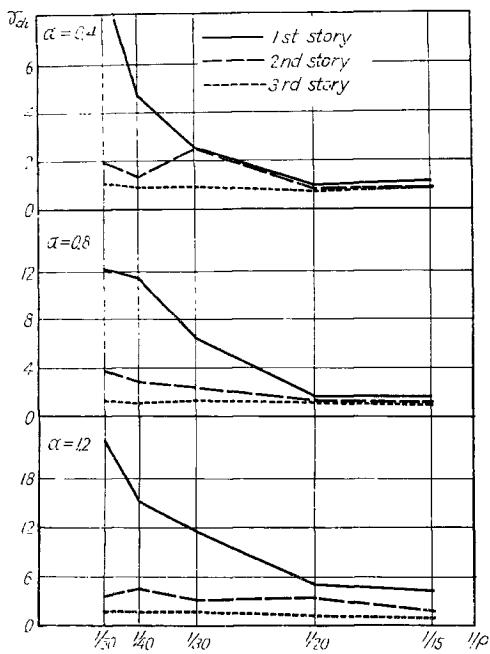


Fig. 1 Basic response diagram of maximum ductility factor, AI (= AII)

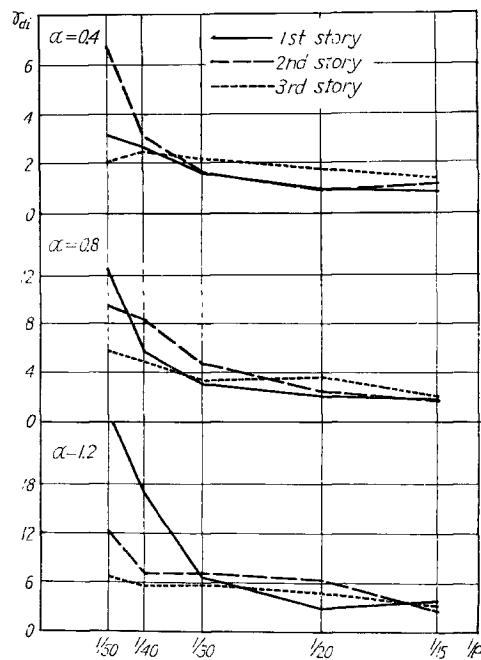


Fig. 2 Basic response diagram of maximum ductility factor, BI

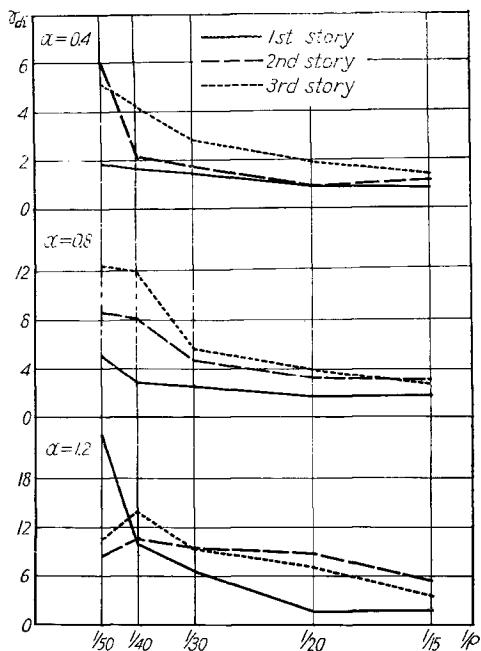


Fig. 3 Basic response diagram of maximum ductility factor, CI

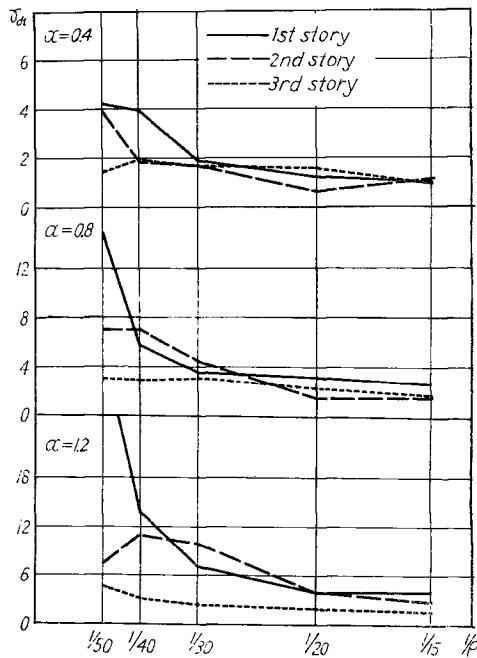


Fig. 4 Basic response diagram of maximum ductility factor, CII

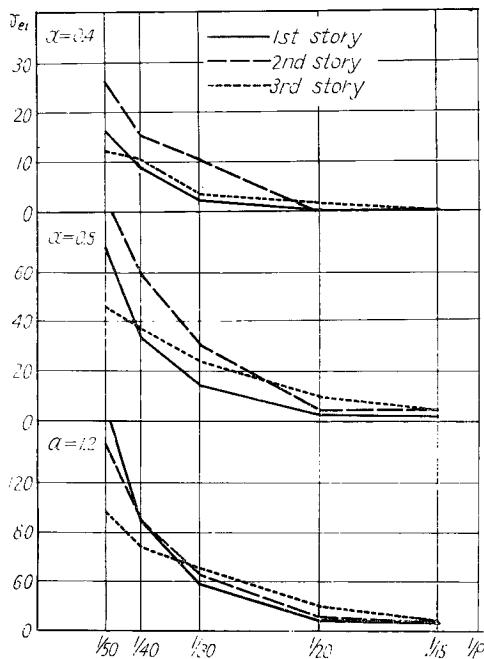


Fig. 5 Basic response diagram of total dissipated energy ratio, BI

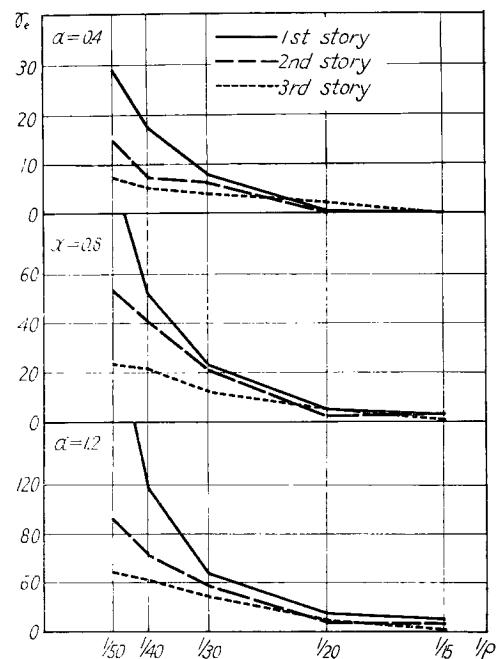


Fig. 6 Basic response diagram of total dissipated energy ratio, CII

大となると増加率が急増する傾向があり、また共に大となると応答量の空間的分布のバラツキが大となる。両応答量間の類似性は耐震安全性の尺度として、要素の尺度のいづれか一個、例えば最大韌性率を採用し、その許容値に無次元パラメーターを含んだ単純な修正を加えることによつて、尺度を单一化することの可能性を示す。また現象的には、両者の相関性の大なることは、最終履歴消費エネルギーの殆んど大部分が波数は少ないが韌性率の大きな応答によつて生じていることと対応する。このことはまた比較的継続時間の長いランダム性の波形関数を有する外乱も、エネルギー消散の大きな弾塑性系については、単純な形の等価波形関数を有する外乱に置換され得ることを示す。 α , ρ がともに大な領域での応答量の急増現象は構造物系の低次固有周波数に対し比較的小な基準周波数をもつ大振巾低周波数外乱による完全弾塑性系の低次共振現象による一方向への塑性流動に起因するが、基本固有周期の比較的大きな高層建築物ではそれ程問題にならないし、また、履歴特性第2分枝に微量な正勾配を設計することによつて安定化させ得るし、あるいは微量の等価粘性減衰を評価することによつても安定化が期待できる⁶⁾。基本応答図から、最大韌性率、最終履歴消費エネルギー率の空間的分布、すなわち耐震安全性の空間的分布は主として動力学特性分布によつて制御されることが判る。一般に、設定された外乱群に対する構造物系各部の耐震安全性の尺度で測つた地震応答の最大値が、構造物系の構成材料、構造形式、機能に応じて定められた許容値に可及的一様に収まるような構造物系動力学特性を最適動力学特性と定義する。而して、適正な応答量許容値と最適動力学特性を共に分布と規準量の積として表わすとき、適正応答量許容値の分布は主として最適動力学特性分布で支配され、前者の規準量に対応して後者の規準量が定まる。ここでは材料、形式、機能共一様な構造物を想定し、最適動力学特性分布は応答量が比較的大い α , ρ の領域で安定かつ一様な分布を与える条件で定義する。基本応答図から一様質量分布のせん断型完全弾塑性質点系モデルでは近似的に BI, CII などであることが判る。一般に最適動力学特性分布は、質量、初期剛性、弾性限位変または弾性限強度等に関する一組の分布として定義され、その成立する無次元パラメーターの範囲が規定されねばならない。当然、直接設計の対象となる応答

量許容値付近で適正な分布を与えることが要求されるのではあるが、外乱群を対象とする関係上、無次元パラメーターの広範な領域で適正な分布を与えることが要求される。また設計の信頼性を得るために、最適分布には無次元パラメーターに関して応答量が急変しない意味での安定性が要求され、従つて設計は斯様な安定領域で行なわれる必要がある。また斯くの如く定義された最適分布は、一般には一意的に定まらず、先述の如く構造形式等の設計条件で異なる他、他の外乱に関する設計、施工条件等からも規制されなければならない。なお幾組も存在する場合には、最終的に最も経済的なもので決定される。然し乍ら、例えば、耐震安全性一様の条件は、基本応答図から判断されるように、平均的に韌性率応答を小さくしそのまま経済的設計に結び付く性格をもつている。斯くて、筋違架構形式に対して BI は $\alpha \leq 1.2$, $\rho \leq 35$, 剛接架構形式に対して CII は $\alpha \leq 1.0$, $\rho \leq 35$ において少くとも適正な動力学特性分布を与えると言える。最適動力学特性を得るには、最適分布の他、各分布要素に対応する設計未知規準量を定めねばならないが、最適動力学特性分布に関する基本応答図を用いて、先述の g) の手順に従つて求めることができる。普通設計既知量 $\{M_i\} = \bar{M}$ $\{m_i\}$ に対して、適正分布 $\{\kappa_i\}$, $\{\delta_i\}$ または $\{\beta_i\}$ に関する設計未知量 \bar{K} , \bar{A} または \bar{B} 等を次の手順で求めることができる。1) 耐震安全性の尺度の終局値 γ_{ult} の不確定性に対応する安全率と尺度の单一化を考慮して応答安全率 A_R を導入し、応答量許容値 $\gamma_{allow} = \gamma_{ult}/A_R$ 、ここでは許容韌性率 γ_{dallow} を定める。簡単のため γ_d で表わす。2) 地震外乱の不確定性に対応して外乱安全率 A_E を導入して、既往の基準的な地震外乱から外乱群を想定する。例えば、El Centro 加速度記録の基準外乱とし、 A_E は最大加速度振巾の周波数特性 $A = A(T_d)$ に導入し、(1)式のように設定する。3) 構造物系の基本固有周期 iT を予め指定または推定する。これから初期剛性規準量と、加速度最大振巾の周波数特性と周波数範囲が iT を助変数として(1)式、(7)式から定まる。

(i) $\alpha = C_a \bar{M} / \bar{B}_1$, $\rho < \rho_t = T_{at} / t_1 T$ 同一最大加速度
(ii) $\alpha \rho = C_a \bar{M} / \bar{B}_1 T$, $\rho_t \leq \rho \leq \rho_u = T_{au} / t_1 T$ 同一最大速度 (10)

4) 設定された外乱群に対し、与えられた最大韌性率の許容値以下に各部応答量が収まるように \bar{B} を定め

すなわち、各層につき先づ許容応答量以下になるように \bar{B}_i を定め層番号についての最大値をとるが、最適特性分布を採用しているので i に関するバラツキは小さい。この定め方の妥当性は、最適分布に関する基本応答図が α の単調増加関数であることの他、 \bar{K} と \bar{B} の独立性の前提がなければ充分でない。 \bar{K} と \bar{B} の独立性は複合構造物では成立するが、一般には壁、筋違等の耐震部材の活用や断面、接合部の細部設計で実現出来る。このとき、(10) 式 (11) 式から \bar{B} は次のように決められる。第一義的応答量を最大韌性率に選ぶと、これは、 α, ρ の単調増加関数であるから、 γ_a を与えるとき、 α, ρ のいづれか一方は γ_a を助変数として他方の explicit な関数として表現出来る。

$$\alpha_i = \alpha_i(\rho, \gamma_d) \quad \text{あるいは, } \rho_i = \rho_i(\alpha, \gamma_d) \quad \dots \quad (12)$$

而して、想定された外乱群の中で i 層に最も危険な要素波に対応して定まる \bar{B}_i は、(10) 式の各領域について定まる値の最大値である。

$$\bar{B}_{vt} = \frac{C_v \bar{M}}{\min(\alpha\rho)_{vt} T}, \quad \min(\alpha\rho)_t = \min_{\rho_t \leq \rho \leq \rho_u} \alpha_t(\rho, \gamma_a) \rho$$

$$\bar{B}_{at} = \frac{C_a \bar{M}}{\min(\alpha\rho^2)_{at} T^2}, \quad \min(\alpha\rho^2)_t = \min_{\rho_u < \rho \leq \rho} \alpha_t(\rho, \gamma_a) \rho^2$$

従つて、(11)式から次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \max_i \bar{B}_t = \max(\bar{B}_a, \bar{B}_v, \bar{B}_d) = \bar{B}(, T, \gamma_a) \\ \bar{B}_a &= \max_i \bar{B}_{at}, \quad \bar{B}_v = \max_i \bar{B}_{vt}, \quad \bar{B}_d = \max_i \bar{B}_{dt}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

\bar{K} , \bar{B} に従属する弾性限変位規準量 \bar{A} , 弾性限ポテンシャル・エネルギー規準量 \bar{E} , さらに準静的に蓄え得る許容ポテンシャル・エネルギー規準量 \bar{P} 等は、(9)式、(14)式によつて確定する。

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{B}/\bar{K} = \bar{B}_1 T^2 / \bar{M}_1 \tau^2, \quad \bar{E} = \bar{B} \bar{A}/2 = \bar{B}^2 / 2\bar{K} = \bar{B}_1^2 T^2 / 2\bar{M}_1 \tau^2 \\ \bar{P} &= (2\gamma_a - 1) \bar{E} = (2\gamma_a - 1) \bar{B}^2 / T^2 / 2\bar{M}_1 \tau^2 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

従つて、すべての規準量は、 \bar{M} , τ , T , γ_a の関数として定まる。5) 最適動力学特性分布と規準量の積として、想定したモデルに関する最適動力学特性が定まる。

$$\begin{aligned} \{M_t\} &= \bar{M}\{m_t\}, \quad \{K_t\} = \bar{K}\{\kappa_t\}, \quad \{B_t\} = \bar{B}\{\beta_t\} = \bar{B}\{\kappa_t \delta_t\}, \quad \{A_t\} = \bar{A}\{\delta_t\} \\ \{E_t\} &= \bar{E}\{e_t\} = \bar{E}\{\beta_t \delta_t\} = \bar{E}\{\kappa_t \delta_t^2\} \\ \{P_t\} &= \bar{P}\{p_t\} = \bar{P}\{e_t\} = \bar{P}\{\beta_t \delta_t\} = \bar{P}\{\kappa_t \delta_t^2\}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

ここで、 $\{M_t\}$ は設計既知ベクトルとすれば、他の設計未知ベクトルの中で独立なものは 2 個である。設計の都合によつて任意の 2 個を選べばよい。構造形式乃至架構方式を定めると、初期剛性および弾性限変位または弾性限強度の分布の間には先述の分類 I, II の如きある種の関係があり、独立な分布を 1 個に限定することが出来る。さらに、構造材料や総階数、階高、概略の断面寸法等の規模に応じて弾性限変位 \bar{A} の大略の値が定まる。従つて、耐震部材を自由に設計に取り入れない限り、構造形式、構造材料、規模等を与えると完全弾塑性系の最適動力学特性を規定するベクトルの中独立なものは 1 個となる。従つてこの場合、 \bar{K} と \bar{B} の独立性は \bar{A} の固定によつて失なわれ、 \bar{K} および \bar{B} は \bar{A} と γ_a の関数として T を explicit に含まざり意的に定まる¹¹⁾。換言すれば、 T 自身が唯一の独立な有次元設計量になる。このことを数学的に示せば次の如くである。 \bar{B} につき解くならば、最大加速度振巾の周波数特性を用いて先づ \bar{K} を消去する。 $A(T_a)$ を $0 < T_a < \infty$ で定義された周波数特性とする。

$$\begin{aligned} \alpha_t(\rho, \gamma_a) - \alpha_f(\rho, \bar{B}_t) &= 0, \quad \alpha_{t\rho}^{(1)}(\rho, \gamma_a) - \alpha_{f\rho}^{(1)}(\rho, \bar{B}_t) = 0 \\ \alpha_f(\rho, \bar{B}_t) &= A(\rho, \sqrt{\bar{M}\bar{A}/\bar{B}_t}) \bar{M}/\bar{B}_t, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ここで $\rho^{(1)}$ は ρ に関する 1 階偏微分である。 $d^2\bar{B}_t/d\rho^2 < 0$ として、(17)式から解 $\rho_t^{(1)}$, \bar{B}_t を求める。幾組か存在するときは \bar{B}_t の最大のものをとるものとする。而して、(9), (14), (15)式から次式を得る。

$$\bar{B} = \max_i \bar{B}_t, \quad \bar{K} = \bar{B}/\bar{A}, \quad \tau = \sqrt{\bar{M}\bar{A}/\bar{B}}, \quad i = 1, 2, 3 \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

\bar{B} に対応して i に関する $\rho_t^{(1)}$ を $\rho^{(1)}$ とすれば、 $T_a^{(1)} = \tau \sqrt{\bar{M}\bar{A}/\bar{B}}$, $A = A(T_a^{(1)})$ が最も危険な要素波である。この場合、次式の成立が前提されている。

$$\frac{\partial \gamma_a}{\partial \bar{B}} = \left(\frac{\partial \gamma_a}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha_f}{\partial \rho} + \frac{\partial \gamma_a}{\partial \rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial \bar{B}} + \frac{\partial \gamma_a}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha_f}{\partial \bar{B}} < 0 \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

$$\gamma_a = \gamma_a(\alpha, \rho), \quad \alpha_f = \alpha_f(\rho, \bar{B})$$

通常、 $\partial \gamma_a / \partial \alpha > 0$, $\partial \gamma_a / \partial \rho > 0$, $\partial \alpha_f / \partial \rho \leq 0$, $\partial \alpha_f / \partial \bar{B} \leq 0$, $\partial \rho / \partial \bar{B} > 0$ であり、上式の成立は最適動力学特性

分布に関する基本応答図の性状と周波数特性によるが、普通成立すると考えてよい。この過程はまた T を助変数として、(9) 式～(15) 式によつて、

$$\bar{B} = \bar{B}({}_1T, \gamma_d), \quad \bar{K} = \bar{K}({}_1T), \quad \bar{A} = \bar{B}/\bar{K} = \bar{A}({}_1T, \gamma_d)$$

を定め、 T を消去する方法でも得られる。結局次式が得られることになる。

斯くして、得られた最適動力学特性を、第1段耐震設計法において構造物系に与える手段として静力学に基づく弾性設計法あるいは極限設計法が用いられるが、例えは最適弾性限強度 $\{B_i\}$ を設計するには、次式で定まる震度、あるいはベース・シャー係数と横力分布係数、または横力によって $\{B_i\}$ を表わすのが便利である。

ただし、 $i=1,2,3$ 、 $\beta_1=1$ 、 $\beta_4=0$ 、 $\{m_i\}=\{1,1,1\}$ とし g は 重力加速度とする。

ここで $\{k_i\}$, $\{w_i\}$, $\{F_i\}$ は設定された構造物系モデルの質点次数等に関係するが, s は殆んど質点次数にも質量分布にも無関係に, 許容韌性率 γ_d と構造物系基本固有周期 T の関数として定まる量である。ベース・シャー係数は(13)式, (14)式を用いて T , γ_d の関数として次式で求められる。

$$s_a = s_a(1T, \gamma_a) = \frac{C_a}{3\min(\alpha)g}, \quad \min(\alpha) = \min_i \min_{\rho < \rho_l} \alpha_l$$

$$s^v = s_v(1T, \gamma_d) = \frac{C_v}{3\min(\alpha\rho)g_1 T}, \quad \min(\alpha\rho) = \min_i \min_{\rho_i \leq \rho \leq \rho_u} (\alpha\rho)_i$$

$$s_d = s_d(1T, r_d) = \frac{C_d}{3\min(\alpha\rho^2)g_1 T^2}, \quad \min(\alpha\rho^2) = \min_i \min_{\rho_u \leq \rho} (\alpha\rho^2)_i$$

min(α), min($\alpha\rho$), min($\alpha\rho^2$) は最適動力学特性分布 BI, CII に関する基本応答図 Fig. 2, Fig. 4 から求められる。この基本応答図は $15 \leq \rho \leq 50$ に関するものであるが、 上述の量を求めるには $0 < \rho < \infty$ において計算されている必要がある。従つて、 ここに $\rho < 15$, $\rho > 50$ おいては夫々 $\rho = 15$, $\rho = 50$ における値で平坦になるものと仮定する。先述の如く前者は低次非定常共振に対する El Centro 加速度波形関数のスペクトル密度の低周波成分の影響とスペクトル密度ピーク部の高次非定常共振への影響を考慮したものであり、 後者はスペクトル密度の最大ピーク部乃至それを過ぎた高周波成分による低次非定常共振によるものである^{1), 6), 9)}。実際は ρ が充分小または充分大となるとスペクトル密度が低周波数域および高周波数域でカットされるから応答は漸次遞減するが、 通常問題となる ωT の範囲では平坦と仮定して差支えないと思われる。 ωT を指定すれば ρ_l , ρ_u が定まり、 $\rho < \rho_l$, $\rho_l \leq \rho \leq \rho_u$, $\rho_u < \rho$ に対応して外乱最大加速度振巾の周波数特性が同一最大加速度、 速度、 変位と遷移し、 従つて厳密には、 (25) 式によつて ωT に応じた各領域毎に算定する必要があるが、 ここでは近似的な方法を適用する。 ωT が充分小な値から充分大な値に変化するとき、 基本応答図の主変動領域 $15 \leq \rho \leq 50$ は順次同一最大加速度特性、 速度特性、 変位特性に這入る。この領域における夫々の最大加速度振巾の周波数特性に対して、 最適動力学特性分布 BI, CII に関するベース・シャー係数は、 夫々 Fig. 2, Fig. 4 を用いて (25) 式に従つて計算すれば、 ωT および γ_a の関数として Fig. 7 の如く定められる。ここに、 ベース・シャー係数は一般に構造形式に従つて異つた形を示すことが

判るが、共通して γ_a の増大に伴なつて $\partial s/\partial\gamma_a$ は小となる傾向がある。ここで特に同一最大速度特性の場合に、最大韌性率が最も大きい層と (α, ρ) に関して、最終履歴消費エネルギーの最大相対変位を振巾とする履歴 1 サイクルに含まれる消費エネルギーに対する比として定義した等価履歴回数を夫々 B_I, C_{II} につき Figs. 5, 6 を用いて計算し、 γ_a の関数として Fig. 8 に示す。

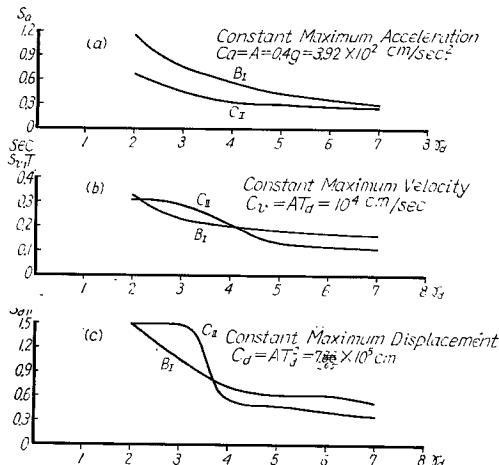


Fig. 7 Base shear coefficients for typical frequency characteristics of the maximum amplitude of acceleration in the range $15 \leq \rho \leq 50$

這入るが、想定した外乱群と構造物系モデルでは、 s_a では決まらず $\rho < 15$ の平坦な領域における s_a によつて決まる。 τT が中間の場合は主変動領域における s_v によつて決まる。従つて Fig. 7 の結果から最適分布 B_I, C_{II} につき、 s は Fig. 9 の如く計算される。左右の勾配の不連続部分は (25) 式に従つて正確に算定すれば滑らかになるが、左側は安全側、右側は若干非安全側になつてゐる。なお、第 1 次固有振動につき critical damping の 5%~10% 程度の内部粘性減衰を考えれば、特に $\gamma_a, \tau T$ ともに小な場合に応答制御に効果の大きいことを考慮して^{6), 9)}、 τT の小な領域で、 $\gamma_a=6$ の場合を標準とし、補正係数 1, $\gamma_a=2$ の場合に 2/3 として、 $\gamma_a=2, 3, 4, 6$ に対して等比級数的に補正を加えた結果を点線で示す。斯くの如く相対的に補正を加えた後、上記範囲の適當な減衰に対応して全体的な補正係数を考えればよいと思われる。一般的な傾向は γ_a および τT の減少関数であるが、 γ_a が大きくなると変動は小さく、また τT がある程度、小または大となると平坦となる。

5. スカイスクリーパーの耐震設計法

前節に得た最適動力学特性はベース・シャー係数表示を除いては、等分布質量の 3 質点系モデルに関する量である。従つて高層構造物の最適動力学特性を定めるためには、多質点系に拡張して考える必要がある。原理的にはモデル化の逆過程を行なえばよい。今 N 質点系の最適動力学特性を $\{M_j\} = \bar{M}_N \{m_j\}$, $\{K_j\} = \bar{K}_N \{\kappa_j\}$, $\{A_j\} = \bar{A}_N \{\delta_j\}$, $\{B_j\} = \bar{B}_N \{\beta_j\}$, $\{E_j\} = \bar{E}_N \{e_j\}$, $\{P_j\} = \bar{P}_N \{p_j\}$, $j=1, 2, \dots, N$ とする。この中、 $\{M_j\}$ は設計既知量とし、また構造形式に従つて $\{\delta_j\}$, $\{\kappa_j\}$, $\{\beta_j\}$ の関係が規定される。例えさ I に対し $\{\delta_j\} = \{1\}$, $\{\beta_j\} = \{\kappa_j\}$, II に対して $\{\delta_j\} = \{\kappa_j^{-1/2}\}$, $\{\beta_j\} = \{\kappa_j^{1/2}\}$ の如くである。また $\{e_j\} = \{\beta_j \delta_j\}$, $\{p_j\} = \{e_j\}$ で規定されるから、決定すべきものは B_I, C_{II} に対応して $\{\kappa_j\}$ と規準量 $\bar{K}_N, \bar{A}_N, \bar{B}_N, \bar{E}_N, \bar{P}_N$ の中の任意の 2 個である。ここで簡単のため等分布質量 $\{m_j\} = \{1\}$ とし、対応する最適動力学特性分

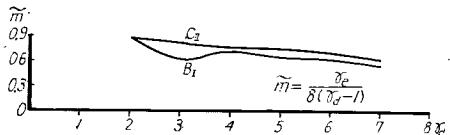


Fig. 8 Equivalent numbers of hysteresis referred to the maximum ductility factor, $C_v = 10^4 \text{ cm/sec}$

$$m = \gamma_e / 8(\gamma_a - 1) \quad \dots \dots \dots (26)$$

これから、最大韌性率 2 以上では、全振巾履歴は高々 1 サイクルであることが判り、最大韌性率を第一義的な耐震安全性の尺度と考えることの妥当性と許容韌性率を与えるときの拠り所を与える。次にベース・シャー係数は γ_a と τT の関数として次のように定まる。 τT が充分小なときは、基本応答図の主変動領域は同一最大加速度特性に這入るが故に s は s_a によつて定まる。 τT が充分大なときは、主変動領域は同一最大変位特性に

布に添字 0 を附す。直線型初期剛性分布に限定するとき、最適初期剛性分布は次式で与えられる。

ここで α を不变として 3 質点モデルから N 質点系に拡張している。この式は並列形の合成に立脚しているが、 α が非常に大でなければ分布に関する限り直列形の合成の結果と殆んど大差ない事実による。基準量 \bar{K}_N は構造物系の基本固有周期 T を一致せしめる条件から次式で定められる。

ここに, τ_{tN} は N 質点系の無次元基本固有周期である。 $\{m_j\} = \{1\}$ の場合, 等価的な直線剛性分布のせん断型連続体を中介とすれば, B, C に対し夫々次の近似式を得る。

\bar{B}_N は(25)式で定められたベース・シャー係数を中介として次式で与えられる。

ここに、 M_T , W_T は全質量および全重量である。その他の規準量は (28) 式～(30) 式から次式で定められる。

これからさらに震度、横力分布係数、横力等も(21)式～(24)式で決まる。一般に $\{m_j\} \neq \{1\}$ の構造物系に対する最適動力学特性分布も、全く同様な過程を経て得られるが、特に $\{m_j\}$ が $\{1\}$ からそれ程偏差していないければ、近似的に $\{m_j\} = \{1\}$ の結果を用いて構造形式 I, II に対応して夫々次の様に決められる。

$$\mathbf{I}_i : \{\delta_{ii}\} = \{1\}, \quad \{\kappa_i\} = \{\beta_j\} = \{e_j\} = \{p_j\} = \{f_{j \neq 0, j}\}$$

$$\Pi : a, \{\delta_j\} = \{\kappa_0 j^{-1/2}\}, \{\kappa_j\} = \{f_j \kappa_0 j\}, \{\beta_j\} = \{f_j \beta_0 j\} = \{f_j \kappa_0 j^{1/2}\}, \{e_j\} = \{p_j\} = \{f_j\} \quad \dots \dots (32)$$

$$b, \{\delta_j\} = \{\kappa_j^{-1/2}\}, \{\kappa_j\} = \{f_j^2 \beta_0 j^2\} = \{f_j^2 \kappa_0 j\}, \{\beta_j\} = \{f_j \beta_0 j\} = \{f_j \kappa_0 j^{1/2}\}, \{e_j\} = \{p_j\} = \{1\}$$

ここで構造形式 II の a, b は夫々質量密度が一定で層面積が異なる場合と、層面積が同様で質量密度が異なる場合に相当すると考えられる。この場合、無次元基本固有周期 τ_{RN} を求めれば (28) 式、(30) 式、(31) 式で規準量が決まる。これ等から震度、横力分布係数、横力等が定まるが、例えは震度とベース・シャー係数の比として定義した震度分布は次式で求められる。

$$\left\{ \frac{k_{j,j}}{s} \right\} = \left\{ \frac{\sum_{j=j}^N m_j}{m_j(N-j+1)} \cdot \frac{k_{0,j}}{s} + \frac{\beta_{0,j+1} N}{N-j+1} \left[1 - \frac{\sum_{j=j+1}^N m_j}{m_j(N-j)} \right] \right\} \quad \dots \quad (34)$$

$$\text{I : } \beta_{0,i} = \kappa_{0,i}, \quad \text{II : } \beta_{0,i} = \kappa_{0,i}^{1/\gamma}$$

次に総層数 N が充分大である高層構造物の最適動力学特性を N 無限大の極限として定める。地上から上方に x 軸をとり、一様階高とし、全高さを H とすれば、等質量分布 $m(x)=1$ に対する最適動力学特性分布 $\alpha_0(x)$, $\beta_0(x)$, $\delta_0(x)$, $e_0(x)$, $p_0(x)$ は BI, CII に関し夫々次の如くなる。

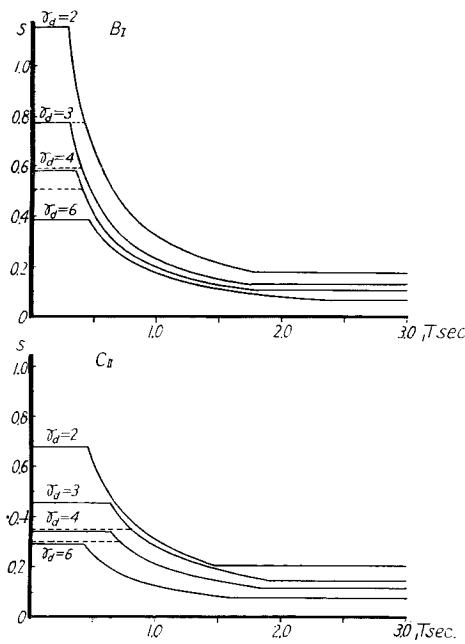


Fig. 9 Base shear coefficient for the group of earthquakes characterized by the hypothetical frequency characteristic of the maximum amplitude of acceleration and the El Centro waveshape function, $C_a = 3.92 \times 10^8 \text{ cm/sec}^2$, $C_v = 10^4 \text{ cm/sec}$, $C_d = 7.65 \times 10^5 \text{ cm}$

この場合、弹性限强度の規準量 $B(0)$ はベース・シャー係数 s を中介として次式で得られる。

$$B(0) = s \int_0^R m(x) dx \cdot M(0) g = s M_T g = s W_T \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

これから最適弾性限強度 $B(x)$ を規定する震度は次式で与えられる。

$$\text{BI : } k_0(x) = \{0.6 + 0.4\delta_f(x - H)\}H$$

$$C_{II} : k_0(x) = \{0.375\left(1 - 0.75\frac{x}{H}\right)^{-1/2} + 0.5\delta_f(x-H)H\}s \quad \dots \dots \dots (37)$$

ここに, $\delta_f(x-H)$ は delta-function であり, 従つて, (37) 式第 2 項は BI, CII に対し, 夫々ベース・シャーの 40% および 50% を頂部に集中荷重として加えることを意味する。以上に得られた最適力学特性分布と震度分布を Fig. 10 に示す。 $m(x)=1$ と大きく偏差しない条件で, 一般の $m(x)\neq 1$ に対する最適力学特性分布および震度分布は (35) 式, (37) 式から次式の如く修正される。

$$\mathbf{I} : \delta(x) = 1, \kappa(x) = \beta(x) = e(x) = p(x) = f(x)\kappa_0(x)$$

$$\Pi : \alpha, \delta(x) = \kappa_0(x)^{-1/2}, \kappa(x) = f(x)\kappa_0(x), \beta(x) = f(x)\beta_0(x) = f(x)\kappa_0(x)^{1/2}, e(x) = p(x) = f(x)$$

$$b, \delta(x) = \kappa(x)^{-1/2}, \kappa(x) = f(x)^2 \kappa_0(x), \beta(x) = f(x) \beta_0(x) = f(x) \kappa_0(x)^{1/2}, e(x) = p(x) = 1 \dots \dots (38)$$

二二

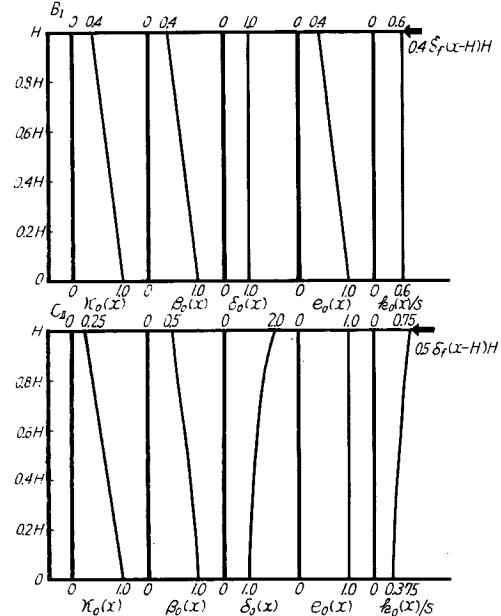


Fig. 10 Optimum distributions of dynamic characteristic and lateral force coefficient

$$\frac{k(x)}{s} = \frac{\int_x^H m(x)dx}{m(x)(H-x)} \cdot \frac{k_0(x)}{s} + \frac{\beta_0(x)H}{H-x} \left[1 - \frac{\int_x^H m(x)dx}{m(x)(H-x)} \right] \quad \dots \dots \dots (40)$$

I : $\beta_0(x) = \kappa_0(x)$, II : $\beta_0 = \kappa_0(x)^{1/2}$

これ等の結果を任意総層数 N の高層構造物に適用するには、 $\kappa(x) \sim p(x)$ に対しては各層間中央位置における値を $k(x)$ には層位置の値を適用すればよい。規準量については (28) 式～(31) 式をそのまま適用すればよい。然し乍ら、通常構造形式に応じて分布間の関係が限定される他、構造材料、階高、断面寸法等に応じて弾性限位規準量 \bar{A}_N が総層数の大略の分類の中では殆んど N に無関係に予め指定できる。従つて、 \bar{K}_N と \bar{B}_N の独立性は失なわれ、 τ, s は、予め指定された弾性限位規準量 $\bar{A}_e = \bar{A}_N$ を助変数として次の関係で結ばれる。

$$s_1 T^2 = \tau_N^2 \bar{A}_e / g \sum_{j=1}^N m_j, \quad \bar{A}_e = \theta_e L \quad \dots \dots \dots (41)$$

ここに、 θ_e は構造形式、構造材料、概略の断面寸法等で予想される弾性限層回転角であり、 L は階高である。 τ_N は一次の振動モードを直線と仮定することにより近似的に次式で計算できる。

$$\tau_N = 2\pi \left(\sum_{j=1}^N m_j j^2 / \sum_{j=1}^N \kappa_j \right)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (42)$$

上式を第1次近似として τ_N は逐次近似法¹⁰⁾によつて精算できるが、この近似式は普通の高層建築物の第1次モードが大略直線に近く、かつモードは分布の弱い関数であることにとよつている。特に $\{m_j\} = \{1\}$ で $\{\kappa_j\}$ が (27) 式に示される直線形初期剛性分布の場合には、次のようになる。

$$\tau_N = 2\pi \sqrt{\frac{(N+1)(2N+1)\{2N+p(2N-1)\}}{6N(2+p)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2(1+p)}{3(2+p)}} N \quad \dots \dots \dots (43)$$

この式によると B, C につき夫々、 $\tau_N = 4.34N$, $\tau_N = 4.59N$ となる。 $\{m_j\} = \{1\}$ で第1次モードが厳密に直線型であるような初期剛性分布と対応する無次元基本固有周期は次式で得られる。

$$\{\kappa_j\} = \left\{ \frac{N(N+1)-j(j-1)}{N(N+1)} \right\}, \quad \tau_N = \sqrt{2} \pi \sqrt{N(N+1)} = 4.44N \quad \dots \dots \dots (44)$$

なお、横力は震度または震度分布を用いて次式で得られる。

$$\{F_j\} = \{k(x_j)W_j\} = \frac{s \sum_{j=1}^N W_j}{\sum_{j=1}^N (k(x_j)/s)W_j} \left\{ \frac{k(x_j)}{s} W_j \right\}, \quad W_j = M_j g \quad \dots \dots \dots (45)$$

ここに、 W_j は各層重量、 x_j は j 層位置の座標である。ここで上に得られた最適力学特性分布と震度分布を米国の最も新しい耐震規定における分布と比較してみる。Seismology Committee of the Structural Engineers Association of California から Uniform Building Code に含ませるよう提案された Recommended Lateral Force Requirements には次の二つの型がある。 H を構造物高さ、 D を建物巾として、第1の型は $H/D < 5$ に適用し、震度分布は逆三角形分布である。横力は従つて次式で与えられる。

$$\{F_j\} = \frac{s \sum_{j=1}^N W_j}{\sum_{j=1}^N x_j W_j} \{x_j W_j\}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad \dots \dots \dots (46)$$

第2の型は $H/D \geq 5$ に適用し、ベース・シャーフの10%を頂部に集中荷重として加え、90%を逆三角形分布とする。横力は従つて次式で与えられる。

$$\{F_j\} = 0.9 \frac{s \sum_{j=1}^N W_j}{\sum_{j=1}^N x_j W_j} \{x_j W_j\}, \quad j = 1, 2, \dots, N-1 \quad \dots \dots \dots (47)$$

$$F_N = s \sum_{j=1}^N W_j \left(\frac{0.9 x_N W_N}{\sum_{j=1}^N x_j W_j} + 0.1 \right)$$

これを N を無限大に拡張し、 $m(x)=1$ の場合の弾性限強度に対応する強度分布 $\beta_0(x)$ と震度分布 $k_0(x)/s$ の形で表現すれば次のようになる。

$$\text{U.B.C. No. 1 : } \beta_0(x) = 1 - (x/H)^2, \quad k_0(x)/s = 2x/H$$

U.B.C. No. 2 : $\beta_0(x) = 0.9[1 - (x/H)^2] + 0.1$, $k_0(x)/s = 1.8x/H + 0.1\delta_T(x-H)H$

さらに、一様質量分布の任意総層数の構造物に対して、最上層弹性限强度と最下層弹性限强度の比をとれば、次式の如くなる。

U.B.C. No. 1 : $\beta_N = B_N / \bar{B} = B_N / B_1 = 2 / (N + 1)$, $\lim_{N \rightarrow \infty} \beta_N = 0$

U.B.C. No. 2 : $\beta_N = 0.1 + 1.8/(N+1)$, $\lim \beta_N = 0.1$

$$BI : \beta_N = (4N+3)/(10N-3), \lim_{N \rightarrow \infty} \beta_N = 0.4 \quad \dots \dots \dots \quad (49)$$

$$\text{CII : } \beta_N = \sqrt{(2N+3)/(8N-3)}, \lim_{N \rightarrow \infty} \beta_N = 0.5$$

これ等の結果を Fig. 11 に示す。これから判断すれば、米国における規定は低層に関してはランダム性波形関数に対する最適分布にある程度近いが、高層になると従つて最適分布から離れ、上層部で強度分布係数が小となる傾向が強い。 $\{\delta_j\} = \{1\}$, $\{m_j\} = \{1\}$, $N=6$ の 6 質点モデルと El Centro May 18, 1940, E-W Component による J. Penzien の解析結果⁹⁾は U.B.C. No. 1 で最上層の応答が大きく、U.B.C. No. 2 では最上層の応答は小となり逆に最下層の応答が大となる事実は、 $\{\delta_j\} = \{1\}$ に関する最適分布 BI の妥当性を示すものとも思われる。ベース・シャー係数は既に Fig. 7, Fig. 9 に示されたように γT と γ_a の関数であり、 γT に関しては単純な関数形として表現されていたが、ここで γ_a に関しても関数形の単純化を行なう。

$$s_1 = s_1(\gamma T, \gamma a) = d_1 g(\gamma a), \quad \gamma T < \gamma T_l$$

$$s_2 = s_2(1T, \gamma_d) = d_2 g(\gamma_d) 1T^{-1}, \quad 1T \leqq_1 T \leqq_1 T_u \dots \quad (50)$$

$$s_3 = s_3(\gamma_T, \gamma_d) = d_3 g(\gamma_d), \quad \gamma_T < \gamma_u$$

ここで, $g(\gamma_a)$ に単純な関数を選び, 夫々 d_1, d_2, d_3 を γ_a に関する分散が最小になる条件で定めると, BI, CII につき例えば次の如き式をうる。

$$g(\gamma_d) = (2\gamma_d - 1)^{-1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (51)$$

$$BI : d_1 = 1.33, d_2 = 0.566, d_3 = 0.275, {}_1T_l = 0.426\text{sec}, {}_1T_u = 2.06\text{sec}$$

$$\text{CII : } d_1=0.827, \ d_2=0.492, \ d_3=0.292, \ {}_1T_l=0.595\text{sec}, \ {}_1T_u=1.68\text{sec}$$

$$g(\gamma_d) = \gamma_d^{-1/2} \quad \dots \dots \dots \quad (52)$$

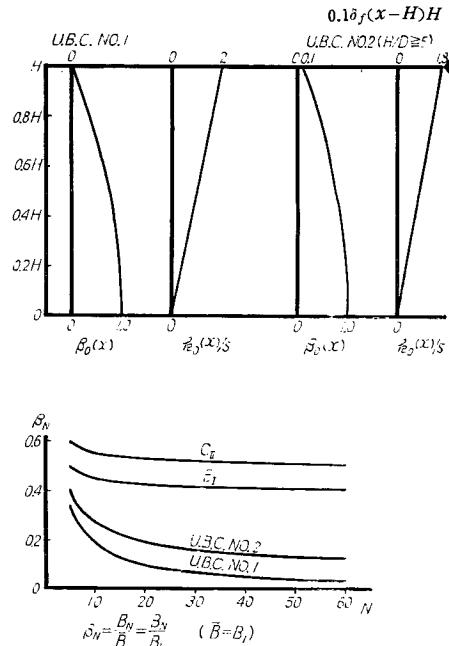


Fig. 11 Distributions of strength and lateral force coefficient in American modern code and comparison of distribution coefficient of strength of top story

BI : $d_1=1.02, d_2=0.431, d_3=0.210, T_i=0.422\text{sec}, T_u=2.05\text{sec}$

CII : $d_1=0.636, d_2=0.376, d_3=0.224, T_i=0.591\text{sec}, T_u=1.68\text{sec}$

これ等の結果を夫々、Fig. 12, Fig. 13 に示す。

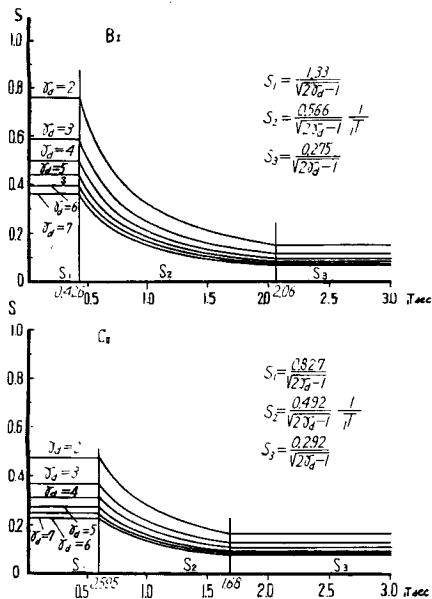


Fig. 12 Simplified base shear coefficient

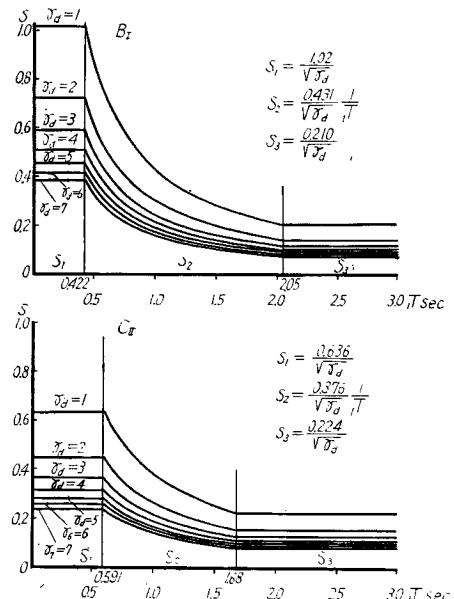


Fig. 13 Simplified base shear coefficient

ここに得られたベース・シャー係数は等価的なモデルにおける弾性限強度を与えるためのものであり、従つてこれを用いて得られる最適弾性限強度を構造物系に賦与するための静力学的手段は、正確には軸力、せん断力、曲げモーメントを共に考慮した極限設計法でなければならない。勿論そのためには、実際の構造物系と動的に等価的な構造物系モデル間の置換の方法が確定されねばならぬが、それには未だ多くの基礎的研究が必要とされる。第1段耐震設計法として許容応力度法を用いるのは便法であるが、このときのベース・シャー係数は、ここに得られた値に、局所的に定まる実際の弾性限強度と等価的弾性限強度の比を乗ずることができるが、この比は構造形式、構造材料、部材、接合部の配置、寸法等によつて異なるものであらう。然し、韌性材料の高次不静定構造物を対象とし、さらに材料の歪硬化等も考慮すれば、この比は小さくなる可能性がある。また一方、普通の構造物系では第1次固有振動の critical damping の 5 % 程度の内部粘性減衰を評価し得るから、本論文の如く比較的継続時間の長いランダム性外乱群により定めたベース・シャー係数は、75%程度に減少することができるであらう⁶⁾。正確な判断を下すには今後の研究に俟たねばならぬが、現行の許容応力度法に対するベース・シャー係数は Figs. 12, 13 に示された値の50%程度に過減できる可能性はあると思われる。

地盤の硬、軟に対しては、正確には地盤連成の問題として扱わねばならぬが、本論文の範囲では想定すべき外乱群を規定する最大加速度の周波数特性を変化させることによつて、例えば Fig. 12 に得られたベース・シャー係数を基準地盤に対するものとして次のように硬、軟地盤に対し変動させよう。

硬地盤 : $C_a=3.92 \times 10^2 \text{cm/sec}^2, C_v=6.67 \times 10^3 \text{cm/sec}, C_d=3.40 \times 10^5 \text{cm}, T_{dt}=17\text{sec}, T_{du}=51\text{sec}$
 $g(\gamma_d)=(2\gamma_d-1)^{-1/2}$

BI : $d_1=1.33, d_2=0.378, d_3=0.275, T_i=0.284\text{sec}, T_u=1.37\text{sec}$

CII : $d_1=0.827, d_2=0.328, d_3=0.292, T_i=0.397\text{sec}, T_u=1.12\text{sec}$

$$\text{軟地盤 : } C_a = 3.92 \times 10^2 \text{cm/sec}^2, C_v = 1.50 \times 10^4 \text{cm/sec}, C_d = 1.72 \times 10^6 \text{cm}, T_{dt} = 38.3 \text{sec}, T_{du} = 114.9 \text{sec}$$

$$g(\gamma_a) = (2\gamma_a - 1)^{-1/2}$$

$$\text{BI : } d_1 = 1.33, d_2 = 0.849, d_3 = 0.275, \tau T_i = 0.638 \text{sec}, \tau T_u = 3.09 \text{sec}$$

$$\text{CII : } d_1 = 0.827, d_2 = 0.737, d_3 = 0.292, \tau T_i = 0.891 \text{sec}, \tau T_u = 2.68 \text{sec}$$

ただし、ここでは周辺地盤、媒体地盤の連成効果が直接考慮されていないが、特に軟弱地盤上の構造物に對しては今後の研究を必要としよう。構造物系の第 1 段弾塑性終局耐震設計法は、以上の結果により次のような手順の等価横力設計法で行ない得る。1) 地盤性状に応じて地震外乱群を与える最大加速度の周波数特性を選ぶ。2) 構造形式に応じて最適動力学特性間の関係を選定する。3) 構造物系の基本固有周期を指定、あるいは構造形式、構造材料、構造物スケールに対応する弹性限変位規準量と予め指定された許容韌性率から計算する。4) ベース・シャー係数と最適震度分布から最適等価弹性限強度を与える横力を算定する。5) 主架構部材、耐震部材、接合部の配置を定め、横力による静的計算で断面計算を行なう。6) 耐風設計等と共に総合的に定まつた構造物系に対し等価横力を proportional に増大して準静的弾塑性解析を実施し、先に設定した等価弹性限変位 $\{A_j\}$ 、強度 $\{B_j\}$ 等に対する検定を行なうとともに、部材ならびに接合部の局所的変形を求め、これから先に指定した許容韌性率の検定を行なう。若し著しく異なれば、3) 以下を繰返す。上記の等価横力設計法と本質的には同等であるが、これを等価的な速度とエネルギー量で表現することができる。耐震的見地から最も総括的に最適動力学特性すなわち最適履歴特性を代表すると考えられ、等価的な意味で構造物系に蓄えられるべきポテンシャル・エネルギーを表わす弾塑性ポテンシャル・エネルギー $\{P_j\}$ は次の様に書ける。

$$\begin{aligned} \{P_j\} &= \bar{P}\{p_j\} \\ \bar{P} &= (2\gamma_a - 1)\bar{E} = \bar{M}\bar{V}_{ep}^2/2, \quad \{p_j\} = \{e_j\} \\ \bar{V}_{ep} &= (2\gamma_a - 1)^{1/2}s(\tau T, \gamma_a)\tau T g \sum_{j=1}^N m_j / \tau N \end{aligned} \quad (53)$$

また $\{P_j\}$ は次のような等価相対速度を用いて表わすこともできる。

$$\begin{aligned} \{P_j\} &= (1/2)\{M_j V_{epj}\}, \quad \{V_{epj}\} = \bar{V}_{ep}\{v_{epj}\} \\ \{v_{epj}\} &= \{(e_j/m_j)^{1/2}\} \end{aligned} \quad (54)$$

構造形式に応じて $\{e_j\}$ は (32) 式、(33) 式で決まり、 τT の範囲に応じて $s_i T$ が例えば (50式)、(51) 式で与えられ、また構造形式と総層数に応じて τN が (32) 式、(33) 式、(42) 式から得られるので $\{P_j\}$ は直ちに確定する。これを構造物系に与える準静的手段は等価横力設計法に他ならないが、6) の検定の場合、 $\{P_j\}$ を対象とすれば特に複雑な構造物系に対して便利であらう。特に同一最大速度特性で定まる領域 $\tau T_i \leq \tau T \leq \tau T_u$ においては有効である。この場合、(42) 式、(51) 式を用いると \bar{V}_{ep} は次のように表わせる。

$$\bar{V}_{ep} = d_2 g \sum_{j=1}^N m_j / \tau N = \left(d_2 g \sum_{j=1}^N m_j / 2\pi \right) \left(\sum_{j=1}^N \kappa_j / \sum_{j=1}^N m_j j^2 \right)^{1/2} \quad (55)$$

この量は想定された外乱群と構造形式に対応して定まる初期弹性域の最適動力学特性分布のみで確定する量であり、ベース・シャー係数における如く、 γ_a や τT を含まない。 $\{v_{epj}\}$ も高々 $\{m_j\}$ 、 $\{\kappa_j\}$ を含むのみである。例えば、 $\{m_j\} = \{1\}$ 、BI、 $C_v = 10^4 \text{cm/sec}$ ($V_{max} = 38.5 \text{cm/sec}$ に対応) を選べば、次式を得る。

$$\text{BI : } \bar{V}_{ep} = 128 \text{cm/sec}, \quad \{v_{epj}\} = \{(10N - 6j + 3)^{1/2} / (10N - 3)^{1/2}\} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{M}\bar{V}_{ep}^2/2 = \bar{V}_{ep}^2 \bar{W}/2g = \nu \bar{W}, \quad \nu = 8.35 \text{cm} \\ \{p_j\} &= \{(10N - 6j + 3) / (10N - 3)\} \end{aligned} \quad (57)$$

ただし、 $0.426 \text{sec} \leq \tau T \leq 2.06 \text{sec}$ 、 \bar{W} は重量の規準量である。同様な条件で CII に対しては次の如くなる。

ただし、 $0.595\text{sec} \leq_1 T \leq 1.68\text{sec}$.

\bar{V}_{ep} を定める外乱因子 d_2 は (25) 第 2 式から C_V すなわち外乱群最大速度に比例する。比例定数は構造形式により異なるが、例えば BI の場合、 $\bar{V}_{ep}/V_{max}=3.33$ 、CII の場合、 $\bar{V}_{ep}/V_{max}=2.73$ 程度である。勿論この値は外乱群の加速度波形関数の影響を受けるのは当然である。ここに得られた事実は、同一地動速度特性の領域においては、構造物系の性格の如何に係らず、耐震安全性の尺度としての韌性率を通じて終局耐震安全率が同一になるように定められた弾塑性ボテンシャル・エネルギー・すなわち蓄えられるべきボテンシャル・エネルギーは、構造形式にのみ関する定数を係数として、地動外乱群の最大速度の二乗に比例することである。また一方、許容韌性率を与えたとき基本応答図の主変動領域で α_P の値の変動が小さい事実は、この領域においては地震の破壊力の尺度として最大速度が有意なものであることを示す。この両事実の示すところは、既に 1930 年代に発表された棚橋教授の速度・ボテンシャル・エネルギー説に他ならない¹¹⁾。

6. むすび

韌性材料の高層建築物の第1段の耐震設計を主目標として、特に弾塑性終局耐震設計法に関する耐震設計資料を地震応答解析を介して量的に求める手順につき述べて来たが、その過程には未だ検討を要すべき幾多の問題を内蔵しているものであり、それ故に多くの仮説的な条件を設定したことは否定出来ない。具体的な耐震設計法を確立するためには、さらに基礎的な研究が行なわれねばならないし、また具体化を目指した総合的な研究も併せて実施されねばならない。耐震解析には、地震波外乱群の設定、構造物系モデルの設定、耐震安全性の尺度の設定等の基本的問題が存在するが、ここで用いた地震外乱群は比較的継続時間の長いランダム性地動加速度パターンであり、構造物系モデルも粘性減衰を伴なわぬ完全弾塑性系で、かつ地下構造部分および周辺地盤、波動媒体地盤の連成効果もある条件を設定することによつて除外している。また耐震安全性の尺度も韌性率をもつて第一義的とした。これ等の前提条件の妥当性は、ある種の付帯条件のもとで成立つことを本文において述べてきた積りであるが、然し乍ら、今後研究すべき問題点も又実にこの中にも抱含されていると言わねばならない。先づ地震波外乱群の設定に関して、外乱波形関数は基本応答図の性格を定め、従つてまた最適動力学特性分布の決定に重要な要素であると同時に、最大加速度振巾の周波数特性とともに量的な結果に決定的な影響をもつている。構造物系モデルは一般に地盤を含む下部構造を含んで設定されねばならないが、同時に耐震設計法の原理と基本方針に従う設計対象であるから地震応答の制御に有効な耐震設計要素を代表するパラメーターを可及的多く含んで、現実性と具体性と創造性を兼ね備えている必要がある。軟弱地盤における構造物では下部構造のモデル化が必要となり、それと共に地震外乱の伝達特性に本質的な考察を必要とする。また耐震設計の基本方針によつては、ここで設定したような完全弾塑性せん断形モデルの具体性に検討が加えられ、ある層の履歴特性への他層の挙動の影響等が評価されねばならない。また耐震安全性の第一義的尺度として韌性率を認めるとしても、許容韌性率を量的に明確なものとして把握するためには、構造形式、構造材料に応じて具体的で精確な構造物系モデルを設定し、動的乃至準静的弾塑性解析^{12),13),14)}によつて部材および接合部の如き局所的な弾塑性変形を評価し、実験結果との対照が行なわれなければならない。また、現実の構造物の構造設計は、地震外乱と重力のみを対象とするのではなく、特に軽量化を目指した高層建築物においては、地域や構造物の形状によつては、風外乱と重力の組合せが支配的な部分も存在する筈であり、また他の設計、施工上の制約もあり、実現される構造物系の動力学特性は耐震的な見地から定めた最適動力学特性とは異なるのが普通であらう。従つて厳密な意味で耐震安全性を保証するためには、第2段の検討のための地震応答解析を具体的で精確な構造物モデルで実施するか、あるいは典型的な構造物系に対しては、第2段の検討の結果が第1段の耐震設計資料に反映されている必要がある。

最後に、常に適切な御教示を戴く京都大学棚橋諒教授に感謝の意を捧げるとともに、KDC-Iによる計算に御便宜、御協力戴いた京都大学電子計算機室の方々と計算を実施した日本鋼管株式会社田川健吾氏に謝意を表わします。また本研究が文部省科学研究費による“地震による構造物の終局状態に関する研究”的一部を含むものであることを報告します。

参考文献

- 1) 棚橋諒、小堀鐸二、南井良一郎：構造物の動的耐震設計法と地震レスポンス、京大防災研究所年報、第5号B、昭37.3、pp. 1-32.
- 2) Tanabashi, R., Kobori, T., Kaneta, K. and Minai, R.: On Statistical Property of Earthquake Accelerograms, Geophysical Papers Dedicated to Prof. Kenzo SASSA, 1963, pp. 591-599.
- 3) Kobori, T. : Dynamical Response of Rectangular Foundation on an Elastic Space, Proc. of Japan National Symposium on Earthquake Engineering, Nov. 1962, pp. 81-86.
- 4) 棚橋諒、小堀鐸二、金多潔、南井良一郎、井上豊：下部構造の弾塑性特性の上部構造地震レスポンスへの影響、京大防災研究所年報、第5号A、昭37.3、pp. 113-128.
- 5) 棚橋諒、小堀鐸二、金多潔、南井良一郎、井上豊：構造物の耐震性に及ぼす地盤連成の効果（アナログ・コンピューターによる非線型過渡振動解析・6），日本建築学会論文報告集、昭37.8、pp. 7-12.
- 6) Veletsos, A. S. and Newmark, N. M. : Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 895-912.
- 7) 棚橋 諒、小堀鐸二、金多 潔、南井良一郎、井上 豊、竹内吉弘、田川健吾：振りを伴なう構造物の耐震解析（アナログ・コンピューターによる非線型過渡振動解析・3、4、5），日本建築学会論文報告集、第69号、昭36.10、pp. 485-496.
- 8) 小堀鐸二、南井良一郎、田川健吾：弾塑性構造物の耐震性に関する研究、地震工学国内シンポジウム講演集、昭37.11、pp. 165-170.
- 9) Penzien, J. : Elasto-plastic Response of Idealized Multi-story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake, Proc. of the 2nd W.C.E.E., 1960, pp. 739-760.
- 10) 小堀鐸二、南井良一郎：制震系の解析—弾塑性多質点モデル—（制震構造に関する研究・3、4、）日本建築学会論文報告集、第69号、昭36.10、pp. 405-412.
- 11) Tanabashi, R. : On the Resistance of Structures to Earthquake Shocks, Mem. of the College of Engng Kyoto Univ., Vol. IX, No. 4, 1937, pp. 191-205.
- 12) Tanabashi, R. : Analysis of Statically Indeterminate Structures in the Ultimate State, Bull. of D.P.R.I. of Kyoto Univ., No. 20, March 1958, pp. 1-27.
- 13) Tanabashi, R. and Nakamura, T. : On the Ultimate States of Rigid Frames Subjected to Earthquakes, Proc. of Japan National Symposium of Earthquake Engineering, Nov. 1962, pp. 51-56.
- 14) 棚橋 諒、中村恒善：非線型計画のGradient Projection Methodによるラーメンの準静的弾塑性解析、日本建築学会大会学術講演要旨集、昭37.9、P.56.