雨量分布とその年最大値の分布

角　屋　　睦

ON THE FREQUENCY DISTRIBUTION OF ALL RAINFALLS AND ANNUAL MAXIMUM RAINFALLS AND THEIR RELATIONS

by Dr. Agr. Mutsumi KADOYA

Synopsis

A theoretical consideration, in this paper, on the frequency distributions of rainfalls is made. That is, the exponential type distribution— (1) exponential distribution, and (2) hyperbolic type exponential distribution as the frequency distribution of all rainfalls, and the extreme value distribution— (3) Gumbel distribution, and (4) logarithmic extreme value distribution type A as the frequency distribution of annual maximum rainfalls are shown mathematicaly.

There are simple relations between the distributions (1) and (3) or (2) and (4). Therefore, by using these relations, the distribution can be easily estimated from the other.

Morever, the definitions of the t times probable hydrologic amount and the T years probable hydrologic amount have been made. It has been concluded that the difference of frequency or probability in the equations for both probable hydrogic amount becomes the frequency or probability that the events occure two or more times in a year. The usefullness of the theory has been examined with the considerable data.

序　　　言

一般に水文諸量は多くの物理的要素とこれに付随する確率的要素によつて支配されるものと考えられるが，これを実用的に小さな物理的要素の組合せを後者に含ませうるものとすると，後者の比重は相当大きなものと考えられる。諸般の水工計画に際して確率雨量，確率洪水量などいわゆる確率水文量の概念が重視されるのはこのへんの理由によるものである。

ところで水文量を統計的に取り扱うには，まずこれらの事象に内在する統計的法則を考えるのが本筋であるが，これはむずかしい問題であつて，従来は年最大値のデータを対象にして対数正規分布など適当に分布形を仮定して確率計算を行ない，あるいはその生起度数を論議することが多かつた。しかし一方，年最大値のみを取り扱うのは，年最大値でないばかりに他の年の最大値より大きくとも無視されるデータがかなりあるということは不合理ではないか，あるいは大きな値のものが年に２度，３度も起るような確率はどうか，などの論議もあるわけであるが，従来これについてうまい説明がなされたことはなかつた。

本稿は雨量分布を対象にしてこの種の問題を理論的に解明しようと試みたものである。すなわち事象をある程度数学的に模型化して全雨量分布，年最大雨量の分布形を誘導し，両者の関係を理論的に説明するとともに，これらの実用的な考え方など若干の提案をしようとするものである。

1. 全雨量の分布形

一般に年間雨量など特定期間内の総降水量Xはある分布にしたがう確率変量（具現値）とみなされるが，これは例えば日雨量など単位時間（短期）降水量 x の合成されたものである。

$$X=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_N \quad \cdots\cdots(1)$$

問題は x の分布を求めることであるが，まずこれを確率変量 X が知れているときの N 個の各成分の分布として考えてみる。すなわち x は互いに独立な単位時間雨量 x ($x\epsilon X$) よりなるものであつて，かつ x に無関係に $X/N=\theta$ なる平均値が存在するものとする。そうすると，$x_1, x_2, \cdots\cdots x_i$ がそれぞれ (x_1, x_1+dx_1)，(x_2, x_2+dx_2)，…… (x_i, x_i+dx_i) の間に含まれる確率は a priori には dx_i/X で示されるはずであり，これらの同時確率素分 $p(x_1,x_2,\cdots\cdots x_N)dx_1\cdot dx_2\cdots\cdots dx_N$ は次式で示される。

$$p(x_1,x_2,\cdots\cdots x_N)dx_1\cdot dx_2\cdots\cdots dx_N=\frac{(N-1)!}{X^{N-1}}dx_1\cdot dx_2\cdots\cdots dx_N$$

単独成分 x の確率素分 $f(x)dx$ は他の値をそれぞれの変域にわたつて積分すれば求まる。

$$f(x)dx=(N-1)\left(1-\frac{1}{N}\frac{x}{\theta}\right)^{N-2}dx$$

あるいは x の非超過確率 $F(x)$ は

$$F(x)=\int_0^x f(x)dx=1-\left(1-\frac{1}{N}\frac{x}{\theta}\right)^{N-1}$$

N が十分大きければ，上式は

$$F(x)=1-e^{-x/\theta} \quad \cdots\cdots(2)$$

すなわち x は平均値 θ の指数分布に漸近する。一般的に書くと，上式は α, v を常数として次式で示される。

$$F(x)=1-e^{-\alpha(x-v)} \quad \cdots\cdots(3)$$

上式は一応 x が θ なる平均値を有する場合の a priori の問題として考えたものであるが，もとより自然事象をこのような簡単な model で以て十分説明できるとは限らず，あるいは仮定が適切でないかも知れない。そこで実用的には（3）式を $1/k\to 0$ の special case として含むような次式を採用するのがよい。

$$\left.\begin{aligned}F(x)&=1-\left(\frac{x+b}{v+b}\right)^{-k}\\&=1-\exp\left(-\alpha\log\frac{x+b}{v+b}\right)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4)$$

ただし $k=\alpha\cdot\log e$, v, b は常数である。以上は（1）式を想定して分割の問題として導いたものであるが，実際にはむしろつぎのような考え方が常識的であるかも知れない。

いま単位時間雨量 x が (x, $x+dx$) の間の値をとる確率は，この事象を a priori には全く偶発的とすれば dx に比例すると考えなければならない。そこでこれを $m\cdot dx$ と書く。一方雨量 x がある値 x 以上の値をとる確率を $q(x)$ とすると，x がちようど指定された (x, $x+dx$) の間の値を示す確率は $q(x)m\,dx$ であり，これは $-dq(x)$ に等しいはずであるから次式が成立する。

$$q(x)mdx=-dq(x)$$

$$\therefore\ q(x)=e^{-mx+c} \quad \cdots\cdots(5)$$

これは（3）式にほかならない。

また上式の誘導では x が (x, $x+dx$) に含まれる確率は dx に比例すると考えたが，x が大きくなるほどこの区間に含まれる確率は小さくなる，すなわち $m=j/(x+b)$ と考える方が自然的かも知れない。そうすると次式が得られる。

$$q(x)j/(x+b)=-dq(x)$$

$$\therefore\ q(x)=c\cdot(x+b)^{-j} \quad \cdots\cdots(6)$$

これは（4）式にほかならない。

結局以上のような考え方をすると，いずれにせよ雨量分布は指数型の分布で近似できるようである。以後（3）式の分布形を指数分布，（4）式の形を双曲線型指数分布と呼ぶことにする。これらの実証は後示する。

2. 年最大雨量の分布形

通常確率雨量を求める場合，主として実用的見地より年最大雨量のみをとり上げ，その生起度数を吟味することが多いわけであるが，この場合どのような分布形をあてはめるのが適切であるかを考えてみる。

いま年間の雨量データを確率素分 $f(x)$ を有する母集団より得られた N 個の標本とみなすと，その標本最大値の分布は次式で表わされる。

$$p(x)dx=N[F(x)]^{N-1}\cdot f(x)dx$$

$$P(x)=[F(x)]^{N}=\exp[N\lg F(x)]$$

ただし $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx$

ところで標本最大値を問題にしているから $F(x)$ は1に近いはずであつて

$$\lg F(x)=[F(x)-1]+0_{[F(x)-1]}$$

と表わされることを考慮すると，結局最大値の分布関数 $P(x)$ は漸近的に次式で示される。

$$P(x)=\exp[-N\{1-F(x)\}] \quad\cdots\cdots(7)$$

さて全雨量の分布が指数分布（3）式で表わされる場合の年最大雨量の分布は

$$P(x)=\exp[-Ne^{-\alpha(x-v)}]$$

上式は

$$x_0=v+\frac{1}{\alpha}\lg N \quad\cdots\cdots(8)$$

とおくとつぎのように書くことができる。

$$\left.\begin{aligned}P(x)&=\exp(-e^{-\xi})\\ \xi&=\alpha(x-x_0)\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(9)$$

雨量分布が双曲線型指数分布（4）式で表わされる場合には（7）式は

$$P(x)=\exp\left[-N\left(\frac{x+b}{v+b}\right)^{-k}\right]$$

あるいは

$$\log(x_0+b)=\log(v+b)+\frac{1}{k}\log N \quad\cdots\cdots(10)$$

とおくと，結局最大値の分布関数として次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}P(x)&=\exp(-e^{-\xi})\\ \xi&=\alpha\log\frac{x+b}{x_0+b}=k\lg\frac{x+b}{x_0+b}\\ k&=\alpha\log e\fallingdotseq 0.4343\,\alpha\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(11)$$

（9）式は年最大水文量の分布関数として，Gumbel[2] によつて提案されたいわゆる Gumbel 分布として知られるものであり，(11) 式は著者[3] の提案によつて対数極値分布 A 型と呼ばれるものにほかならず，それぞれいわゆる極値（最大値）分布の Case 1, 2 に相応するものである。

なおいまの場合，全雨量の分布形が（3），（4）式で表わされるものとして（9），(11) 式が誘導されたわけであるが，一般にこのような最大値の分布関数が存在する場合，これに3つの形式が存在することや収斂条件などが知られており[4),5)]，したがつて全雨量の分布形が（3），（4）式では十分ではないとして

も，（とくにこれらを前提としないでも）年最大雨量の分布形として（9），(11) 式を採用することにとくに異論はないと考えられる。

3．全雨量の分布と特定期間最大雨量の分布との実用的関係

前節では全雨量の分布形として（3），（4）式が若干不十分であつても，年最大雨量の分布形として(9)，(11) 式の採用には問題は少ないと述べたが，ここでは平易な形式として（3），（4）式を考え，両者の関係をいま少し考察してみる。

全雨量の分布が指数分布（3）式で表わされる場合，その年最大雨量の分布すなわち Gumbel 分布との関係を再掲するとつぎのようである。

$$\left.\begin{aligned}&F(x)=1-e^{-\alpha(x-v)}\\&P(x)=\exp(-e^{-\xi})\\&\xi=\alpha(x-x_0)\\&x_0=v+\frac{1}{\alpha}\lg N=v+\frac{1}{k}\log N\\&k=\alpha\log e\doteqdot 0.4343\alpha\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(12)$$

上式において N は年間全データ数であり，したがつて x_0 は v, α 同様常数である。上式よりみると常数 α（実は分散の程度を示す parameter）は両分布とも同値であり，v のかわりに後式では x_0 が入るにすぎない。これらの関係は必ずしも年を対象とせずかんがい期など特定期間を考えてもそのまま成立するはずであつて，(15) 式の場合も同様である。

ところで全雨量の生起度数を推測する場合，全部のデータを整理して（3）式を求めることは相当な労力を必要とするので，実際には例えば 30 mm/day あるいは 50 mm/dayなど特定の値 w 以上のデータを整理すればよいはずであつて，この場合 (12) 式はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}&F_w(x)=1-e^{-\alpha(x-w)}\\&P(x)=\exp(-e^{-\xi})\\&\xi=\alpha(x-x_0)\\&x_0=w+\frac{1}{\alpha}\lg r=w+\frac{1}{k}\log r\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(13)$$

上式において r は w 以上の値の特定期間内平均データ数であり，$F(x)$ を $F_w(x)$ より知る必要がある場合は次式によればよい。

$$\left.\begin{aligned}&1-F(x)=\frac{r}{N}\left[1-F_w(x)\right]\\&v=w-\frac{1}{\alpha}\lg\frac{N}{r}=w-\frac{1}{k}\log\frac{N}{r}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(14)$$

全雨量の分布が双曲線型指数分布（4）式で表わされる場合，その最大値の分布，すなわち対数極値分布 A 型との関係も同様であつて，これらを一括して示すとつぎのようである。

$$\left.\begin{aligned}&F(x)=1-\left(\frac{x+b}{v+b}\right)^{-k}=1-\exp\left(-\alpha\log\frac{x+b}{v+b}\right)\\&F_w(x)=1-\left(\frac{x+b}{w+b}\right)^{-k}=1-\exp\left(-\alpha\log\frac{x+b}{w+b}\right)\\&P(x)=\exp(-e^{-\xi})\\&\xi=\alpha\log\frac{x+b}{x_0+b}=k\lg\frac{x+b}{x_0+b}\\&\log(x_0+b)=\log(v+b)+\frac{1}{k}\log N\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(15)$$

$$=\log(w+b)+\frac{1}{k}\log r$$
$$k=\alpha\log e\doteqdot 0.4343\alpha$$

上式において r は w は以上の値の特定期間（年間）平均データ数である。また $F(x)$ と $F_w(x)$ の関係も（14）式と同形で次式で示される。

$$\left.\begin{aligned}&1-F(x)=\frac{r}{N}[1-F_w(x)]\\&\log(v+b)=\log(w+b)-\frac{1}{k}\log\frac{N}{r}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(16)$$

通常われわれが扱う範囲では（14），（16）式まで考える必要はない。また実際問題として w 以上のデータを処理した場合と年最大値のデータを処理した場合とでは，理論上同値であるはずの $k=\alpha\log e$ や b, x_0 などの値は必ずしも一致しない。これはデータ数，最大値分布の漸近性や指数型分布の近似性，式中に含まれる常数の推測精度などの問題に関連して当然予想されることであるが，実用上推測結果のみ注目すれば十分であろう。

4. 確 率 雨 量

前節の結果を利用して確率雨量の問題を考えてみる。いま特定期間（通常1年）に t 回起るような値を推測する場合には（13），（15）式の $F_w(x)$ を用いて

$$1-F_w(x)=t/r\cdots\cdots(17)$$

とおけばよい。したがつてこのような値はつぎのいずれかの式によつて求めることができる。

指数分布　：$x=w+\dfrac{1}{k}\log\dfrac{r}{t}\cdots\cdots(18)$

$\qquad=x_0-\dfrac{1}{k}\log t\cdots\cdots(19)$

双曲線型指数分布　：$\log(x+b)=\log(w+b)+\dfrac{1}{k}\log\dfrac{r}{t}\cdots\cdots(20)$

$\qquad=\log(x_0+b)-\dfrac{1}{k}\log t\cdots\cdots(21)$

上式によると，とくに w 以上の値を全部拾いあげ整理した式（18），（20）式を用いなくとも，年最大値のデータを整理して x_0, b,k などの常数を推測しさえすれば，（19），（21）式によつて容易に年に t 回起るような値を推測できることを示している。

また（18）～（21）式は $t\geqq1$, $t\leqq1$ のいずれの場合でも成立するはずであつて，通常平均的に T 年に1度起るような値の推測には $t=1/T$ とおけばよい。

指数分布　：$x=x_0+\dfrac{1}{k}\log T=x_0+\dfrac{1}{\alpha}\lg T\cdots\cdots(22)$

双曲線型指数分布　：$\log(x+b)=\log(x_0+b)+\dfrac{1}{k}\log T=\log(x_0+b)+\dfrac{1}{\alpha}\lg T\cdots\cdots(23)$

一方年最大雨量の分布より平均的な意味の T 年確率雨量を推測するには通常次式を用いる。

Gumbel分布　：$x=x_0+\dfrac{1}{\alpha}\xi\cdots\cdots(24)$

対数極値分布A型　：$\log(x+b)=\log(x_0+b)+\dfrac{1}{\alpha}\xi\cdots\cdots(25)$

（22），（23）式と（24），（25）式との差異は右辺第2項の $\lg T$ と ξ の差によるものであつて，ξ は次式より得られるものである。

$$\xi=-\lg(-\lg P)=-\lg\left(\lg\frac{T}{T-1}\right)\cdots\cdots(26)$$

したがつて $T>>1$ の場合には

$$\xi=\lg T-\frac{1}{2}\frac{1}{T}+\frac{1}{6}\frac{1}{T^2}-\cdots\cdots \qquad (26)'$$

水工計画で問題になる確率雨量は通常 $T>>1$ の場合であつて，(22)，(23) 式と (24)，(25) 式の差は近似的に (26)′ 式右辺第2項以下の値に基因することになる。しかしこれは実用的には **Fig.1** にも示されるようにほぼ $T>10$ 年では無視できる程度になる。また (22)，(23) 式は年に2度以上生ずるような値の確率をも含んでいることを考えると，(22)，(23) 式と (24)，(25) 式より逆算される度数の差が年に2度以上生ずるような値の度数ということになるわけである。むろんこのような考え方は指数型分布の近似性，最大値分布の漸近性などを考慮すれば必ずしも決定的な表現とはいいがたいが，実用的にはこのような考え方をしてさしつかえないであろう。*

以上によつて年最大雨量の分布と年に2度以上起るかも知れない値の度数などの関係や確率雨量ないし return period の推測上の差異が明らかになつたわけであるが，このような考え方は必ずしも雨量のみではなく，われわれが扱う水文量全般にもあてはまるはずである。したがつてわれわれは確率水文量の概念をあらためてつぎのように定義するのが適切なように思われる。

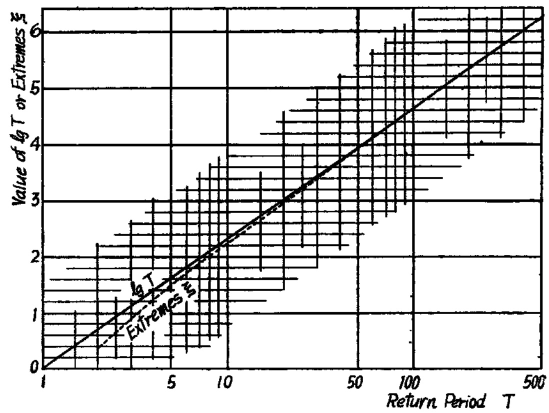

Fig. 1 Relation between the extremes ξ and lg T

(i) ***T* 年確率水文量**，これは T 年に1年 ($T>>1$ のときは T 年に1回ということになる）起るような値であつて，(24)，(25) 式で推測されるものである。実際には小標本であることを考慮して，これらの式を基本推測式として，著者[6),7)]の提唱する ***T* 年異常確率水文量**を採用すべきであろう。

この概念は河川やダム計画などのように破堤被害が一応許容されないような水工計画に採用される。

(ii) ***t* 回確率水文量**， これは1年に t 回起るような値であつて (20) ～ (23) 式で推測されるもの，すなわち t は $t\geqq 1$, $t\leqq 1$ のいずれでもよい。

この概念はある程度の被害が許容される内水排除問題などに採用されるが，とくに (24)，(25) 式を必要に応じて組み合せて使用すれば有用な結論が得られるであろう。

なお **3**，**4** 両節によつて，(20) ～ (25) 式の推測は，特定値以上の全データ，年最大雨量のみのデータのいずれを用いてもよいことがわかつたが，実際問題としては前者のデータを直接整理する努力と後者のそれでは格段の相違があり，後者の方がはるかに楽である。したがつてわれわれは通常後者の方法にしたがつて十分と考えられる。

5. 本理論の検証とその利用法

以上の各節で示した理論の実際への適応性を検討した例を2，3述べる。

Fig. 2，破線は特定値以上の全雨量データに指数型分布を適用した例， **Fig. 3** 実線は年最大雨量データに極値（最大値）分布すなわち Gumbel 分布ないし対数極値分布 A 型を適用した例を示したものである。また **Fig. 3** 点線は異常確率雨量の推測曲線を示してある。

---

* さらに年第2位の値の分布は理論的に

$$P_2(x)=(1+2e^{-\xi})\exp(-2e^{-\xi})$$

の形になることを容易に導くことができ，そしてこれを用いると年に3度以上起るような度数もさらに分離できるが，本稿ではとくに触れないでおく。

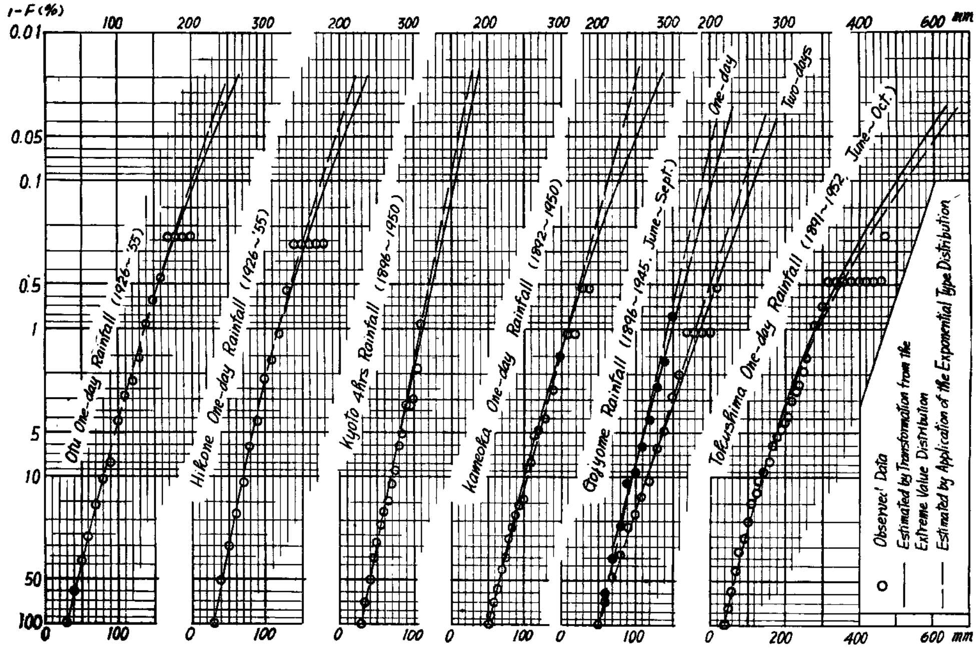

Fig. 2 Examples of distribution functions of all rainfalls greater than some specific value

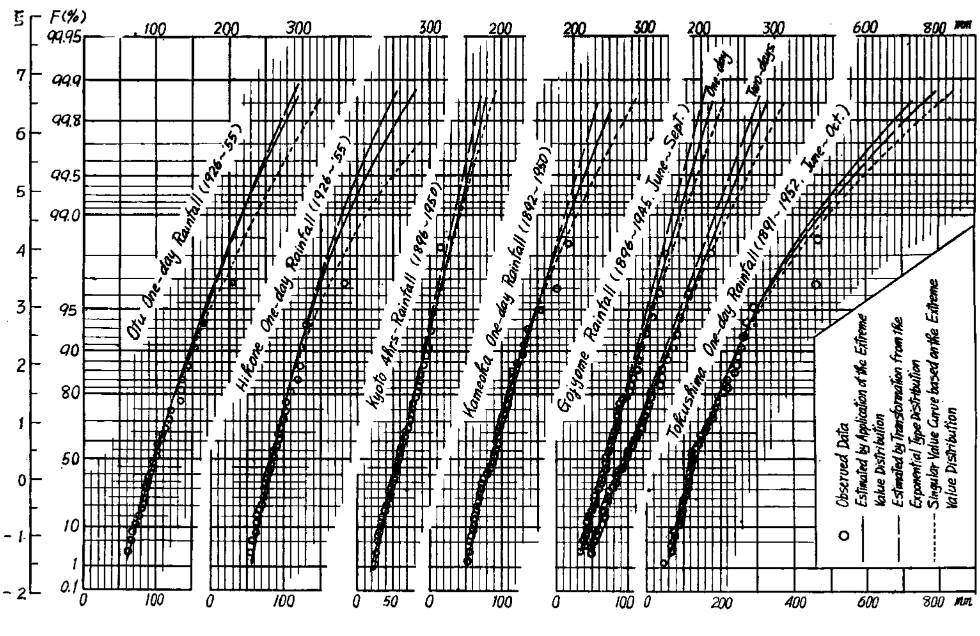

Fig. 3 Examples of distribution functions of annual maximum rainfalls

Fig. 2 の実線は年最大雨量データを処理してのち，（13）または（15）式によつて特定値以上の全雨量分布を，また **Fig. 3** 破線は特定値以上の全雨量データの処理結果を用いて同じく（13），（15）式によつて年最大雨量分布をいずれも間接的に推測したものである。

また **Fig. 2, 3** とも（a），（b），（d）は各年の日雨量を対象にした結果であり，（e），（f）は各年の特定期間内の雨量のみを対象とした例，（c），（e）は日雨量に限らず4時間最大雨量や2日雨量などにも適用しうることを示した例である。

これらの結果はいずれも前節までに示した理論の有用性を実証した1例ということができよう。

むろんすべての例が以上のようにうまくいくとは限らないようであつて，**Fig. 4, 5** は著者が検討した全国各地の 20 数例のうち最もよくなかつた例を示したものである。しかしこれらの例でもデータのばらつきの程度よりみると直接法，間接法のいずれの推測曲線がよく適合しているとはいえないようである。（ただし **Fig. 4** 実線は70 mm 以下では食い違いが大きい）。もとより自然事象を数式的に取り扱おうとする限り，簡問な理論では十分説明しきれないかも知れないが，最も合わない例が **Fig. 4** の程度であり，これもとくに小さな値を問題にさえしないとすれば，本稿で示してきた理論，考え方は一応実用上十分成立するとみてよいと思われる。

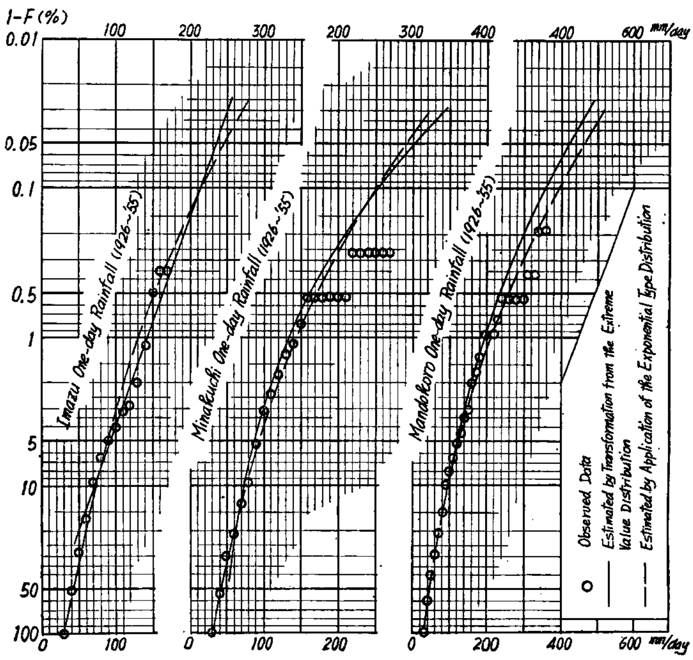

Fig. 4 Examples of distribution functions of all rainfalls greater than specific value (examples not so good fit)

さて以上のように一応本理論の有用性を検証したわけであるが，本理論を前提として，いま少し年に2度以上起るであろう値の生起確率の問題を考えてみる。**Table 1** は 100 年当りの豪雨の生起度数を調べた1例である。これは年最大値の度数，総生起度数のいずれも年最大雨量データの処理結果のみより推測したものであり，正常値とは（20)～(25）式を用いた結果，異常値とは **Fig. 3** の異常確率曲線を中心に考えたものである。たとえば大津の例をみると，130 mm/day 以上の値は 100 年中 19 回起りうるが，年最大値の度数 **Fig. 3**（a）よりすれば $F=82\%$，$1-F=18\%$，すなわち 100 年中 18 年起りうることを示している。したがつて 18 年中のある1年には 130mm/day 以上の雨が年に2度以上起りうることを意味している。すなわち 130 mm/day 以上の値が年に2度以上起りうる確率は大体 100 年に1年ということができるわけである。このような考え方を内水排除計画に利用すると，とくに経済効果などの問題に関連して有用な成果が期待できると思われるが，これについては稿をあらためて述べたいと考えている。

なお以上の適用例では，指数型分布，極値（最大値）分布の解法はすべて著者の方法[7),8)]によつた。

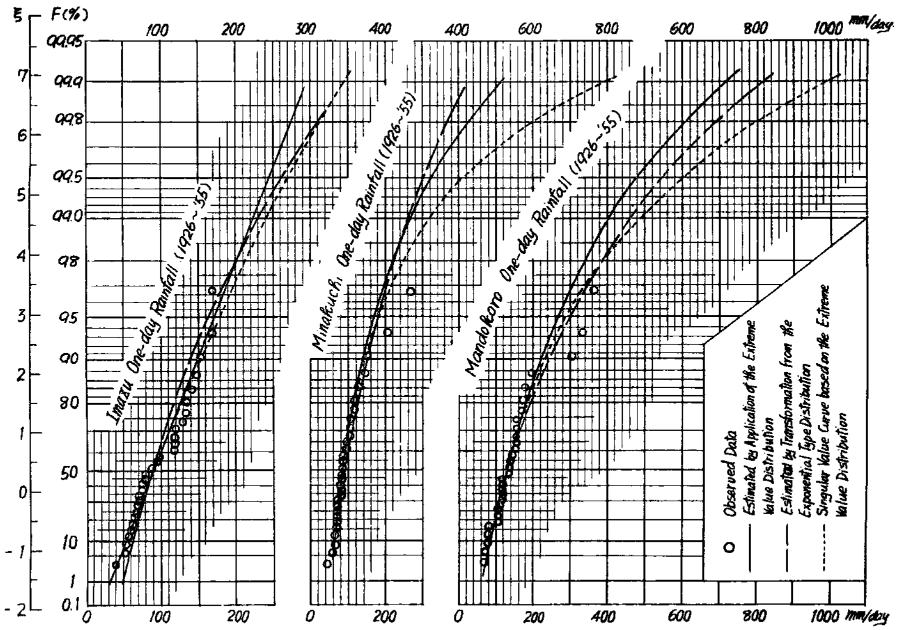

Fig. 5 Examples of distribution functions of annual maximum rainfalls (examples not so good fit)

Table 1 Examples of estimation of the frequency in 100 years (estimation of the singular frequency raised fractions not lower 0.1 to unit)

Station Name	Otu						Hikone					
Classification of Frequency	Normal Frequency			Singular Frequency			Normal Frequency			Singular Frequency		
One-day Rainfall (mm/day)	Total Frequency	Annual Frequency	Frequency that Occure Two or More Times in a Year	Total Frequency	Annual Frequency	Frequency that Occure Two or More Times in a Year	Total Frequency	Annual Frequency	Frequency that Occure Two or More Times in a Year	Total Frequency	Annual Frequency	Frequency that Occure Two or More Times in a Year
Greater than												
250	0.4	0.4		1	1		0.2	0.2		1	1	
200	1.8	1.8		3	3		0.7	0.7		2	2	
190	2.5	2.5		4	4		1.0	1.0		2	2	
180	3.3	3.3		5	5		1.3	1.3		2	2	
170	4.6	4.6		6	6		1.8	1.8		3	3	
160	6.6	6.6		8	8		2.6	2.6		4	4	
150	9.5	9.4	0.1	11	11		3.6	3.6		5	5	
140	13.5	13	0.5	14	14		5.2	5.0	0.2	6	6	
130	19	18	1	19	18	1	8.0	7.5	0.5	9	9	
120	29	25	4	29	25	4	12.2	11.2	1.0	13	13	
110	44	36	8	44	36	8	18.5	16	2.5	19	18	1
100	66	49	17	66	49	17	29	25	4	29	25	4

結　び

本論文は年間の全雨量分布や年最大雨量の分布形などを理論的に考察したものであつて，確率雨量推測に際し採用すべき分布形，全雨量分布と年最大雨量の分布との間に簡明ながら有用な関係の存在すること，確率水文量の概念の定義などを明示した。従来，確率雨量を推測するためのデータとしてn年間の年最大雨量のみを考えるのは不合理であり，むしろn年間の雨量のうち大きいものより順次n個とり出し，これを処理すべきではないか，などの論義もあつたわけであるが，本論文はこれら基本的ながら未解決の疑問に明解を与えたことにもなつている。

また本論文に示した方法にしたがう限り，われわれは単に年（あるいは各年の特定期間）最大雨量のみを処理することによつて年間全雨量の分布，年に2度以上起るような値の生起確率なども簡単に推測できるわけであつて，この間の考え方は実用上有用な役割を果すものと考えられる。

最後に本研究は著者の農業水利計画における水文量の統計的方法に関する研究の一部であり，終始御指導，御鞭撻いただいた本学高月豊一名誉教授，石原藤次郎教授，岩井重久教授，沢田敏男教授，石原安雄助教授ら各先生方に厚く謝意を表するとともに，本論文のデータ整理に際して，石原藤次郎教授を主任とする「道路排水に関する総合的研究」の研究費の一部の援助を受けたことを記して謝意を表するものである。

参考文献

1) 例えば出口利祐；設計基準雨量としての豪雨の統計処理への第一歩，土地改良（1952）5，6月号
2) Gumbel, E. J. : The Return Period of Flood Flows : Ann. Math. Stat. 12-2 (1941)
3) 角屋睦；極値分布とその一解法，農土研 23—6（1956）
4) Fisher, R. A. and Tippett, L.H.C. : Limitting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample : Proc. Camb. Phi. Soc. 24 (1928)
5) Gnedenko, P. B. : Sur la Distribution Limite du Terme Maxmum dúe Serie Aleatoire : Ann. Math. 44-3 (1942)
6) 角屋睦；異常（確率）水文量とデータの棄却検定，農土学会京都支部講演集（1960，11）農土研別冊3（予定）
7) 角屋睦；農業水利計画における水文量の統計的方法に関する研究（1960）
8) 角屋睦；Plotting Value 法による極値分布の解法．農土学会京都支部講演集（1960，1）農土研別冊3（予定）