C08

山体地下水上の不飽和浸透モデリングのためのリチャーズ式解析解
An Analytical Solution of Richards' Equation for Unsaturated Flow above Ground Water in Mountains

○菅原　快斗・佐山　敬洋・寶　馨
○Yoshito SUGAWARA, Takahiro SAYAMA, Kaoru TAKARA

Recent studies revealed that groundwater flow in weathered bedrock contributes to river runoff in mountainous areas. Therefore, distributed runoff models which can consider groundwater flow have been developed, but infiltration in unsaturated zone of bedrock is not modeled sufficiently. Previous studies showed that Richards' equation may be used to describe water movement in bedrock for some geologic setting at the macroscale. However, it is still difficult to directly apply numerical solutions of Richards' equation for distributed runoff models because of computational cost due to its strong nonlinearity. In this study, we derive an analytical solution of a linearized Richards' equation for vertical infiltration in bedrock. We develop a one-dimensional model to connect surface soil and bedrock layer. The simulation results showed reasonable behaviors with the assumed physical processes and the applicability of this analytical solution. (135 words).

１．研究の背景

山地からの河川流出を予測するうえで, これまでの流出モデルは基岩上に発生する飽和側方流を主要な流出経路であると考えてモデリングを行ってきた. しかし最近の知見では, 一部の風化基岩を有する流域において，基岩内にも雨水が浸透し山体地下水を涵養した後に河川へと流出するというプロセスが流出に深く関わっていることが明らかになっている [1]. それを受けて基岩への浸透及び山体地下水の流動をプロセスとして組み込んだ分布型流出モデルも開発されている [2]. しかし, 開発された既存のモデルは基岩の不飽和部における鉛直浸透を再現しておらず, より詳細な流出過程の表現には, そのモデリングが不可欠である.

基岩不飽和部の浸透現象については, リチャーズ式の適用可能性が示されている [3]. リチャーズ式は土壌内の水分移動を記述する式であるが, van Genuchten モデル [4]等を用いた一般的な数値計算手法は,強い非線形性から細かい時空間分解能を要求され,数万単位のセルを有する分布型流出モデルには適用が難しいという問題がある.

本研究は, リチャーズ式を線形化し基岩不飽和部へと適用可能な解析解を導出する. また, 得られた解析解を用いて, 表層土壌と基岩が連結した鉛直一次元モデルを構築し, 土層境界における流速を計算した.

２．解析解の導出

土中の水分移動を記述するリチャーズ式は，時間を t，深さを z，体積含水率を θ，不飽和透水係数を K，圧力水頭を ψ とすると次式で表される.

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial K}{\partial z}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+K\right) \tag{1}$$

リチャーズ式を, 水分拡散係数 D が一定という仮定と相対透水係数 k_r が有効飽和度 S に等しいという仮定の二つを用いて線形化する.

$$D=K\frac{\partial\psi}{\partial\theta}=constant \tag{2}$$

$$K=k_s\cdot k_r=k_s\cdot S\quad(k_r=S) \tag{3}$$

ここで有効飽和度 S は飽和体積含水率 θ_s と残留体積含水率 θ_r 用いて次のように表される.

$$S=\frac{\theta-\theta_r}{\theta_s-\theta_r} \tag{4}$$

線形化したリチャーズ式を次のような初期値・境界値問題として解く.

$$\frac{\partial S}{\partial t}=D\frac{\partial^2 S}{\partial z^2}-\alpha\frac{\partial S}{\partial z}\qquad(\alpha=\frac{k_s}{\theta_s-\theta_r}) \tag{5}$$

$$B.C.\qquad S(z=0,t)=a \tag{6}$$

$$S(z=L,t)=b \tag{7}$$

$$I.C.\qquad S(z,t=0)=f(z) \tag{8}$$

ただし, a,b は任意定数で $f(z)$初期条件の水分量分布である.この解は変数分離法を用いて次のよう

に求められる[5].

$$S=\sum_{n=1}^{\infty}\left(I\cdot e^{-A^2t+\frac{\beta z}{2}}\cdot\sin\frac{n\pi}{L}z\right)+A_1+A_2\cdot e^{\beta z}$$

$$\left(A^2=D\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2+\frac{\alpha^2}{4D},A_1=\frac{b-ae^{\beta L}}{1-e^{\beta L}},A_2=\frac{a-b}{1-e^{\beta L}}\right) \tag{9}$$

$$I_n=\frac{2}{L}\int_0^L\left(f(z)-A_1-A_2\cdot e^{\beta z}\right)\cdot e^{-\frac{\beta z}{2}}\cdot\sin\frac{n\pi}{L}z\,dz \tag{10}$$

３．鉛直一次元モデルの構築

本解析解の境界条件は一定水分量境界であるが,降雨強度等のフラックスを組み込めるよう,以下のように設定する.ダルシー則から得られる流速,

$$v=-D(\theta_s-\theta_r)\frac{\partial S}{\partial z}+k_s\cdot S \tag{11}$$

において,境界付近の有効飽和度の変化が小さい,すなわち(11)式の第一項がゼロであると仮定する.また,土壌が飽和していない限り境界の流速は降雨強度等のフラックスfと等しくなるので,

$$S=\frac{f}{k_s} \tag{12}$$

となる.(12)式は降雨強度等のフラックスが与えられたとき，土壌境界の有効飽和度すなわち境界条件が一意に定められるという提案式である.

上記の仮定と導出された解析解を用いて,降雨強度を入力とする鉛直一次元モデルを構築した.ここでは単純のために側方流入は考慮せず，基岩に浸透しない水は即座に排水され貯留などは行なわれないものとした.

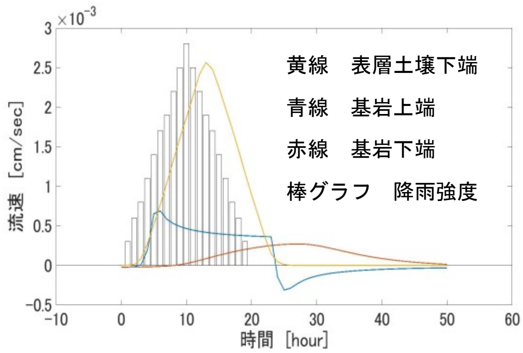
４．結果と考察

表層土壌と基岩に適当なパラメータを与え,初期条件は表層土壌が乾燥,基岩が乾燥状態から地下水面が存在するとして十分時間を経過させた分布を用いて計算を行った.

図−1 は計算から得られた鉛直下向きを正とした各境界の流速である.表層土壌下端は降雨到達後に流速が上昇しピークに達した後低下する.基岩上端は最初に表層土壌から排出された雨水がすべて浸透するが,飽和に達した後は徐々に流速が低下し,表層土壌からの浸透水がなくなると急激に流速が低下する.基岩下端は表層土壌下端と同様の変化をするが透水係数の低さから,より変化が小さく到達時間の遅れも大きい.

５．結論

本研究では,線形化したリチャーズ式から基岩不飽和部へと適用可能な解析解を導出し,表層土壌と基岩が連結した一次元モデルを構築し計算を行った.計算によって得られた流速の変化は,表層土壌と基岩の違いを表現できており,予想される物理プロセスと一致するものであった.今後は現地観測の結果をもとにした検証を進め,本解析解を実際の分布型流出モデル等に導入できるよう改良を行っていく.



図−1　表層土壌下端と基岩上下端の流速変化

参考文献

1) Kosugi, K., Fujimoto, M, Katsura, S, Kato, H., Sando, Y. and Mizuyama, T. : A localized bedrock aquifer distribution explains discharge from a headwater catchment, Water Resources Research 47, W07530, 2011.
2) 佐山敬洋，小杉賢一朗，岩見洋一：山体地下水の流動を表現する分布型降雨流出モデルの開発，土木学会論文集 B1(水工学), Vol.71, No.4, pp. 331-336, 2015.
3) Katsura, S., Kosugi, K., Yamamoto, N,. Mizuyama, T. : Saturated and unsaturated hydraulic conductivities and water retention characteristics of weathered granitic bedrock, Soil Soc. Am. J., Vol.5, No.1, pp, 35-47, 2005.
4) van Genuchten, M.Th. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Soc. Am. J, Vol.44, No.5, pp.892-898, 1980.
5) 菅原快斗, 佐山敬洋, 寶馨：地下水面を有する土壌におけるリチャーズ式の解析解，土木学会論文集 B1(水工学), 2018 (印刷中).