

距離基底函数を用いた球面螺旋浅水波モデル
A Shallow-Water Model on Spherical Helix Nodes Using Radial Basis Functions

○榎本剛
○Takeshi ENOMOTO

A shallow-water model on the sphere on spherical helix nodes has been developed using radial basis functions. A spherical helix provides a simple, non-iterative algorithm to generate quasi-uniform nodes on the sphere. The nodes generated with a spherical helix is found to be close to uniform except in the regions near the poles. The proposed model is verified with the standard test set. The model on the spherical helix nodes is found to be as accurate as that on the minimum energy nodes used in the previous studies. In the steady-state tests, the spherical helix model often outperformed the minimum energy model. In the more realistic test cases, the differences are obscure. The spherical helix nodes are efficient to generate and the model using these nodes is as accurate as the existing model.

1. はじめに

距離基底函数 (radial basis function, RBF) は、距離のみに依存する函数である。変数を RBF で展開し、節点法の条件を課せば求めた内挿係数を用いれば、任意の場所で精度良く内挿ができる。

この内挿式を微分すれば、微分演算子が得られる。Flyer and Wright (2009)はこのようにして構成された微分演算子を用いて球面上の浅水波モデルを構築し、スペクトル精度 (高次精度) が得られることを示した。

本研究では、容易に準一様な節点を得られる球面螺旋 (SH) を用いた浅水波モデルに RBF を適用し、先行研究が用いた最小エネルギー節点 (ME) や NICAM に用いられている正二十面体格子 (NI, Tomita et al. 2001) と比較する。

2. 球面螺旋

球面螺旋は経度 λ と余緯度 θ との簡潔な式

$$\lambda = m\theta \bmod 2\pi$$

(球面螺旋方程式, Bauer 2000) で表される。

3. 節点の一様性

節点の一様性は、球面上の積分をする際の各節点の重みを調べることで分かる。一様な重みからどれだけずれているか計算し、3種類の節点 ME, NI, ME を比較した。ME は複数の領域で非一様性が高くなっており、NI は面では一様性が高く辺で大きくなる傾向がある。これに対し、SH は螺旋の

曲率が大きくなる極付近でやや大きいがほとんど1%以内に収まっている。

4. 浅水波標準実験

浅水波標準実験 (Williamson et al. 1992) を行い、3種類の節点を比較した。時間積分法には、4次のルンゲクッタ法を採用した。RBF には多重二乗を用いた。

定常状態の実験 (Case 2,3) では SH は ME と遜色ない精度を示し、誤差が ME を下回ることも多かった。孤立峰を超える流れ (Case 5), Rossby-Haurwitz 波 (Case 6), 500 hPa 解析値 (Case 7) では ME と SH との差は不明瞭であった。NI は精度は劣るものの、渦度や発散の保存性で有利であることが分かった。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP15K13417 及び文部科学省ポスト「京」萌芽的課題3「太陽系外惑星(第二の地球)の誕生と太陽系内惑星環境変動の解明」の助成を受けた。

参考文献

- Bauer, 2000: *J. Guild. Control. Dyn.*, 23,130–137.
Flyer, N. and G. B. Wright, 2009: *Proc. Roy. Soc. A*, 465,1942–1976.
Williamson et al. 1992: *J. Comput. Phys.*, 102, 211–224.
Tomita, H. et al. 2001: *J. Comput. Phys.*, 174, 579–613