

流域平均極値雨量の推定方法

A Method for Estimating Catchment Averaged Extreme Rainfall

○田中 茂信

○Shigenobu TANAKA,

In the flood frequency analysis for flood risk assessment, the amount of catchment averaged rainfall during time of concentration of considering basin is generally necessary. In Japan, most A class river basins have dense rain gage network, but some of them or most B class rivers have coarse one. In these case, if it is possible to estimate extrapolating catchment averaged extreme rainfall from the probabilistic characteristic of each rain gage data not but with Annual Maximum Series or Peaks Over Threshold from the time series of catchment averaged rainfall. we can afford to examine the other works. A new method using POT analysis and combinations of exponential distributions is proposed to get return level of the catchment averaged rainfall. It also make it possible to know extrapolating extremes from GCM projection data.

1. はじめに

流域内及び周辺の地点観測雨量により流域平均雨量を求める場合、一般にThiessen法、Inverse Distance Weighting法などが用いられることが多い。この流域平均雨量を求める方法は、観測所の数や位置的關係が変わらなければ、様々な降雨分布に対し、各地点雨量がいつも同じ比率で流域平均雨量を構成する。今、 m 地点の観測雨量が n 年間蓄積されているとし、この観測値から流域平均雨量の極値を推定することを考える。流域平均雨量に対する各地点雨量 r_i の重みを a_i とすると流域平均雨量の時系列 $R(t)$ は次のように表される。

$$R(t) = \sum_{i=1}^m a_i r_i(t) \quad (1)$$

流域平均雨量の極値解析に当たり、慣習的に用いられてきた年最大値資料(AMS)を用いるAMS解析だけでなく、閾値超過資料(POT)を用いたPOT解析も併用して判断する必要があることが指摘されてきている(田中, 2014)。AMS解析に用いられる最も簡単な分布はグンベル分布であるが、これに対応するPOT解析に用いられる最も簡単な分布は指数分布である。指数分布は資料抽出時に与える閾値を除けば母数は1つであり、取り扱いが簡単であるとともに、POTは閾値次第でサンプルサイズを確保できるメリットがあるので、ここではPOTを対象として検討する。

一般に極値資料を十分大きな閾値を用いてPOTとして整理する場合、その資料は指数分布または一般パレート分布で当てはめられる。ここでは簡単な指数分布に注目する。十分大きな閾値を超える各地点雨量はそれぞれ指数分布で表されるが、その母数は一般的に異なる。ここでは、それぞれの指数分布の特性から流域平均雨量の極値を推定することを考える。この方法のメリットは流域平均雨量の時系列を求めて極値を抽出することなしに、流域平均雨量の極値の推定が可能になることである。

2. 解析手法と結果

一般に、流域の地形が極端に変わる場所を除いて、近傍の観測所の観測値は似たような傾向を示すことが期待される。一方、距離が大きくなれば2地点の観測値は独立性が大きくなると考えられる。検討に当たって、2つの極端な場合を考える。すなわち、1) 流域内観測所の全ての観測値は独立でない異なる母数の指数分布に従う場合と2) 全ての観測所の観測値は独立な指数分布に従う場合である。尺度母数 λ の指数分布(以降Exp(λ)と記す)の確率分布関数 $F(x)$ は次式で表される。

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2)$$

1) 流域内観測所の全ての観測値は独立でない異なる母数の指数分布に従うと考えられる場合

Exp(λ)に従う変数 x の正の実数 a の倍数 ax が従う分布はExp(λ/a)となるので、逆に、母数が異なる指数分布は母数が同じ指数分布に従う変数の線形和にまとめることができる。合計が1となる係数 a_i で重みをつけた変数 $a_i x_i$ の和が従う分布は、それぞれの変数が従う分布の母数を $\lambda_i (i=1,2,\dots,m)$ とすると、母数を変換して得られる指数分布に従うことになる。

$$\text{Exp}\left(\frac{1}{\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} + \frac{a_3}{\lambda_3} + \dots + \frac{a_m}{\lambda_m}}\right) \quad (3)$$

2) 全ての観測所の観測値が独立な指数分布に従う場合

母数が異なる指数分布の和の分布はHypoexponential分布で表される。なお、この特別な場合として、 λ_i が全て等しい独立な m 個の指数分布の和はErlang分布である。これらの確率密度関数は指数分布のような単調減少関数ではなく、1つのピークを有している。母数 $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m\}$ のHypoexponential分布 (Hypoex($\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m\}$)) の確率分布関数は次の通りである ($m=3$ の場合)。

$$\begin{aligned} \text{CDF}\left[\text{Hypoex}\left(\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}\right), x\right] &= 1 - \frac{e^{-\lambda_1 x} \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3)} \\ &\quad - \frac{e^{-\lambda_2 x} \lambda_2 \lambda_3}{(-\lambda_1 + \lambda_2)(-\lambda_1 + \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_3 x} \lambda_1 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(-\lambda_2 + \lambda_3)} \quad (4) \end{aligned}$$

$\sum_{i=1}^m a_i x_i$ における独立な変数 x_i が従う指数分布の母数を λ_i とすると、1)の場合と同様に変換して、各変数はExp(λ_i/a_i)に従うと考えることができる。したがって、重み付きの変数の総和が従う分布は、

$$\text{Hypoex}\left(\left\{\frac{\lambda_1}{a_1}, \frac{\lambda_2}{a_2}, \frac{\lambda_3}{a_3}, \dots, \frac{\lambda_m}{a_m}\right\}\right) \quad (5)$$

図-1に母数が0.02 (実線), 0.03 (細線), 0.04 (点線), 0.05 (破線) それぞれの指数分布とそれらが独立に生じた場合の平均値の分布について、確率密度関数を示す。図-2は独立でない関係で発生させた4箇所の30年分のデータを用いたシミュレーションの結果であり、変数が小さい部分で4つの資料が独立でない確率分布に近いプロットが多いのに対し、変数が大きい領域では独立と

考えられる場合のラインに近づいている。推定される分布関数はデータをほぼ挟む形になっているのがわかる。今後は、実際の資料で本手法の適用性を検証する予定である。

謝辞

本研究は文部科学省委託事業気候変動リスク情報創生プログラム「課題対応型の精密な影響評価」のもとで行われた。

参考文献

田中茂信 (2014) : 2013年台風18号による淀川流域の洪水災害の外力評価, 京都大学防災研究所年報, 第57号B, pp. 512-523.

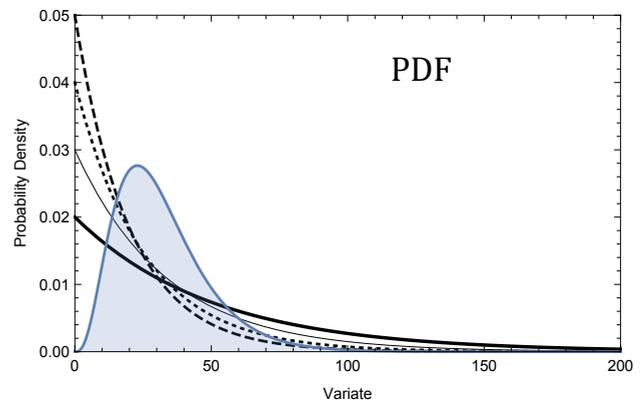


Fig.1 PDF of Exponential Distributions with $\lambda=0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ and Hypoexponential Distribution which is regarded as average of them.

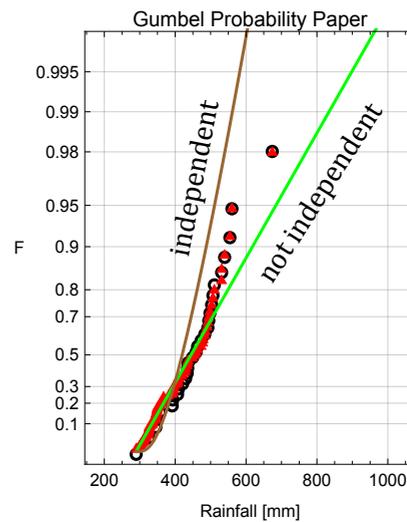


Fig.2 Probability plot of simulated data with proposed combination of Exponential Distributions and Hypoexponential Distribution.