

地盤伝達関数のクロスターム Cross Terms of Ground Transfer Function

○後藤浩之

○Hiroyuki GOTO

Normalized energy density (NED) is one of the essential quantities for a ground transfer function of a 1D layered structure model. This quantity is regarded as a type of norm for the power of the ground transfer function. The cross term of the functions is defined as an extension of the NED. The cross term is physically defined as the correlation coefficient between the two ground transfer functions. The cross term detects the harmony of two transfer functions; a finite value is obtained only in the case where peak frequencies coincide. The properties of the cross term is analytically proved for a two-layered case and numerically shown for three- and four-layered cases.

1. はじめに

地盤伝達関数は、S 波実体波が表層地盤に鉛直に入射すると近似できる場合に、表層に入射する地震波と地表で観測される地震波の比として定義されるものである。与えられた地盤に対して地盤伝達関数を求める問題は古典的な問題であって、その方法は広く実務にも利用されている。

近年、地盤伝達関数に関する興味深い特徴である Normalized Energy Density (NED) が示されたことで、地盤伝達関数は今新しい広がりを見せつつある。本研究は、NED が対象とする地盤伝達関数のパワーのみならず、クロスタームに着目してその性質を議論するものである。

2. 地盤伝達関数のクロスターム

組成の異なる 2 つの水平成層地盤に対して、それぞれ正規化した地盤伝達関数を a, b で表現する。また、 a, b のクロスタームを以下で定義する。

$$\langle a^* b \rangle = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_0^{\Omega} a^* b \, d\omega \quad (1)$$

NED の性質から a と b が等しい場合にある確定値を取るが、ここでは正規化によって 1 となるようにしているものとする。

基盤と表層 1 層とからなる 2 層系の場合、 a と b はそれぞれ表層の S 波速度と層厚に依存した周期をもつ周期関数となる。この周期の比は一般に有理数とはならないが、有理数である場合についてまずは考えることにする。このとき、複素平面の単位円周上にある複素数 $z = \exp(i\omega h/\beta)$ と、周期の比を表す自然数 n_a, n_b とによって a と b を表現で

き、式(1)の積分は単純に単位円周上の積分とすることができる。

$$\langle a^* b \rangle = \frac{1}{2\pi i} \oint_C a^* b z^{-1} \, d\omega \quad (2)$$

単位円周内に存在する被積分関数の極について調べることで式(2)の厳密解を得る事ができる。主要な特徴は、 $n_a + n_b$ が奇数の場合にはクロスタームの値が 0 となることである。 n_a, n_b が互いに素な自然数の場合に限っても一般性を失わないことから、クロスタームが有限値をとるためには n_a, n_b がそれぞれ奇数であり、かつその和が偶数となることが要請される。また、 n_a および n_b が非常に大きい場合にはクロスターム値が 0 に収束する特徴がある。このことは、無理数の場合を n_a および n_b が非常に大きい場合に対応させる事で、全ての実数においてクロスタームの値が評価できることを表している

n_a, n_b の和が偶数となる場合とは、地盤伝達関数のピーク周期が一致するという事に相当する。すなわち、ピーク周期がずれることによりクロスタームは 0 となり、その一致度に応じてクロスタームの絶対値の大きさが定まることを物理的には表していると理解すればよい。

参考文献

Goto et al., Conserved quantity of elastic waves in multi-layered media: 2D SH case -Normalized Energy Density-, *Wave Motion*, **48**, 602-612, 2011.

Goto, Fundamental property of cross terms of ground transfer function, *Wave Motion*, submitted.