

砂の力学モデルとしての多重せん断モデルの有限ひずみ（大変形）解析の定式化
Finite Strain (Large Deformation) Formulation of Sand Based on Multiple Mechanism Model

○井合 進*上田恭平*飛田哲男*小堤 治

○Susumu IAI, Kyohei UEDA, Tetsuo TOBITA, Osamu OZUTSUMI

Finite strain (large deformation) formulation is presented for a multiple mechanism model for idealizing the behavior of sand. The model is capable of representing non-linear behavior of sand under transient and cyclic loading, including the phenomenon of liquefaction. In the finite strain formulation, isotropic and isochoric components will be separated based on the approach adopted for hyper-elastic materials.

1. はじめに

本研究では、砂のような粒状体の力学モデルとしてのひずみ空間での多重せん断モデル (Iai & Ozutsumi, 2005) を基に、大変形解析（有限ひずみ解析）に必要な定式化を示す。最終的には、有限要素法による数値解析に必要な離散化を行って、Total Lagrangian (TL 法) 法、および、Updated Lagrangian 法 (UP 法) の両者によるプログラミングを行って、地震時の地盤系の動的な大変形挙動の解析を可能とする解析システムを開発することを目的とする。解析対象とする地盤系は、間隙水で満たされた多孔質体としてモデル化し、重力、地震動、境界応力、境界間隙水流速、その他の境界条件を考慮する。また、大変形解析に必要な定式化においては、圧縮性を考慮した超弾性体の大変形解析理論（例えば、Holzapfel, 2000）を参考として、これに、多重せん断機構および非線形性（カップリング項としてのダイレイタンスを含む）を盛り込んだ定式化を行う。本研究により、土質力学において長年の課題となっていた粒状体の微視的構造と巨視的構造との関連の原理を、大変形解析のレベルで2階および4階のファブリックテンソル形式で明確に定式化するという学術的意義、また、地盤の地震時液状化現象の解析を含む地盤系の大変形解析における実際面での有用性、の両面において、新たな成果が得られる。

2. 定式化の骨子

多重せん断モデルの微小変形解析では、以下のように2階および4階のファブリックテンソル形式で表して解決するのが、多重せん断モデルの特徴である。

$$\boldsymbol{\sigma}' = -p\mathbf{I} + \frac{1}{4\pi} \iint q \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega d\Omega \quad (1)$$

$$\langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle = \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} + \mathbf{n} \otimes \mathbf{t} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbb{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_0 \mathbf{I}) \quad (3)$$

$$\mathbb{C} = K_{LU} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) + \frac{1}{4\pi} \iint G_{LU} \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle \otimes \langle \mathbf{t} \otimes \mathbf{n} \rangle d\omega d\Omega \quad (4)$$

これを、有限ひずみ解析として定式化するため、現配置に対する積分形の構成式を、Cauchy 有効応力を用いて、微小変形解析での構成式（式(1)）のとおり与える。これを物質表示に pull back すると、Second Piola Kirchhoff の有効応力 \mathbf{S}' を用いて以下のとおり書ける。

$$\mathbf{S}' = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{J} \boldsymbol{\sigma}' \mathbf{F}^{-T} = -Jp\mathbf{C}^{-1} + \frac{1}{4\pi} \iint Jq \langle \mathbf{T} \otimes \mathbf{N} \rangle d\omega d\Omega \quad (5)$$

ここに、現配置の branch vector に沿った方向ベクトル類は、基準配置の方向ベクトル類から $\mathbf{t} = \mathbf{F}\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{n} = \mathbf{F}\mathbf{N}$ により与える。

この定式化において、さらに、式(5)の右辺第2項 $\bar{\mathbf{S}}$ から、偏差成分のみを抽出する Projection tensor を用いて、以下のように定式化を行う。

$$\mathbf{S}'_q = J^{-2/3} \left(\mathbf{N} - \frac{1}{3} \mathbf{C}^{-1} \otimes \mathbf{C} \right) : \bar{\mathbf{S}} \quad (6)$$