E23

砂の繰返し載荷時の挙動モデルとしてのひずみ空間多重モデルにおける ストレスダイレイタンシー関係

Stress dilatancy relation in strain space multiple mechanism model for cyclic behavior of sand

○井合　進・飛田哲男
○Susumu Iai, Tetsuo Tobita

The paper proposes a new stress-dilatancy relationship that will be incorporated into a strain space multiple mechanism model for cyclic behavior of sand. The proposed relationship is based on the hypothesis that the dilative component of dilatancy represents the mechanism that consumes no energy, whereas the contractive component of dilatancy is in proportion to the cumulative shear strain. An example of cyclic behavior of sand simulated by the proposed model is given to demonstrate the capability of the model.

１．はじめに

カムクレイモデルにおけるストレスダイラタンシーの式は，３軸応力状態において，以下のとおり表される．

$$p\mathrm{d}v_{\mathrm{p}} + q\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}} = \mathrm{M}p\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}} \quad (1)$$

ここに，平均有効応力 $p = (\sigma_{\mathrm{a}}' + 2\sigma_{\mathrm{r}}')/3$（圧縮を正），偏差応力 $q = \sigma_{\mathrm{a}}' - \sigma_{\mathrm{r}}'$，ダイラタンシーによる体積ひずみ $v_{\mathrm{p}} = \varepsilon_{\mathrm{pa}} + 2\varepsilon_{\mathrm{pr}}$（圧縮を正），偏差ひずみ $\gamma_{\mathrm{p}} = (2/3)(\varepsilon_{\mathrm{pa}} - \varepsilon_{\mathrm{pr}})$．下添字 a，r は，円柱供試体の軸方向および半径方向を，p は塑性ひずみを表す．

式(1)において，ダイラタンシーによる体積ひずみ増分は以下のように分解できる．

$$\mathrm{d}v_{\mathrm{p}} = \mathrm{d}v_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}} + \mathrm{d}v_{\mathrm{p}}^{\mathrm{d}} \quad (2)$$
$$\mathrm{d}v_{\mathrm{p}}^{\mathrm{c}} = \mathrm{M}\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}} \quad (3)$$
$$p\mathrm{d}v_{\mathrm{p}}^{\mathrm{d}} + q\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}} = 0 \quad (4)$$

式(3)は収縮的な体積ひずみ成分, 式(4)は膨張的な成分を示す．膨張的な成分を体積ひずみとして有するひずみ増分 $(\mathrm{d}v_{\mathrm{p}}^{\mathrm{d}}, \mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}})$ は，式(4)のとおり仕事をしない．

２．提案するストレスダイレイタンシー関係

以上のストレスダイラタンシー式は３軸応力条件下で与えられたものであるが，これを一般的な応力条件に書き換える．

まず，体積ひずみ成分を以下のとおり，三成分に分解する．

$$\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} + \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} \quad (5)$$

ここに，

ε'：等方的圧力の変化による成分（有効体積ひずみ），$\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}}$：収縮的ダイラタンシー成分，$\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}$：膨張的ダイラタンシー成分．

式(5)を用いると，ひずみは以下のとおりの成分に分解できる．

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{3}\left(\varepsilon' + \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} + \varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}\right)\delta_{kl} + e_{kl} \quad (6)$$

このうち，右辺の最後の２項をまとめて，

$$\varepsilon_{kl}{}^{\mathrm{n}} = \frac{1}{3}\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}}\delta_{kl} + e_{kl} \quad (7)$$

と書き，式(7)であらわされるひずみの増分が，応力ベクトルと直交する成分（仕事をしない成分）であると仮定する．すなわち，

$$\sigma_{kl}'\mathrm{d}\varepsilon_{kl}{}^{\mathrm{n}} = 0 \quad (8)$$

これより，膨張的ダイラタンシー成分は，以下のとおり求められる．

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{d}} = \frac{s_{kl}\mathrm{d}e_{kl}}{-\frac{I_1}{3}} \quad (9)$$

他方，収縮的成分は，以下のように与える．

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{d}}^{\mathrm{c}} = -\frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\mathrm{M}_{\mathrm{v}}\left|\mathrm{d}\gamma_{\mathrm{p}}^{(ij)}\right|\Delta\omega\Delta\Omega^{(j)} \quad (10)$$

ここに，仮想単純せん断ひずみは，以下で与える．

$$\mathrm{d}\gamma^{(ij)} = \left\langle t_k^{(ij)}, n_l^{(ij)}\right\rangle \mathrm{d}\varepsilon_{kl} \quad (11)$$

以上が，提案するストレスダイレイタンシー関係である。当日の発表では，これらの関係を多重せん断モデルに組込んだ構成式の適用例を示す。