均質化理論に基づくアップスケーリングの水文学的適用法
Hydrological application of upscaling technique based on homogenization theory

○ 浜 口　俊 雄・小 尻　利 治・Mohamed Sabel
○ Toshio Hamaguchi, Toshiharu Kojiri, Mohamed Sabel

This study proposes a homogenization method of upscaling hydrological parameters related to a distributed runoff model from macroscopic aspects up to mesoscopic ones. These parameters are equivalently derived from the mathematically formulated descriptions based on the conservation of surface and subsurface water quantities. A surface flow direction prescribed through a flow direction/routing map is significant to calculate the homogenized values of upscaling hydrological parameters. It can be proven that equivalently homogenized parameters stem just from the macroscopic-modeled parameters and the numbers of the longitudinal and its transverse cells, and that a conventional way of equivalent parameters by weighted arithmetic mean is simple and easy but inadequate to figure out.

1. 均質化理論

モデリングは，その構造スケールの細かさをどこまで反映するかで表現能力に違いが現れる．すなわち，モデル構造を微小スケール(ミクロスケール)で定義される非一様性を全て考慮するか，同スケールで非一様な物理量を(積分)平均量で置き換えて考慮するか[1]によって結果が異なる．前者は現実に則すが微視的情報不足からモデリングは困難で計算労力の巨大化さからも採用できない．後者は通常の物理現象のモデリング作業では無意識に行われていて，非均質材料を等価な均質材料と見なす(非均質性を無視する)人為的仮定下のモデリング近似であり，陰的均質化と呼ばれる．これに対して，非均質材料の分布情報が十分な微小体積要素(代表体積要素; RVE: Representative Volume Element)を設定して，非一様分布の物理量をモデルに明示しつつ，物理量を微小スケールでの体積積分平均量に置き換えて全体の挙動をモデリングする近似は，陽的均質化と呼ばれる．均質化理論は陽的均質化に関して展開されたものを指す．或る大きさの要素が1〜3次元空間的に配列されていて対象域全体が自動的に等価な均質状態に見える場合，同域の大きさをマクロスケールと呼ぶ．これが成立するには，微視的に見れば同じ非均質性が空間周期的に並んでいて，マクロレベルにアップスケールすると同じ平均量となる要素が並ばねばならない．その周期の最小となる要素がRVEである．

均質化された値が異なるマクロ要素(区域)が1〜3次元空間的に配列されていて対象域全体を等価な均質状態と見なした同域の大きさを新たに定義してメソスケールと呼ぶ．区域単位で均質な要素集合を均質化するため，単に積分平均となる．メソスケールの分布型流出モデルを用いて考察する場合，ミクロ／マクロレベルからメソレベルへアップスケールした分布型流出モデルパラメータが必要になる．本稿ではマクロスケールの透水係数kやManning粗度係数nからメソスケールへ等価的に均質化した値k^*, n^*を示す．

$$k_j{}^* = \frac{\ell}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{\ell_p}{k_{jp}}} \tag{1}$$

$$k^* = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{\beta} L_j k_j{}^* = \frac{\ell}{L}\sum_{j=1}^{\beta} \frac{L_j}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{\ell_p}{k_{jp}}} \tag{2}$$

特に，均等幅格子のとき
$(\ell_p = \Delta\ell = \ell/\gamma,\ L_j = \Delta L = L/\beta)$

$$k^* = \frac{\gamma}{\beta}\sum_{j=1}^{\beta} \frac{1}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{1}{k_{jp}}} \tag{3}$$

$$\alpha_j{}^* = \frac{\ell}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{\ell_p}{\alpha_{jp}}} \tag{4}$$

$$\alpha^* = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{\beta} L_j \alpha_j{}^* = \frac{\ell}{L}\sum_{j=1}^{\beta} \frac{L_j}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{\ell_p}{\alpha_{jp}}} \tag{5}$$

特に，均等幅格子のとき
$(\ell_p = \Delta\ell = \ell/\gamma,\ L_j = \Delta L = L/\beta)$

$$\alpha^* = \frac{\gamma}{\beta}\sum_{j=1}^{\beta} \frac{1}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \frac{1}{\alpha_{jp}}} \tag{6}$$

勾配一様の場合，α^*はn^*のみに単純化

$$n_j{}^* = \frac{1}{\ell}\sum_{p=1}^{\gamma} \ell_p n_{jp} \tag{7}$$

$$n^* = \frac{L}{\displaystyle\sum_{j=1}^{\beta} \frac{L_j}{n_j{}^*}} = \frac{L}{\ell}\cdot\frac{1}{\displaystyle\sum_{j=1}^{\beta} \frac{L_j}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} \ell_p n_{jp}}} \tag{8}$$

特に，均等幅格子のとき
$(\ell_p = \Delta\ell = \ell/\gamma,\ L_j = \Delta L = L/\beta)$

$$n^* = \frac{\beta}{\gamma}\cdot\frac{1}{\displaystyle\sum_{j=1}^{\beta} \frac{1}{\displaystyle\sum_{p=1}^{\gamma} n_{jp}}} \tag{9}$$

2. 均質化パラメータ

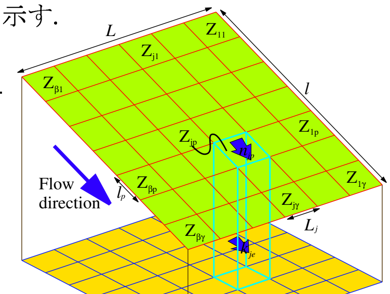

図 1: 斜面設定

分布型流出モデルでは落水線を規定している．これを踏まえて，図1の様に，斜面縦断方向にγ個，横断方向にβ個配置されたマクロスケールセルから1つのメソスケールセルが形成されている場合の各流出モデルパラメータについて，図2に示す順に均質化を試みる．格子状に対する縦断的帯状セルの等価透水係数$k_j{}^*$は式(1)の様になる．次に同帯状セルに対するメソスケール一様セルの等価透水係数k^*として式(2)を得る．特に均等幅格子状であったならば式(2)は単純化され，式(3)の様になる．同様に表面流についてもマクロスケールで勾配θとManning粗度係数nが分布するとして，kimenatic wave法を用れば，流出パラメータ$\alpha = \sqrt{\sin\theta}/n$は式(4)を経て式(5)の様になる．同じく均等幅格子状であったならば式(6)になる．更に勾配一様であればnのみの式にでき，式(7)〜(9)が得られる．

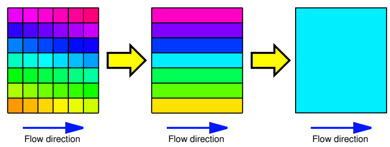

図 2: 均質化順序

3. 結論

上記の結果で興味深い点は，均等幅格子状セルのアップスケール結果が縦横のセル数とマクロスケールのパラメータ値だけで定まること，メソスケールセルへアップスケールする場合，単なる加重平均値では流量等価として不適切であることである．本研究の結果を踏まえれば分布型流出解析に活用できる．

参考文献

1) 寺田賢二郎，菊池　昇：均質化法入門，pp.13–34，丸善，2003.